# 광학개론(18)

〈분해능의 한계〉

정해빈 박사
삼양광학공업(주) 부설연구소

## 20. 분해능의 한계

### 20.1 레일리의 기준

망원경이나 현미경의 배율을 나타내는 식에서 보듯이 대물렌즈와 접안렌즈의 초점거리 조합을 잘 선택함으로써 배율을 얼마든지 크게 할 수 있다. 하지만 렌즈계의 수차가 완벽하게 보정되어 있는 이상적인 경우라 할지라도 빛이 가지는 파동성 때문에 배율을 어느 한계치 이상으로 크게 할 경우 그 세밀한 부분을 구별할 수 없게 된다. 이와 같은 분해능의 한계를 빛의 파동성에 의한 현상으로서 다뤄 보도록 하자.

이미 제2장에서 간략히 언급한 바와 같이 점광원에서 나온 빛이 원형 개구(circular aperture)와 렌즈에 의해 회절되고 집속되어 기하광학적인 상점을 향하는 경우 상면에서 밝고 어두운 고리의 반복된 형태로 나타나게 된다. 이때의 강도 분포는 그림(20−1)과 같이 된다. 2개의 점광원에 의한 회절무늬가 인접해 있다고 할 때, 두 무늬가 충분히 작거나 두 무늬 사이의 간격이 커서 구별이 가능할 때 이 두 점은 이 렌즈계에 의해서 분해된다고 이야기한다.

이때 무늬가 충분히 작다 또는 두 무늬 사이의 간격이 충분히 크다는 기준을 무엇으로 할 것인가가 문제가 된다. 레일리(Rayleigh)는 인접해 있는 점광원들에 의한 회절무늬를 연구하여 2개의 동일한 밝기를 갖는 점광원이 있을 때, 만일 한 점광원에 의한 회절무늬에서 가운데 밝은 부분의 최대치가 다른 점광원에 의한 회절무늬에서 첫번째 어두운 부분에 올 때 이 두 점은 그 광학계에 의해 간신이 분해된다고 결론지었다. 이것은 두 회절무늬의 중심부간의 간격이 중심부의 반경과 동일하다는 것을 의미하는 데, 우리는 이것을 레일리 기준(Rayleigh Criterion)이라고 부른다.

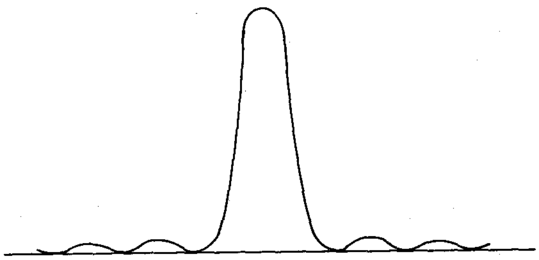

그림 (20−1) 회절무늬의 강도 분포.

그림(20−2)를 가지고 두 점광원의 볼록렌즈에 의한 결상에 대해서 따져보자. 이때 렌즈 앞에 지름 D인 원형 개구가 놓여 있다고 하자. 이때 점광원 $P_1$과 $P_2$는 각각 $P_1'$과 $P_2'$에 중심을 둔 그림(20−1)과 같은 회절무늬를 나타내게 된다. 이때 85%의 빛이 가운데 부분에 모여 있게 되므로 그 밖의 고리에 있는 빛은 고려하지 않고 이 가운데 부분만을 점 $P_1$과 $P_2$에 대한 상이라고 생각하도록 하자. 레일리의 기준을 적용하면 이 두 상이 간신히 분해될 때

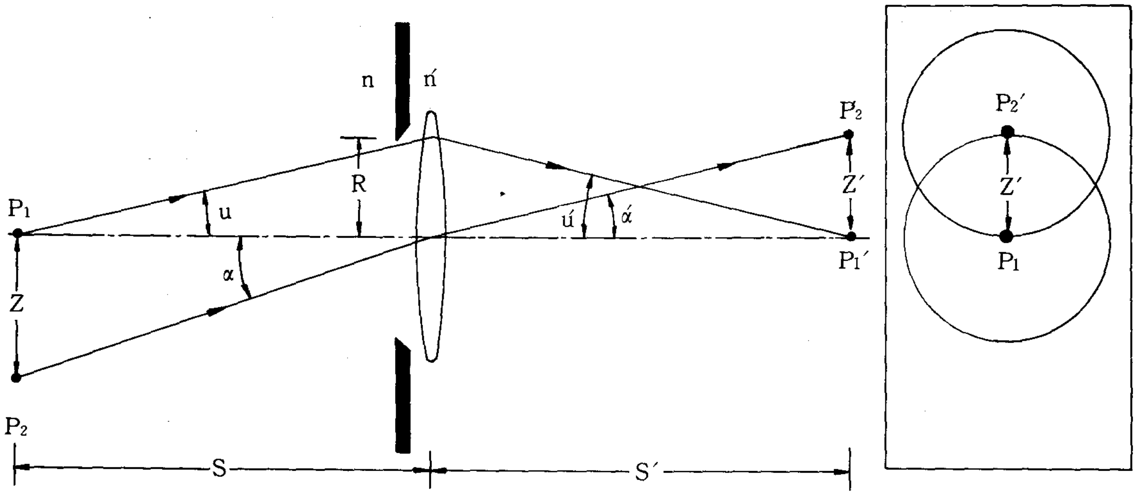


그림 (20-2) 두 점광원에 의한 회절무늬.

이들간의 거리 $Z'$은 이 무늬의 반경과 같게 된다.

그림(20-2)를 보다 일반적인 형태로 나타내기 위하여 렌즈계 왼쪽에 있는 매질의 굴절률을 n, 오른쪽에 있는 매질의 굴절률을 $n'$이라 하자. 이때 각도 $\alpha'$은 $P_1'$에 중심이 있는 회절무늬가 이루는 각도의 절반에 해당한다. 또한 $\lambda_o$를 진공중에서 이 빛의 파장이라 하면 이때의 레일리 기준은

$$\sin\alpha^{\circ}=\frac{0.61\lambda_o}{R} \qquad (20-1)$$

로 나타내진다. 렌즈계 오른쪽 매질에서의 파장은 $\lambda'$은

$$\lambda'=\frac{\lambda_o}{n'} \qquad (20-2)$$

로 주어진다. 따라서 (20-1)식을 다시 써주면

$$\sin\alpha'=\frac{0.61\lambda_o}{n'R} \qquad (20-3)$$

가 된다.

$P_2$에서 $P_2'$에 이르는 렌즈계의 중심부를 지나는 광선에 대해서 생각해 보면 렌즈의 중심부에서 렌즈를 이루는 두 면이 서로 평행하므로 스넬의 법칙으로부터

$$n\sin\alpha=n'\sin\alpha' \qquad (20-4)$$

가 된다. 따라서 $P_1$과 $P_2$에 대한 상이 간신히 분해될 때 $P_1$과 $P_2$에 의해서 이뤄지는 각도 $\alpha$는

$$\sin\alpha=\frac{0.61\lambda_o}{nR} \qquad (20-5)$$

가 된다. 따라서 회절무늬간의 거리 $Z'$은 각 고리의 반경과 같으므로,

$$Z'=s'\tan\alpha' \qquad (20-6)$$

이 된다. 여기에서 $s'$은 물체거리이다. 한편, 실제적인 대부분의 경우에 개구에 의해서 $P_1'$에서 이루는 각의 절반인 $u'$이 충분히 작으므로,

$$\sin u'=\tan u'=\frac{R}{s'} \qquad (20-7)$$

으로 놓을 수 있다. 마찬가지로 $\alpha'$도 작은 값이므로

$$\sin\alpha' = \tan\alpha' \tag{20-8}$$

로 놓을 수 있다. 앞의 식들을 사용하여 (20-3)식을 다시 써주면

$$\sin\alpha' = \tan\alpha' = \frac{0.61\lambda_\circ}{n'R} \tag{20-9}$$

$$\frac{Z'}{s'} = \frac{0.61\lambda_\circ}{n'R} \tag{20-10}$$

$$Z' = \frac{s'}{R} \quad \frac{0.61\lambda_\circ}{n'} \tag{20-11}$$

$$Z' = \frac{0.610\lambda_\circ}{n'\tan u'} \tag{20-12}$$

$$Z' = \frac{0.61\lambda_\circ}{n'\sin u'} \tag{20-13}$$

가 된다. 한편, 광학적 불변량

$$n\sin u \;\; Z = n'\sin u' \, Z' \tag{20-14}$$

에서 배율

$$m = \frac{Z'}{Z} = \frac{n\sin u}{n'\sin u'} \tag{20-15}$$

를 얻을 수 있다. 이제 (20-13)식과 (20-15)식을 결합시키면,

$$Z = \frac{n'\sin u'}{n\sin u} Z'$$

$$= \frac{0.61\lambda_\circ}{n\sin u} \tag{20-16}$$

를 얻게 된다.

이상에서 얻은 결과를 정리해 보면, 우선 레일리 기준에 의한 동일한 밝기를 갖고 간신히 분해되는 두 점광원간의 거리는

$$Z = \frac{0.61\lambda_\circ}{n\sin u}, \tag{20-17}$$

물체점들이 만드는 각도는

$$\sin\alpha = \frac{0.61\lambda_\circ}{nR}, \tag{20-18}$$

이에 해당하는 상점들간의 거리는

$$Z' = \frac{0.61\lambda_\circ}{n'\sin u'}, \tag{20-19}$$

상점들이 만드는 각도는

$$\sin\alpha' = \frac{0.61\lambda_\circ}{n'R} \tag{20-20}$$

로 주어진다.

(20-17)식과 (20-19)식에서 알 수 있듯이 분해가 가능한 두 점간의 거리는 n sin u 또는 n′ sin u′ 값에 반비례함을 알 수 있다. 이 값을 개구수(numerical aperture ; NA)라 한다.

$$NA = n\sin u = n'\sin u' \tag{20-21}$$

이 NA값이 크면 클수록 더 세밀한 부분까지도 구별해 낼 수 있음을 의미한다.

## 20.2 눈의 분해능 한계

그림(20-3)은 눈의 개략적인 모습이다. 이 그림에서 광축에 수직한 방향의 수치와 각도는 실제 상황에 비해 크게 과장되어 있다. 점 $P_1$ $P_2$는 명시거리 250mm의 위치에 놓여 있는 사람눈에 의해서 간신히 분해되는 두 점으로 이들간의 간격은 Z이다. 한편 점 $P_1'$, $P_2'$은 각각 $P_1$, $P_2$에 대응하는 상점이며, 이들간의 거리는 Z′이다. 레일리의 기준에 의하면 이 Z′값이 $P_1'$ 또는 $P_2'$에서의 회절무늬 중앙부의 반경과 같게 된다.

한편 사람 눈의 동공은 피사체의 조명상태에 따라서 그 크기가 그림(20-4)와 같이 변화한다. 따라서 그때마다 분해능의 한계도 달라지게 되는 데, 눈의 분해능 한계를 구할 때에는 밝은 곳에서의 동공 직경 2㎜(반경 1㎜)를 가지고 계산하게 된다. 이때 눈으로 들어오는 빛의 굴절은 모두 각막에서만 일어나며, 안구의

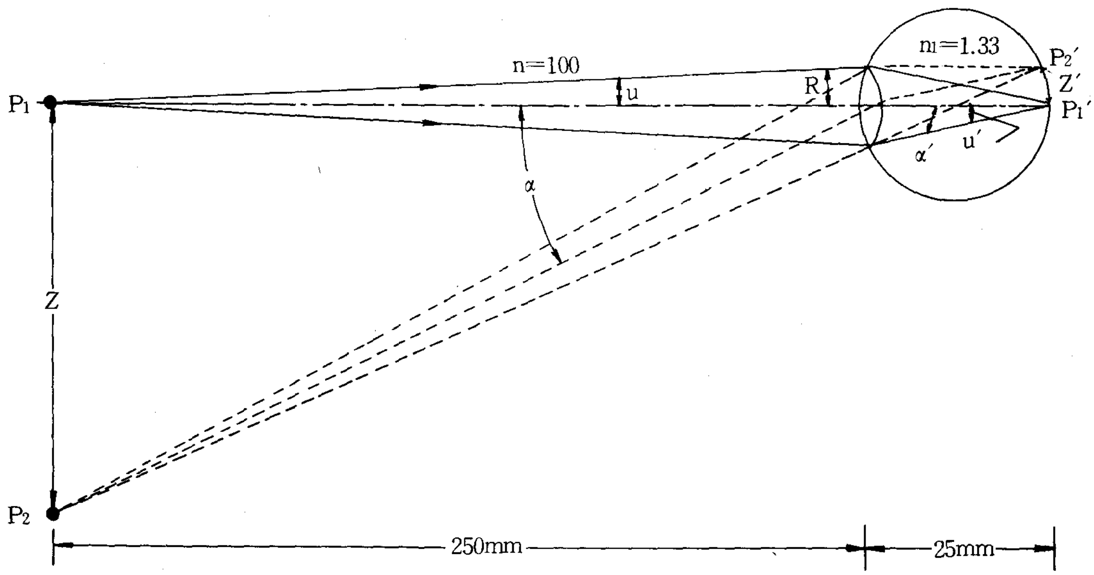


그림 (20-3) 눈의 개략적인 모습.

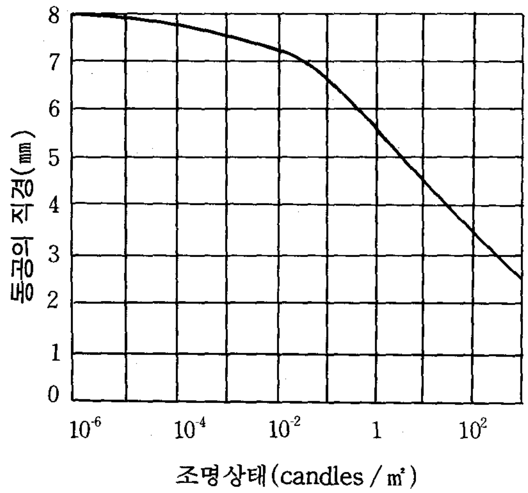


그림 (20-4) 조명상태와 동공의 직경.

직경은 25㎜, 초자체의 굴절률 n′은 1.33이라고 가정한다. 이러한 값은 사람마다 약간의 차이가 있을 수 있다.

밝은 곳에서 사람의 눈은 550nm의 빛에 대해 가장 감도가 높으므로 $\lambda_0$값을 550㎜로 하며, 안경등을 착용하지 않은 상태에서 n값이 1이 된다. 명시거리 250㎜에 물체가 놓여 있을 때 눈이 받아들이는 빛이 이루는 원뿔의 반각(half angle)의 사인값은

$$\sin u = \frac{1}{250} - 0.004 \qquad (20-22)$$

이다. 이때 n=1이므로 동공이 1㎜일 때의 NA 값은

$$NA = 0.004 \qquad (20-23)$$

가 된다.

따라서 레일리의 기준을 적용했을 때 명시거리에서 간신히 분해되는 두 점간의 거리 Z′는

$$Z = \frac{0.61\lambda_0}{NA}$$

$$= \frac{0.61 \times 550 \times 10^{-7}}{0.004}$$

$$= 6.6 \times 10^{-3}\text{cm} \qquad (10-24)$$

가 된다. 하지만 통상적으로 눈의 결함등을 감안하여

$Z = 0.1mm$ (10-25)

를 눈의 분해능으로 한다. 이 값은 실제적인 눈의 분해능과 잘 일치하는 결과를 나타낸다.

마찬가지로 Z′값을 구해보면

$$Z' = \frac{0.61\lambda_{\circ}}{n' \sin u'}$$

$$= \frac{0.61 \times 550 \times 10^{-7}}{1.33 \times 1/25}$$

$$= 6.3 \times 10^{-4} cm$$

$$\fallingdotseq \frac{1}{100} mm \qquad (10-26)$$

를 얻는다.

실제 망막에 있는 원추세포간의 거리가 $\frac{1}{100}$ mm 정도라는 것은 매우 흥미있는 일로 망막의 구조가 눈의 분해능 한계에 아주 잘 적응하고 있음을 알 수 있다.

또한, 간신히 분해되는 두 점물체가 이루는 각도 $\alpha$를 구해보면

$$\alpha = \sin \alpha = \frac{0.61\lambda_{\circ}}{n R}$$

$$= \frac{0.61 \times 550 \times 10^{-7}}{1 \times 10^{-1}}$$

$$= 3.4 \times 10^{-4} \text{ radian}$$

$$\fallingdotseq 1\text{분} \qquad (10-27)$$

이 된다.

## 쉼터

### 야 망

여러 가지 야심 중에서 큰일에 있어서 뜻을 펴고자 하는 야심은 한 가지에서 열 가지까지 나타내고자 하는 야심보다 해가 적다. 후자는 혼란을 조성하고 일의 방해가 되기 때문이다. 〈베이컨〉

사람들이 무슨 말을 할지라도, 여자의 최대의 야심은 사랑을 불어 넣는 일이라고 믿고 있다. 〈몰리에르〉

너의 숙명은 인간의 그것에 지나지 않지만, 너의 야망은 신(神)의 그것이다. 〈오비디우스〉

대망이란, 덧없는 그림자의 그림자라고나 할 공허한 것. 〈세익스피어〉

희망이 한이 없으면 야심을 일으킨다. 〈J.밀턴〉

청년이여, 야망을 가져라. ◆Boys be ambitious. 〈클라크〉

※참고 : 도서출판 풀잎발행 「밥」 中에서