Journal of the KSQC
Vol. 20, No. 2, Dec. 1992

1992년 12월 韓國品質管理學會誌 제20권 제2호

Taguchi Method의 On-Line Quality control에 있어서 관리한계 및 검사간격 결정에 대한 연구

The Determination of Control Limit and Testing Interval in the On-Line Quality Control of Taguchi Method

김욱일*

강창욱*

Abstract

We discuss the feed back control of the on-line QC in the Taguchi method. Taguchi(1982) used the assumptions that the quality characteristics follow an uniform distribution and the Brownian motion to draw the loss function and proposed $\Delta/3$ or Δ for the initial control limit. Adams and Woodall(1989) also proposed a different procedure but using the same loss function.

We propose, in this paper, the new loss function under the assumption of mainly Brownian motion and compare the results with the results of the above.

1. 서 론

1980년대에 들어서면서 품질공학(Quality Engineering)이라고 명명되는 Taguchi Method가 급속히 파급되기 시작하였다. 품질을 『제품이 출하 되면서부터 사회에 끼치는 손실』로 정의함으로써 시작되는 Taguchi Method는 허용한계를 벗어난 제품과 허용한계내의 제품으로 이원화시켜 생각하는 기존의 이론에서 탈피하여 허용한계 내에 있어도 손실은 발생한다는 개념하에서 손실함수(Loss Function)를 유도해냈다.

새로운 품질의 정의에 입각해보면, 좋은 품질이

* 한양대학교 산업공학과 대학원

라는 것은 손실을 적게 유발시키는 제품으로써 이는 어떠한 상황에서도 산포가 적은 제품, 즉 noise에 둔감한 제품을 의미하는 것이 된다. 좋은 품질을 달성하기 위해서는 기존의 Quality Control과 같이 현장위주의 관리에서 탈피하여 제품을 계획하고 설계하는 단계에서부터 관리를 시작해야만 한다. 이것을 Taguchi Method에서는 Off-Line Quality Control이라고 하며, Taguchi Method의 가장 근간이 되는 부분이 된다.

이와 더불어 Taguchi Method에서는 손실함수의 개념을 현장에 접목시키고자 시도한 것이 On-Line Quality Control이다. 그 중 관리도를 그려가면서 공정을 관리하고 검사비용, 조정비용, 산포에 의한 손실등을 고려하여 바로 전 단계의 공정조건에 맞도록 새로운 관리한계 및 검사간격을 구하여 상황에 맞는 관리를 해 나가자는 것이 feed-back control이다.

On-Line Quality Control에서는 손실함수에 대한 개념을 약간 달리하고 그에 따라 새로운 관리한계 및 검사간격을 계산해내는 방법을 제시하고 있는데 이 부분에 대해 약간의 수정을 하고자 하는 것이 이 논문의 목적이다.

2. 기 호

y : 제품의 특성치

$L(y)$: 특성치가 y일 경우의 손실

k : 상수

m : 제품의 목표치

L : 총 손실

L_1 : 단위당 검사비와 조정비의 합

L_2 : 기존 이론에 있어서 관리한계 내에서의 손실

$L_{2'}$: 새로운 이론에 있어서 관리한계 내에서의 손실

L_3 : 기존 이론에 있어서 관리한계 밖에서의 손실

$L_{3'}$: 새로운 이론에 있어서 관리한계 밖에서의 손실

$L_{3-1'}$: 새로운 이론에 있어서 관리한계 밖에서의 손실중 평균의 변화로 인하여 야기되는 손실

$L_{3-2'}$: 새로운 이론에 있어서 관리한계 밖에서의 손실중 평균의 변화후 점들의 산포로 인하여 야기되는 손실

A : 허용한계를 벗어났을 경우의 손실

B : 검사비

C : 조정비

Δ : 허용한계

D : 관리한계

D_0 : 전 단계에서의 관리한계

D_s : 초기 관리한계

n : 검사간격

n_0 : 전 단계에서의 검사간격

n_s : 초기 검사간격

u : 조정간격

u_0 : 전 단계에서의 조정간격

l : Time Lag(한계를 벗어난 것을 안 시점 부터 조정을 할 때까지 제품 수)

3. 기존 이론에 대한 고찰

가. 기존 이론

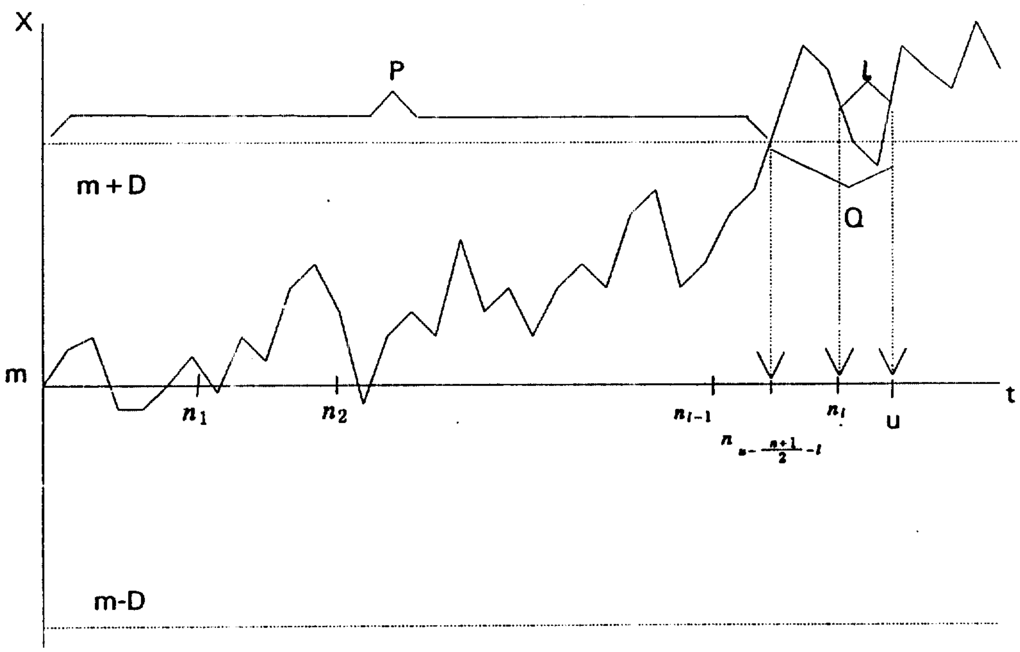
Off-line Quality Control에서는 손실함수를 다음과 같이 정의 하였다.

$$L(y)=k(y-m)^2 \quad \cdots\cdots (1)$$

이 경우 특성치의 평균이 목표치 m이 된다면 손실함수는

$$L(y)=k\sigma^2 \quad \cdots\cdots (2)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기에 On-Line Quality Control에서는 검사비와 조정비를 포함하여 새로운 단위당 손실함수를 유도해 내었다. 여기에서 검사비라고 함은 제품 1단위를 검사하는데 소요되는 비용을 말하며, 조정비는 평균 목표치에 맞추는데 소요되는 비용을 말한다. 따라서 조정비는 검사비를 포함하고 있다. 왜냐하면 어느 정도 벗어났는지를 알아야 조정을 할 수 있기 때문이다. 그 과정을 살펴보기로 하자.



〈그림 1〉 Brownian Motion을 따르는 제품 특성치의 변화

1) 검사비와 조정비를 단위당 비용으로 계산한다.

$$L_1 = \frac{B}{n} + \frac{C}{u}$$

2) 그림 1의 P와 같은 관리한계내의 점들에 대한 손실을 계산한다. 이때 관리한계내의 제품은 일양분포를 한다고 가정하면 분산은 $D^2/3$이 된다.

$$L_2 = \frac{A}{\Delta^2} \cdot \frac{D^2}{3}$$

3) 그림 1의 Q와 같이 관리한계를 벗어난 제품은 관리한계 D와 큰 차이가 없으므로 근사치 D로써 대표값을 취하고, 관리한계를 벗어난 점들의 수를 $[(n+1)/2+l]$개라고 한다면 단위 제품당 산포로 인한 손실은 다음과 같다.

$$L_3 = \frac{A}{\Delta^2} \left(\frac{n+1}{2} - l\right) \frac{D^2}{u}$$

따라서 총 손실함수는 L, L_2, L_3를 모두 합한 것이 된다.

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

$$= \frac{B}{n} + \frac{C}{u} + \frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{3} + \left(\frac{n+1}{2} + l\right)\frac{D^2}{u}\right] \cdots (3)$$

이때 그림 1의 모든 점들이 Brownian Motion을 행한다고 가정 함으로써 관리한계 및 검사간격을 구할 수 있다. 우선 Brownian Motion과 그림 1을 관련시켜 생각해 보기로 하자.

$$\Delta x = C\sqrt{\Delta t} \cdots\cdots (4)$$

$$D = C\sqrt{u - \frac{n+1}{2} - l}$$

$$\therefore C^2 = \frac{D^2}{u - \frac{n+1}{2} - l}$$

$$Var(X_{(t)}) = C^2 t$$

$$Var(X_{(u-\frac{n+1}{2}-l)})$$

$$= \frac{D^2}{u - \frac{n+1}{2} - l}\left(u - \frac{n+1}{2} - l\right) = D^2$$

Brownain Motion에서 각 점은 독립적으로 (k-1)번째 점들에 대한 k번째 점들의 분산은 다음과 같다.

$$Var(X) = \frac{D^2}{u - \frac{n+1}{2} - l}$$

또한 σ_i^2을 i번째 공정의 분산이라고 하고 σ_{i+l}^2을 $i+l$번째 공정의 분산이라고 할 경우, i번째 공정에서 분산의 변화하였다면 $i+l$번째 공정에서는 변화된 분산을 수용하여 새롭게 관리한계와 검사간격을 구하고자 다음과 같은 식을 유도하였다.

$$\sigma^2 = \frac{D^2}{u - \frac{n+1}{2} - l} = \frac{D_0^2}{u_0 - \frac{n_0+1}{2} - l} \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{D^2}{D_0^2}\left(U_0 - \frac{n_0+1}{2} - l\right) + \frac{n+1}{2} + l \cdots\cdots (6)$$

이때 $u \gg \frac{n+1}{2} + l$이라고 가정하면

$$\sigma^2 \approx \frac{D^2}{u} = \frac{D_0^2}{u_0} \cdots\cdots (7)$$

$$u = \frac{U_0 D^2}{D_0^2} \cdots\cdots (8)$$

가 성립할 수 있으며 (8)식을 (3)식에 대입하면 손실함수 L을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L = \frac{B}{n} + \frac{CD_0^2}{u_0 D^2} + \frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{3} + \left(\frac{n+1}{2} + l\right)\frac{D_0^2}{u_0}\right] \cdots (9)$$

(9)식을 n, D에 대해 각각 편미분하면

$$n=\sqrt{\frac{2u_0B}{A}}\frac{\Delta}{D_0} \quad\cdots\cdots(10)$$

$$D=\left(\frac{3C}{A}\frac{D_0^2}{u_0}\Delta^2\right)^{1/4} \quad\cdots\cdots(11)$$

을 구할 수 있다. 그리고 초기 관리한계를 정하는 문제에 대해서는 일본에서는 $D=\Delta/3$, 미국에서는 Δ라는 경험적인 방법을 사용하고 있으며 이에 대해 Adams and Woodall(1989)은 (7)식을 (10), (11)식에 대입하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$n_s=\sqrt{\frac{2B}{A}}\frac{\Delta}{\sigma}$$

$$D_s=\left(\frac{3C\sigma^2\Delta^2}{A}\right)^{1/4}$$

나. 기존 이론의 문제점

위에서 전개한 식들은 여러가지 가정과 근사치를 이용하여 식을 전개해 나갔다. 따라서 여러가지 문제점을 내포하고 있는데 그 문제점들을 하나하나 살펴보기로 하자.

1) 각 점들은 Brownian Motion을 행하고, 관리한계 내의 점들은 일양분포(uniform distribution)을 따른다고 하였으나 Brownian Motion을 하는 점들의 일부가 일양분포를 한다는 보장이 없다. 그런데도 불구하고 서로 다른 가정을 함께 하고 있다.

2) 손실함수에서 분산을 이용하여 표현을 할 수 있다는 점을 이용하였는데 평균이 목표치에 있는 경우((2)식 참조)만 가능한 것이지 아무 경우에나 사용할 수는 없다. 그런데도 불구하고 관리한계 내의 점들에 대해서 분산을 이용하여 산포로 인한 손실을 표현하였다.

3) 관리한계 D를 벗어난 점 $[(n+1)/2+l]$개 역시 Brownian Motion을 따르고 있는데 이를 D로서 대표치를 취한다면 큰 오차가 발생할 수도 있다.

4. 새로운 손실함수 및 관리한계와 검사간격

앞에서 언급한 여러 가지 문제점들을 모두 해결을 한다면 물론 이상적인 방법이겠지만, 손실함수가 간단해야 한다는 기본 전제하에서 오류를 최대한 개선해 보고자 한다.

가. 손실함수

1) 관리한계 내에서의 손실

(4)식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta x=\frac{D}{\sqrt{u-\frac{n+1}{2}-l}}\sqrt{\Delta t}$$

위 식에 따른 각 점에 대한 Δx의 기대치는 다음과 같다.

$\Delta t=1$인 경우 $\quad \Delta x=\dfrac{D}{\sqrt{u-\frac{n+1}{2}-l}}\sqrt{1}$

$\Delta t=2$인 경우 $\quad \Delta x=\dfrac{D}{\sqrt{u-\frac{n+1}{2}-l}}\sqrt{2}$

:

:

$\Delta t=u-\frac{n+1}{2}-l$인 경우

$$\Delta x=\frac{D}{\sqrt{u-\frac{n+1}{2}-l}}\sqrt{u-\frac{n+1}{2}-l}$$

따라서 관리한계 내의 각 점들에 있어서 산포로 인한 손실을 모두 더하여 u로 나누어 주면 단위당 손실이 된다.

$$L_2=\frac{A}{\Delta^2}\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}$$

$$\frac{(u-\frac{n+1}{2}-l)(u-\frac{n-1}{2}-l)}{2}\frac{1}{u}$$

$$=\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{n-1}{2}+l\right)\frac{D^2}{u}\right]$$

2) 관리한계를 벗어난 점들에 대한 손실

관리한계를 벗어난 지점에서 평균이 변화된 것이라 생각한다면 그 지점으로부터 새로이 Brownian Motion을 시작하게 된다. 따라서 손실은(평균의 변화에 의해 야기되는 손실) + (변화된 평균을 중심으로 생긴 산포에 의해 야기된 손실)이 된다.

가) 평균의 변화로 야기된 손실

$$L_{3-1}'=\frac{A}{\Delta^2}\left(\frac{n+1}{2}+l\right)\frac{D^2}{u}$$

나) 변화된 평균을 중심으로 생긴 산포에 의해 야기된 손실

$L_{3-2}'=$

$$\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}1+\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}2+\cdots\right.$$

$$\left.+\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}\left(\frac{n+1}{2}+l\right)\right]$$

$$=\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}\frac{(\frac{n+1}{2}+l)(\frac{n+3}{2}+l)}{2}\right]$$

따라서 관리한계 밖의 점들에 의한 총 손실은 L'_{3-1}과 L'_{3-2}의 합으로 나타낼 수 있으며 이것을 u로 나누어 주면 단위당 손실을 구할 수 있다.

$$L_3'=L_{3-1}'+L_{3-2}'=\frac{A}{\Delta^2}\left[\left(\frac{n+1}{2}+l\right)\frac{D^2}{u}\right.$$

$$\left.+\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}\frac{(\frac{n+1}{2}+l)(\frac{n+3}{2}+l)}{2}\right]\frac{1}{u}$$

L_1과 L_2', L_3' 등 세 가지 손실을 모두 더하면 구하고자 하는 손실함수를 구할 수 있다.

$$L=\frac{B}{n}+\frac{C}{u}+\frac{A}{\Delta^2}$$

$$\left[\frac{D^2}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{n+3}{2}+l\right)\frac{D^2}{u-\frac{n+1}{2}-l}\right]\cdots(12)$$

(6)식과 (8)식을 (12)식에 대입하면 새로운 손실함수 L은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L=\frac{B}{n}+\frac{CD_0^2}{u_0D^2}+\frac{A}{\Delta^2}$$

$$\left[\frac{D^2}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{n+3}{2}+l\right)\frac{D_0^2}{u_0-\frac{n_0+1}{2}-l}\right]\cdots(13)$$

(13)식을 n, D에 대해 각각 편미분하면 다음과 같은 식이 나온다.

$$n=\sqrt{\frac{4B(u_0-\frac{n_0+1}{2}-l)}{A}}\ \frac{\Delta}{D_0} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$D=\left(\frac{2CD_0^2\Delta^2}{Au_0}\right)^{1/4} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

(14), (15)식에 (5), (7)식을 대입하면 다음과 같은 식이 도출된다.

$$n_s=\sqrt{\frac{4B}{A}}\ \frac{\Delta}{\sigma}$$

$$D_s=\left(\frac{2C\sigma^2\Delta^2}{A}\right)^{1/4}$$

이러한 n_s, D_s를 각기 초기 검사간격과 초기 관리한계라고 한다.

5. 수치예제

B(검사비)	: 200($)
C(조정비)	: 1200($)
A(허용한계를 벗어났을경우 손실)	: 300($)
Δ(허용한계)	: 25(㎜)
l(Time lag)	: 10(unit)

위의 기본 data를 가지고 $N(0, 1^2)$인 random number를 발생시켜 기존 이론과 새로운 이론으로 각각 계산해 보았다.

〈표 1〉 기존 이론으로 관리할 경우 발생한 손실

Sequence	D	n	u	L1	L2
1	12.25	17.00	102.00	60.941	68.204
2	10.25	24.00	85.92	52.304	56.844
3	9.78	26.00	75.40	53.251	57.434
4	9.88	26.00	80.08	52.038	56.241
5	9.78	26.00	80.60	51.257	55.370

〈표 2〉 새로운 이론으로 관리할 경우 발생한 손실

Sequence	D′	n′	u′	L1′	L2′
1	11.07	24.00	95.52	54.340	59.750
2	8.95	32.00	93.44	42.803	46.203
3	8.09	37.00	73.26	44.696	48.143
4	8.18	34.00	70.04	46.306	49.804
5	8.31	33.00	79.86	43.349	46.447

표 1,2는 두 이론에 대해 비교를 한 것이다. 여기에서 Sequence라 함은 새롭게 구해진 D, n(D, n)을 가지고 관리를 시작하는 시점에서부터 조정을 할 때까지를 1단위로 한다.

표 1에서 D, n은 기존의 이론으로 계산되어진 값이며 u는 시뮬레이션을 통하여 나온 값이고, L1은 D, n을 기존의 손실함수, L2는 D, n을 새로운 손실함수에 각각 대입한 것이다. 또한 표 2에서 D′, n′은 새로운 이론으로 계산되어진 값이며 u′는 시뮬레이션을 통하여 나온 값이고, L1′은 D′, n′을 기존의 손실함수, L2′는 D′, n′을 새로운 손실함수에 각각 대입한 것이다.

위 결과에서 볼 수 있듯이 새로운 이론으로 구한 D′, n′은 기존의 이론으로 구한 D, n에 비하여 새로운 손실함수(L2, L2′)에서는 물론 기존의 손실함수(L1, L1′)에서도 적은 손실을 발생시켰다. 이에 대해 여러가지 상황에 대해 알아본 것이 표 3, 4이다.

〈표 3〉 $\frac{(L1-L1')}{L1}\times 100(\%)$ (기존 손실함수 이용)

B \ C	10	20	30	50	100	200	300	500	1000	5000
1	9.8	6.5	4.9	3.8	3.7	3.1	1.8	2.5	0.9	0.2
2	12.0	9.5	8.1	4.0	5.0	2.0	3.0	3.3	0.6	1.7
3	16.2	12.2	8.3	7.0	5.9	5.0	3.8	2.2	1.7	1.9
4	16.3	11.9	11.0	7.4	6.1	4.8	3.0	2.3	2.0	0.5
5	15.0	13.0	10.6	10.3	9.1	6.1	4.6	3.8	2.9	2.1
6	20.9	17.5	11.8	9.2	8.8	5.1	5.5	4.8	2.5	0.7
7	21.8	16.3	10.4	12.6	8.2	5.4	4.4	3.6	3.2	2.5
8	20.1	16.2	15.4	12.1	8.8	4.1	5.2	5.1	3.2	1.6
9	24.0	13.9	15.9	11.3	8.7	5.3	5.4	5.1	3.7	1.7
10	20.5	17.2	15.0	13.0	7.9	5.7	4.7	4.0	4.4	2.5

〈표 4〉 $\frac{(L2 - L2')}{L2} \times 100(\%)$ (새로운 손실함수 이용)

B \ C	10	20	30	50	100	200	300	500	1000	5000
1	11.2	8.5	7.2	6.4	6.6	6.1	5.0	5.7	4.1	3.4
2	12.7	11.1	10.0	6.5	7.7	5.3	6.1	6.5	3.9	4.9
3	16.6	13.5	9.9	9.4	8.6	7.9	6.8	5.3	5.0	5.0
4	16.6	12.8	12.5	9.4	8.6	7.6	6.1	5.4	5.1	3.0
5	14.9	13.8	11.9	12.2	11.4	8.8	7.5	6.9	5.9	5.2
6	21.1	18.2	12.9	10.7	11.1	7.9	8.4	7.8	5.6	4.0
7	21.9	16.9	11.6	14.1	10.6	8.3	7.3	6.7	6.3	5.6
8	20.0	16.6	16.3	13.5	10.9	7.1	8.0	8.3	6.5	4.8
9	23.9	14.1	16.6	12.6	10.9	8.1	8.3	7.9	6.7	4.9
10	20.2	17.5	15.7	14.4	10.1	8.3	7.4	7.1	7.4	5.6

표 3, 4는 검사비와 조정비의 비율의 변화에 따라 기존이론과 새로운 이론을 가지고 시뮬레이션을 통하여 L1과 L1', L2와 L2'의 차이를 구한 것이다. 즉 새로운 이론이 기존의 이론에 비하여 어느 정도 손실을 감소시켰는지를 백분률로 나타낸 것이다.

위의 모든 경우에서 새로운 손실함수에서 유출된 D', n'들은 기존의 이론에서 유출된 D, n에 비해 새로운 손실함수에 대입하였을 경우에는 약 3.0%~23.9%까지 적은 비용을 발생시켰고 기존의 손실함수에 대입하였을 경우에는 약 0.2%~24.0%까지 적은 비용을 발생시켰다. 그 특징은 검사비와 조정비의 비율이 적을수록 손실의 차이가 커진다는 것이다.

물론 손실함수가 서로 틀린 것을 비교하는 것은 큰 의미가 없겠으나, 두 가지 손실함수 모두에서 더욱 만족되는 값을 갖는다는 것은 새로운 손실함수 및 관리한계와 검사간격의 정당성을 보여주는 자료는 될 수가 있다. 그리고 기본 가정을 줄이면서 적은 손실을 발생시켰다는 점에 대해서 그 의의를 찾을 수 있다.

6. 결 론

앞에서 전개한 식들은 손실함수와 n, D를 구하는 식을 최대한 간단히 한다는 기본 전제하에 최

대한 정확한 값으로 접근을 시도하였다. 그러나 식을 간단히 한다는 점에서 어느 정도의 근사치가 사용되었다는 문제점을 안고 있다. 따라서 근사치를 사용하지 않고 정확한 값으로 새로운 손실함수 및 관리한계, 검사간격을 유출해 낼 수도 있겠으나 이경우 관계식이 너무 복잡하므로 이것을 계산한다는 것은 그다지 바람직하지 못하다. 왜냐하면 Taguchi Method는 가능한 한 현장에 접목하기 쉬운 방법을 찾자는 것을 기본적인 사상으로 하기 때문이다.

또한 새로운 손실함수를 이용한 식의 문제점은 기존의 손실함수도 가지고 있는 것과 마찬가지로 조정비에 비하여 검사비가 큰 경우에는 관리한계 D가 작아져 실질적인 적용이 여의치 않다. 이는 관리한계는 조정비에만, 검사간격은 검사비에만 영향을 받기 때문에 생길 수 있는 문제점이라 판단된다. 그러나 현실적으로 검사비가 조정비보다 큰 경우는 거의 없으므로 별반 문제가 되지는 않는다. 그렇지만 만약 이러한 문제점들이 해결된다면 더욱 합리적인 이론이 될 것이다.

7. 참고 문헌

1. 박성현(1990), 다꾸지 방법을 중심으로한 실험 계획법, 서울, 영지 문화사.
2. 염봉진, 고선우, 김성준(1990), "제품 및 공정 설계를 위한 다꾸지 방법", 경영 과학, 제7권, 제2호, pp.3~21.
3. 田口玄一(1990), 품질 공학 강좌 1~7, 한국공업 표준협회 번역 출간.
4. Benjamin M. Adams and William H. Woodall (1989), "An Analysis of Taguchi's On-Line Process Control Procedure Under a Random-Walk Model", Technometrics, Vol.31, No.4, pp.401~412.
5. Taguchi, G.(1986), Introduction to Quality Engineering, Tokyo, Assian Productivity Organization.
6. ________ (1981), On-Line Quality Control During Production, Tokyo, Japanese Standard Association.
7. ________, Elsayed, E.A., and Hsiang, T.(1989), Quality Engineering in Production system, New York, McGraw-Hill.