Journal of the KSQC
Vol. 20, No. 2, Dec. 1992

1992년 12월 韓國品質管理學會誌 제20권 제2호

불량품을 갖는 경제적 생산량 모델의 최적 검사 정책에 관한 연구
(Optimal Inspection Policy in an Economic Production Quantity with Random Defectives.)

조 재 립*

Abstracts

In this paper, we study a joint lot sizing and inspection policy under an EPQ(Economic Production Quantity) model where a random proportion of units are defectives. Those units can be discovered only through costly inspection. The problem is thus bivariate : both lot size and fraction to inspect are to be chosen. We first analyze a model in which the only penalty for uninspected defectives is financial, and then consider a model where defectives units cannot be used and thus must be replaced by non-defective ones. As a result it can be proved that this inspection policy costs economically and is to be decided effectively for the Economic Production Quantity constraining the fraction to inspect.

1. 서 론

전통적인 재고 모델에서 경제적 발주량(EOQ=Economic Order Quantity)은 대부분 외부로부터 조달하는 물품의 발주량 크기를 경제적으로 결정하는 문제이었다. 그러나 내부에서 필요한 자재를 자가제조하거나 제품을 직접 생산 조달하는 경우에 생산 로트의 크기를 경제적인 수준으로 결정하는 경제적 생산 로트의 크기를 다루는 문제는 경제적 생산량(EPQ=Economic Production Quantity)의 결정 문제가 따르게 된다. 한편 EOQ와 EPQ를 결정하는 문제는 많은 공통점을 갖고 있다. 그러나 EOQ의 경우는 재고가 입고될때 순간적으로 행해지는데 반해서

*경희대학교 공과대학 산업공학과 교수

EPQ의 경우는 점차적으로 행해지며 또한 발주비 대신에 준비비를 고려해야 한다. 따라서 EPQ모델은 준비비, 재고유지비, 생산단가, 수요율, 생산율, 수요량등에 대한 가정에 따라 EPQ의 값이 다르게 된다.

본 논문에서는 이와같은 EPQ를 결정 하는데 입고되는 제품에 불량품이 포함되고 또한 이 불량품을 선별하기 위해 검사를 수행해야 하는 경우 이에따른 검사 비율을 최적으로 설정하여 EPQ를 결정하도록 하는 검사 정책과 검사 방법을 제시하고 이를 입증해 보고자 한다.

어떤 제품의 생산 로트가 랜덤한 불량품을 포함할 때 생산로트의 크기를 결정하려면 우선 이 로트의 최적 검사 비율을 결정하고 또한 주어진 불량율을 고려하여 정확하게 산정하여야 한다. 이에 따라 본 연구는 생산 변수를 갖는 생산재고모델의 측면과 품질관리를 위한 검사 정책 측면을 결합하여 수행하게 된다.

이에 관한 논문은 전통적 재고 모델에서 불량율을 고려하여 EOQ를 결정하는 방법을 제시한 논문 [2],[8],[9]등이 있으며 품질 관리를 위한 검사 정책의 관점에서 비교 분석하여 EOQ를 결정하는 방법을 제시한 논문 [1],[3],[5],[6],[7]등이 있다.

최근에 EOQ모델에서 검사 비율과 로트의 크기를 고려한 논문 [4]에서는 로트의 크기는 사전에 선택되고 로트의 불량율은 고정되어 알고 있으며 입고된 제품의 품질은 그 이상의 변화는 절대로 없는 것으로 가정하여 수리적 접근을 시도하고 있다. 그러나 본 논문에서는 우선 입고된 제품의 품질 변화를 허용하게 되며 생산 로트내의 불량율을 명확하게 파악하여 검사된 서브로트내의 불량품에 대해 벌과금을 부과하거나 양품으로 교체하고 생산율과 소비율을 고려하여 경제적 생산 로트를 결정하고자 한다 [8].

또한 결정된 경제적 생산로트 내의 불량품을 검사하기 위해 최적 검사비율을 결정하는 수리적 접근이 제시된다. 이는 로트의 불량율에 따른 검사된 로트의 불량품 수에 관계된 확률 분포의 문제로 아주 흥미있고 복잡한 2변수의 확정적 모델이 된다. 한편 검사되지 않은 불량품은 벌과금을 지불하도록 하여 불량품의 재발을 방지하고 검사에서 발견된 불량품은 모두 양품으로 대체할 필요가 있는 생산 재고 시스템에서 발생되는 불량품인 경우로 가정한다.

2. 모델의 가정과 표기

우선 전통적인 재고 모델에서 (1)주문 잔고는 없다. (2)검사는 비파괴 검사로, 발견된 불량품은 어떠한 경우라도 제거되며 (3)검사 오차는 없고, 검사 되지 않은 제품은 검사 결과에 개의치 않고 사용된다. (4)제품의 일부를 검사하여 전체 제품의 수리 여부를 결정 하는 일은 없다. (5)검사되지 않은 불량품은 벌과금을 부과하도록 한다. 이와같은 가정하에 본 논문의 초기 모델은 검사 되지 않은 불량품은 양품으로 교체하지 않고 그에 따른 벌과금을 부과하는 경우의 모델로 다음과 같이 표기를 하도록 한다.

D=수요량
B=고정준비비
H=단위 시간당 재고 유지비
V=생산단가
A=수요율
M=생산율
Ci=단위당 검사비
Cr=단위당 벌과금(검사되지 않은 불량품에 대한)
P=생산 로트의 불량율(로트의 크기는 독립)
Q=경제적 생산량(로트의 크기)
F=생산로트의 검사 비율(Q와 QF는 정수), 이 분석에서는 연속치로 가정한다.
X=검사된 제품중 불량품의 확률 변수
g(P)=확률 변수 P의 확률 밀도 함수

생산율(M)과 수요율(A)의 관계는 M≥A로, A가 M에 가까워짐에 따라 EPQ는 점점 커지고 A=M이면, EPQ는 무한대가 되어 계속 생산해

야하며, M>>A이면, EPQ는 EOQ의 양과 거의 같아진다. EPQ내의 불량품을 교체하지 않는 경우 Cr>V로 가정하고 불량품의 교체에 대한 보상은 없는 것으로 가정한다. 불량품에 대한 벌과금은 선형적 증가비용으로 더욱이 기대 불량율이 증가하면 모든 제품은 생산 현장에서 철저하게 검사될 것이다.

3. 최적 생산량과 최적 검사비율

여기서 위와 같은 확정적 모델하에서 최적 생산량과 최적 검사비율을 결정하는 검사정책을 수립하기 위해서는 우선 평균 생산주기와 이 주기에 대한 총 기대 비용을 구하는 식을 유도하게 된다. 이를 위해서는 불확실한 두 가지점을 고려해야 한다. 첫째는 서로 다른 생산 로트의 불량율이고 둘째는 주어진 생산 로트에서 검사된 서브로트의 안에 있는 불량품의 수이다. 전체 생산 로트의 불량율을 P라 하면 검사된 서브로트로부터 나타나는 불량품의 수에 대한 확률 변수(X)는 초기하 분포를 한다.

P(X/P)=P(불량율 P를 갖는 Q크기인 생산로트에서 시료의 크기 FQ에 나타나는 불량품의 수)

$$=\frac{\binom{PQ}{X}\binom{Q-PQ}{FQ-X}}{\binom{Q}{FQ}} \tag{1}$$

여기서 $\text{Max}[0,(F+P-1)Q]\le X\le \text{Min}(FQ,PQ)$이고 또한 $E(X/P)=FPQ.$ (2)

그리고 $Var(X/P)=\dfrac{F(1-F)P(1-P)Q^2}{(Q-1)}$ (3)

여기서 P에 대한 조건을 고려하면 다음의 기대값을 얻을 수 있다.

$$E(X)=\int_0^1 E(X/P)g(P)dp=FQE(P). \tag{4}$$

그리고

$$E(X^2)=\int_0^1 E(X^2/P)g(P)dp=\int_0^1\{[E(X/P)]^2+Var(X/P)\}g(P)dp$$

$$=F^2Q^2E(P^2)+\frac{F(1-F)[E(P)-E(P^2)]Q^2}{(Q-1)} \tag{5}$$

결정적수요를 가정하면 재고 수준이 "0"에 도달할 때 재고 주기는 끝나게 되나 그 주기 길이는 각 로트에 포함되는 불량품의 수가 변함에 따라 크게 변하게 된다. 생산 로트의 크기가 Q일때 FQ는 즉시 검사되고 또한 X개의 불량품이 발견되어 버려지기 때문이다. 즉 나머지 (Q-X)개의 제품은 수요를 충족시키는 제품으로 (PQ-X)개의 불량품을 포함하게 된다. 이때 평균 재고주기는 평균 생산주기와 같게된다. 고로 평균 생산주기는 다음과 같다.

$$E(T)=E\left\{\frac{(Q-X)}{D}\right\}=\frac{\{1-FE(P)\}Q}{D} \tag{6}$$

그리고 이 주기에 대한 총 기대 비용은 다음과 같다.

$$E(C)=E\left\{B+VQ+CiFQ+Cr(PQ-X)+\frac{H(1-\frac{A}{M}(Q-X)^2)}{2D}\right\}$$

$$=B+VQ+CiFQ+CrE(P)(1-F)Q+\frac{H(1-\frac{A}{M})Q^2}{2D}\left\{1-2FE(P)+F^2(P^2)+\frac{F(1-F)}{(Q-1)}(E(P)-E(P^2))\right\} \tag{7}$$

재생이론(renewal theory)의 기본 결과를 이용하여 Q와 F의 함수로 된 단위 시간당 총기대 비용은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C(Q,F)=\frac{E(C)}{E(T)}$$

$$=\frac{\frac{BD}{Q}+D[V+CiF+CrE(P)(1-F)]}{1-FE(P)}+\frac{\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})Q(1-2FE(P)+F^2E(P^2))}{1-FE(P)}$$

$$+\frac{\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})F(1-F)\frac{(E(P)-E(P^2))Q}{(Q-1)}}{1-FE(P)}$$

$$=C_1(Q,F)+C_2(Q,F) \qquad (8)$$

여기서 Q와 F값에 접근하도록 최소화하면 바로 이 값은 최적 생산량과 최적 검사비율이 된다.

4. 검사비율의 최적정책

검사비율을 고려한 최적 검사정책은 주어진 Q에 대해 최적 검사비율 F값을 결정하면된다. 생산 로트의 크기가 결정되어 이 분석의 중간 단계에 이르면 생산 로트의 크기는 외부 요인에 따라 변화하여 경제적으로 정당화될 수 있는 크기를 갖게된다. 이때 (8)식으로부터 F에 대해 편미분하여 다음 결과를 얻게된다.

$$\frac{\partial C(Q,F)}{\partial F}=\frac{-\frac{1}{2}E(P)R(Q)F^2+R(Q)F+T(Q)}{(1-FE(P))^2} \qquad (9)$$

여기서

$$R(Q)=\frac{H(1-\frac{A}{M})(QE(P^2)-E(P))Q}{(Q-1)} \qquad (10)$$

그리고

$$T(Q)=D\{VE(P)+Ci-Cr(E(P))^2\}+E(P)\left(\frac{BD}{Q}-H(1-\frac{A}{M})\frac{Q}{2}\right)$$
$$+\frac{\frac{1}{2}H\left(1-\frac{A}{M}\right)(E(P)-E(P^2))Q}{(Q-1)} \qquad (11)$$

고정된 Q=q에 대해 (9)식의 분자값은 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$H(F)=\frac{1}{2}E(P)R(q)F^2+R(q)F+T(q) \qquad (12)$$

그리고

$$G(F)=C(q,F) \qquad (13)$$

$R(q)>0$ 과 $R(q)<0$에 대한 곡선 함수 H(F)의 집합이 그림-1과 그림-2에 도시되어 있다.

이 그림들에서 주목할 점은 각각의 집합들은 $F=\frac{1}{E(P)}>1.$ 의 공통된 대칭축을 갖고 있음을 알아야 한다.

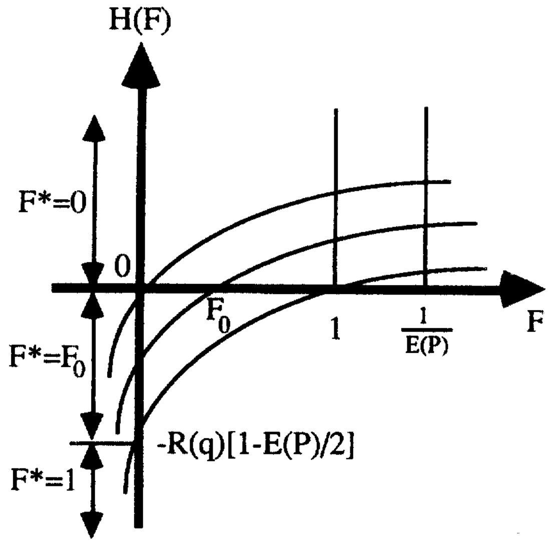

Figure1. Case1 : $R(q)>0$

[사례1] $R(q)>0$ $[qE(p^2)>E(P)]$.

(1) 만약 $T(q)>0$ 이면 $0\le F\le 1$에서 $H(F)>0$ 이고 $\frac{dG(F)}{dF}=\frac{H(F)}{[1-FE(P)]^2}>0$; 즉 G(F)함수는 F의 범위내에서 증가하며 따라서 $F^*=0$이 된다.

(2) 만약 $-R(q)[1-E(P)/2]\le T(q)\le 0$이면 곡선의 방정식 $H(F)=0$은 $F_0\in[0,1]$에서 유일한 해를 갖는다. 고로

$$F_0=\frac{\left[1-\frac{\sqrt{1+2E(P)T(q)}}{R(q)}\right]}{E(P)} \qquad (14)$$

더욱이

$$\frac{d^2G(F)}{dF^2}=\frac{R(q)+2E(P)T(q)}{[1-FE(P)]^3} \qquad (15)$$

고로 $-R(q)[1-E(P)/2]\le T(q)$로 다음 값을 얻게된다.

$R(q)+2E(P)T(q) \geq R(q)+2E(P)$

$$\left\{-R(q)\left[1-\frac{E(P)}{2}\right]\right\}=R(q)[1-E(P)]^2>0,$$

그리고 (15)식으로부터

$$\frac{d^2G(F)}{dF^2}>0.$$

이고 F_0는 (14)식으로부터 얻어지며 최적값이다.

(3) 만약 $T(q)<-R(q)[1-E(P)/2]$이면 $0 \leq F \leq 1$에서 $H(F)<0$이고 $F^*=1$이 된다.

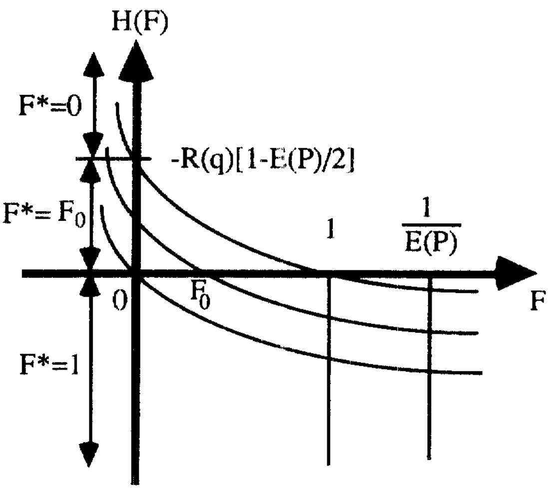

Figure2. Case2 : R(q)〈0

[사례2] $R(q)<0$ $[qE(P^2)<E(P)]$.

(1) 만약 $T(q)<0$ 이면 $0 \leq F \leq 1$에서 $H(F)<0$이고 $\frac{dG(F)}{dF}=\frac{H(F)}{[1-FE(P)]^2}<0$;

즉 G(F)함수는 F의 범위내에서 감소하며 따라서 $F^*=1$된다.

(2) 만약 $0 \leq T(q) \leq -R(q)[1-E(P)/2]$이면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$1-\frac{E(P)}{2}<\frac{1}{2E(P)}$$

이고 $-R(q)>0$. 따라서 $R(q)+2E(P)T(q)<0$;고로 (15)식 으로부터 $[d^2G(F)/dF^2]<0$ 이다.

고로 목적함수 G(F)는 오목 (concave)하고 F=1이나 F=0에서 최소값을 갖는다는 결론을 얻게된다. 즉,

$$F^*=\begin{cases}1, & \text{만약} G(1)<G(0);\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

(3) 만약 $T(q)>-R(q)[1-E(P)/2]$이면 $0 \leq F \leq 1$에서 $H(F)>0$이 되며 $F^*=0$이 된다.

[사례3] $R(q)=0$ $[qE(P^2)=E(P)]$.

이 경우는 다음과 같은 결과를 쉽게 얻게된다.

$$F^*=\begin{cases}1, & \text{만약} T(q)<0;\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

요약하면 주어진 Q=q에 대한 최적 검사비 F*는

$$F^*=\begin{cases}1, & \text{만약 } R(q)\geq 0 \text{이고 } T(q)<-R(q)[1-E(P)/2]; \text{이거나}\\ & \text{만약 } R(q)<0 \text{이고 } T(q)<0; \text{이거나}\\ & \text{만약} R(q)<0 \text{이고 } 0\leq T(q)\leq -R(q)[1-E(P)/2] \text{이고 } G(1)<G(0);\\ \dfrac{\left[1-\sqrt{1+\dfrac{2E(P)T(q)}{R(q)}}\right]}{E(P)} & \text{만약 } R(q)>0 \text{이고 } -R(q)[1-E(P)/2]\leq T(q)\leq 0;\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \quad (16)$$

이러한 결과는 다른 어떤 검사 모델에서 볼수 없는 $0 \leq F^* \leq 1$의 값을 갖게된다는 것을 주목해야 한다. 이러한 상태를 보여주는 한 가지 예를 들어보자.

[예제] D=1000만(단위/년), B=250만원/생산당, H=50만원(단위/년),
V=10만원/단위, C_i=1만원/단위, C_r=22.5만원/단위;
P는 구간 [0,0.2]에서 구형분포를 하고 q=100만 단위이면 불량품에 대한 양품교체가 없는 경우의 EPQ는 다음과 같다.

(11)식에서, $T(q)=-22.81<0$;
(10)식으로부터, $R(q)=62.29$;
고로 $-R(q)[1-E(P)/2]=-56.06<T(q)<0$. 따

라서

$$F^*=[1-\frac{[1-\sqrt{\frac{1+2E(P)T(q)}{R(q)}}]}{E(P)}$$

$$=[1-\frac{[1-\sqrt{\frac{1+2(0.1)(-22.81)}{62.29}}]}{0.1}$$

$=0.3731=37.31(\%)$

이에대한 경제성을 고려하여 보면 다음과 같은 정의를 할수 있다.

$$K\equiv VE(P)+Ci-CrE(P)+Cr[E(P)]^2 \tag{17}$$

라 하면 F*는 K에서 비 감소함수임을 알수 있다. 이 결과는 바로 경제적으로 예상되는 현상으로 단위당 검사비가 낮으면 K는 감소하기 때문에 검사의 비율을 증가시켜 검사를 촉진할 수 있다. 한편 불량율에 대한 높은 벌과금은 K를 또한 감소시키기 때문에 불량품에 대한 위기감을 생산라인에 조성하여 검사를 촉진할 수 있다. 따라서 검사비율이 크면 불량품으로 인한 손실을 방지할 수 있으나 K의 감소폭은 그다지 크지않다. 이 결과로부터 검사되지 않은 불량품에 대한 일정한 벌과금은 불량품을 제거하거나 불량 원인을 제거할 수 있는 동기를 부여함으로 K의 감소폭을 더욱더 극소화 할 수 있음을 알 수 있다.

5. 경제적 생산량의 최적 정책

앞의 결과에서 보는 바와 같이 최적 검사정책은 Q와 F에 대한 최적화임을 명확하게 알 수 있다. (16)식으로부터 Q와 F의 최적값을 구하기 위해 수리적 접근방법을 이용하도록 한다. Q=q로 주어졌을때 (16)식에 주어진 F를 최적화하여 그에따른 목적함수 C(q,F*)를 계산할 수 있다. 그 다음 q를 변환시켜 F의 최저값에 따른 Q의 최적값을 구할 수 있다. 우선 초기점을 반복하여 구하면 Q_0=EPQ가 된다. 최적값 Q와 F에 대한 분석적인 결정방법은 (8)식의 목적함수 C(Q, F)의 식에서 편미분하여 구할수 있다. 이 식을 단순화하여 개략 계산값을 구할수도 있다. 먼저 Q가 클때 다음과 같이 놓을 수도 있다.

$$\frac{Q}{Q-1}\approx 1$$

따라서 $Q/(Q-1)\approx 1$의 비를 $C_2(Q,F)$로부터 완전하게 고정된 결정 변수 Q의 값으로 놓으면 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial C(Q,F)}{\partial Q}=\frac{\partial C_2(Q,F)}{\partial Q}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})E[(1-PF)^2]-\frac{BD}{Q^2}}{1-FE(P)} \tag{18}$$

고로 주어진 F값에 대해

$$Q^*(F)=\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-P)^2]}} \tag{19}$$

또한 $0\le F\le 1$ 구간내에서 최적 생산량 Q*의 값은 다음 결과로 얻을 수 있다.

$$\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}}\le Q^*\le\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-P)^2]}} \tag{20}$$

그래서 최적 생산량 Q*는 결코 전통적인 EPQ값보다 적지 않으며 (1−P)의 2차적률에 의존하는 일정한 EPQ값보다 작게된다. 더욱이

$$G(F)=C\{Q^*(F),F\}$$

$$=\frac{\sqrt{2BD(1-\frac{A}{M})}\sqrt{E(1-FP)^2]}+D[V+CiF+CrE(P)(1-F)]}{1-FE(P)}$$

$$+\frac{\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})F(1-F)[E(P)-E(P^2)]}{1-FE(P)} \tag{21}$$

그러면

$$G'(F)=\frac{dG(F)}{dF}$$

$$=\frac{\sqrt{2BDH(1-\frac{A}{M})}Var(P)F-L\sqrt{E([(1-FP)^2])}}{[1-FE(P)]^2\sqrt{E[(1-FP)^2]}}$$

$$+\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})[\frac{1-E(P^2)}{E(P)}] \tag{22}$$

여기서

$$L=-D\{VE(P)+Ci-CrE(P)+Cr[E(P)^2\}+\frac{1}{2}H$$

$$(1-\frac{A}{M})[1-E(P)]\left[1-\frac{E(P^2)}{E(P)}\right] \quad (23)$$

따라서 다음 결과를 얻을 수 있다.

(Ⅰ) 만약 $L<0$이면 (21)식으로부터, $0\leq F\leq 1$에 대해 $F^*=0$,

(Ⅱ) 만약 $L\geq 0$이면 (21)식으로부터, $G'(F)$는 F 구간내에서 증가함수가 됨을 볼수 있다.

더욱이

$$G'(0)=-L+\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})\left[1-\frac{E(P^2)}{E(P)}\right] \quad (24)$$

그리고

$$G'(1)=\frac{\sqrt{2BDH(1-\frac{A}{M})Var(P)}-L\sqrt{E[(1-P)^2]}}{[1-E(P)]^2\sqrt{E[(1-P)^2]}}$$

$$+\frac{1}{2}H(1-\frac{A}{M})\left[1-\frac{E(P^2)}{E(P)}\right] \quad (25)$$

따라서 이 때문에 다음 결과를 얻을 수 있다.

(i) 만약 $G'(0)>0, 0\leq F\leq 1$ 에서 $F^*=0$;

(ii) 만약 $G'(0)<0, \leq F\leq 1$ 에서 $F^*=1$;

(iii) 만약 $G'(0)\leq 0\leq G'(1)$, 이면 유일하게 $F_0\in[0, 1]$에 존재하고 이것은 $G'(F_0)=0$이므로 $G'(F)$는 연속적이고 단조함수이다. 더욱이 $G'(F)$는 $F=F_0$에서 싸인(sign)변화를 하고 $F>F_0$일때 $G'(F)>0$이고 $F<F_0$일때 $G'(F)<0$이 되기 때문에 F_0는 필연적으로 최소점이 된다. (Ⅰ)과 (Ⅱ)를 종합하면 개략적인 최적치 F^*와 Q^*의 결정은 다음과 같다[10].

만약 $G'(0)<0$이면, $F^*=0$이고

$$Q^*=\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}};$$

만약 $G'(0)\leq 0\leq G'(1)$이면, $F^*=F_0$이고

$$Q^*=\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-F_0P)^2]}}$$

만약 $G'(1)<0$이면, $F^*=1$이고

$$Q^*=\sqrt{\frac{2BD}{H(1-\frac{A}{M})}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-P^2)]}}$$

여기서 F_0는 $G'(F)=0$인 방정식의 해가 된다. 단; $G'(F)$는 (22)식에서 주어지고 $G'(0)$과 $G'(1)$는 (24)식과 (25) 식에 각각 주어진다.

6. 불량품의 발생에 대한 양품의 대체 모델

검사되지 않은 불량품이 재고품에서 발생할 때를 가정해 보면 검사에서 양품이 발생할때까지 불량품을 양품으로 교체하여야 한다. 이 교체 작업은 재고 시스템에서 행해지며 생산시스템에서는 재고 검사에서 발견된 불량품을 양품으로 교체하거나 불량품에 대한 벌과금을 지불해야 한다고 가정하자. 이러한 가정하에서는 재고 시스템이 불량품으로 인한 수요를 충족시키지 못한다. 또한 재고시스템은 불량품으로 인해 발생하는 불편함과 처리비 그리고 신용 하락에 대한 벌과금을 지불해야 하나 이에 대한 한계비용은 불량품을 양품으로 교체하지 않는 경우보다는 적은 비용이 들어야만 할 것이다.

이러한 조건 하에서 본 논문은 검사 되지 않은 불량품에 벌과금을 부과하는 경우의 모델은 이미 앞절에서 분석하였고 이 절에서는 다음 단계로 불량품의 발생에 대한 양품의 대체 모델을 검토 하고자 한다. 이 경우 생산 주기는 재고 주기와 서로 독립이 된다.

따라서 기대 생산 주기는 검사 정책에 영향을 미치지 않으며 기대 재고주기 $[Q-QE(P)]/D$와 같게된다. 때문에 모든 불량품은 검사나 사용자에 의해 필연적으로 발견되게 될 것이다. $Q(1-FP)$의 재고 수준을 갖는 재고 주기의 출발은 이 때문에 생산로트가 도착 하자마자 곧 검사가 행해지고 불량품은 즉시 양품으로 교체 되어야 한다. 따라서 평균 재고수준은 불량품이 바로 이 재고주기내에서 즉시 양품으로 교체될 때에만 유지가 가능하게 된다. 이때의 재고 고갈에 대한 효율은 $D(1-FP)/(1-F)$가 되며 양품의 교체가 재고주기의 말에서 발생하면 이때의 재고 고갈은 D가 된다. 그러나 재고

주기는 그림-3에서 보는 바와 같이 Q(1-FP)에 도달할 때 끝나게 된다.

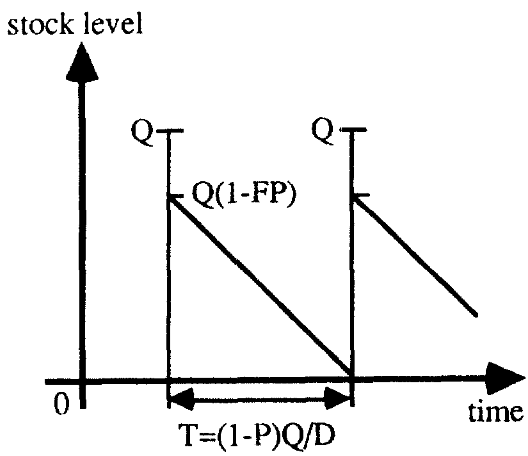

Figure3. A model with immediate Replacement(EOQ)

같은 방법으로 EPQ모델에서 생각해 보면 그림-4에서 보는 바와 같이 불량품을 즉시 양품으로 교체하는 경우 주어진 불량율 P에 대한

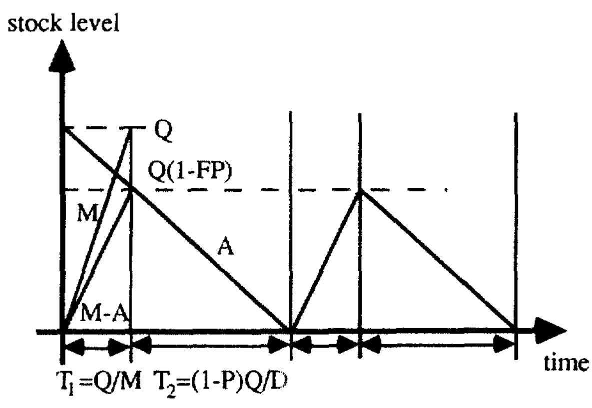

Figure4. A Model with immediate Replacement(EPQ)

평균 재고량을 고려한 주기당 재고 유지비는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}H\left(1-\frac{A}{M}\right)Q(1-FP)(1-P)\frac{Q}{D}=\frac{1}{2}H\left(1-\frac{A}{M}\right)(1-FP)(1-P)\frac{Q^2}{D} \quad (26)$$

그리고 여기서

$$C(Q,F)=\frac{E(C)}{E(T)}=\frac{\frac{BD}{Q}+VD+CiDF+CrDE(P)(1-F)}{1-E(P)}+\frac{\frac{1}{2}H\left(1-\frac{A}{M}\right)Q\{1-E(P)-F[E(P)-E(P^2)]\}}{1-E(P)} \quad (27)$$

그러나

$$\frac{\partial^2 C(Q,F)}{\partial Q^2}=\frac{2BD}{Q^3}\,\frac{1}{1-E(P)}>0,$$

$$\frac{\partial^2 C(Q,F)}{\partial Q\partial F}=\frac{\frac{1}{2}H\left(1-\frac{A}{M}\right)[E(P)-E(P^2)]}{1-E(P)}<0,$$

그리고

$$\frac{\partial^2 C(Q,F)}{\partial F^2}=0.$$

고로(Q,F)에 대한 Hassian matrix는 어떠한 경우에도 Q>0과 $0\le F\le 1$에서 음수의 값을 갖게된다.

따라서 반응점 (Q,F)는 안정점(saddle point)이고 최소점은 F=0이거나 F=1의 주변에서 얻게된다. 또한 C(Q,F)는 F=0과 F=1일때 각각 다음과 같이 (26)식에 의해 최소화 되는 Q의 값을 결정할 수 있게 된다[11].

$$Q_0=\sqrt{\frac{2BD}{H\left(1-\frac{A}{M}\right)}}\sqrt{\frac{1}{1-E(P)}},$$

$$Q_1=\sqrt{\frac{2BD}{H\left(1-\frac{A}{M}\right)}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-P)^2]}}>Q_0.$$

고로 $(0,Q_0)$와 $(1,Q_1)$은 최적해에 대한 2개의 지원점이 된다.

문제는 목적함수의 값이 이 두점에서 비교되는 것으로 집약할 수 있다.
만약,

$$D[Ci-CrE(P)] \geq \sqrt{2BDH\left(1-\frac{A}{M}\right)}\left[\sqrt{1-E(P)}-\sqrt{E[(1-P)^2]}\right]$$ 이면

$(F^*,Q^*)=(0,Q_0)$,

만약,

$$D[Ci-CrE(P)] < \sqrt{2BDH\left(1-\frac{A}{M}\right)}\left[\sqrt{1-E(P)}-\sqrt{E[(1-P)^2]}\right]$$ 이면

$(F^*,Q^*)=(1,Q_1)$.

위의 결과는 F^*가 0이나 1의 값을 갖는 검사되지 않은 불량품에 벌과금을 지불 하도록한 모델과는 전혀 다르다. 즉 이 모델은 목적 함수 $C(Q,F)$의 각 결정 변수들이 F범위 내에서 선형적 증가 변화를 초래하며 또한 최적 생산 로트의 크기는 항상 EOQ에서 보다 크게 될 것이다. 이점은 검사로트내에서 모든 불량품이 버려지거나 교체되는 것을 관찰함으로 설명할 수 있다. 따라서 이 모델의 적용 효과는 제품의 수요가 적은 EPQ의 결정에 적합하며 불량품이 없는 경우에 최적로트의 크기는 EOQ이기 때문에 EPQ는 더 큰 값을 갖게 된다.

7. 결 론

최적 검사비율(F^*)은 단위당 검사비(Ci)에 따라 감소하며 검사 되지않은 불량품에 대한 단위당 벌과금(Cr)에 따라 증가함을 알수 있었다. 또한 EPQ모델에서 최적 검사비율(F^*)은 검사에서 발견된 불량품에 단위당 벌과금을 부과하는 경우 $0 \leq F^* \leq 1$범위내에 값을 갖게 되며 특히 $R(q)>0$이고
$-R(q)[1-E(P)/2] \leq T(q) \leq 0$인 경우,

$$F^*=\frac{1-\sqrt{\dfrac{1+2E(P)T(q)}{R(q)}}}{E(P)}$$

가 됨을 명확하게 입증하게 되었다. 이는 바로 불량율을 갖는 EPQ모델의 최적 검사정책이 된다. 또한 검사에서 발견된 불량품을 양품으로 교체하는 경우 EPQ모델에서 경제적 생산량(Q)은 검사비율(F)와의 결합분포함수 $C(Q,F)=E(C)/E(T)$로부터 최적 경제적생산량(Q^*)과 최적 검사비율(F^*)을 구할 수 있으며 그 값은

$$D[Ci-CrE(P)] \geq \sqrt{2BDH\left(1-\frac{A}{M}\right)}\left[\sqrt{1-E(P)}-\sqrt{E[(1-P)^2]}\right]$$

일때 $(F^*,Q^*)=(0,Q_0)$. 단;

$$Q_0=\sqrt{\frac{2BD}{H\left(1-\frac{A}{M}\right)}}\sqrt{\frac{1}{1-E(P)}}.$$

$$D[Ci-CrE(P)] < \sqrt{2BDH\left(1-\frac{A}{M}\right)}\left[\sqrt{1-E(P)}-\sqrt{E[(1-P)^2]}\right]$$

일때 $(F^*,Q^*)=(1,Q_1)$. 단;

$$Q_1=\sqrt{\frac{2BD}{H\left(1-\frac{A}{M}\right)}}\sqrt{\frac{1}{E[(1-P)^2]}}.$$

이 됨을 명확하게 입증하게 되었다. 이는 바로 불량품을 갖는 EPQ모델의 최적 검사 정책이 된다. 이 결과로 나타난 현상은 경제적 비용이 고려된 불량품을 갖는 EPQ모델에서 이들 최적치 F^*와 Q^*의 결정에서 가장 중요한 변수는 불량율 P의 제1차와 제2차의 적률(moments)임을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Britney, R.R.(1972),"Optimal Screening Plans for Nonserial Production Systems,"*Management Science*, Vol.18,pp.550 – 559.
2. Gerchak, Y., Vickson, R.G. and Parlar, M.(1988), "Periodic Review Production Models with Variable Yield,"*IIE Transactions*, Vol.20, No.2,pp.231 – 236.
3. Goyal, S.K.(1978), "Economic Batch Quantity in a Multi-stage Production System," *International Journal of Production Research* 273.
4. Lee,H.L. and Rosenblatt, M.J.(1985), "Optimal Inspection and Ordering Policies for Products with Imperfect Quality,"*IIE Transactions*, Vol.17, pp.284 – 289.
5. Lindsay, G.F. and Bishop, A.B.(1969), "Allocation of Screening Inspection Effort : A Dynamic Programming Apprroach," *Management Science*, Vol.10,pp.342 – 352.
6. Menipaz, E.(1978), "A Taxonomy of Economically Based Quality Control Procedures,"*International Journal of Production Research*, Vol.16,pp. 153 – 167.
7. Peters, M.H., Schneider, H. and Tang, K.(1987), "Joint Determination of Optimal Inventory and Quality Control Policy," *Presente at TIMS/ORSA Meeting*, New Orleans, May 1987.
8. Shih, W.(1980), "Optimal Inventory Policies when Stockouts Result from Defective Products," *International Journal of Production Research*, Vol.18,pp.677 – 686.
9. Silver, E.A.(1976), "Establishing the Order Quantity when the Amount Received is Uncertain," *INFOR*, Vol.14,pp.32 – 39.
10. Szendrovits, A.Z.(1975), "Manufacturing Cycle Time Determination for a Multi-Stage Economic Production Quantity Models," *Management Science*, Vol.22,pp.298 – 308.
11. Yum, B.J. and Mcdowel, E.D.(1981), "The Optimal Allocation of Inspection Effort in a Class of Nonserial Prodution System," *AIIE Transactions*, Vol.13,pp.285 – 293.