

다구찌의 損失函數를 이용한 工程能力指數의 最適化에 관한 研究

Optimization of Process Capability Index by Loss Function of Taguchi

具 本 徹*
宋 端 日**

Abstract

In industries, the capability indices C_p and C_{pk} can be used to provide measures of process potential capability and performance, respectively.

The new approach advocated by Taguchi in quality control overcomes some problems in other approaches preventive management activities. Taguchi introduces the emphasis on loss function to improve quality of products on the side of customer. The proceeding concept of capability indices is not rational for the measurement of quality if the process mean is not equal to target value. The Taguchi approach is said to be more reasonable than the others in quality evaluation because of his loss function.

However, the capability indices C_{pm}^+ and C_{pm} using Taguchi's loss function only consider, acceptance cost for deviation from target value withinspecification limits. In other words, they do not include rejection cost for nonconformings that are failed to fall on the specification limits.

* 동아대학교 대학원 산업공학과

** 동아대학교 산업공학과 교수

1. 序 論

대부분의 生産現場에서는 工程能力의 評價方法으로서 工程能力指數를 C_p 또는 C_{pk} 로써 사용하고 있기 때문에 性能特性值가 目標値에 얼마나 접근하고 있는가를 알 수 없으며, 단지 品質散布만으로서 工程能力을 評價하기 때문에 소비자 損失測度(費用)로서는 評價하기가 매우 어렵다.

損失로 定義된 品質을 品質損失이라 부르고, 品質損失을 확대단위로 계량화함으로써 品質概念을 客觀化하였고, 目標値(target value)를 도입하여 生産者에게 社會的損失을 고려하게 하여 “규격내의 製品”이 아닌 “目標値에 접근한 製品”을 生産하게 함으로써 品質向上에 계속 努力하게 할 수 있고, 費用節減面에서 훨씬 效果的이라는 것이다.

전통적인 工程能力은 자연공차라 하여 6σ 를 사용하고 있는데 工程平均은 고려하지 않고, 散布만을 고려하기 때문에 目標値와 工程平均이 일치하지 않을 때에는 많은 문제점을 가지고 있다. kane은 工程能力評價의 5가지 척도인 C_p , C_{pu} , C_{pl} , k , C_{pk} 에 대해서 定義하였으며, Chan은 C_{pm} 에 대해 工程能力을 評價하지만 費用的인 면에 대해서는 考慮하고 있지 않다. 이에 다루지는 目標値로부터 벗어남에 따라 근사적 2次損失函數를 사용할 것을 권장하고 있으며, 또한 Boiles는 이러한 다루지의 2次損失函數를 사용하여 工程能力을 評價하고, Choi는 2次損失函數를 사용하여 工程平均이 目標値에서 벗어남에 따라 加重値를 부과하지만 규격내에서 合格된 費用損失만이 考慮되고 있다.

따라서 本 研究에서는 다루지의 損失函數를 이용하여 不良으로 판정된 製品은 수리 또는 폐기하는데 소요되는 不合格損失과 規格의 範圍안에 있어 合格判定이 되었으나 目標値와의 偏差에 의해 발생하는 損失인 合格損失을 함께 고려하여 工程能力을 評價하고, 새로운 工程能力指數를 決

定하는 方法을 提示하고, 수치실험을 하여 傳統적인 工程能力의 문제점을 改善하고 보다 效率적인 工程能力指數를 새로운 方法에 의해 設定하고자 한다.

2. 工程能力指數의 考察

2.1. 傳統적인 6σ 에 의한 工程能力指數

品質特性分布의 6σ 를 推定하여 이것을 工程能力으로 定하는 方法으로서 規格의 폭 T와 6σ 로 표시된 工程能力과의 比를 工程能力의 評價尺度로서 工程能力指數(Process Capability Index)라 하고, C_p 로 표시하며, 式(1)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} C_p &= \text{工程의 許容限界} / \text{工程의 實際散布(工程能力)} \\ &= T / 6\sigma \\ &= (USL - LSL) / 6\sigma \\ \hat{C}_p &= (USL - LSL) / 6s \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

또한, 性能特性值에 대한 分布의 期待値가 양쪽 규격의 중앙에 위치하지 않고 한쪽으로 치우쳐 있는 경우에 치우침도를 고려한 工程能力指數를 C_{pk} 로 표시하여 사용된다. 즉, 규격의 중심치를 M, 치우침도를 k로 표시하면 C_{pk} 는 式(2)와 같다.

$$\begin{aligned} C_{pk} &= (1-k)C_p \quad (0 < k < 1) \\ C_{pk} &= 0, \quad (k > 1) \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

단, $k = |M - \mu| / (T/2) = |(USL + LSL) - 2\mu| / (USL - LSL)$ 이다.

만일 $k=0$ 으로 치우침이 없으면 $C_{pk}=C_p$ 가 된다. $k=1$ 인 경우는 치우침이 너무 커서 보통은 발생하지 않는다.

2.2. 品質測度와 損失函數

일반적으로 品質評價는 不良品의 수량이 총수량의 比率로 表示되며, 이것을 不良率이라 한다. 이를 品質의 測度로서 사용하지만 이 品質測度는 종종 불완전하고 실수를 초래한다. 製品이 許容規格內에 들어가면 모두 동일하게 만족하고 규격에서 벗어나면 동일하게 불량으로 처리한다. 그러나 실제로는 製品이 許容規格內에 들어가더라도 모두 같은 정도의 만족도를 갖는 것이 아니고 性能特性値가 얼마나 目標値에 가까이 가느냐에 따라 다르다. 즉, 製品의 特性은 目標値에서 벗어남에 따라 누진적으로 나빠진다는 것이다. 消費者는 규격에 맞느냐 맞지 않느냐로 製品을 선택하지 않으며, 가능한 선택범위내에서 가장 높은 적합도를 갖는 製品을 선택한다.

이에 따라 보다 적극적인 豫防中心의 管理活動에 중점을 다구찌는 變動을 계속적으로 작게 함으로써 損失費用을 줄이고, 공정능력을 계속적으로 向上시킬 수 있다고 생각하여 공정내 變動을 적게 하기 위한 방법으로서 최적 測定間隔, 최적 관리한계 등을 제시한다. 이 방법은 품질향상을 위한 조정비용의 최소화에 주력하여 손실비용을 줄인다. 또한 다구찌는 工程管理費用의 적절한 안배에 의해 工程能力의 向上을 기할 수 있으며, 특히 測定間隔이 좁아질 때 효과적이고, 지속적으로 變動을 줄일 수 있다. 그리고 品質管理의 目標을 設定하기 위해서 수행도평가의 기준으로 損失函數와 工程能力指數를 사용하였다.

3. 損失函數와 工程能力指數

3.1. 損失函數를 이용한 工程能力指數

다구찌는 목표치로부터 變動의 감소에 의한 品質改善의 접근방법으로 2次損失函數 $L(y)$ 를 가정하였으며, Chan, Cheng과 Spiring은 式(3)과 같이 공정능력지수를 정의하였다.

$$C_{pm} = \frac{(USL - LSL)}{6\sigma'} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma' = \sqrt{E(y-T)^2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

여기서 모집단의 모수 σ' 은 미지이므로 그 추정량은

$$\hat{\sigma}' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - T)^2}{n-1}}$$

으로 된다. 결과적으로 工程能力指數의 推定値은 式(4)와 같다.

$$\hat{C}_{pm} = \frac{(USL - LSL)}{6\hat{\sigma}'} \quad \dots\dots\dots(4)$$

여기서 $\sigma'^2 = E\{(y-\mu)^2 + (\mu - |USL - LSL|)^2\}$ 이고, $\sigma^2 = E(y-\mu)^2$ 이므로 工程能力指數 C_{pm} 은 式(5)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$C_{pm} = \frac{|USL - LSL|}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$USL - T \neq T - LSL$ 에 대한 새로운 C_{pm} 은 式(6)과 같다.

$$C_{pm}^* = \min\left(\frac{T - LSL}{3\sigma}, \frac{USL - T}{3\sigma}\right) \quad \dots\dots\dots(6)$$

C_{pm} 은 工程平均이 目標値에 일치하지 않을 경우에 사용할 수 있다. 만일 $\mu = T$ 이면 C_{pm} 은 C_p 와 동일하게 된다.

Boiles는 다구찌의 2次損失函數를 이용하여 공정능력지수를 式(7)과 같이 나타내었다.

$$C_{pm}^* = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(L)}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

여기서 $E(L)$ 은 式(8)과 같은 2次損失函數의 期待値로서

$$L(y, T) = \begin{cases} k_1(y-T)^2, & y < T \\ k_2(y-T)^2, & y > T \end{cases}$$

가 되며, 따라서 E(L)은

$$E(L) = \sigma^2 [(1 + \xi^2) \{k_1(1 - \Phi(\xi)) + k_2\Phi(\xi)\} - (k_1 - k_2)\xi \phi(\xi)] \dots\dots\dots(8)$$

와 같이 나타낸다. 여기서 $\xi = (\mu - T) / \sigma$ 이고, $k_1 = (\beta_2 / \beta_1) k_0$, $k_2 = (\beta_1 / \beta_2) k_0$, $\beta_1 = (T - LSL) / (USL - LSL)$, $\beta_2 = (USI - T) / (USI - LSL)$, $k_0 = \max(\beta_1 / \beta_2)$, $(\beta_2 / \beta_1) / 2(\beta_1^2 + \beta_2^2)$ 며, k_1 과 k_2 는 비례상수이고 k_0 는 k_1 과 k_2 의 기하평균($k_0 = \sqrt{k_1 k_2}$)이다. β_1 은 목표치가 하한규격에 치우침의 비율이고, β_2 는 상한규격에 치우침의 비율이며, $\Phi(\cdot)$ 와 $\phi(\cdot)$ 은 표준정규분포의 分布函數와 密度函數이다. 만일 $\beta_1 = \beta_2 = 1/2$, $E(L) = \beta^2$ 으로, 대칭인 경우에는 Cpm^+ 는 Cpm 과 동일하고, k_0 가 결정되면 $\mu = T$ 일 때 $Cpm = Cp$ 가 된다.

Choi는 Boiles의 Cpm^+ 를 기초로 하여 Cpn 을 식(9)와 같이 제시하였다.

$$Cpn = \min(CPNL, CPNU)$$

$$CPNL = \frac{\mu - LSL}{3\tau}, \quad CPNU = \frac{USL - \mu}{3\tau} \dots\dots\dots(9)$$

여기서 $\tau^2 = \sigma^2 + (\mu - T)^2$ 이며, 만일 $CPNL < 0$ 혹은 $CPNU < 0$ 이면, $Cpn = 0$ 으로 정의한다. 또한 치우침도 k 를 사용하면 식(10)과 같이 나타낸다.

$$Cpn = Cpm(1 - k) \dots\dots\dots(10)$$

여기서 Cpk 와 마찬가지로 $k < 1$ 이면 $Cpn = 0$ 이다.

따라서 損失函數를 이용한 Cpn 을 식(11)과 같이 나타낸다.

$$Cpn = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(L)}} \dots\dots\dots(11)$$

여기서의 E(L)은 加重損失函數의 期待値로서

$$L(y, T) = w(\mu)(y - T)^2 \dots\dots\dots(12)$$

와 같이 표시되고, 만일 $k < 1$ 이면 $w(\mu) = (1 - k)^2$ 이고, $k > 1$ 이면 $w(\mu) = \infty$ 이다.

이와같이 損失函數에서 가중치를 제외하고는 Cpn 과 Cpm^+ 는 동일하다.

Boiles와 Choi는 다구제와 마찬가지로 性能特性値가 규격내에 한해서 목표치로부터의 편차를 고려하지만 규격을 벗어났을 경우에 대해서는 언급이 없다. 또한 性能特性値가 규격의 範圍에서 벗어나 不良品이 되었을 경우에는 2次損失函數를 적용하면 現實的으로 모순점을 안게 된다.

따라서 Fig. 1과 같이 性能特性値가 규격의 範圍에서 벗어났을 때에는 再作業費用, 폐기비용이 발생하여 損失函數는 2次函數가 되지 않고, 거의 일양적으로 1次函數로 되어진다. 따라서 Fig. 1에서와 같이 期待不合格損失 ER에 의해서 규격의 範圍가 변해야 하며, 또 工程能力도 변하게 되므로 不合格損失 自體를 現實的으로 감안하여 工程能力을 評價하는 것이 보다 더 合理的인 方法이 될 것이다.

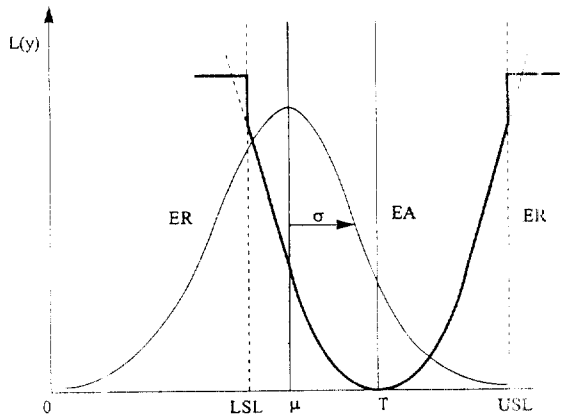


Fig. 1 Rejection Loss and Acceptance Loss

3.2. 損失函數를 이용한 工程能力指數의 最適化

다구찌는 品質을 製品이 출하되어 사용되어질 때 性能特性値의 변동으로 인하여 社會에 끼치는 有形, 無形의 總損失이라고 정의하고, 性能特性値가 목표치와 일치할 때는 損失이 發生하지 않으며, 목표치로부터 멀어짐에 따라 손실이 크게 발생한다는 가정에서 2次式으로 근사화한 損失函數 L(y)를 式(13)과 같이 提案하고 있다.

性能特性値를 y, 목표치를 T라고 놓으면

$$L(y) = k(y-T)^2 \dots\dots\dots(13)$$

가 된다. 이 때 k는 性能特性値의 許容限界를 T ± Δ라 하고, 性能特性値 y가 이러한 許容限界를 벗어날 때 消費者가 製品을 수리하거나 폐기하는 데 必要되는 損失을 A원이라 하면

$$A = k\Delta^2$$

$$k = A/\Delta^2$$

로 나타내었다. 式(13)을 期待損失로 표현하면 式(14)와 같이 된다.

$$L = E\{L(y)\}$$

$$= E\{k(y-T)^2\}$$

$$= k\{\sigma^2 + (\mu-T)^2\} \dots\dots\dots(14)$$

期待損失의 표현은 화폐단위로서 工程能力을 나타내는 것으로 製造工程의 管理意思決定에 중요한 자료가 되어진다. 다구찌는 공정능력지수 Cp의 정의에 있어서 σ에 대한 期待損失의 대응으로서 그 중요성을 명백히 하였다. 그리고 μ=T의 제한적인 가정을 없애고, 工程能力指數에 대한 一般的인 定義와 解析의 問題를 統計的 推定方法으로 분리고려하여 平均과 散布를 同時에 감안할 수 있다는 점으로 管理의 目標設定值로서 광범위

하게 수용할 수 있도록 하였다.

따라서 다구찌의 品質에 대한 정의와 損失函數를 이용하여 다음과 같은 두 비용을 쉽게 구할 수 있다.

- (1) 규격의 범위에서 벗어나 불량으로 판정된 製品을 수리 또는 폐기하는 데 必要되는 不合格損失
- (2) 規格의 範圍안에 있어 合格으로 判定이 되었으나 목표치와의 偏差에 의해 發生하는 合格損失

이러한 두 損失의 합으로 總損失을 구해 工程能力指數를 決定할 수 있다.

性能特性値 y의 목표치 T, 許容差(-δ, δ), 性能特性値가 양쪽규격상에 있을 때의 損失을 A라 하고, y와 T와의 편차가 표준정규분포를 한다고 가정하자. 이때 性能特性値 y가 규격 T±δ를 벗어났을 때의 平均損失을 r이라 하고, 性能特性値와 目標値와의 偏差가 또한 正規分布를 한다고 하면 式(13)은 式(15)와 같이 쓸 수 있다.

$$L(y) = k\delta^2, \quad \delta = y-T \dots\dots\dots(15)$$

그리고 期待合格損失(Expected Acceptance Loss : EA)은 式(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$EA = \int_{-\delta}^{\delta} ky^2f(y)dy \dots\dots\dots(16)$$

여기서 f(y)는 y의 確率密度函數이다. 또한 期待不合格損失(Expected Rejection Loss : ER)은 式(17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$ER = rP(rej)$$

$$r\left(1 - \int_{-\delta}^{\delta} f(y)dy\right) \dots\dots\dots(17)$$

여기서 P(rej)는 性能特性値 y가 許容差의 범위 밖에 있을 확률이다. 따라서 性能特性値의 總則

待損失(Expected Total Loss)은 식(18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$ET = EA + ER \dots\dots\dots(18)$$

합격된 製品이라 할지라도 그 性能特性值가 목표치와 일치하지 않을 때에는 消費者의 불만족 등으로 인한 損失이 발생하고, 불합격된 製品은 재작업비용 및 폐기처분 비용으로 費用函數를 구성하여 工程能力指數의 模型을 設定할 수 있다. 여기서 새로운 工程能力指數를 Cpt라 부르고, 식(19)와 같이 정의한다.

$$Cpt = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(L)}} \dots\dots\dots(19)$$

3.3. 模型設定

(1) 양쪽규격이 주어진 경우

새로운 工程能力指數 Cpt의 정의에 대한 損失函數 ET는 식(20)과 같이 쓸 수 있다.

$$ET = \int_{-\delta}^{\delta} TL(y)f(y)dy \\ = \int_{-\delta}^{LSL} rf(y)dy + \int_{LSL}^{USL} L(y)f(y)dy \\ + \int_{USL}^{\delta} rf(y)dy \dots\dots\dots(20)$$

式(20)을 유도하기 위하여 다음과 같이 標準正規密度函數(φ)와 標準正規累積分布函數(Φ)를 사용한다.

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 y^2}$$

$$\Phi = \int_{-\infty}^y \phi(y)dy$$

y는 평균 μ와 표준편차 σ인 性能特性值가 正規

分布인 것을 나타내며

$\xi = \frac{T - \mu}{\sigma}$, $Z = \frac{y - \mu}{\sigma}$ 라 두고 式(20)의 두번째항인 기대합격손실 EA는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$EA = \int_{LSL}^{USL} L(y)f(y)dy \\ = \int_{\frac{\mu - LSL}{\sigma}}^{\frac{USL - \mu}{\sigma}} L(y) \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) dy$$

여기서 $\frac{\mu - LSL}{\sigma} = t_1$, $\frac{USL - \mu}{\sigma} = t_2$ 로 두고 정리해보면 다음과 같다.

$$EA = k\sigma^2 \left[\int_{t_1}^{t_2} z^2 \phi(z) dz + 2\xi \int_{t_1}^{t_2} z \phi(z) dz - \xi^2 \int_{t_1}^{t_2} \phi(z) dz \right]$$

따라서 위 적분식을 풀어 보면 식(21)과 같이 정리할 수 있다.

$$EA = k\sigma^2 [(1 + \xi^2) \{\Phi(t_2) - \Phi(t_1)\} + t_1 \phi(t_1) - t_2 \phi(t_2) + 2\xi \{\phi(t_2) - \phi(t_1)\}] \dots\dots\dots(21)$$

또한 式(20)의 첫번째항, 셋째항의 기대불합격손실 ER은 식(22)와 같이 유도할 수 있다.

$$ER = \int_{-\infty}^{LSL} rf(y)dy + \int_{USL}^{\infty} rf(y)dy \\ = \int_{-\infty}^{t_1} r\phi(z)dy + \int_{t_2}^{\infty} r\phi(z)dz \\ = r[\Phi(t_1) + \{1 - \Phi(t_2)\}] \dots\dots\dots(22)$$

따라서 分布가 對稱인 경우의 總期待損失을 ET₀라 하고, 식(23)과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$ET_0 = EA + ER$$

$$= k\sigma^2[(1+\xi^2)\{\Phi(t_2) - \Phi(t_1)\} + t_1\phi(t_1) + t_2\phi(t_2) + 2\xi\{\phi(t_2) - \phi(t_1)\}] + r[\Phi(t_1) + \{1 - \Phi(t_2)\}] \dots\dots\dots(27)$$

이에 따라 分布가 對稱인 境遇의 工程能力指數를 Cpt0라 하고, 이는 식(24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Cpt0 = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{ET_0}} \dots\dots\dots(24)$$

만일 工程平均이 목표치에 일치하면 $\xi=0$ 이므로 ETC는 식(25)와 같이 환원될 수 있다.

$$ET_0 = k\sigma^2[\{\Phi(t_2) - \Phi(t_1)\} + t_1\phi(t_1) - t_2\phi(t_2)] + r[\Phi(t_1) + \{1 - \Phi(t_2)\}] \dots\dots\dots(25)$$

또한 비대칭인 경우에는 EA 函數의 k를 k₁, k₂로 분리하여 보면

$$EA = \sigma^2 \left[k_1 \int_{t_1}^{\xi} (z - \xi)^2 \phi(z) dz + k_2 \int_{\xi}^{t_2} (z - \xi)^2 \phi(z) dz \right]$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 정리해 보면 식(26)과 같다.

$$EA = \sigma^2 \{ k_1 [(1 + \xi^2) (\Phi(\xi) - \Phi(t_1)) + t_1 \phi(t_1) - \xi \phi(\xi) + 2\xi (\phi(\xi) - \phi(t_1))] + k_2 [(1 + \xi^2) (\Phi(t_2) - \Phi(\xi)) + \xi \phi(\xi) - t_2 \phi(t_2) + 2\xi (\phi(t_2) - \phi(\xi))] \} \dots\dots\dots(26)$$

따라서 비대칭인 경우의 총기대손실을 ET₁이라 하고, 식(27)과 같이 정리 할 수 있다.

$$ET_1 = \sigma^2 \{ k_1 [(1 + \xi^2) (\Phi(\xi) - \Phi(t_1)) + (t_1 - 2\xi) \phi(t_1) + \xi \phi(\xi)] + k_2 [(1 + \xi^2) (\Phi(t_2) - \Phi(\xi)) + (2\xi - t_2) \phi(t_2) + \xi \phi(\xi)] \} + r[\Phi(t_1)]$$

이에 따라 分布가 非對稱인 경우의 工程能力指數를 Cpt1이라 하고, 이는 식(28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Cpt1 = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{ET_1}} \dots\dots\dots(28)$$

(2) 한쪽규격이 주어진 경우

규격이 한쪽만 주어지는 경우는 망목특성의 양쪽규격중에서 상한 혹은 하한만 주어지거나, 망대특성과 같이 클수록 좋은 경우에 하한규격만 주어지거나, 망소특성과 같이 작을수록 좋은 경우에 상한규격만 주어지는 경우에 적용할 수 있다.

(가) 상한규격만 주어진 경우

總期待損失函數 ET는 식(29)와 같이 표현할 수 있으며, 이의 유도식은 식(30)과 같다.

$$ET = \int_{-\infty}^{\infty} TL(y) f(y) dy = \int_{LSL}^{USL} L(y) f(y) dy + \int_{USL}^{\infty} r f(y) dy \dots\dots\dots(29)$$

$$ET = EA + ER = k\sigma^2 \{ (1 + \xi^2) \phi(t_2) - t_2 \phi(t_2) + 2\xi \phi(t_2) \} + r [1 - \Phi(t_2)] \dots\dots\dots(30)$$

따라서 式(30)의 총기대손실 ET를 사용하여 상한규격이 주어지는 경우의 工程能力指數 Cpt는 식(31)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Cpt = \frac{USL - T}{3\sqrt{ET}} \dots\dots\dots(31)$$

(나) 하한규격만 주어진 경우

하한규격이 주어진 경우의 總期待損失 ET는 식

(32)와 같으며, 이의 유도식은 식(33)과 같이 정리된다.

$$ET = \int_{-\infty}^{\infty} TL(y)f(y)dy$$

$$= \int_{-\infty}^{LSL} rf(y)dy + \int_{LSL}^{\infty} L(y)f(y)dy \quad (32)$$

$$ET = EA + ER$$

$$= k\sigma^2[(1+\xi^2)\{1-\Phi(t_1)\} + t_1\phi(t_1) - 2\xi\phi(t_1)] + r\Phi(t_1) \quad (33)$$

따라서 식(33)의 총기대손실 ET를 사용하여 상한규격이 주어지는 경우의 工程能力指數 Cpt는 식(34)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Cpt = \frac{T - LSL}{3\sqrt{ET}} \quad (34)$$

3.4. 分析 및 評價

工程能力은 일종의 品質에 대한 情報이므로 이것을 合理的으로 利用하기 위해서 經濟的인 工程能力指數를 設定하여야 한다. 이에 提示된 工程能力指數 Cpt의 타당성을 보이기 위하여 수치예를 통하여 分布가 對稱인 경우의 工程能力指數 Cpt0와 非對稱인 경우의 공정능력지수 Cpt1에 대해서 기존의 공정능력지수와 비교하였다. Choi의 수치예로서 Cpt의 遂行程度를 검토해 보면 Cpt는 目標值로부터 工程變動의 測度와 工程收率 뿐만 아니라 工程平均의 위치에 민감하다는 것을 알 수 있으며, 工程의 散布 σ가 고정이고, 工程平均 μ의 變化에 따라 기존의 工程能力指數와 比較分析을 하여보면 Table-1과, 같고 이를 검토해 보면 다음과 같다.

Table-1 Values for Various Capability Indices
Index Values as Function of μ when LSL=T-11.97σ, USL=T+3.99σ for Fixed σ

μ	Cp	Cp*	Cpk	Cpk*	C _{pm}	C _{pm} *	C _{pm+}	C _{pn}	C _{pt0}	C _{pt1}
T-11.970σ	2.660	1.330	.000	.000	.221	.111	.248	.000	.170	.220
T-11.571σ	2.660	1.330	.133	.000	.229	.115	.256	.011	.166	.234
T-11.172σ	2.660	1.330	.266	.000	.237	.119	.265	.024	.164	.249
T-10.773σ	2.660	1.330	.399	.000	.246	.123	.275	.037	.165	.264
T-10.374σ	2.660	1.330	.532	.000	.255	.128	.285	.051	.168	.279
T- 9.975σ	2.660	1.330	.665	.000	.265	.133	.297	.066	.173	.294
T- 9.576σ	2.660	1.330	.798	.000	.276	.138	.309	.083	.179	.308
T- 9.177σ	2.660	1.330	.931	.000	.288	.144	.322	.101	.186	.322
T- 8.778σ	2.660	1.330	1.064	.000	.301	.151	.337	.120	.194	.336
T- 8.379σ	2.660	1.330	1.197	.000	.315	.158	.352	.142	.203	.350
T- 7.980σ	2.660	1.330	1.330	.000	.331	.165	.370	.165	.214	.370
T- 7.581σ	2.660	1.330	1.463	.000	.348	.174	.389	.191	.225	.389
T- 7.182σ	2.660	1.330	1.596	.000	.367	.183	.410	.220	.237	.410
T- 6.783σ	2.660	1.330	1.729	.000	.388	.194	.434	.252	.250	.434
T- 6.384σ	2.660	1.330	1.862	.000	.412	.206	.460	.288	.266	.460
T- 5.985σ	2.660	1.330	1.995	.000	.438	.219	.490	.329	.283	.490
T- 5.586σ	2.660	1.330	2.128	.000	.469	.234	.524	.375	.303	.524

다구찌의 손실함수를 이용한 공정능력지수의 최적화에 관한 연구 구분절의

T- 5.187σ	2.660	1.330	2.261	.000	.504	.252	.563	.428	.325	.563
T- 4.788σ	2.660	1.330	2.394	.000	.544	.272	.608	.489	.351	.608
T- 4.389σ	2.660	1.330	2.527	.000	.591	.295	.661	.561	.381	.661
T- 3.990σ	2.660	1.330	2.660	.000	.647	.323	.723	.647	.417	.723
T- 3.591σ	2.660	1.330	2.527	.133	.714	.357	.798	.678	.461	.798
T- 3.192σ	2.660	1.330	2.394	.266	.795	.398	.889	.716	.513	.889
T- 2.793σ	2.660	1.330	2.261	.399	.897	.448	.002	.762	.579	1.002
T- 2.394σ	2.660	1.330	2.128	.532	1.025	.513	1.145	.820	.662	1.145
T- 1.995σ	2.660	1.330	1.995	.665	1.192	.596	1.326	.894	.769	1.326
T- 1.596σ	2.660	1.330	1.862	.798	1.412	.706	1.548	.989	.912	1.548
T- 1.197σ	2.660	1.330	1.729	.931	1.705	.853	1.772	1.109	1.101	1.772
T- .798σ	2.660	1.330	1.596	1.064	2.079	1.040	1.857	1.248	1.342	1.857
T- .399σ	2.660	1.330	1.463	1.197	2.471	1.235	1.667	1.359	1.595	1.667
T- .000σ	2.660	1.330	1.330	1.330	2.660	1.330	1.330	1.330	1.715	1.330
T+ .399σ	2.660	1.330	1.197	1.197	2.471	1.235	1.026	1.112	1.588	1.025
T+ .798σ	2.660	1.330	1.064	1.064	2.079	1.040	.801	.832	1.325	.799
T+ 1.197σ	2.660	1.330	.931	.931	1.705	.853	.641	.597	.066	.638
T+ 1.596σ	2.660	1.330	.798	.798	1.412	.706	.528	.424	.853	.523
T+ 1.995σ	2.660	1.330	.665	.665	1.192	.596	.444	.298	.680	.437
T+ 2.394σ	2.660	1.330	.532	.532	1.025	.513	.382	.205	.542	.372
T+ 2.793σ	2.660	1.330	.399	.399	.897	.448	.334	.135	.434	.321
T+ 3.192σ	2.660	1.330	.266	.266	.795	.398	.296	.080	.353	.282
T+ 3.591σ	2.660	1.330	.133	.133	.714	.357	.266	.036	.295	.252
T+ 3.990σ	2.660	1.330	.000	.000	.647	.323	.241	.000	.256	.230

(1) 공정능력지수 Cp와 Cp*의 값은 工程平均의 變動에 관계없이 一定하다. 즉, 공정의 散布만이 반영되고, 목표치에서 工程平均의 차이에 대해서는 전혀 考慮되지 않는 것이다.

(2) Cpk는 Cp와 Cp*보다는 공정평균의 위치를 반영하고 있지만 공정의 목표치가 아닌 중앙치 M에서 최대값을 갖는다. 또한 Cpk*는 목표치에서 최대값을 갖지만 공정평균이 規格限界의 중앙치 보다 작으면 工程능력이 過少評價되고 있다.

(3) Cpm과 Cpm*는 Cp, Cp*, Cpk와 Cpk*의 단점을 극복하는 것처럼 보이지만 공정능력지수 값이 상한규격한계(즉, 공정의 불량률이 50%)일 때와 중앙치 M일 때와 똑같이 된다. 이것은 공정평균의 위치를 고려하지 않고 단지 목표치만을 基準으로 한 左右對稱의 형이다. 또한 이의 최대값이 2.660으로 공정능력을 過大評價하고 있다.

(4) Cpm'는 전술한 다른 지수들 보다는 合理的이다. 그러나 양쪽규격한계의 값을 對稱평가하는 傾向이다. 이것은 不合格費用을 고려치 않고 단지 규격내에서의 2차함수 損失費用만을 考慮하였기 때문이다.

(5) Cpn은 Cpm'보다는 양쪽규격한계의 공정능력지수가 아주 적은 0으로 된다. 또한 이것은 불합격비용의 α를 10이상으로 부한하게 크게 해 볼 때는 Cpn이 Cpt1과 일치하므로 規格限界상의 공정능력을 너무 과소평가한다는 것을 알 수 있다.

(6) 새로운 공정능력지수 Cpt는 규격내의 工程遂行뿐 아니라 工程能力全體를 반영하므로 가장 合理的인 공정능력지수이다. 이의 Cpt0는 목표치를 基準으로 性能特性值의 分布가 左右對稱인 경우 이므로 목표치일 때 최대값을 갖고, 규격한계쪽으로 갈수록 작아진다. 또한 Cpt1은 左右非對稱인

경우로서 α 의 값을 변화하여 보면 工程平均이 目標値에서 가까운 $T=0.798\sigma$ 일 때 최대값을 가지며, 목표치에 있어서 C_{pt1} 의 값이 1.330으로서 C_{pm}^+ 와 C_{pn} 과 一致한다. 이와같이 제시된 새로운 공정능력지수 C_{pt} 는 工程平均이 목표치와의 차이와 工程變動을 考慮하고 있음을 수치예를 통하여 알 수 있다. 규격에서 벗어났을 때의 不合格損失이 규격내의 2차손실보다 작게 되면(α 의 값이 1보다 작은 경우) 양쪽규격상에서의 공정능력지수가 상승을 하게 되고, 반대로 不合格損失이 性能限界일 때 규격내의 합격손실보다 크게 되면 양쪽규격상에서 공정능력지수는 작아진다. 일반적으로 不合格損失이 性能限界일 때 合格損失보다 크므로 不合格損失에 적합한 工程能力指數를 選擇할 수 있는 것이다.

4. 結 論

生産現場에 있어서의 工程能力의 評價方法으로서 工程能力指數 C_p 또는 C_{pk} 를 使用하여 評價하고 있지만 다구찌에 의해 創案된 새로운 品質管理技法에 있어서 기존의 방법에 대한 문제점을 제시하고 있다. 기존의 방법에는 工程의 安定이

라는 目的下에 관리도나 샘플링검사를 통해 製品이 規格내에 있으면 무조건 合格이라는 受動的인 管理活動이지만 다구찌는 이러한 舊態依然한 管理方式에서 벗어나 보다 적극적인 豫防管理活動에 중점을 두고 있다. C_p 또는 C_{pk} 로서는 性能特性值가 얼마나 目標値에 가까이 있는지 알 수 없으며, 단지 品質散布만으로서 工程能力을 評價하기 때문에 消費者損失에 대해서는 評價하기가 매우 어렵다.

既存의 工程能力에 대한 概念은 非合理的이며, 工程平均이 目標値에 一致할 때는 品質評價의 測度로서 使用이 가능하지만 다구찌의 損失函數는 이를 具體的으로 반영하고 있으며, 現實的인 品質評價의 方法으로서 보다 合理的이다. 따라서 다구찌의 損失函數를 利用하여 工程能力을 評價한 C_{pm}^+ 와 C_{pn} 는 規格의 양쪽에서 각각 너무 過大評價하거나 過少評價를 하고 있다. 이것은 단지 規格내에 合格했을 때 目標値로부터 偏差에 의한 近사적 2次損失만을 고려하고, 규격에서 벗어났을 때에 대해서는 고려치 않았기 때문이다. 그러므로 本 研究에서는 이와같이 規格에서 벗어났을 때 不合格손실 r 을 감안하므로써 C_{pm}^+ 와 C_{pn} 사이의 적정치인 工程能力指數를 選擇할 수 있다고 생각된다.

참고문헌

- 1) 류문찬(1989), "공정평균의 목표치가 주어진 경우 규격한계의 경제적 선정", 대한산업공학회지, Vol. 15, No. 2, pp. 57-64.
- 2) Phadke, M. S.(1989), "Quality Engineering Using Robust Design", Prentice-Hall International, pp.1-12.
- 3) Chan, L. K., Xiong, Z. and Zhang, D.(1990), "On the Asymptotic Distributions of Some Process Capability Indices", Commun., Statist., Theory Meth., Vol. 19, No. 1, pp. 11-18.
- 4) Boiles, R. A.(1991), "The Taguchi Capability Index", Journal of Quality Technology, Vol. 23, No.1, pp. 17-26.
5. Choi, B. C., Owen, D. B.(1990), "A Study of a New Process Capability Index", Commun. Statist. Theory Meth., Vol. 19, No.4, pp. 1231-1245.
6. Cheng, S. W., Spiring, F. A.(1989). "Assessing Process Capability : A Basian Approach", IIE Transactions, Vol. 21, No. 1, pp. 97-98.
7. Chou, Y. M., Owen, D. B.(1989), "On the Distributions of the Estimated Process Capability Indices" :, Commun., Statist., Theory Meth., Vol. 18, No. 12, pp. 4549- 4560.
8. Kane, V. E.(1986), "Process Capability Indices", Journal of Quality Technology, Vol. 18, No. 1, pp. 41-52.