

4각 리브로된 표면조도에 의한 유체유동 및  
열전달 증진에 관한 연구

A Study on the Enhanced Heat Transfer and Fluid Flow Induced by  
Square-Ribbed Surface Roughness

이        충        구\*  
C.        G.        Lee

Key Words : 4각 리브(Square Rib), 표면조도(Surface Roughness), 동심원관(Concentric annulus), 인공조도(Artificial Roughness), 마찰계수(Friction Factor)

ABSTRACT

Theoretical Study is performed on heat transfer and fluid flow induced by square-ribbed roughness elements in a concentric annulus. The fluid properties were assumed to be constant, and the radius( $r_m$ ) of the maximum speed point was found by using the principle of equation of Leung and Labib.

The Nusselt number and friction factor as a function of the Reynolds number( $R_e = 10^4, 5 \times 10^4, 7 \times 10^4, 10^5$ ) in artificial roughness  $S/\epsilon = 5, 10, 20, 30$ ,  $P/\epsilon = 2, 5, 8$  and prandtl number = 0.72 have been discussed.

In this study, it has been found that the Nusselt number and friction factor of rough wall are larger than those of smooth ones.

기 호 설 명

a	: 열확산계수	k	: 열전도도
$C_p$	: 정압비열	$N_u$	: Nusselt 수
$D_e$	: 수력직경 [ $= 2(r_2 - r_1)$ ]	P	: 조도의 피치
f	: 마찰계수	$P_r$	: Prandtl 수
h	: 대류 열전달계수	q	: 열 유속
		r	: 반경
		$r^+$	: 무차원 반경

$R_e$	: Reynolds 수
$S$	: 2중 동심원관 사이의 거리
$T$	: 온도
$T^*$	: 무차원 온도
$U$	: X방향 속도
$U^*$	: 무차원 X방향 속도 [ $u/u_c$ ]
$u_c$	: 전단속도
$V$	: Y방향 속도
$Y$	: 수정 벽 길이 [식(7)]
$Y^*$	: 무차원 수정벽 길이 [ $YU_c/v$ ]
$\alpha$	: 반경비 [ $r_2/r_1$ ]
$\epsilon$	: 4각 리브의 높이
$\epsilon$	: 와 확산계수
$\mu$	: 절대 점성계수
$\nu$	: 동 점성계수
$\rho$	: 밀도
$\sigma$	: 와 확산계수비
$\tau$	: 전단응력

(상첨자)

— : 시간평균

(하첨자)

1	: 2중 동심원관의 내관
2	: 2중 동심원관의 외관
b	: 평균
H	: 열
M	: 운동량
m	: 최대속도 지점
r	: 거친벽
S	: 매끄러운 벽
t	: 난류
W	: 벽
X	: 국소

## 1. 서 론

열전달 표면에 조성되어 있는 규칙적인 돌기는 열전달면을 지나는 유체내의 유동을 활발하게 함으로써 열전달을 증진시키는 것으로 알려져 있다. 그러나 이와 같은 규칙적인 돌기는 유

체유동내의 압력손실을 야기시키므로 실제의 열교환기에 도입될 경우 별도의 송풍기 동력이 추가되어야 한다. 따라서 열전달을 촉진시키기 위하여 규칙적인 돌기를 열전달 표면에 조성할 때는 열교환기의 특성과 돌기에 의한 열전달 능력의 향상, 송풍기 동력을 전반적으로 고려하여 최적조건을 예측하는 것이 중요하다.

표면조도에 의한 난류모델에 대하여 Schlichting<sup>(1)</sup>, Allan<sup>(2)</sup>, Halls<sup>(3)</sup>, 및 Musker and Lewkowicz<sup>(4)</sup> 등에 의하여 몇가지 연구가 행하여 졌으나 이 모델들은 표면조도 요소들의 특성을 나타낼 수 있는 함수가 미리 알려져 있어야 비로서 예측이 가능하였다.

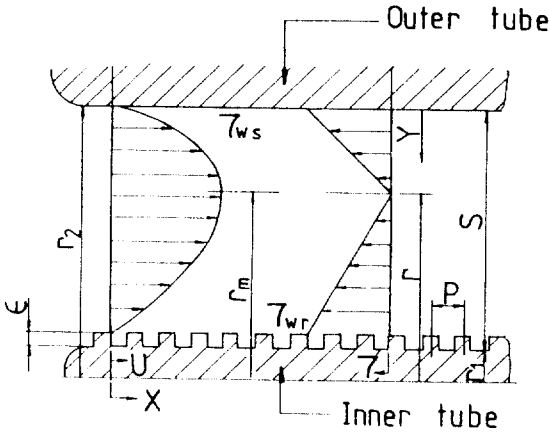
본 연구에서는 내관과 외관 사이에 유체가 흐르면서 내관에서 부터 열을 회수해 가는 2중 동심원관 열교환기에서 내관에서의 유체에 의한 열전달을 증진시키기 위하여 내관에 규칙적인 사각돌기가 설치된 경우, 즉 주어진 조도요소(4각리브)에 의하여 발생하는 2중 동심원관 내의 비대칭 유동에 대한 매끄러운 면과 거친면에 대하여 마찰계수 및 열전달율을 해석적인 방법으로 구하여 비교·검토하였다.

## 2. 이론해석

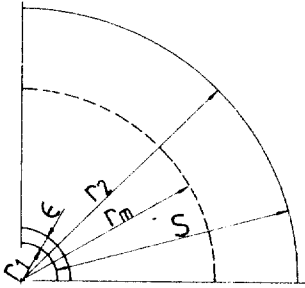
### 2.1 가정

본 연구에 사용된 모델은 Fig.1에 나타냈으며, 모델에 대한 구체적인 설명 및 가정은 다음과 같다.

- (1) 이중 동심원관의 바깥벽면은 매끈하며 내벽면의 표면에는 규칙적인 사각돌기가 형성되어 있다.
- (2) 이중 동심원관 사이의 유체유동은 X방향이며 유체의 속도 및 온도는 잘 발달된 난류 유동이다.
- (3) 최대 속도값의 위치는 유체의 전단력이 0 인점의 위치와 일치한다.
- (4) 표면 거칠기의 효과는 단지 속도분포에만 국부적으로 영향을 미친다.
- (5) 이중 동심원관의 내벽면은 일정 열유속  $q_1$  조건이며 외벽은 단열되어 있다.



(a)



(b)

Fig.1 Geometric Model and Coordinate System

2.2 속도 및 온도분포

속도 및 온도분포를 얻기 위하여 Bossinesq<sup>(5)</sup>의 와확산계수(eddy diffusivity,  $\epsilon$ ) 개념과 난류 Prandtl 수 개념을 사용하였다. 이중 동심원관 내의 완전히 발달된 난류유동에 대한 운동량 방정식과 에너지 방정식은 다음과 같이 간략히 나타낼 수 있다.

$$\frac{\tau}{\rho} = (v + \epsilon_M) \frac{du}{dr} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{q}{C_p} = - (a + \epsilon_H) \frac{dT}{dr} \dots\dots\dots (2)$$

식(1)에서 속도분포를 구하면 이 속도분포로부터 벽면에서의 마찰계수를 구할 수 있는데 그 과정은 다음과 같다. 전단력  $\tau$ 의 분포는 전단력이 이중 원관 내의 압력과 평형을 이루고 있다는 조건하에서  $r$ 의 함수이며 운동량에 대한 와확산계수(eddy diffusivity)  $\epsilon_M$ 은 Reichardt<sup>(6)</sup>가 제시한 속도분포의 함수로 대입할 수 있다. 따라서 식(1)은 속도분포를  $r$ 의 함수로 구할 수 있으며 이 속도분포로부터 마찰계수를 구하여 낼 수 있다.

또한 식(2)에서  $a$ 는 열확산계수이며, 이 식으로부터 벽면에서의 열전달계수를 구할 수 있는데 그 과정은 식(1)로부터 마찰계수를 구하는 과정과 유사하다. 즉 열유속  $q$ 의 분포는 전단력의 분포를 구하는 방법과 마찬가지로 에너지 평형으로부터  $r$ 의 함수로 나타낼 수 있으며 난류 Prandtl 수가 1이라는 가정으로 부터  $P_r = \epsilon_H / \epsilon_M = 1$ 가 되므로 에너지에 대한 와확산계수  $\epsilon_H$ 은 운동량에 대한 와확산계수  $\epsilon_M$ 과 같은 값이 된다. 그러므로 완전히 발달된 난류유동에 있어서 위치  $r$  지점에서 전단응력은 압력강화와 힘의 평형에 의하여 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau(r) = \tau_2 \times \left[ \frac{r_2}{r} \right] \left[ \frac{r_m^2 - r^2}{r_2^2 - r_m^2} \right] \dots\dots\dots (3)$$

식(3)에서  $\tau_2$ 는 이중 동심원관 중 외관에서의 전단력이며  $r_2$ 는 외관까지의 반경이다. 또한  $r_m$ 은 최대 속도의 지점 또는 전단력이 0이되는 반경을 나타낸다.

이중 동심원관의 중심에서 최대 속도인 지점까지의 거리  $r_m$ 은 사각리브가 내벽에 있는 경우에는 속도분포로부터 구하여지지 않는다. 따라서 본 연구에서는 Kays and Leung<sup>(7)</sup>의 매끄러운 표면을 갖는 이중 원관에 대해 제시한 식과 Labib<sup>(8)</sup>의 한면이 사각리브가 있는 두 평판 사이의 실험으로부터 얻은 경험식을 결합하여 다음과 같은 식으로 유도할 수 있다.

$$r_m = \frac{\alpha \cdot r_1 [0.299 \cdot Re^{0.066} \cdot (S/\epsilon)^{-0.061} (P/\epsilon)^{0.201}]}{1 - 1/G + 1/G [0.299 \cdot Re^{0.066} (S/\epsilon)^{-0.061} (P/\epsilon)^{0.201}]} \dots\dots\dots (4)$$

위 식에서  $\alpha$ 는 반경비  $r_2/r_1$ 이며 P는 사각리브 조도의 피치이다. 또한 S는 이중 동심 원관의 내관과 외관 사이의 거리이고,  $\epsilon$ 는 사각리브의 높이를 나타낸다.

여기서

$$G = \frac{1 + (\alpha)^{1-n}}{1 + (1/\alpha)^n}, n = 0.343$$

$$R_c = \frac{\rho u_b D_c}{\mu}$$

이다.

이때 두 평판중 한면에 사각리브가 있는 경우에 대한 실험식과 거칠기가 없는 이중 동심 원관의 경우에 대하여 유도된 식을 결합하여 구한  $r_m$ 에 대한 결과를 한면이 규칙적인 사각돌기가 있는 이중 동심원관에 적용한 이유는 다음과 같다. 반경비  $\alpha = 1$ 일 때는 Labib<sup>(8)</sup>의 경우인 한쪽 면에 4각돌기가 있는 평행 평판에 해당하고, 4각리브의 조도높이 = 0인 경우는 돌기가 없는 2중 동심원관의 경우인 kays and Leung<sup>(7)</sup>의 식에 해당하므로 두 극한의 중간 경우에 해당하는 본 연구에서는 이 두 연구의 결과로 부터 구한 것이 물리적으로 가능하여  $r_m$  이용하였다.

운동량에 대한 와확산계수  $\epsilon_M$ 은 사각리브가 한면에 형성되어 있는 이중 동심원관에 대한  $\epsilon_M$ 의 값이 알려져 있지 않다. 따라서  $r_m$ 의 경우처럼 본 연구의 경우와 가장 근사한 경우인 이중 동심원관에 대하여 구하여진 속도분포를 대입하여 유도된 와확산계수를 이용하여야 하며 와확산계수를 구하는 과정은 아래와 같다. 식(1)은 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\frac{\epsilon_M}{v} = \frac{\tau(r)}{\frac{du^+}{dr^+}} - 1 \dots\dots\dots (5)$$

위 식에서 속도분포  $u^+(r)$ 은 Reichardt<sup>(6)</sup>가 거칠기가 없는 이중 동심원관에 대하여 제시한 아래와 같은 식을 이용한다.

$$u^+(r) = \frac{1}{K} \ln(1 + KY^+) + 7.8 [1 - \exp(-\frac{Y^+}{11}) - \frac{Y^+}{11} \exp(-\frac{1}{3} Y^+)] \dots\dots\dots (6)$$

여기서 K는 Von Karman's 상수 (K=0.4)이며, Y는

$$Y = \frac{r_2^2 - r_m^2}{r_2} - \left[ \left[ \frac{r_2^2 - r_m^2}{r_2} \right]^2 - r_2^2 - r^2 + 2r_m^2 \ln \left[ \frac{r_2}{r} \right] \right]^{0.5} \dots\dots\dots (7)$$

이다. 여기서  $U^+(=u/u_c)$ 는 무차원 속도이며,  $Y^+ (=Yu_c/v)$ 는 무차원 벽면거리이다.

식(6)을  $r$ 에 대해 미분하면 아래와 같은 식으로 유도된다.

$$\frac{du^+}{dr^+} = \phi_1(Y^+) \cdot \phi_2(r^+) \dots\dots\dots (8)$$

여기서

$$\phi_1(Y^+) = \frac{1}{1 + 0.4 Y^+} + \frac{7.8}{11} [\exp(-\frac{Y^+}{11}) - \exp(-0.33Y^+) + 0.33Y^+ + \exp(-0.33Y^+)]$$

$$\phi_2(r^+) = - \frac{\left[ \frac{r^{+2} - r_m^{+2}}{r_2^+} \right]}{\left[ \left[ \frac{r_2^{+2} - r_m^{+2}}{r_2^+} \right]^2 - r_2^{+2} r^{+2} + 2r_m^{+2} \ln \left[ \frac{r_2^+}{r^+} \right] \right]^{0.5}}$$

이다. 식(8)을 이용하여 식(5)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\epsilon_M}{v} = \frac{\tau(r)}{\{\phi_1(Y^+) \cdot \phi_2(r^+)\}} - 1 \dots\dots\dots (9)$$

이와 같이 구하여진 식(3)의  $\tau(r)$ 과 식(9)의  $\epsilon_M/v$ 을 식(1)에 대입하면 속도분포와 평균 속도인  $u_b$ 를 구할 수 있으며 이로부터 마찰계수를 구할 수 있다.

내벽면에서의 열전달량을 나타내는 Nu는 열전달계수 h로부터 구할 수 있으며 열전달 계수 h는 이중원관 내의 평균 온도인  $T_b$ 를 구함으로써 얻어질 수 있다. 평균 온도  $T_b$ 는 무차원온도  $T^+$

에서 구할 수 있는데 식(1)과 식(2)로부터 무차원 온도  $T^+$ 는 다음과 같이 나타내진다.

$$\frac{q}{q_1} = \left[ \frac{1}{Pr} + \sigma(r) \frac{\epsilon_M}{v} \right] \frac{dT^+}{dr^+} \times \frac{\tau/\tau_2}{(1 + \epsilon_M/v) \frac{du^+}{dr^+}} \dots\dots\dots (10)$$

여기서 와확산계수비  $\sigma(r) = \epsilon_H/\epsilon_M$ 의 값은 공기의 경우 층류 저층영역에서 1.4로부터 천이 구역(buffer layer region) 밖에서 1로 감소한다. 본 연구에서는 단순화하기 위하여 와확산계수비를 1로 가정하였다. 식(10)을 풀기 위하여 임의 체적 내의 열유속 입력을 에너지 평형으로부터 다음과 같다.

$$q = q_1 \frac{r_1}{r} \left[ \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2} \right] \dots\dots\dots (11)$$

여기서  $q_1$ 은 내벽면의 열유속이고 외벽면은 단열되었다고 가정한다. 따라서 임의 점사 체적에서 열의 흐름은 내벽면으로부터 전달되어 점사체적의 외벽면 방향으로 빠져 나간다. 따라서 식(10)에  $\epsilon_M/v$ 는 식(9),  $\tau/\tau_2$ 는 식(3),  $du^+/dr^+$ 는 식(8),  $q$ 는 식(11)을 대입하고  $r^+$ 에 대해 적분하면 무차원 온도분포  $T^+$ 를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$T^+ = \int_{r_1^+}^{r^+} \frac{q^+(r^+) \cdot dr^+}{\left[ \frac{1}{Pr} + \sigma(r^+) \left[ \frac{\tau^+(r^+)}{\phi_1(Y^+) \cdot \phi_2(r^+)} \right] - 1 \right]} \dots\dots\dots (12)$$

### 2.3 마찰계수

난류유동에서 발생하는 마찰손실은 유체와 접촉하는 고체표면 영역과 단위체적내의 유체의 운동에너지에 비례하므로 마찰계수  $f$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$f = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho u_b^2} = \frac{2}{u_b^+} \dots\dots\dots (13)$$

여기서  $u_b^+ = u_b/u_\tau$  이며  $u_\tau (= \sqrt{\tau/\rho})$ 는 전단

속도이다.

무차원 평균속도(bulk velocity)  $u_b^+$ 는

$$u_b^+ = \frac{2 \int_{r_1^+}^{r_2^+} u^+ r^+ dr^+}{(r_2^{+2} - r_1^{+2})} \dots\dots\dots (14)$$

로 나타낼 수 있다.

### 2-4 Nusselt 수와 Reynolds 수

국부 열전달계수  $h$ 와 Nusselt 수는 다음과 같이 정의 된다.

$$h = \frac{q_1}{(T_1 - T_b)} \dots\dots\dots (15)$$

여기서  $T_1$ 은 내관의 벽면 온도로서 일정한 값이다. Nusselt 수는

$$N_u = \frac{2(r_2 - r_1) h}{k} \dots\dots\dots (16)$$

이다.

그러므로 2중 동심원관에 대한 Nusselt 수는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$N_u = \frac{2(r_1^+ (\alpha - 1) Pr}{(T_b^+)} \dots\dots\dots (17)$$

위 식에서 평균온도(bulk temperature)는 무차원 변수로 다음과 같다.

$$(T_b^+) = \frac{\int_{r_1^+}^{r_2^+} T^+ u^+ r^+ dr^+}{\int_{r_1^+}^{r_2^+} u^+ r^+ dr^+} \dots\dots\dots (18)$$

또한 Reynolds 수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Re = \frac{4 \int_{r_1^+}^{r_2^+} u^+ r^+ dr^+}{r_1^+ (\alpha + 1)} \dots\dots\dots (19)$$

### 3. 결과 및 고찰

#### 3-1. 마찰계수와 Reynolds 수의 관계

Fig.2는 식(13)에 의해 계산된 마찰계수와 Reynolds 수와의 관계를 나타낸 것이다.  $\alpha = r_2/r_1 = 1.5$ ,  $P_r = 0.72$ ,  $S/\epsilon = 5$  이고,  $P/\epsilon$  이 2, 5 및 8일 때의 결과이다. 본 연구에서 Reynolds 수가  $10^4$ ,  $4 \times 10^4$ ,  $10^5$ 로 증가함에 따라  $P/\epsilon = 8$ 에 대하여 마찰계수는  $10^{-3}$ ,  $7 \times 10^{-4}$ ,  $6 \times 10^{-4}$ 로 줄어든다. 또한 pitch  $P$ 와 사각돌기의 높이  $\epsilon$ 의 비인  $P/\epsilon$ 의 값이 커짐에 따라 Reynolds 수에 관계없이 동일하게 증가한다.  $P/\epsilon$ 이 커짐에 따라, 즉 사각돌기의 간격인 pitch의 값이 돌기의 높이인  $\epsilon$ 의 값에 비해 커짐에 따라 저항계수가 증가하는

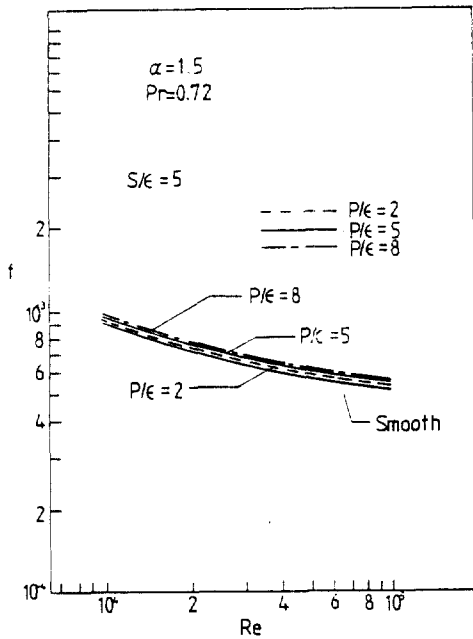


Fig.2 Effect of Reynolds number on friction factors for various  $P/\epsilon$

이유는 난류의 강도가 더욱 커짐에 따라 마찰계수가 증가하기 때문이다.

#### 3-2. Nusselt 수와 Reynolds 수와의 관계

Nusselt 수는 열전달량을 나타내는 무차원 수로서 식(17)에 의해 계산한 결과를 Fig.3 및 Fig.

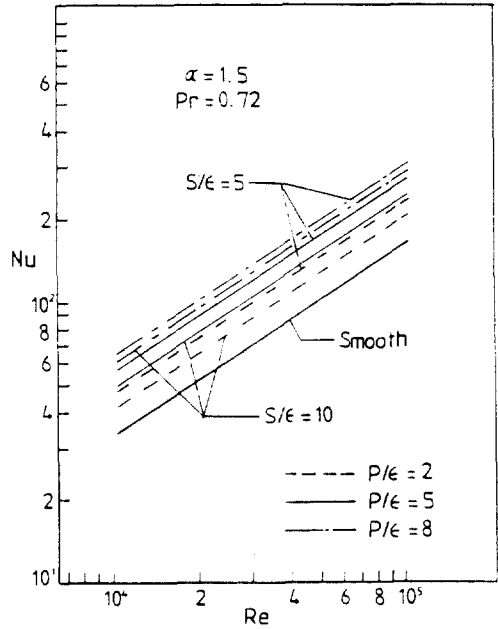


Fig.3 Effect of Reynolds number on Nu for various  $P/\epsilon$  ( $S/\epsilon = 5$  and  $10$ )

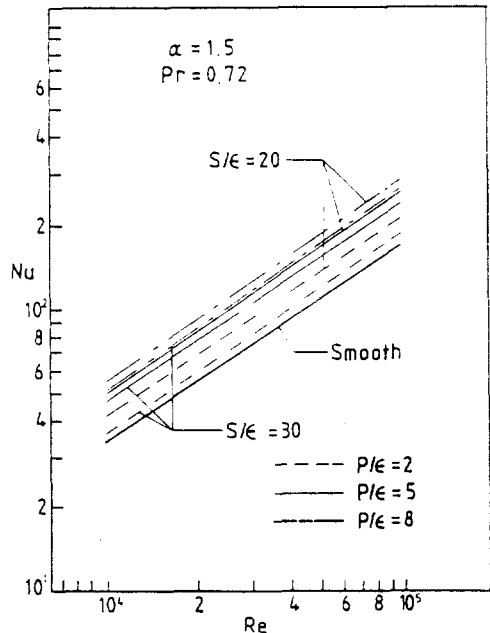


Fig.4 Effect of Reynolds number on Nu for various  $P/\epsilon$  ( $S/\epsilon = 20$  and  $30$ )

4에 나타내었다.  $\alpha = 1.5$ ,  $P_r = 0.72$ ,  $P/\epsilon$ 이 2, 5 및 8인 경우에 대한 Reynolds 수와 Nusselt 수

와의 관계를 보여주고 있다. 즉 Fig.3에는  $S/\epsilon$ 이 5와 10, Fig.4에는  $S/\epsilon$ 이 20, 30이 각각 매끈한 이중동심원관의 경우와 비교되어 Reynolds 수와 Nusselt 수와의 관계를 보여 주고 있다.  $S/\epsilon$  값은 이중 동심원관에 있어서 내관과 외관의 간격인  $S$ 와 사각돌기의 높이인  $\epsilon$ 의 비로서  $S/\epsilon$ 가 작다는 뜻은 사각돌기의 높이가 간격에 비해 크다는 뜻이 된다. Fig.3에서 동일한  $P/\epsilon$ 가 2에 대해서는 Reynolds 수가 증가함에 따라 Nusslet 수가 선형적으로 증가한다. 또한  $S/\epsilon$ 가 5인 경우가  $S/\epsilon$ 가 10인 경우보다 일정하게 높은 값을 갖는다. 그 이유는  $S/\epsilon$ 가 적으면 돌기의 높이가 이중동심원관의 간격에 비해서 크므로 Fig.2에서  $P/\epsilon$ 의 효과에서 언급된 대로 난류가 증가하게 되고 이로 인하여 마찰계수도 증가하게 되지만 열전달량이 증가하는 효과가 더 크기 때문이다. 또한 동일한  $S/\epsilon = 5$ 에 대하여서는  $P/\epsilon = 8$ 인 경우가  $P/\epsilon = 2, 5$ 인 경우보다 Reynolds 수의 증가에 대하여 Nusselt 수의 증가가 선형적으로 증가하게 된다. Fig.4에서도 비슷한 경향을 보이는데 Fig.2의 마찰계수에서는 Log-Log 좌표에서 Reynolds수의 증가에 대하여 선형적으로 감소하기는 하나 완전히 직선의 형태는 아니지만 Fig.3 및 Fig.4의 Nusselt 수에서는 선형적으로 증가하는 것을 알 수 있다. 따라서 Fig.3 및 Fig.4, Reynolds 수,  $P/\epsilon$ ,  $S/\epsilon$ , Nusselt 수간의 상관관계는 15% 오차범위내에서 다음과 같은 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$N_u = 0.0021 R_e + 2.8 P/\epsilon - 0.5 S/\epsilon + 20.4 \quad \dots(20)$$

#### 4. 결 론

4각 리브로된 규칙적인 표면조도에 의한 유체유동에 관한 연구를 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1.  $P/\epsilon$ 가 2, 5 및 8로 증가하면 마찰계수가 증가한다. 이로 인한 난류의 증가로 Nusselt 수가 증가하며 같은  $P/\epsilon$ 의 값일 때  $S/\epsilon$ 가 감소할 수록 Nusselt 수가 증가한다.
2. 같은  $P/\epsilon$  및  $S/\epsilon$ 인 경우 Nusselt 수와 Reyno-

lds 수는 Log-Log 좌표에서 선형적으로 비례하여 증가함을 알 수 있다.

3. 매끄러운면보다 거친면에서의 Nusselt 수가 증가하므로 거친면이 매끄러운면보다 열전달이 증가함을 알 수 있다.
4. Nusselt 수는 Reynolds 수,  $P/\epsilon$  및  $S/\epsilon$ 의 함수이며, 상관 관계식은 다음과 같다.

$$N_u = 0.0021 R_e + 2.8 \frac{P}{\epsilon} - 0.5 \frac{S}{\epsilon} + 20.4$$

#### 5. 후 기

본 연구는 1988년 한국과학재단의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 관계기관과 관계자 여러분들께 심심한 감사를 드립니다.

#### 참 고 문 헌

1. Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory", McGraw Hill Book Co., Inc. 7th Edition.
2. Allan, W.K., 1970, "Velocity Distribution in Turbulent Flow", J. Mech. Eng. Sci. 12, No.6, p.391.
3. Hall, W.B., 1962, "Heat Transfer in Channels Having Rough and Smooth Surfaces", J. of Mech. Eng. Science Vol. 4, No.3. p.287.
4. Musker, A.J. and Lewkowicz, A.K., 1978, "The Effect of Ship Hull Roughness on the Development of Turbulent Boundary Layers", Int. Symposium on ship viscous resistance, SSPA, Goteborg.
5. Bossinesq, J., 1877, "Theorie de l' coulement Tourbillant" MeM. pres. Acad. Sci. X X III, 46, Paris quotes from (1) Chapter 19.
6. Reichardt, H., 1951, "Vollstandinge Darstellung der Turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in Glatten Leitungen", ZAMM 31, pp. 208-219.
7. Kays, W.M. and Leung, E.Y., 1963, "Heat Transfer in Annular Passages Hydrodynamically

- Developed Turbulent Flow with Arbitrarily Prescribed Heat Flux", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 6, pp.537-557.
8. Labib, R.M., 1980, "Asymmetric Turbulent Heat Transfer in the Thermal Entrance Region", Master's Thesis of App Sci, Dept of Mech Eng, Univ of Ottawa.
  9. Barrow, H., 1955, "Fluid Flow and Heat Transfer in an Annulus With a Heated Core Tube", *Proc. Inst. Mech. Eng.* 56, p.1113.
  10. Deissler, R.G., 1950, "Analytical Investigation of Turbulent Flow in Smooth Tubes with Heat Transfer with Variable Fluid Properties for Prandtl Number of 1", NACA TN 2242.