

論 文

# SMAC법을 이용한 2차원 탕류해석에 관한 연구

최정길\* 김성빈\*\* 홍준표\*\*

## A Study on the 2-D Melt Fluid Flow Analysis by SMAC Method

Jeong-Kil Choi\*, Seoung-Bin Kim\*\*, Chun-Pyo Hong\*\*

### Abstract

A computer simulation of mold filling has been performed in order to analyze the fluid flow pattern in a mold cavity since casting defects such as cold shut formation, entrapment of air or gas, and inclusions are closely related to the fluid flow phenomena. The flow of molten metal entering the mold cavity with free surface has been modeled by SMAC(Simplified Marker and Cell) method. Two dimensional analysis was carried out on plate shape castings with two types of gate system. The calculation results were compared with those of water modeling experiments and showed relatively good agreement.

### 1. 서 론

다이캐스팅을 비롯한 여러가지 금형주조에 있어서 건전한 주조품을 얻기 위해서는 공기 및 가스의 포집, 개재물의 혼입, cold shut등과 같은 주입과정에 있어서 탕류에 기인하여 발생하는 주조결함을 없애 주어야 한다. 그러나 이러한 결함을 효과적으로 제어하기 위한 정량적인 방법은 아직 확립되어 있지 않고 대부분의 경우에 있어서 경험에 의존한 시행착오에 의해서나, 혹은 베르누이원리에 의한 단순 치수계산에 의하여 탕구방안을 최적화하고 있는 것이 현 상황이다. 따라서 탕구계 및 주형내부에서의 용탕의 충전거동을 정확히 파악하여 최적화된 탕구계를 설계함으로써 주조불량을 최소화할 수 있는 정량적인 방법이 절실히 필요하게 되었다.

종래에는 이러한 문제의 해결을 위해 X-선을 사용하여 용탕의 흐름을 추적하거나(1), 수모델실험에 의하여 충전거동을 관찰하는 방법이 사용되어 왔다.(2),(3) 그러나 이들 방법은 비용과 시간면에 있어서 비효율적일 뿐만 아니라, 그 적용범위에도 한계가 있으므로 범용적인 방법으로써 현장에 적용하기에는 어려움이 있다.

최근 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 주물의 응고해석이 활발하게 이루어져 주조현장에 널리 응용되고 있으나, 완전한 주조결함의 제어를 위해서는 주조공정의 핵심이라고 할 수 있는 용탕의 유동해석이 병행되어야 한다. 따라서 주입시 계속적으로 변화하는 용탕의 자유표면을 추적하면서 그와 동시에 용탕의 거동을 해석할 수 있는 수치해석방법의 개발이 필요하게 되었다.

한편 1965년이래 미국의 Los Alamos과학연구소에서는 자유표면을 지닌 2차원의 비압축성

\* 생산기술연구원(Korea Academy of Industrial Technology)

\*\* 연세대학교 공과대학 금속공학과(Dept. of Metallurgical Engr., Yonsei Univ.)

유체를 해석하기 위하여 MAC(Marker and Cell Method)법<sup>(4)</sup>과 이를 개량한 SMAC(Simplified Marker and Cell Method)법<sup>(5)</sup>을 개발하였다. 1985년 이후 이들 방법을 주조분야에 응용하고자 하는 노력이 R. A. Stoehr, W. S. Hwang 등<sup>(6), (7)</sup>에 의해 시도되어 주조시 탕류흐름을 가시화 하였고, 탕류에 기인한 주조결함들을 예측하였다.

본 연구에서는 자유표면을 지닌 2차원의 용탕 유동을 해석하기 위해 SMAC법을 이용하여 시뮬레이터를 개발하였다. 이를 평판상의 주조에 적용하여 수모델 실험결과와 비교함으로써, 탕류에 기인된 주조결함의 예측뿐만 아니라 탕구계의 적절한 설계에도 효과적으로 이용할 수 있음을 밝히고자 하였다.

## 2. 수치해석방법

주형내로 흘러 들어가는 용탕과 같이 자유표면을 갖는 유체를 수치적으로 해석하기 위해서는 우선, 주형내로 유입되는 유체의 위치와 그 자유표면형상을 인식해야 하고, 그 후, 인식된 유체영역과 자유표면영역에서 각기 다른 방법으로 속도 및 압력계산을 해주어야만 한다. 이러한 수치해석에 있어서 용융금속을 비정상(transient) 2차원 유체로 다루었고, 점성(viscosity)을 지닌 비압축성(Incompressible) 유체로 가정하였다.

### 2.1 유체의 위치와 그 자유표면형상의 인식

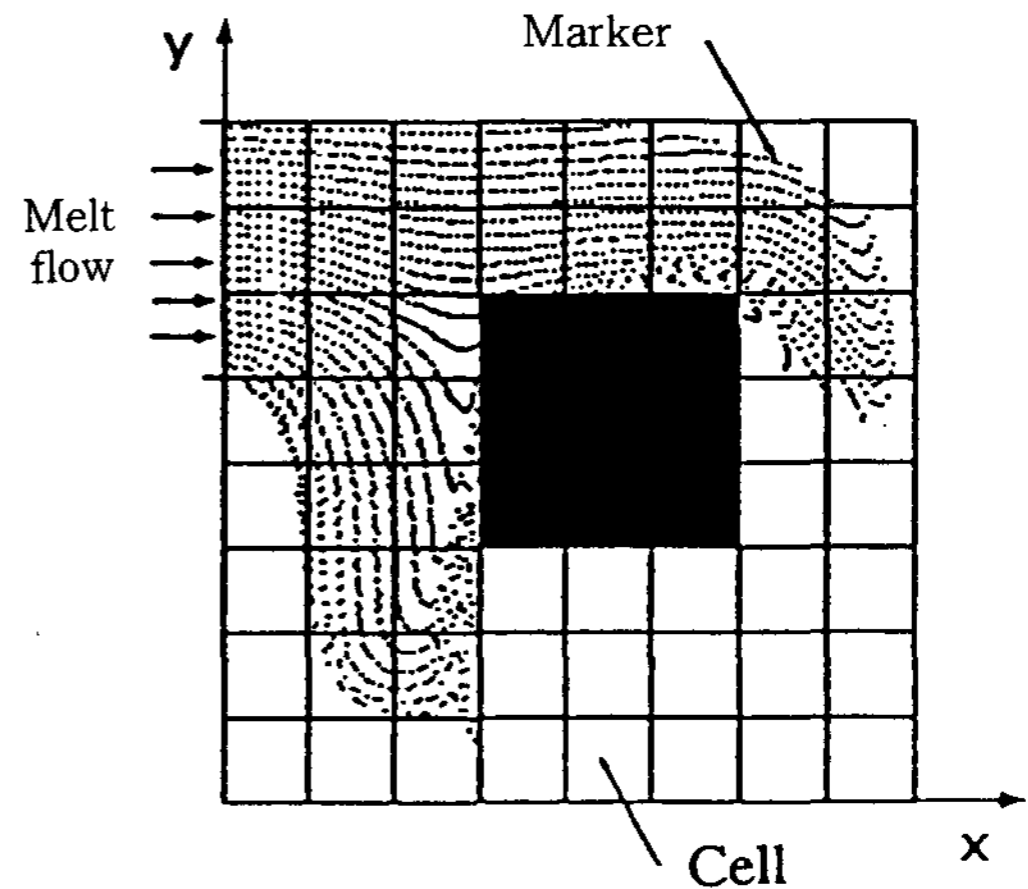
#### 자유표면의 추적

수치해석법에 있어서 흐르는 유체의 위치와 그 자유표면의 형상을 추적하기 위해 현재 사용되고 있는 방법은 VOF(Volume of Fluid)법과 Marker법등이 있으나 본 연구에서는 자유표면의 형상을 좀 더 세밀하게 관찰할 수 있는 Marker법을 도입하였다. Marker법을 개략적으로 도시하면 Fig. 1(a)와 같다.

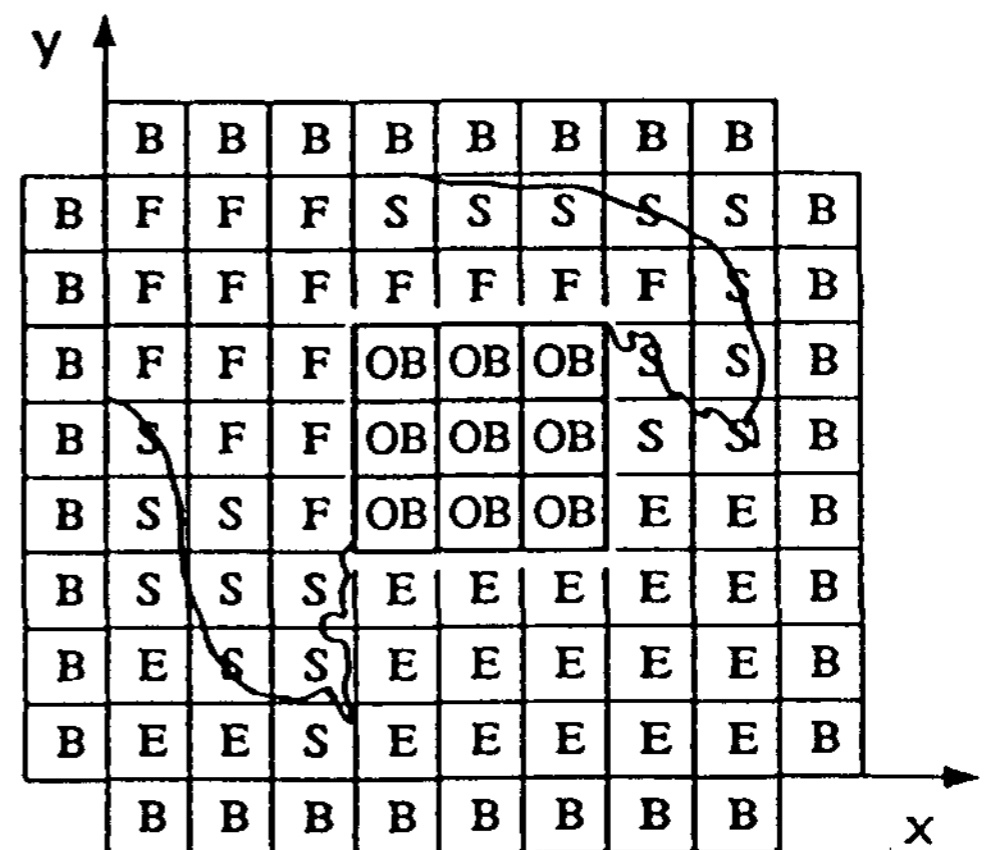
#### 계산을 위한 해석영역의 분류

자유표면의 추적을 통해서 인식된 유체영역, 자유표면영역과 빈영역은 Fig. 1(b)에서 처럼 5개의 영역으로 분류하여 계산하였다. 각 영역에 관한 정의는 다음과 같다.

충만 셀(full cell : FUL cell) - 유체로만 채워진 영역



(a) using Marker



(b) using Cell

Fig. 1. Definition of fluid region using Cell structure and Marker.

표면 셀(surface cell : SUR cell) - 유체와 대기가 접하는 영역

빈 셀(empty cell : EMP cell) - 유체가 전혀 채워지지 않은 영역

장애물 셀(obstacle cell : OB cell) - 고체벽이나 내부 장애물 영역

경계 셀(boundary cell : B cell) - 경계조건의 설정을 위해 만든 가상 영역

Fig. 1은 셀과 Marker에 의한 유체영역의 식별을 예시하고 있으며, 이 그림에서 보듯이 이동하는 Marker 존재로서 모든 종류의 셀들을 매번 재정의 해주어서 속도의 반복적인 계산에 이용하였다.

2.2 유체영역에서의 속도 및 압력의 계산

모든 비선형형태를 포함한 완전한 Navier-Stokes방정식을 원시변수의 형태로 유도하여 사용하였으며, 연속방정식도 마찬가지로 원시변수의 형태로 사용하였다.

연속방정식 :

$$D = \frac{1}{r^\alpha} \frac{\partial r^\alpha u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

Navier-Stokes 방정식 :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r^\alpha} \frac{\partial r^\alpha uu}{\partial r} + \frac{\partial uv}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right] + g_r \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r^\alpha} \frac{\partial r^\alpha uv}{\partial r} + \frac{\partial vv}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\nu}{r^\alpha} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^\alpha \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + g_z \tag{3}$$

여기서 u,v는 각각 r,z방향의 속도성분을 의미하고  $\alpha=0$ 일 경우에는 직교좌표계,  $\alpha=1$ 일 경우에는 원주좌표계를 의미한다. 여기서 압력 p는 동적압력(Kinematic pressure :  $p = \text{압력}(P) / \text{밀도}(\rho)$ )을 의미하고,  $\nu$ 는 동점성계수,  $g_r, g_z$ 는 각각 r,z방향의 중력가속도를 나타낸다.

2.3 자유표면 영역에서의 속도 및 압력의 계산

자유표면영역에서도 식(2),(3)의 운동량 보존 방정식은 적용될 수 있으나 유체영역과 대기영역을 동시에 함유하는 표면 셀내에서 질량은 완전히 보존될 수 없으므로 식(1)은 더이상 사용할 수 없다. 따라서 용탕금속과 대기가 접하는 계면에서는 다음의 응력조건들을 이용하여 속도 및 압력의 반복적인 보정계산에 사용하였다.

전단응력조건(tangential stress condition) : 자유표면에서의 전단응력은 언제나 0이다.

$$\nu \left[ 2n_r m_r \frac{\partial u}{\partial r} + (n_r m_z + n_z m_r) \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right\} + 2n_z m_z \frac{\partial v}{\partial z} \right] = 0 \tag{4}$$

여기서  $n_r, n_z, m_r, m_z$  등은 자유표면에 대한 수직방향 및 전단방향 단위벡터의 r,z성분이다.

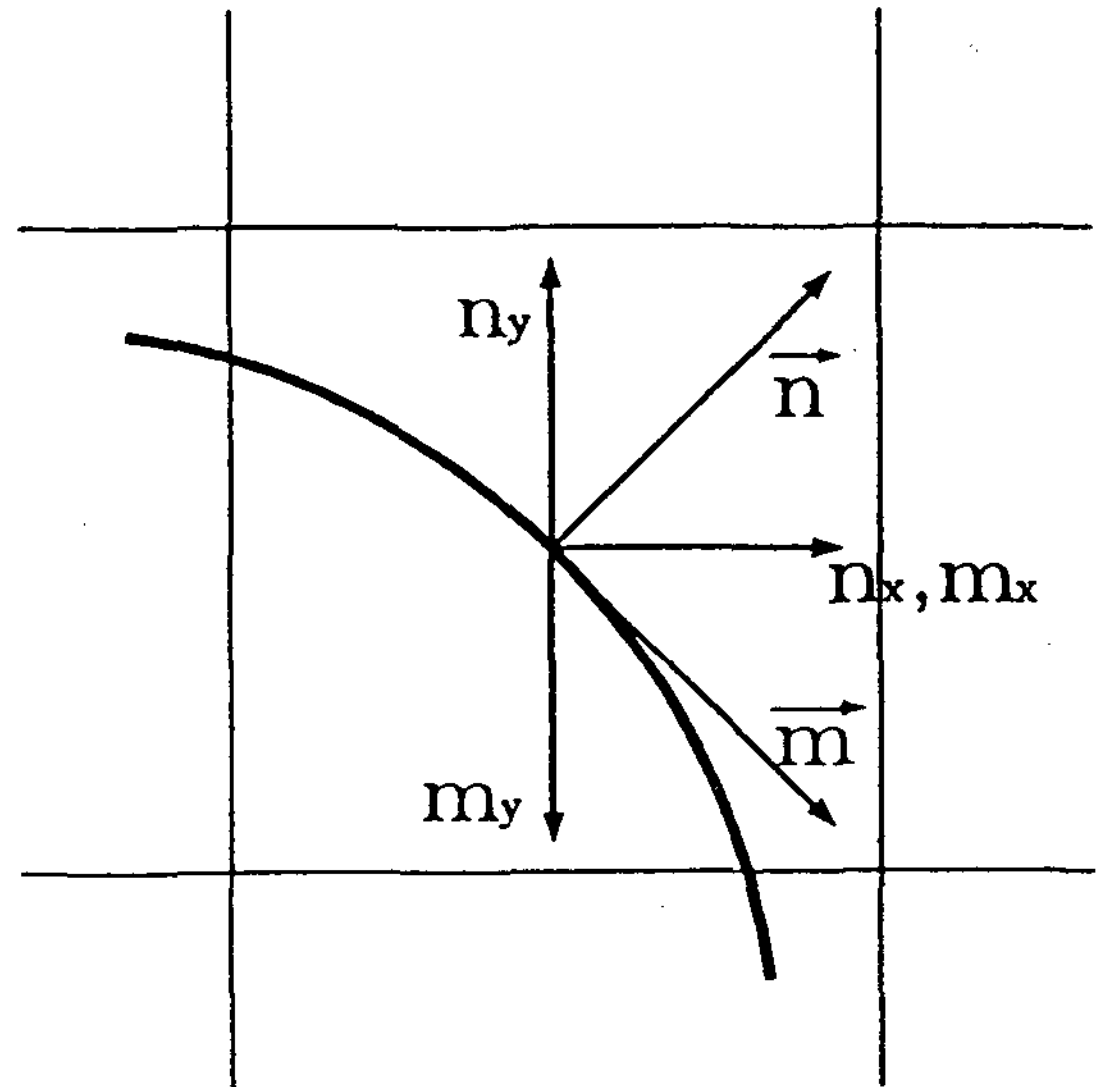


Fig. 2. Free surface geometry.

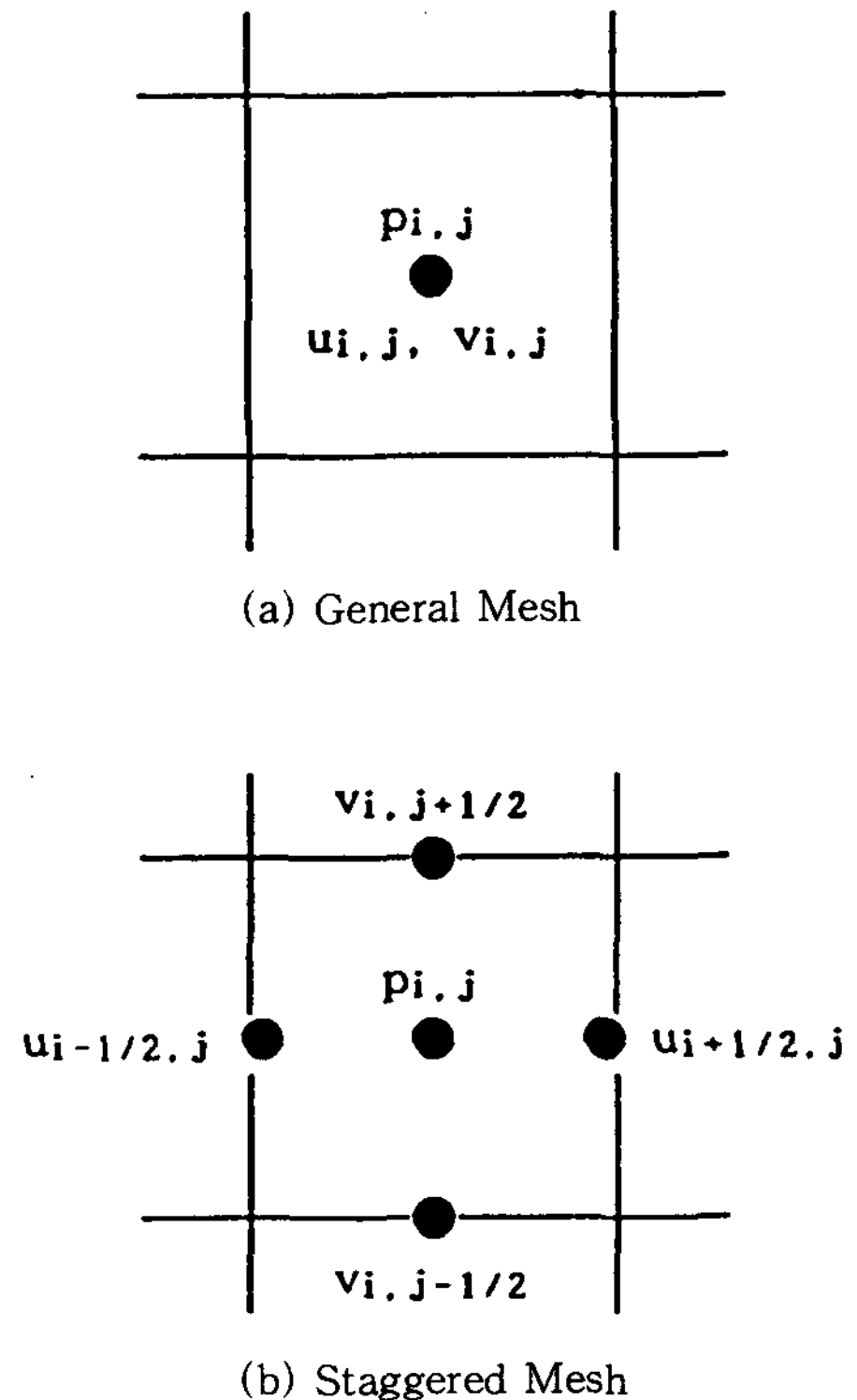


Fig. 3. Comparison of mesh structures.

자유표면구조 및 자유표면에서의 단위벡터는 Fig. 2에 잘 나타나 있다.

수직응력조건(normal stress condition) : 자유

표면에서 수직응력은 항상 주어진 응력(applied pressure)과 표면장력(surface tension force)의 합에 균형을 이루어야만 한다.

$$2\nu [n_r m_r \frac{\partial u}{\partial r} + n_r n_z \{ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \} + n_z n_z \frac{\partial v}{\partial z}] = Pa + Ps \quad (5)$$

여기서 Pa는 빈영역에 가해지는 압력, 즉 대기 압력을 의미하고 Ps는 표면장력을 나타낸다.

### 2.4 엇갈린 격자망에서의 차분화

급격히 변화하는 속도장을 해석하는데 있어서 일반 격자망에 비해 보다 유리한 엇갈린 격자망(staggered mesh)을 사용하여 모든 방정식을 차분화하였다. 이러한 엇갈린 격자망에 의한 차분전개는 구조물의 용탕흐름과 같이 급격히 변화하는 속도장의 해석에 보다 적합하며, 물리적으로 단위 체적(control volume)내의 운동량 및 질량보존의 법칙을 만족시킬 수 있다는 장점이 있다. 두 격자망의 도식적인 표현은 Fig. 3과 같다.

### 2.5 질량보존조건을 이용한 압력과 속도의 반복적인 보정

본 연구에서는 속도포텐셜함수( $\phi$ )를 도입하여 속도의 반복적인 보정에 이를 이용하였다. 이렇게  $\phi$ 를 도입하는 이유는 모든 경계에서 균일한(homogeneous)경계조건이 얻어지고, 압력을 직접 사용한 보정보다는 수렴을 보다 빠르게 얻을 수 있기 때문이다.

Poisson방정식의 해석

$\phi$ 을 이용해서 유도된 Poisson방정식은 상향이완법(over-relaxation method)을 사용하여 수렴속도를 향상시켰다.

$$\phi_{i,j}^{h+1} = \frac{(1+\alpha)}{\frac{2}{\delta r^2} + \frac{2}{\delta z^2}} [-\tilde{D}_{i,j} + \frac{r_{i,j+1/2} \phi_{i,j+1} + r_{i-1/2} \phi_{i-1,j}}{r_i \delta r^2} + \frac{\phi_{i,j+1}^h + \phi_{i,j-1}^h}{\delta z^2}] - \alpha \phi_{i,j}$$

여기서  $\alpha$ 는 완화계수(relaxation factor)로서 보통 0에서 1사이의 값을 사용하여 상향이완해준다. h는 반복횟수를 나타내며 직교좌표계에서는 r이 모두 1이다. 수렴기준은 다음과 같다.

$$\left| \frac{|\phi_{i,j}^{h+1}| - |\phi_{i,j}^h|}{|\phi_{i,j}^{h+1}| + |\phi_{i,j}^h|} \right| < \epsilon$$

여기서  $\epsilon$ 는 보통  $2 \times 10^{-4}$  정도를 사용하였다.

### 2.6 경계조건

본 연구에서 사용한 경계조건들은 다음과 같다. 편의상 왼쪽벽을 기준으로 설명하였다.

(1)노슬립조건(no-slip condition) : 벽을 향한 수직속도는 0이고 역방향의 전단속도가 작용한다.

$$\begin{aligned} u_{i-1/2,j} &= 0 \\ v_{i-1,j+1/2} &= -v_{i,j+1/2} \\ v_{i-1,j-1/2} &= -v_{i,j-1/2} \\ \phi_{i-1,j} &= \phi_{i,j} \end{aligned}$$

(2)슬립조건(slip condition) : 벽을 향한 수직속도는 0이고 같은 방향의 전단속도가 작용한다.

$$\begin{aligned} u_{i-1/2,j} &= 0 \\ v_{i-1,j+1/2} &= v_{i,j+1/2} \\ v_{i-1,j-1/2} &= v_{i,j-1/2} \\ \phi_{i-1,j} &= \phi_{i,j} \end{aligned}$$

(3)미리 지정된 속도조건(prediscribed velocity condition) : 벽에서의 수직속도는 미리 지정된 속도이고 전단속도는 역 방향으로 작용한다.

$$\begin{aligned} u_{i-1/2,j} &= u_{pre} \text{ (미리 지정된 유입 또는 유출속도)} \\ v_{i-1,j+1/2} &= v_{i,j+1/2} \\ v_{i-1,j-1/2} &= v_{i,j-1/2} \\ \phi_{i-1,j} &= \phi_{i,j} \end{aligned}$$

(4)연속유출조건(continulative outflow condition) : 미리 지정된 속도로 유출되지 않고 접근하는 속도에 따라서 유출속도가 결정된다. 수직속도와 전단속도 모두 구배없이 유지된다.

$$\begin{aligned} u_{i-1/2,j} &= u_{i+1/2,j} \\ \phi_{i-1,j} &= 0 \text{ 인 경우} \\ u_{i-1/2,j} &= u_{i-1/2,j} - \frac{1}{\delta x} [\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}] \\ v_{i-1,j+1/2} &= v_{i,j+1/2} \\ v_{i-1,j-1/2} &= v_{i,j-1/2} \\ \phi_{i-1,j} &= \phi_{i,j} \end{aligned}$$

### 2.7 해석알고리즘

본 연구에서 사용한 해석알고리즘은 Fig. 4와 같다.

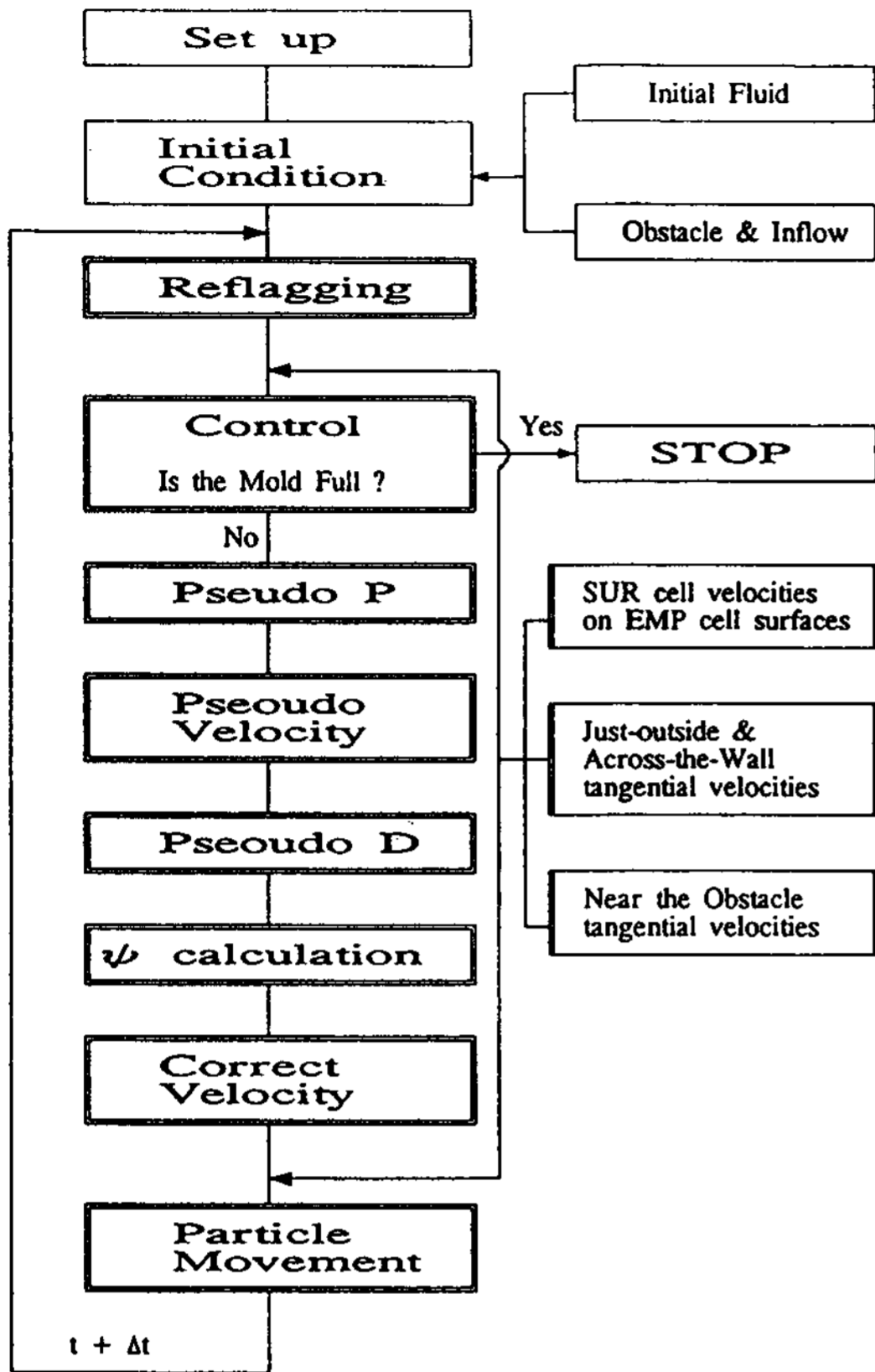


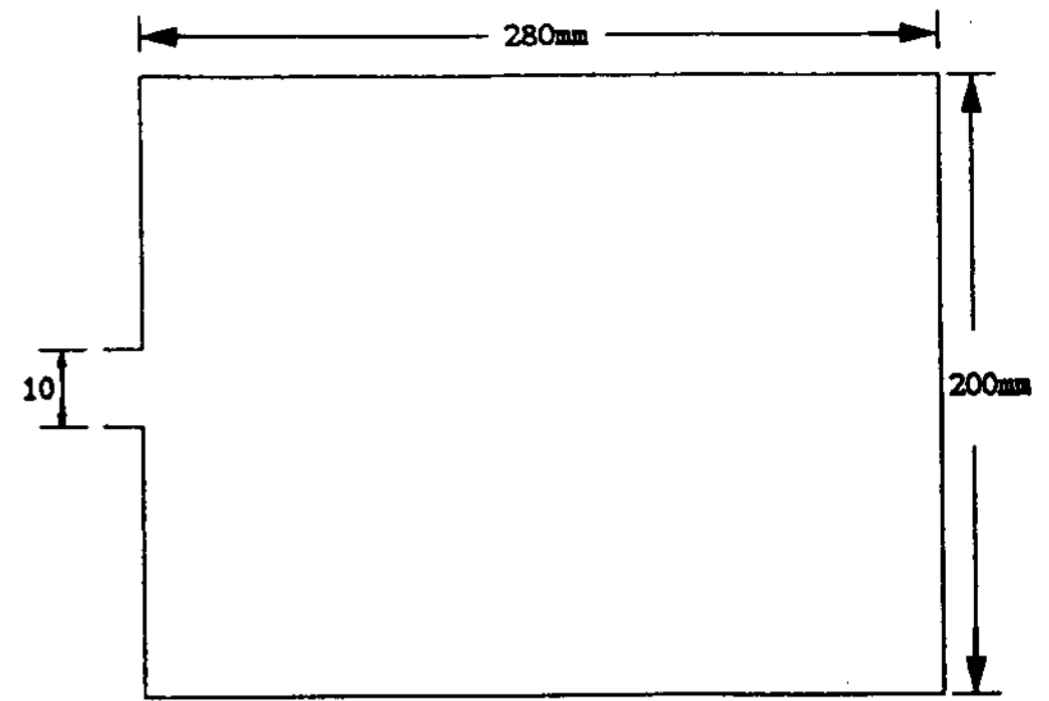
Fig. 4. The solution algorithm of present simulator.

### 3. 해석결과 및 고찰

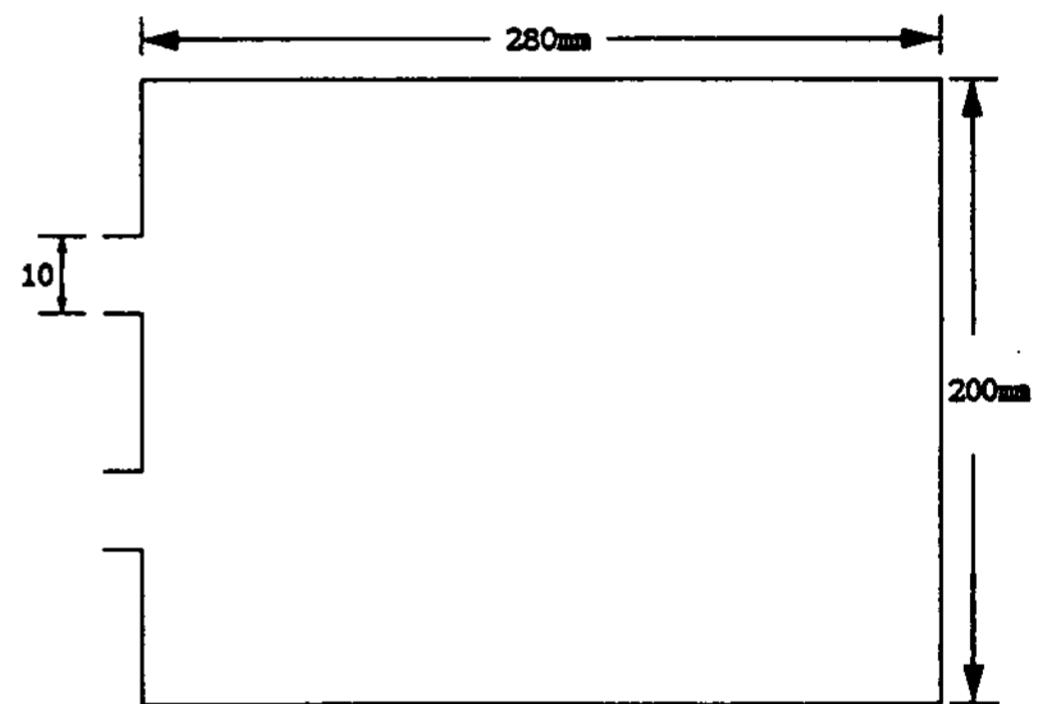
#### 3.1 해석대상 및 수모델 실험

해석결과와 실험결과와의 비교를 위해서 시뮬레이션에 의한 해석과 수모델 실험을 동시에 수행하였다. Fig. 5는 실험과 해석에서 사용된 평판상의 형태 및 크기를 나타내고 있으며, 주입구가 하나인 경우와 둘인 경우의 두가지 경우로 나누어 해석 및 실험을 수행하였다.

물의 동점성계수는 일반주조 금속의 주입온도에 있어서의 동점성계수와 거의 같기 때문에 주형내로 충전하는 용탕을 간접적으로 관찰하는 수단으로써 수모델을 사용하였다. 본 실험에서 주형은 CO<sub>2</sub>주형을 조형한뒤 실리콘 라버로 표면을 칠(doping)하여 면을 고르게 해주었고, 그 위에 백색 락카를 덧칠한 후, 주형의 상면은 투명한 유리판으로 덮어 주었다. 물이 주입되어 충전하는 과정은 비디오카메라로 촬영하였으며, 비디오카피



(a) A horizontal square plate mold which has 1 gate



(b) A horizontal square plate mold which has 2 gates.

Fig. 5. The dimensions of molds used in simulations and experiments.

프린터로 사진을 인화하여 일정한 시간에서의 실험결과를 해석결과와 각각 비교하였다.

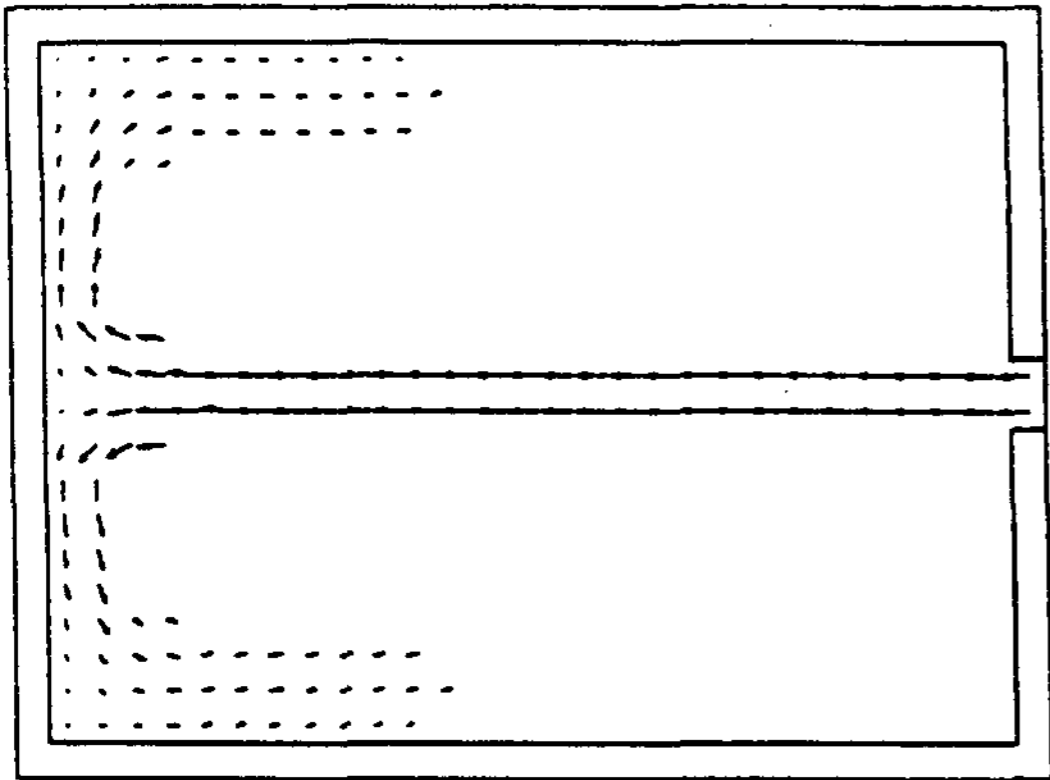
이때 해석에서 사용한 동점성 계수는  $0.01 \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{sec}$ 이며 주입구가 1개인 경우는 0.85m/sec, 주입구가 2개인 경우에는 0.43m/sec의 주입속도를 사용하였다.

#### 3.2 결과 및 고찰

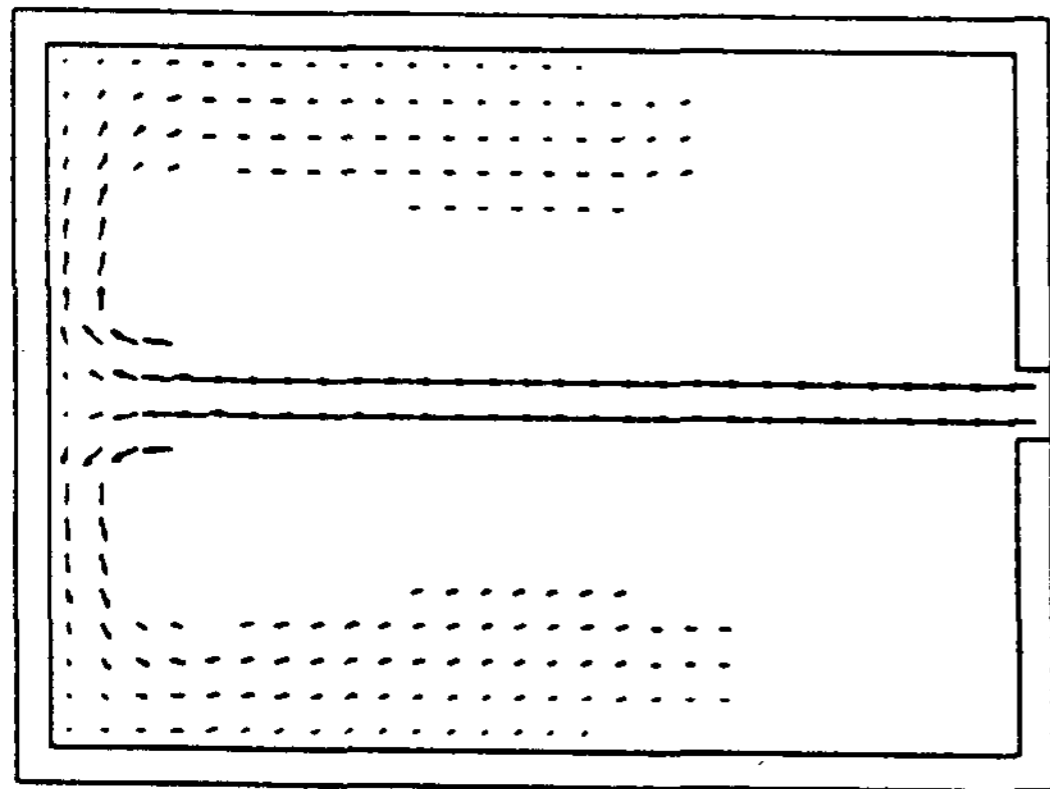
Fig. 6 및 Fig. 7은 주입구가 1개인 경우의 해석결과를 속도벡터(velocity vector)와 Marker입자들로 나타낸 것이다. (a)~(e)에서 보듯이 주입된 용탕은 왼쪽벽에 강하게 충돌하여 좌우로 흐름이 갈라진 다음, 주형의 양쪽 벽면을 따라 역방향으로 전진한다. 이렇게 역방향으로 되돌아온 용탕은 주입구 쪽의 주형벽에 부딪히면서 안으로 휘어져들어와, 주입되고 있는 용탕과 합류하여 다시 전진한다. 이러한 흐름은 주입구의 반대편

주형벽 근처에 2개의 와류를 형성하면서 최종중진을 마치게 된다.

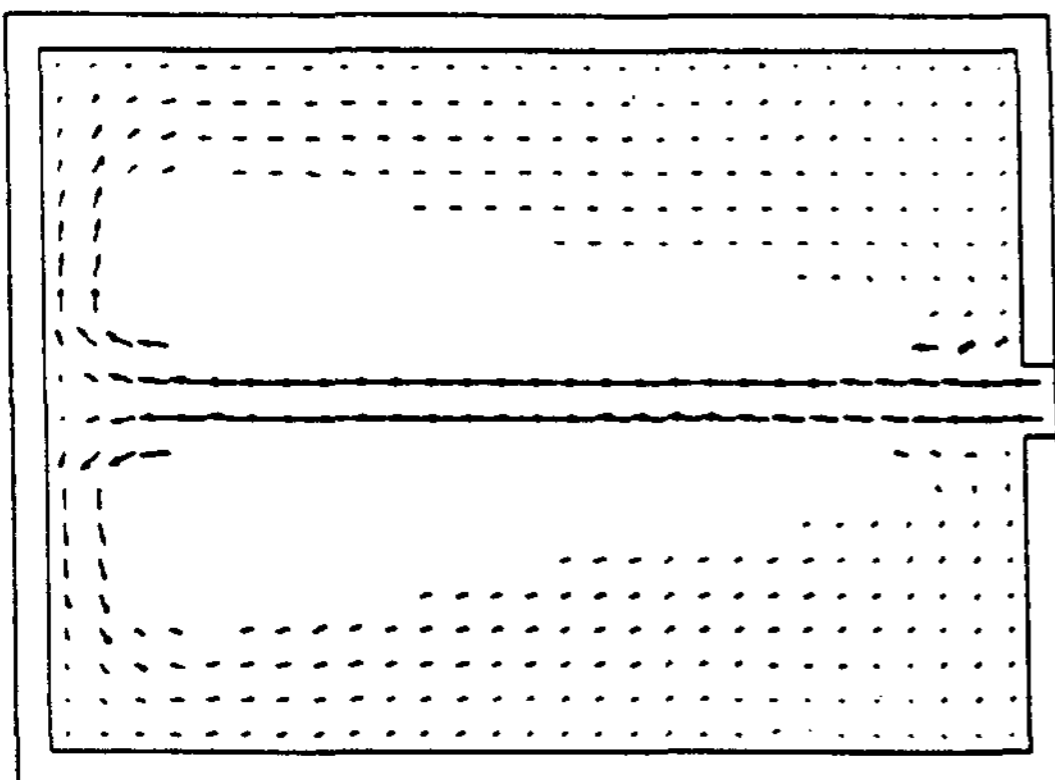
Fig. 8은 주입구가 1개인 경우의 수모델 실험결과를 나타내고 있다. (a)~(d)에서 보듯이 주입된 용탕은 주입구의 반대편 벽에 부딪히기 전에 우선 주형의 아래벽과 윗벽에 부딪혀 마찰을 일으키기 때문에 반대편 주형벽에 닿기 전에 흐름이



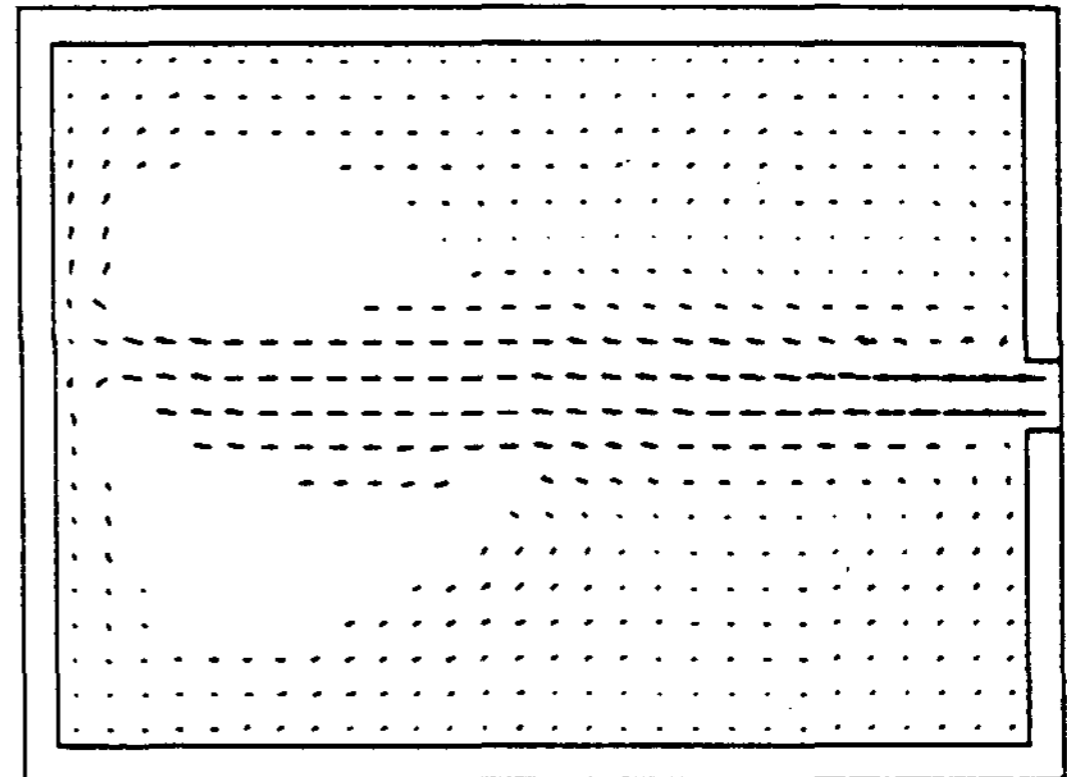
(a) 0.9 sec



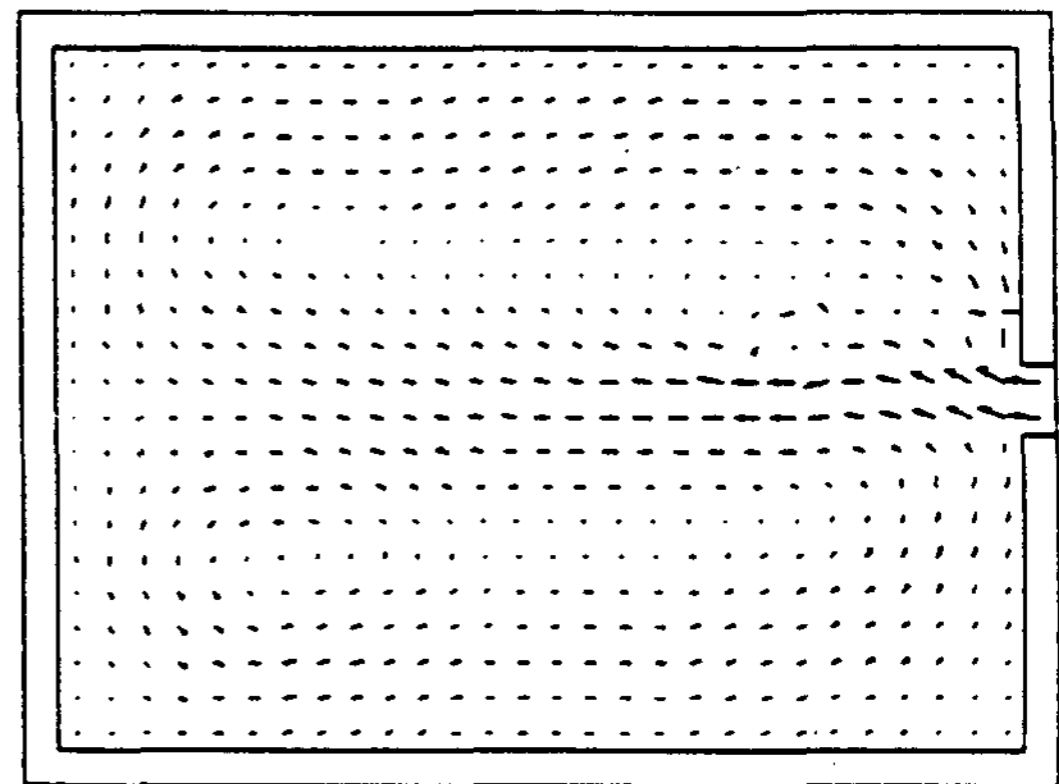
(b) 1.2 sec



(c) 1.7 sec



(d) 2.1 sec



(e) 2.4 sec

Fig. 6. Velocity profile of filling a horizontal square plate with 1 gate.

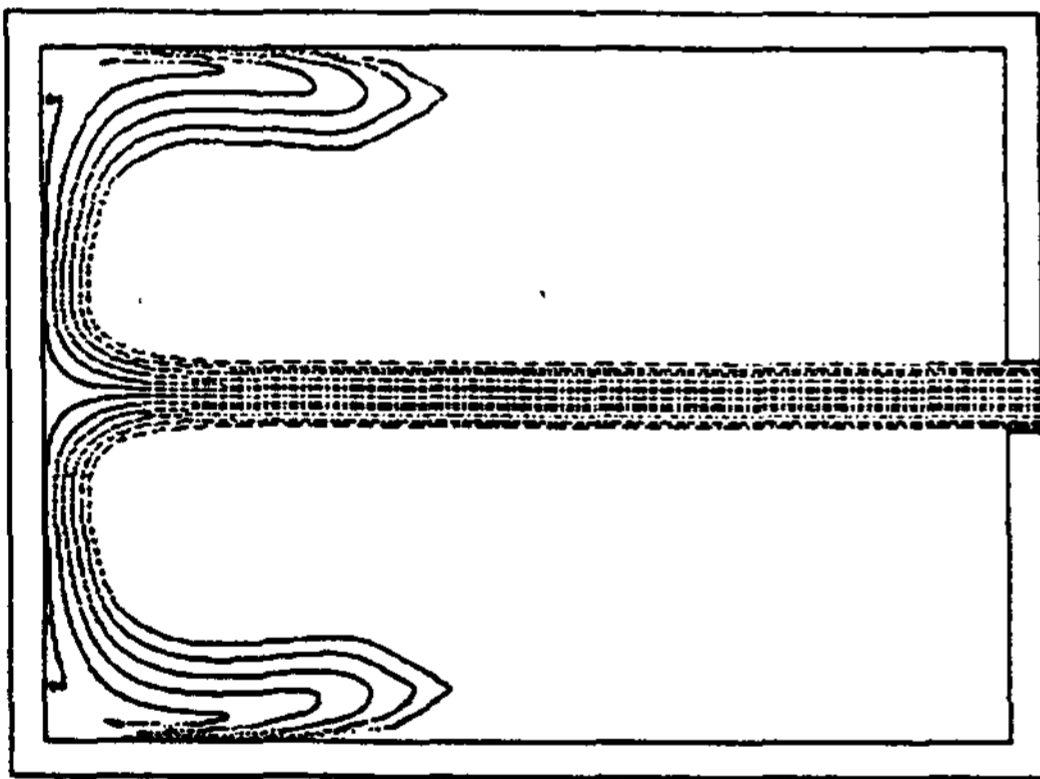
양옆으로 어느정도 퍼지면서 전진하고 있다. 또한 반대편 주형벽과의 충돌 직후에도 양쪽 벽면을 타고 흐르는 용탕은 옆으로 퍼지는 현상에 의해 비교적 넓게 분포되는 양상을 볼 수가 있다. 이러한 현상은 해결결과와 약간 차이를 보이고 있는데, 이는 2차원 해석에 의해서는 중력의 영향과 주입구의 두께차이에 의한 용탕흐름의 변화를 해석할 수 없기 때문이다. 그러나 Fig. 8에서 진하게 표시되고 있는 주 흐름은 해석결과와 비교적 잘 일치하고 있다.

Fig. 9 및 Fig. 10에 주입구가 2개인 경우의 해석결과를 속도벡터와 Marker입자들을 이용하여 나타내었다. (a)~(e)에서 보듯이 2개의 주입구에서 들어온 용탕은 주입구의 반대편 벽에 충돌한 후 주형의 양쪽 측면으로 흐르는 용탕흐름과, 2개의 용탕기둥 사이로 흐르는 용탕흐름으로 갈라지게 된다. 이들 용탕들은 주입방향의 역방향으로

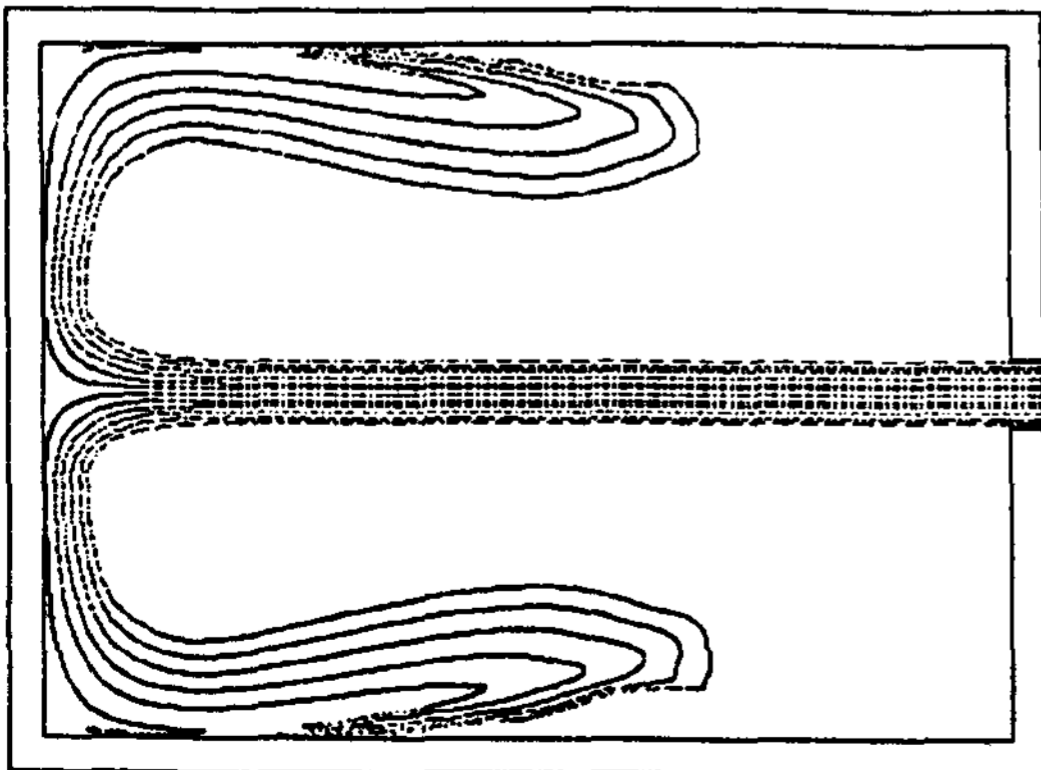
홀리 주입구 쪽의 주형벽에 부딪힌 다음 강한 와류를 형성하면서 최종충진을 마치게 된다.

Fig. 11은 주입구가 2개인 경우의 수모델 실험 결과로서 (a)~(c)에서 보듯이 2개의 주입구에서 유입된 용탕은 위쪽과 아래쪽 벽면과의 마찰을 일으키며 양옆으로 퍼지면서 반대편 주형벽에 충돌한다. 충돌직후 용탕은 양옆과 중앙으로 향하는 흐름이 생겨 주형벽과 2개의 용탕기둥사이를 넓게 충전시키면서 역방향으로 흐르게 되고, 최종충진 단계에서는 주입구쪽의 주형벽 근처에 난류를 형성함을 볼 수 있다. 이와같이 2개의 주입구를 가진 수평평판의 구조에 있어서는 초기 충전단계를 제외하고는 실험결과 거의 일치하게 나타나고 있다. 그 이유는 해석에 있어서 주입된 용탕은 반대편 주형벽에 충돌후 수모델 실험에서 처럼 주형의 양옆으로 흐르는 용탕흐름이 발생하므로, 위쪽과 아래쪽 주형벽과의 마찰이 없이도 옆으로 퍼지는 현상이 보이기 때문이다.

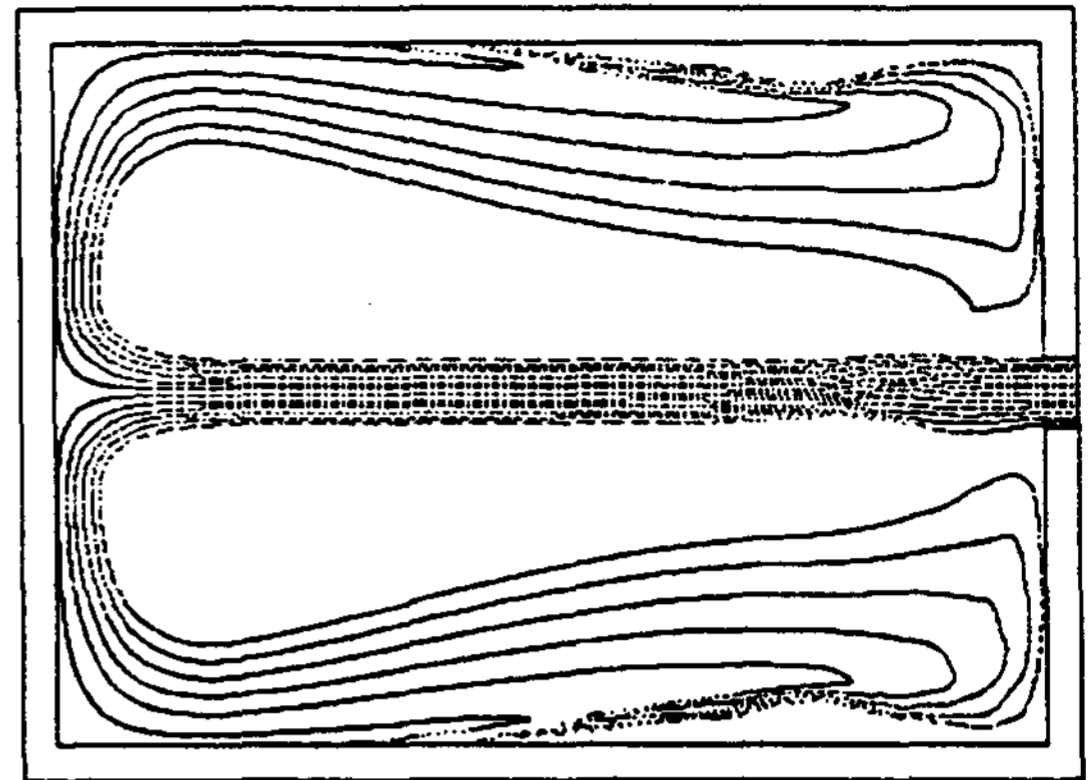
이와같이 SAMC법을 이용한 용탕의 유동해석



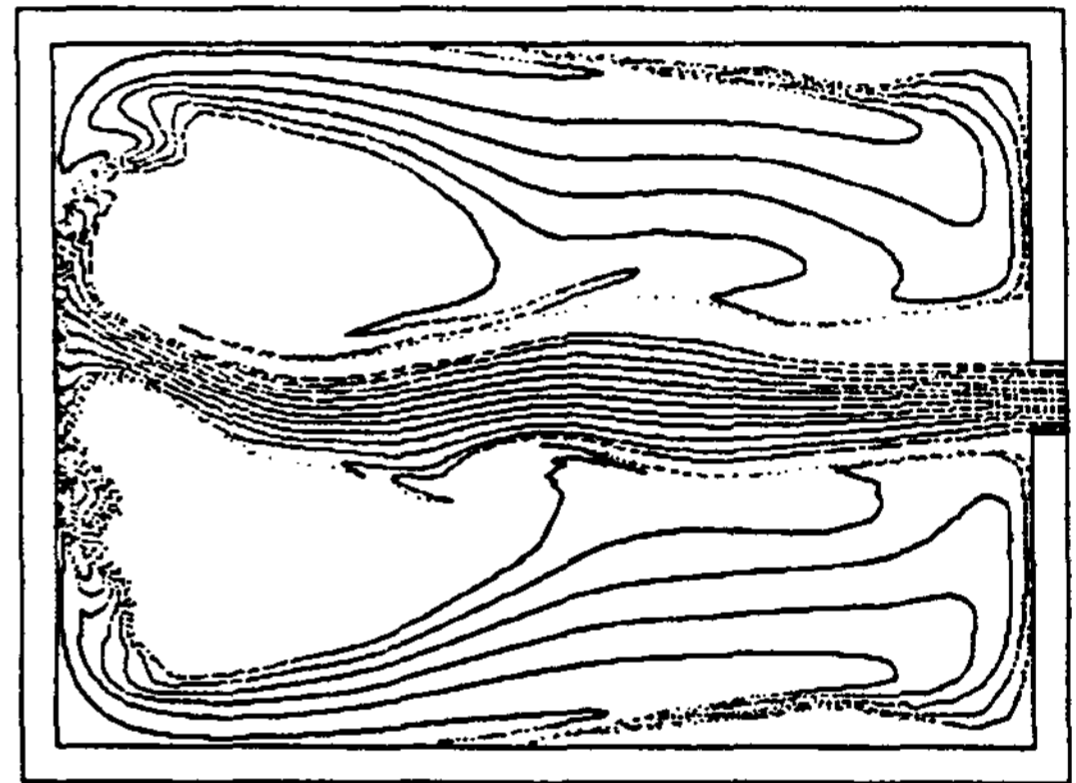
(a) 0.9 sec



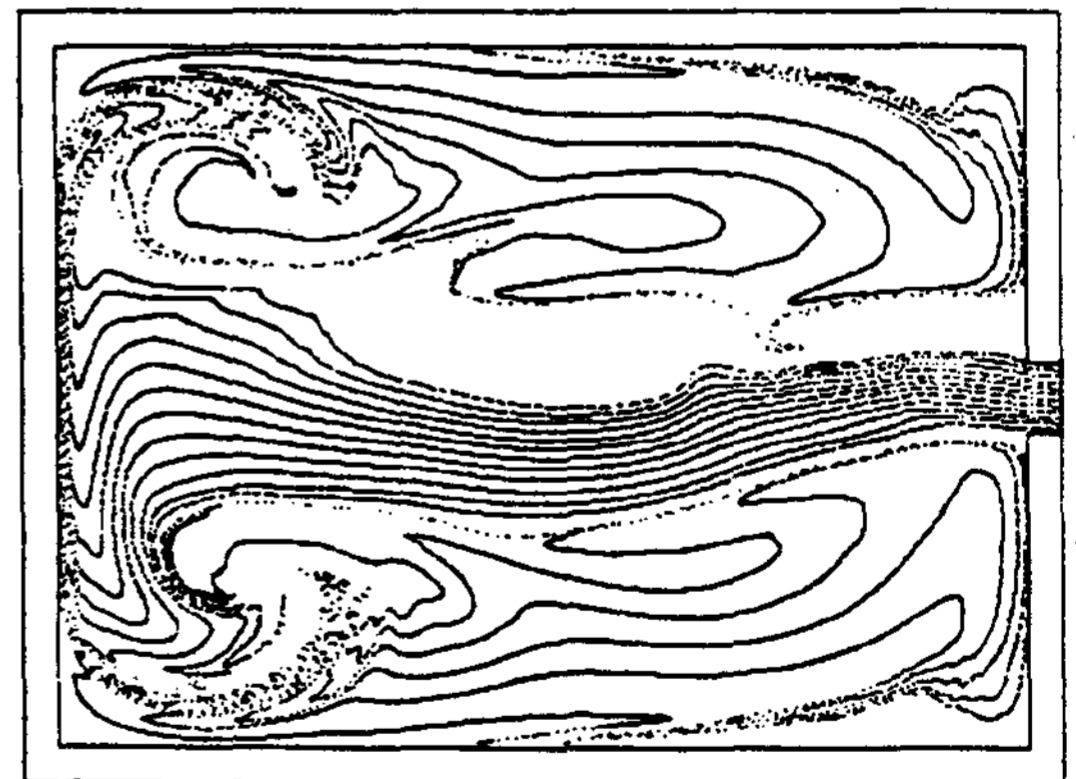
(b) 1.2 sec



(c) 1.7 sec



(d) 2.1 sec



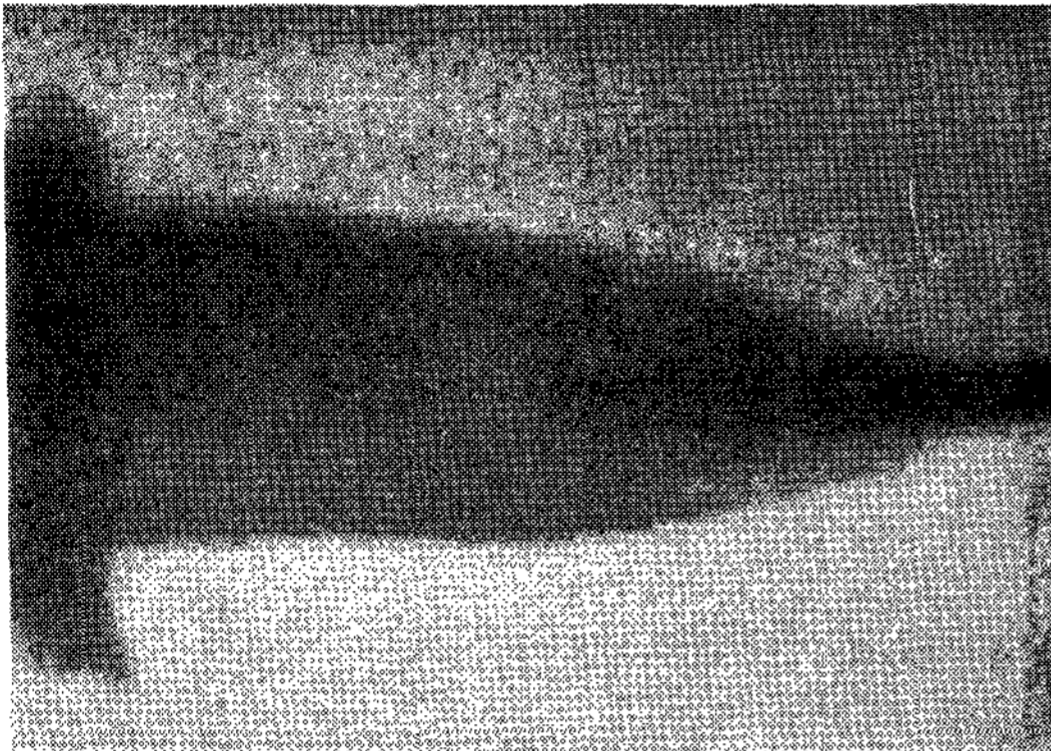
(e) 2.4 sec

Fig. 7. Markers plot of filling a horizontal square plate with 1 gate.

을 통하여 주입시 주형을 채워나가는 용탕의 흐름을 벡터와 Marker입자들을 이용해서 가시화하였고 관찰하고자 하는 시각에서 용탕의 흐름과 충전정도를 예측하는 것이 가능하였다. 또한 주입속도의 변화가 용탕흐름에 미치는 영향, 주입구의

갯수와 크기에 따른 충전거동의 변화도 관찰할 수 있었다. 이러한 유동패턴의 분석은 최종충진 부위와 와류의 형성위치를 정량적으로 예측하는 것이 가능하도록 해주기 때문에, 공기 및 가스의 포집

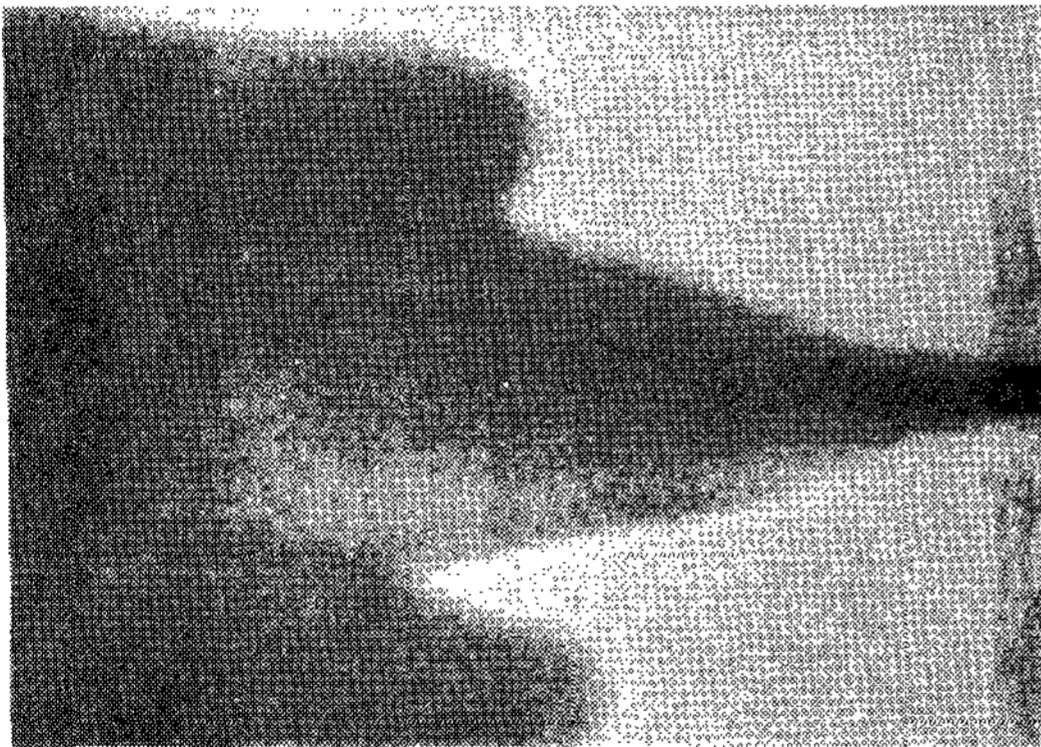
을 방지하기 위한 벤트의 설계나, cold shut을 방지하기 위한 오버플로우(over flow)의 설계, 또한 다중 주입구의 설치를 통한 균일한 주입을 얻도록하는 탕구설계에 효과적으로 이용될 수 있다.



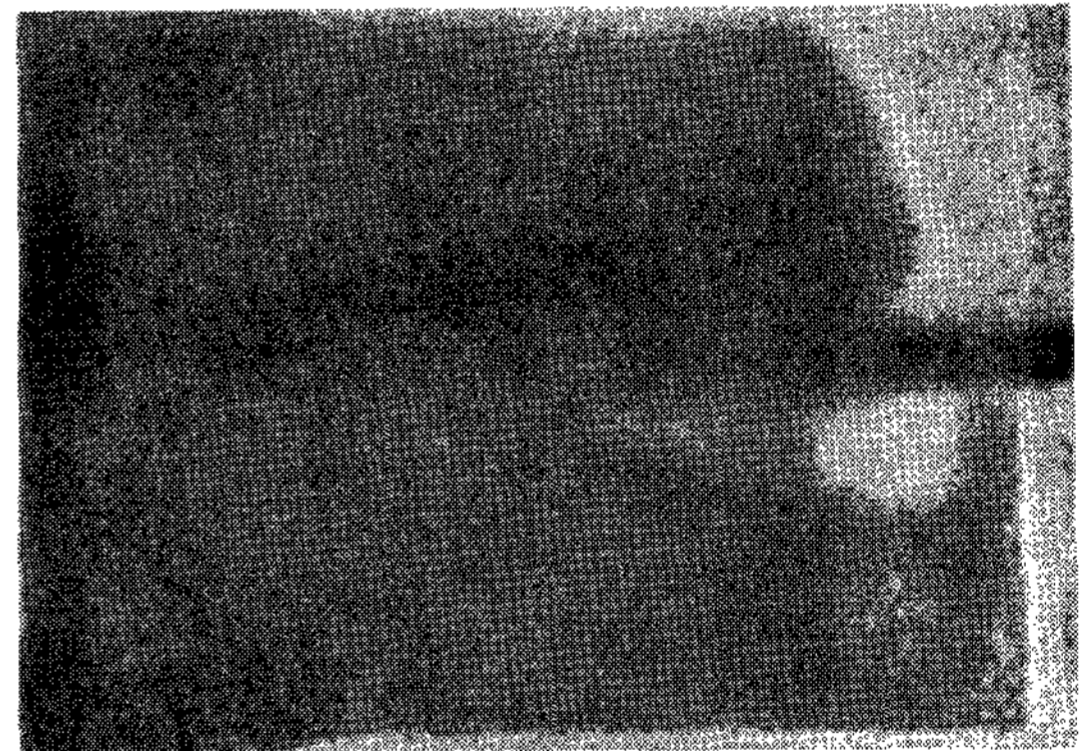
(a) 0.4 sec



(b) 0.8 sec

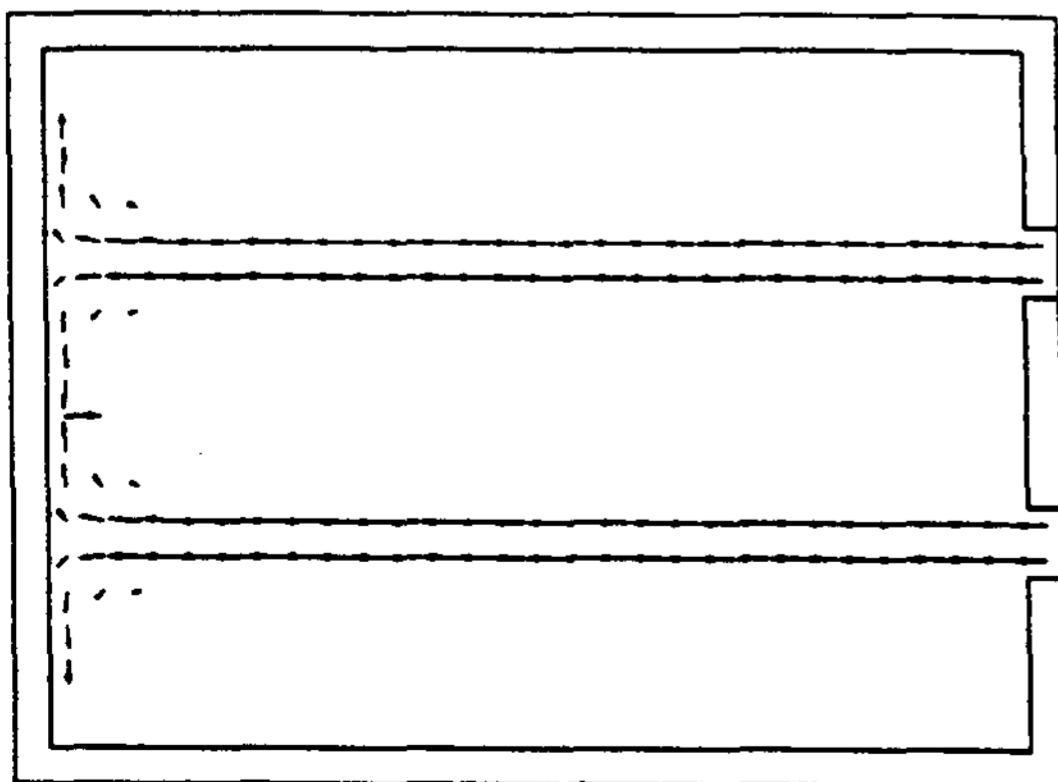


(c) 1.2 sec

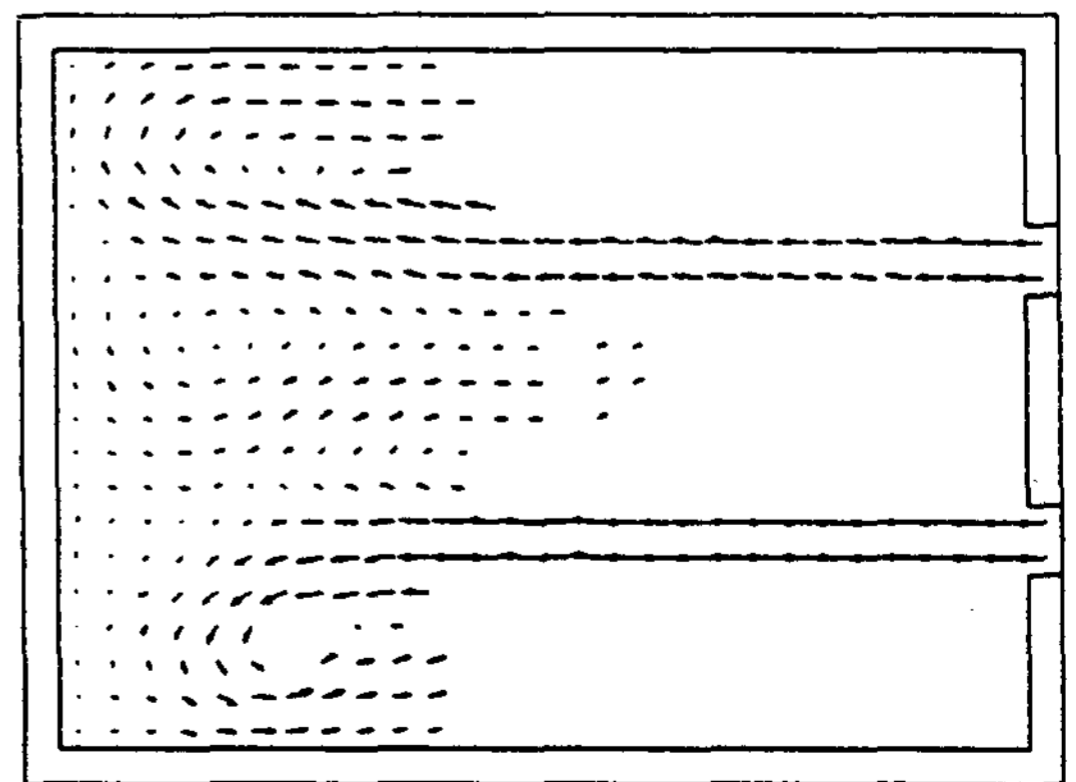


(d) 2.4 sec

Fig. 8. Water modeling result of horizontal square plate with 1 gate.

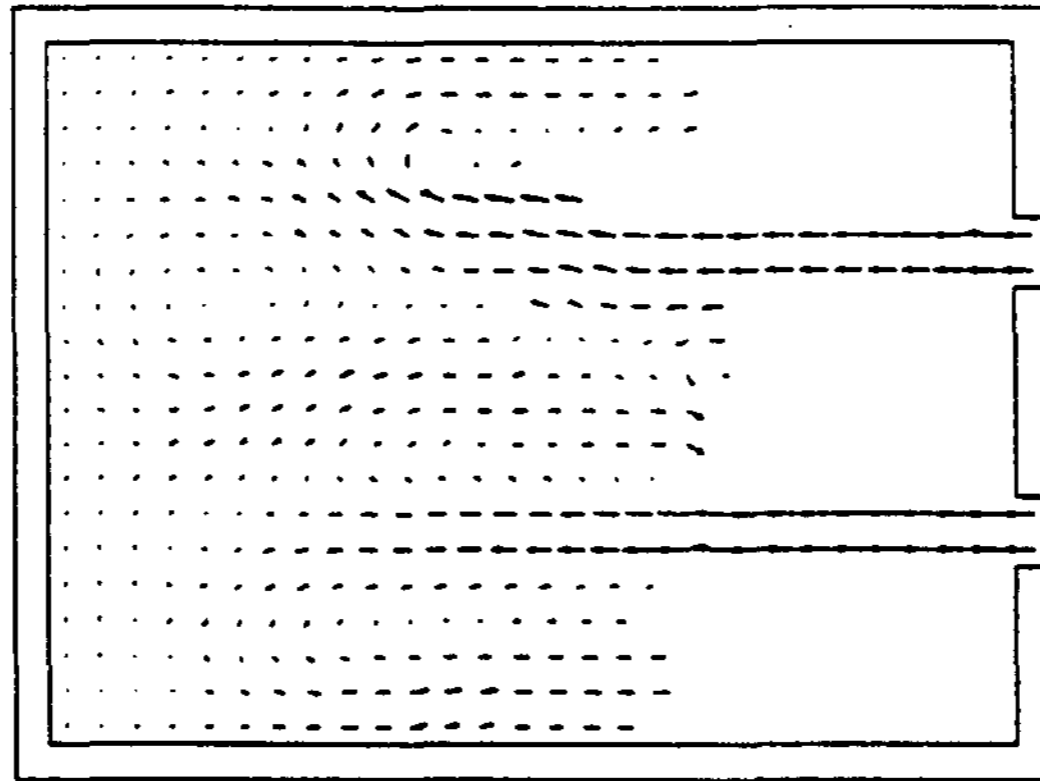


(a) 0.4 sec

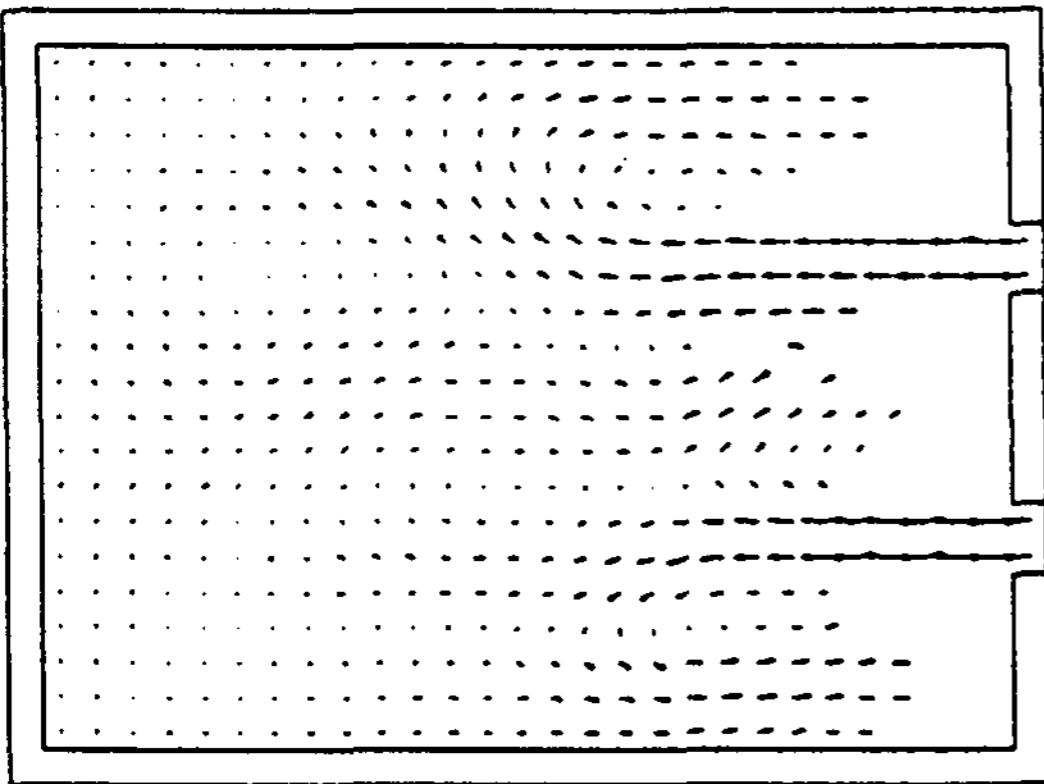


(b) 0.8 sec

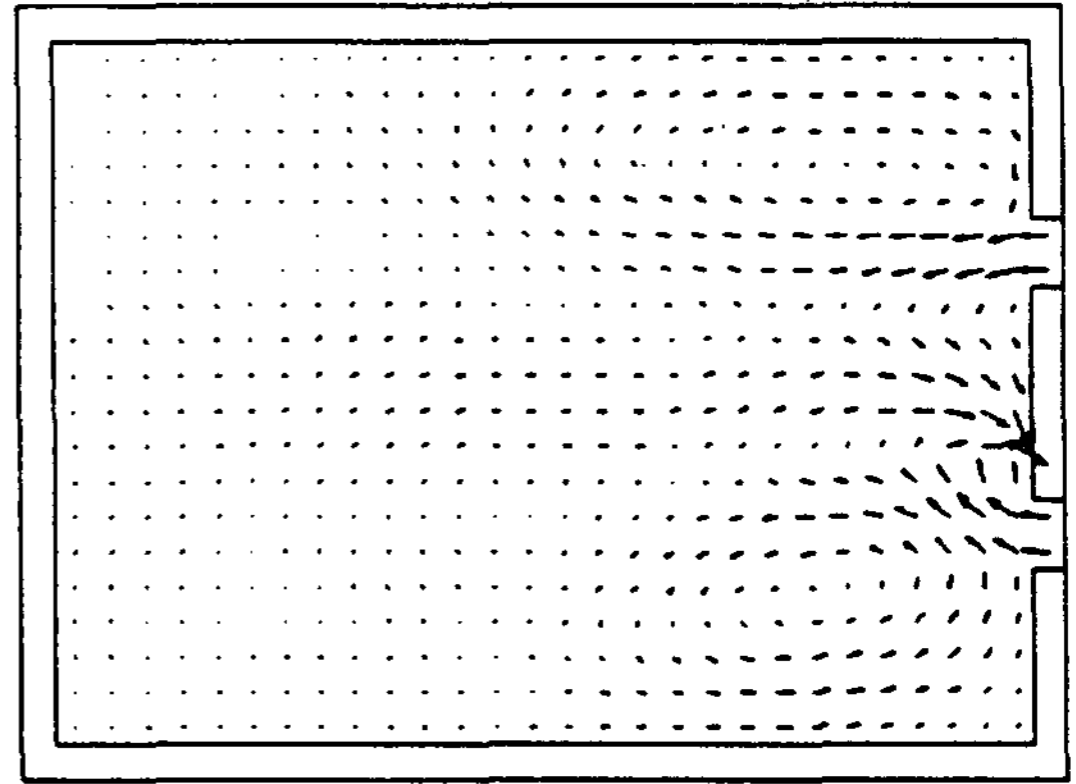




(c) 1.1 sec

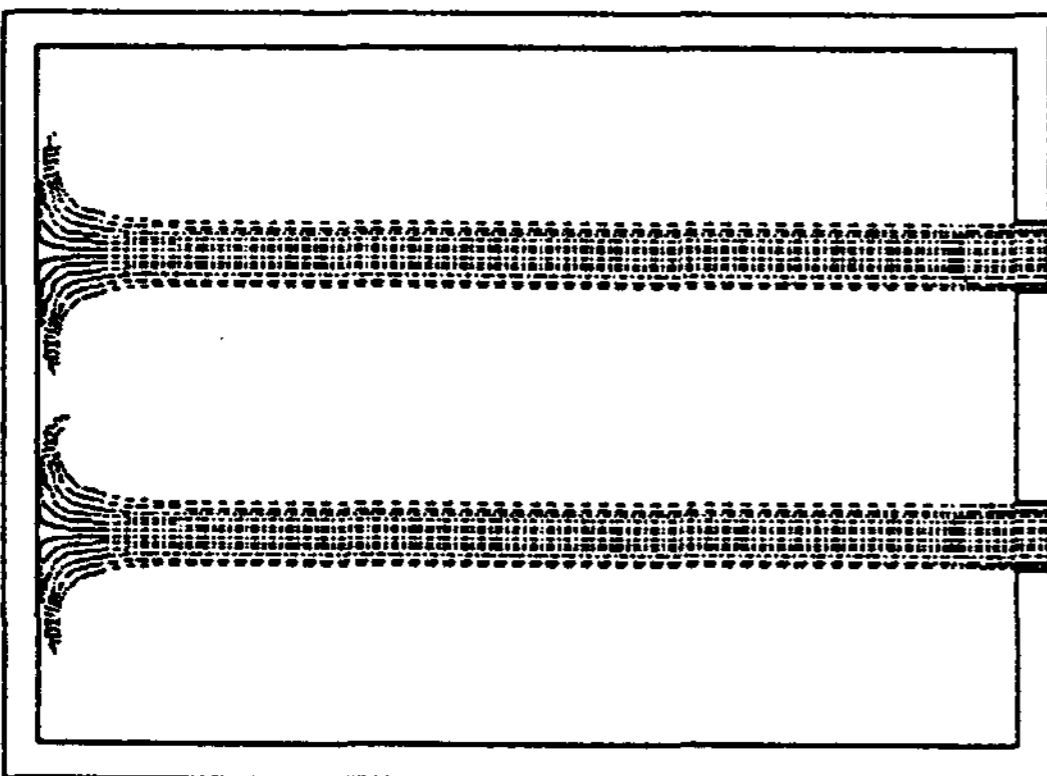


(d) 1.7 sec

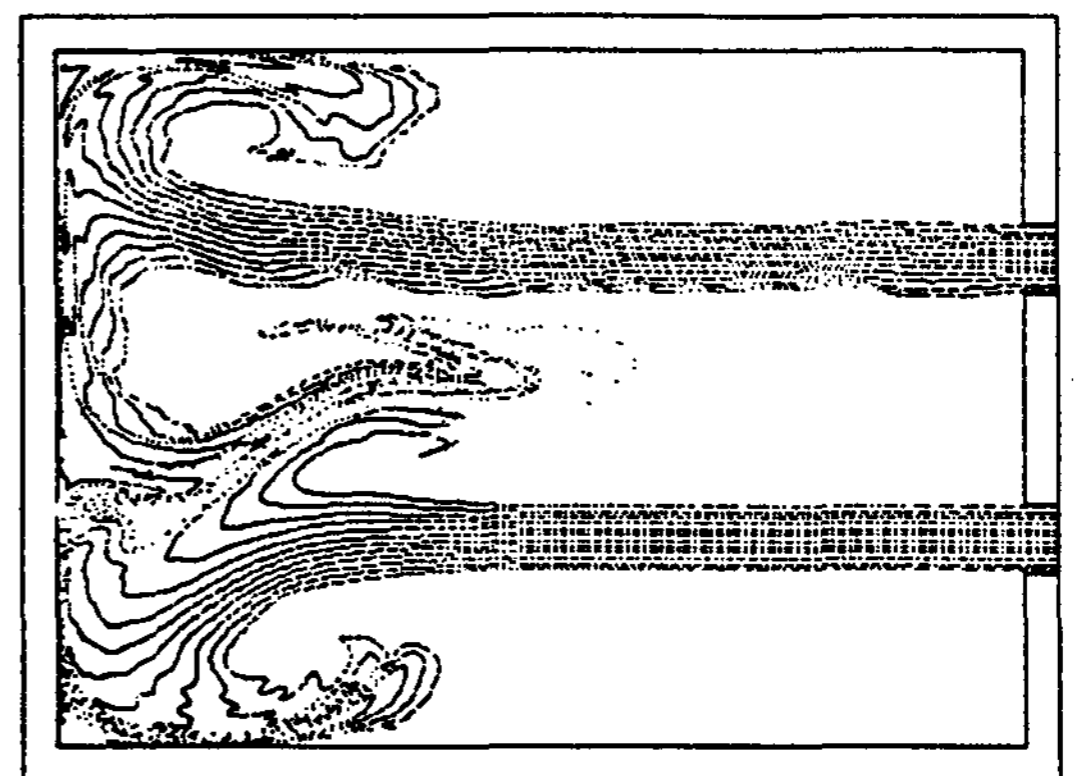


(e) 2.3 sec

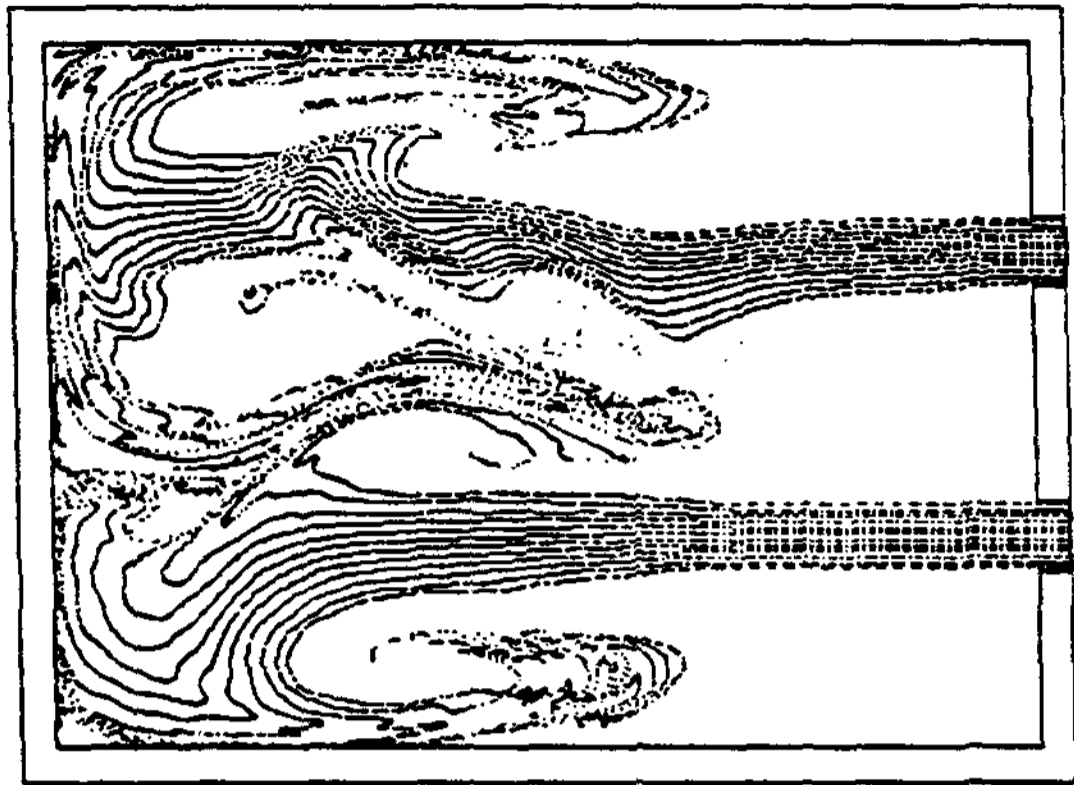
Fig. 9. Velocity profile of filling a horizontal square plate with 2 gates.



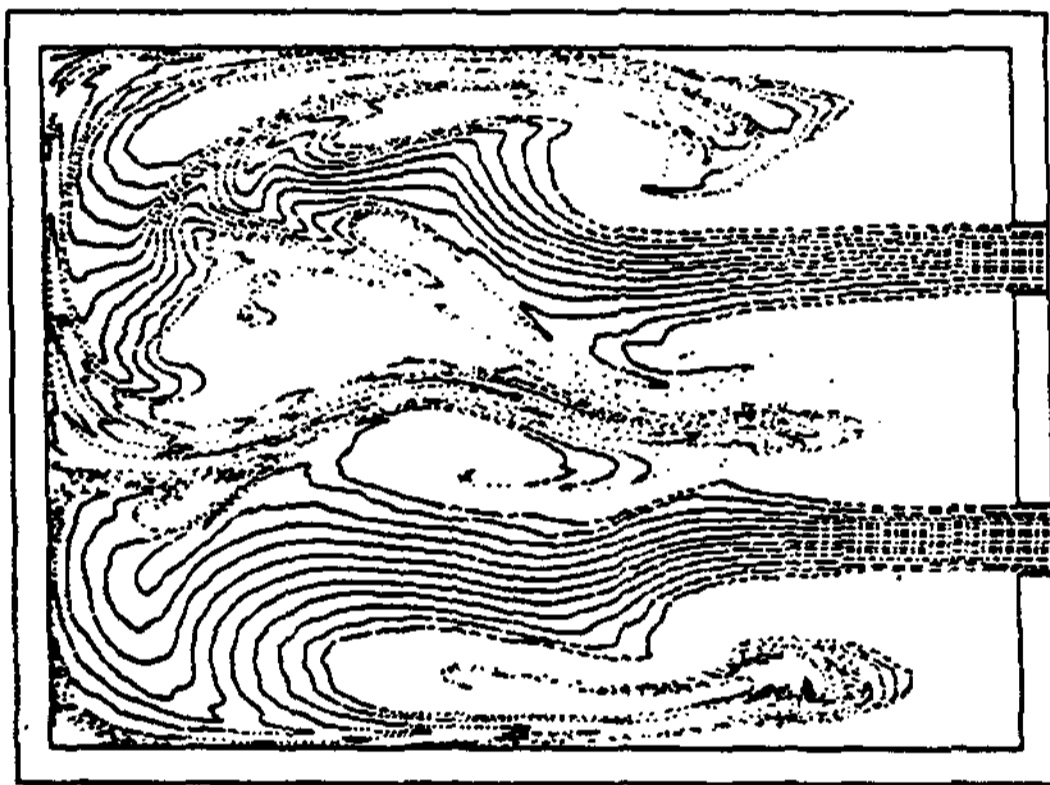
(a) 0.4 sec



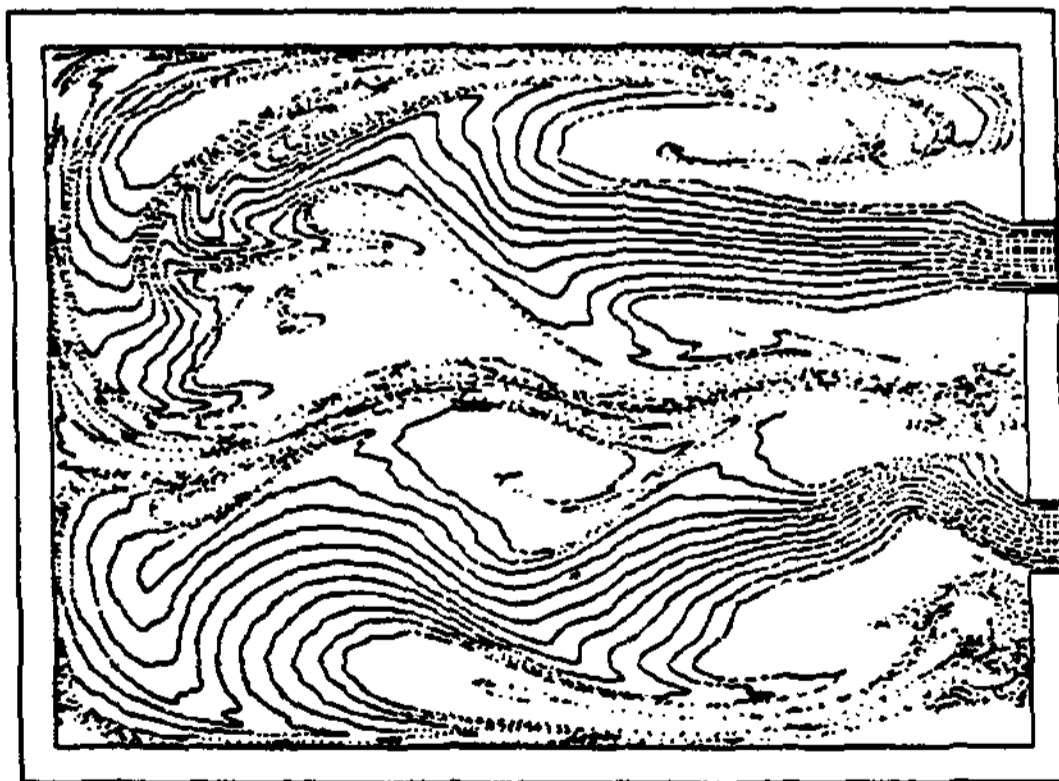
(b) 0.8 sec



(c) 1.1 sec

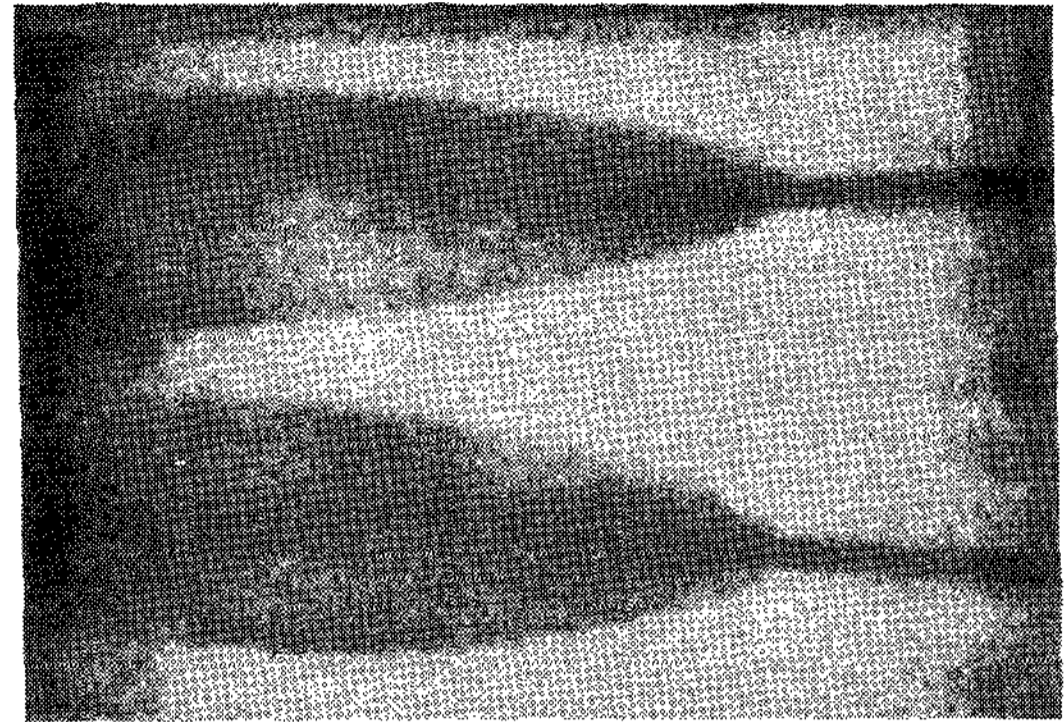


(d) 1.7 sec

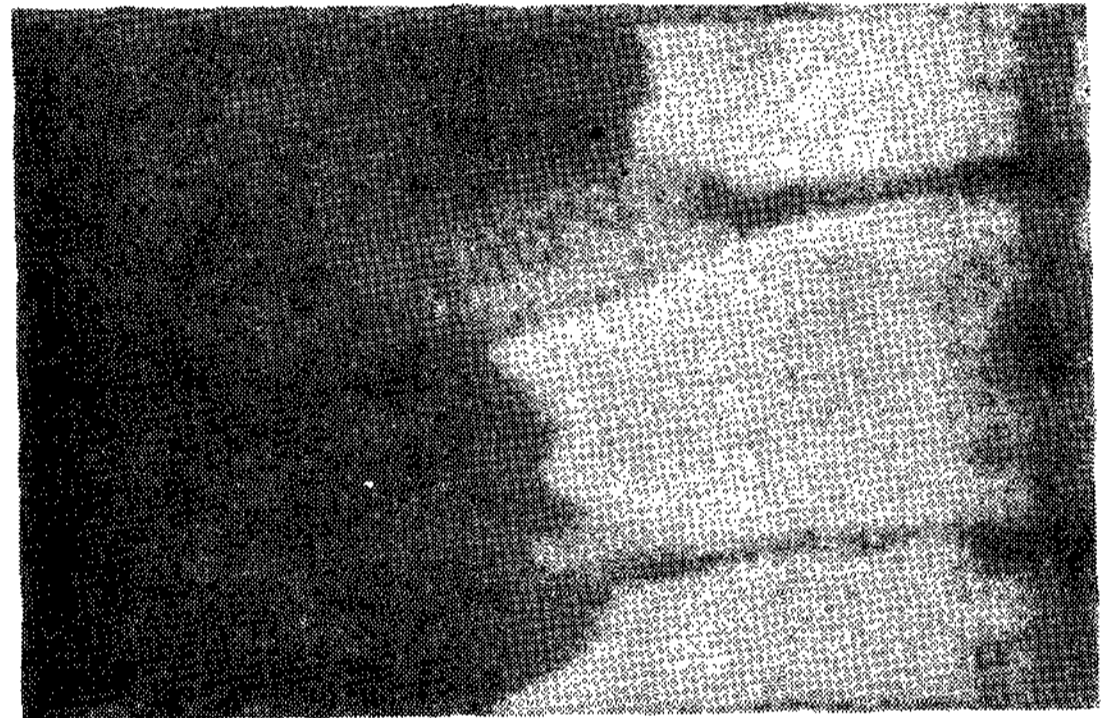


(e) 2.3 sec

Fig. 10. Markers plot of filling a horizontal square plate with 2 gates.



(a) 0.4 sec



(b) 1.1 sec



(c) 2.2 sec

Fig. 11. Water modeling result of horizontal square plate with 2 gates.

#### 4. 결 론

주물제조시 용탕이 주형을 충전할 때 발생하는 가스결함, 개재물 결함등 주조불량의 주요원인을 정량적으로 규명, 제어하기 위하여 본 연구를 수

행하였으며 그 결과는 다음과 같다.

(1) SMAC법(Simplified Marker and Cell)을 이용하여 자유표면을 갖는 용탕이 주형내로 주입될 때의 탕류거동을 해석할 수 있는 2차원 탕류해석 시뮬레이터를 개발하였다.

(2) 이러한 시뮬레이터를 이용하여 주형내로 유입되는 용탕의 흐름을 예측함으로써, 최종충진부위, 와류형성장소, 충전 시간등을 알 수 있었으며, 이를 이용하여 주입시 탕류에 기인하여 발생하는 구조불량을 제어할 수 있음을 밝혔다.

(3) 수평평판형태의 주물을 대상으로한 해석결과는 수모델실험에 의해 얻어진 실험결과와 잘 일치하였다.

### 참 고 문 헌

(1) M. C. Ashton and R. K. Buhr : Tech, report PM-M-73-5, CANMET, Energy, Mines and Resources Canada(1973)

(2) L. J. Heaslip, A. McLean and I. D. Somerville ; Continuous Casting I, AIME-ISS(1983), p67

(3) American Foundrymen's Society : Gating and Feeding for Light Metal Castings (1962)

(4) F. H. Harlow and J. E. Welch : Phys. Fluids 8. (1965), p2182

(5) A. A. Amsden and F. H, Harlow : J. Comp. Phys., 3(1968), p80

(6) R. A, Stoehr, C. Wang, W. S.Hwang and P. Ingerslev : Engineering Foundation Conference Proceedings, Modeling and Control of Casting and Welding Processes III, TMS(1986), p303

(7) W. S. Hwang : Computer Aided Fluid Flow Analysis of the Filling of Casting Systems, Ph. D. Thesis, University of Pittsburgh(1985)