大韓土木學會論文集
第12卷 第4-1號 · 1992年 12月
pp. 97~106

水 工 學

地形圖 縮尺에 따르는 하천 水路網과 本流 하천길이에 관한 Fractal Dimension

Fractal Dimension of Stream Networks and Main Stream Length with Map Scale

전민우* · 조원철**
Jeon, Min Woo · Cho ,Won Cheol

Abstract

Total length of stream networks and main stream length vary with topographic map scales, and the stream length of drainage basin on topographic map can be viewed as a fractal.

Total length of stream network and main stream length are represented as only stream area ratio(R_a) based on Horton's laws, thereafter the fractal dimensions of stream network and main stream length are derived as a simple function of stream length(R_L) and stream area ratios(R_a) respectively.

The derived equations of fractal dimension are applied to Sansung basin in Kum River and compared with the equations already existed. The stream network appeared as space filling with fractal dimension near 2 as map scale increases, while main stream length shows near 1.

The results of this study are expected to be helpful in the quantitative analysis of drainage network composition with map scale.

要 旨

하천 水路網의 수로길이와 本流 수로길이는 사용된 地形圖 縮尺에 따라 각각 다른 값을 나타내며, 이와 같은 地形圖上의 수로길이는 Fractal로 간주할 수 있다.

水路網의 하천길이와 本流 수로길이를 Horton 법칙을 적용함으로써 유역면적比(Ra)만의 함수로 나타내어, 水路網의 하천길이에 관한 Fractal Dimension(D)와 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension(d)를 길이의 比(R_L)과 유역면적比(R_a)의 함수로 각각 유도하였다.

유도된 결과식을 錦江水系內 山城유역의 水路網에 적용하여 旣 발표된 공식과 비교 검토하였으며, Fractal Dimension은 水路網의 경우 地形圖 縮尺이 클수록 2에 가까운 값을 나타낸 반면에, 本流수로의 경우는 1에 가까운 값을 나타내었다. 본 연구의 결과는 地形圖 縮尺에 따르는 水路網구성의 定量的 분석에 도움이 되리라 생각된다.

* 정회원 · 충북대학교 토목공학과, 부교수
** 정회원 · 연세대학교 토목공학과, 부교수

1. 서 론

하천 水路網의 지형학적 구조로부터 강우-유출과정의 流域應答을 얻기 위한 연구는 流域規模(scale)로부터 수문학적 相似性을 究明함으로써 수문학적 應答을 획득하고자 하는 관점에서 최근 수년동안 여러학자[1,2,3]에 의하여 진행되고 있으며, 集水流域과 水路網에 관한 定量的 표현은 이와 같은 수문학적 相似性에 주된 역활을 하게 된다.

하천밀도는 유출과정과 유역형상에 관한 중요한 인자로서 地形圖를 사용하여 유역면적과 하천길이를 측정함으로써 얻어진다. 유역면적은 幾何學的으로 地形圖縮尺의 영향을 받지 않으므로, 하천밀도는 유역내 하천길이의 변수가 되며, 하천길이는 1차하천에 대하여 매우 민감하다. 그러므로 地形圖 縮尺은 하천길이와 이에 관계되는 하천밀도의 크기에 영향을 미치는 주된 因子가 된다.

만일 同一한 측정기구로서 측정된 각각 다른 縮尺의 地形圖가 사용되었다면, 縮尺이 증가 할수록 하천길이는 증가함으로[4] 관습적인 하천길이의 개념은 縮尺을 명시하지 않으면 무의미하다.

이와 같은 하천의 水路網은 地形圖 縮尺에 따라 규칙적인 양상을 내포하는 相似性을 갖으며, Fractal로 간주할 수 있다. Mandelbrot[5]는 하천 水路網과 같이 복잡하고 불규칙한 자연현상을 定量化하기 위하여 Fractal Dimension의 개념을 도입함으로써 간단한 수학적 구조로 나타내었으며, 하천 水路網에 대하여 적용함으로써 유역의 지형학적 因子의 신뢰성에 도움을 주었다.

이후 Feder[6]는 지표면 흐름의 길이는 모든 수로에 대하여 同一하다는 가정하에 水路線分(Stream Segment)에 관한 Fractal Dimension을 하천길이比(R_L)와 하천分岐率(R_b)로 나타낸 반면에, Tarboton 등[9]은 전체 하천길이 측정을 위한 단위길이를 1차하천의 평균길이(L_1)를 사용함으로써 하천水路網에 관한 Fractal Dimension을 R_L과 R_b의 함수로 유도하였으며, La Barbera와 Rosso[10]는 1차하천 평균길이와 전체 하천길이의 기울기로부터 Tarboton 등[9]과 동일한 관계식을 유도하였다.

Rosso 등[8]은 하천길이와 유역면적의 관계식($L\sim A^b$)으로부터 本流 하천길이에 관한 Fractal Dimension을 하천길이比(R_L)와 하천면적比(R_a)의 함수로 나타낸 반면에 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension은 R_b와 R_a의 함수로 유도하였다.

일반적으로 전체 하천길이는 R_b와 R_L의 함수로 표시되고[15,16] 本流 수로길이는 R_L만의 함수로 표시되고 있으나[8], 본 연구에서는 전체 하천길이와 本流 수로길이를 R_a만의 함수로 나타내어 각각의 Fractal Dimension을 유도함으로써 Fractal Dimension과 R_a와의 관계를 확립코자 하며, 地形圖로부터 획득한 Fractal Dimension과 비교하여 적용성을 검토하고자 한다.

2. Fractal Dimension 의 개념

정육면체의 공간을 직경 r인 球體로 채우기 위하여 필요한 球體의 갯수를 N이라면 N과 r의 관계는 $N\sim r^{-3}$이 성립하며, 정사각형 평면을 직경 r인 원으로 채우는 경우는 $N\sim r^{-2}$이 되며, 직선의 경우는 $N\sim r^{-1}$이 된다.

일반적으로 N과 r의 관계를 식 (1)과 같이 나타내어 Mandelbrot[5]는 指數 D를 Fractal Dimension이라 하였다.

$$N_r\sim r^{-D} \tag{1}$$

식 (1)을 육면체부피로 換算하면 $N_r\cdot r^3\sim r^{3-D}$이 되며, 면적에 대하여는 $N_r\cdot r^2\sim r^{2-D}$, 그리고 곡선에 대하여는 $N_r\cdot r\sim r^{1-D}$이 되며 이를 일반적으로 식 (2)와 같이 나타내어 D_t를 形態學的 次元(Topological Dimension)이라 한다.[14]

$$N_r\cdot r^{D_t}=F\cdot r^{D_t-D} \tag{2}$$

여기서 D_t는 整數로서 곡선의 경우는 1, 평면의 경우는 2, 육면체의 경우는 3이 되며 F는 비례상수이다.

곡선의 경우에 대하여($D_t=1$) 식 (2)는 식 (3)과 같으며, 식 (3)은 形態學的 次元과 Fractal Dimension의 관계를 나타내며, 여기서 L_r은 곡선 전체길이를 의미한다.

$$L_r=F\cdot r^{1-D} \tag{3}$$

이와 같은 개념을 海岸線 또는 하천 水路網과

같이 불규칙한 곡선에 적용할 수 있으며, 이때 r은 단위길이가 r인 尺度(Ruler)를 의미하며 F는 r에 독립인 일정한 하천길이를 의미한다.

하천수로에 관한 Fractal Dimension D는 $1 \leq D \leq 2$로서 일반적으로 實數(Fractal no.)로 표시되며, 길이의 次元을 갖는 직선의 경우 D=1인 반면에 면적의 次元을 갖는 평면의 경우는 D=2가 된다.

하천 水路網은 물이 흐르는 經路의 集合體로서 생각할 수 있으며 水路網이 높은 精密度(Resolution)를 갖는다면 거의 식물뿌리 사이의 물의 흐름을 관찰할 수 있으며, 이와 같은 경우 물이 유역전체를 통하여 排水된다고 간주할 수 있으므로 이를 Plane Filling이라 한다.

그러므로 水路線分에 대한 Fractal Dimension은 수로의 굴곡으로 인하여 1에 가까운 값을 갖는 반면에 하천 水路網에 대한 Fractal Dimension은 2에 가까운 값을 갖으며, 이 값들은 하천에 따라 다른 값으로 나타난다.

3. Horton 法則

하천 水路網 구성에 관한 Horton[7] 법칙은 일반적으로 Strahler[7]의 河川次數 결정방법에 의하여 자연하천에 적용되며, Horton 법칙은 각각 독립된 支流사이의 분류체계를 나타냄으로 Horton 법칙은 하천 水路網의 구조를 나타낸다고 할 수 있다.[10]

河川次數가 Ω인 유역내, u次 수로에 관한 河川次數法則은 식 (4)~식 (6)과 같다.

$$N_u = N_1 \; R_b^{1-u} \tag{4}$$

$$A_u = A_1 \; R_a^{u-1} \tag{5}$$

$$L_u = L_1 \; R_L^{u-1} \tag{6}$$

여기서 N_u, A_u 및 L_u는 각각 u차 하천의 갯수, 평균 유역면적, 하천 평균길이를 의미하며, R_b, R_a 및 R_L은 각각 하천分岐率, 하천면적比, 하천길이比로서 식 (7)~식 (9)와 같다.

$$R_b = N_u / N_{u+1} \tag{7}$$

$$R_a = A_{u+1} / A_u \tag{8}$$

$$R_L = L_{u+1} / L_u \tag{9}$$

임의유역에 대하여 R_b, R_a 및 R_L는 地形圖 縮尺에 관계없이 일정함으로[11] Horton 법칙은 하천 水路網의 精密度에 의하여 영향을 받지 않는다. 그러므로 Horton 법칙은 水路網의 相似性을 나타내며 幾何學的인 크기관계를 나타내는 것이다.

4. 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension(D)의 유도

Horton 법칙 적용에 의한 u次 하천의 전체 수로길이 L과 전체유역면적 A는 각각 식 (10) 및 식 (11)과 같다.[15,16]

$$L = L_1 \; R_b^{u-1} \frac{\beta^u - 1}{\beta - 1} \tag{10}$$

$$A = A_1 \; R_b^{u-1} \frac{\beta^u - 1}{\beta - 1} \tag{11}$$

여기서 $\beta = R_l / R_b$, L_1은 1차하천의 평균길이, A_1은 1차하천의 평균면적을 의미한다.

u차하천의 평균면적은 $A_u = (\Sigma A_u)/N_u$로서 계산되며 最大次數를 갖는 하천은 항상 1개($N_u = 1$)임으로, 이경우 $A_u = \Sigma A_u = A$가 되어 식 (5)는 식 (12)와 같다.

$$A = A_1 \; R_a^{u-1} \tag{12}$$

식 (11)과 식 (12)로부터 $\frac{\beta^u - 1}{\beta - 1} = (R_a / R_b)^{u-1}$이며, 식 (10)에 대입하므로서 식 (13)을 얻는다.

$$L = L_1 \; R_a^{u-1} \tag{13}$$

식 (13)의 1차하천 평균길이 L_1은 u차하천의 전체 수로길이 L을 측정하는데 필요한 단위길이 r'로 볼 수 있으며($L_1 = r'$), 따라서 식 (13)은 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L' = r' \; R_a^{u-1} \tag{14}$$

수로의 길이는 地形圖 縮尺에 따라서 변하며, 地形圖 縮尺이 클수록 精密度가 커져서 수로의 길이는 길어진다. 그러므로 水路網의 전체길이를 측정하는데 사용되는 단위길이 r을 감소시킴으로써 水路網分析의 精密度를 증가시킬 수 있다.

임의 地形圖 縮尺下에서 u차하천인 排水유역이 地形圖 縮尺의 증가로 인하여 (u+1)차하천으로 변화하였다면 임의차수 i에 관한 평균수로길이는 식

(15)의 관계가 성립되며, 하천길이比 R_L은 식 (16)과 같다.

$$L_{i,u}=L_{i+1,u+1} \tag{15}$$

$$R_L=\frac{L_{i+1,u+1}}{L_{i,u+1}}=\frac{L_{i,u}}{L_{i,u+1}} \tag{16}$$

만일 u차하천이 (u+2)차하천으로 변화하였다면 식 (16)의 관계로부터 식 (17)을 얻으며, 일반적으로 u차하천이 (u+k)차하천으로 변화하였다면 식 (18)이 성립하며, 여기서 $k \geq 1$이며 整數이다.

$$\frac{L_{i,u}}{L_{i,u+2}}=\frac{L_{i,u+1}}{L_{i,u+2}}\times R_L=R_L^{\,2} \tag{17}$$

$$\frac{L_{i,u}}{L_{i,u+k}}=R_L^{\,k} \tag{20}$$

그러므로 (u+k)차 하천에 대한 유역내 전체 수로길이 L을 측정하는데 필요한 단위길이 r″는 식 (18)로부터 1차하천에 대하여 식 (19)로 주어지며, (u+k)차 하천의 전체 수로길이는 식 (14)로부터 식 (20)을 얻는다.

$$r''=L_1/R_L^{\,k} \tag{19}$$

$$L''=\frac{L_1}{R_L^{\,k}}\,R_a^{\,u-1+k} \tag{20}$$

u차하천이 (u+k)차 하천으로 변화함으로써 증가한 수로길이는 식 (21)과 같다.

$$L(k,u)=L''-L'=L_1\,R_a^{\,u-1}\,[(R_a/R_L)^k-1] \tag{21}$$

Fractal Dimension을 구하기 위하여 식 (3)을 代數變換하여 微分하면 식 (22)와 같다.

$$1-D=\frac{d(\log L_r)}{d(\log r)}=\lim_{r\to 0}\frac{\log L''-\log L'}{\log r''-\log r'} \tag{22}$$

식 (22)의 D는 u와 k의 함수가 되며,단위길이 r을 無限小로 작게 취하면 추가되는 하천차수 k가 無限大로 증가함으로 식 (22)에 식 (14), 식 (19) 및 식 (20)을 대입하여 식 (23)을 얻으며, 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension D 는 식 (24)와 같다.

$$1-D=\lim_{k\to\infty}\frac{\log L''-\log L'}{\log r''-\log r'}=\frac{\log R_L-\log R_a}{\log R_L} \tag{23}$$

$$D=\frac{\log R_a}{\log R_L} \tag{24}$$

하천 水路網에 관한 Fractal Dimension D는 하천차수 u와 k에 독립이므로 地形圖 縮尺에 대하여 독립이 된다.

5. 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension (d)의 유도

하천 水路網에 관한 Fractal Dimension은 個個水路의 작은 불규칙성이 내포된 것으로 볼 수 있으며, 個個水路가 거의 직선수로로 나타난다 하더라도 次元 d를 갖는 Fractal로 간주할 수 있고 이와 같은 水路線分에 관한 Fractal Dimension은 1에 가까운 값을 갖는다.

식 (3)에서 F는 r에 독립적인 곡선의 길이를 나타내는 일정한 값이며, 하천 本流水路에 적용하는 경우 식 (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L_r=F\cdot r^{1-d} \tag{25}$$

u차하천의 本流 수로길이 L_u와 유역면적 A_u의 관계는 일반적으로 식 (26)과 같이 나타낼 수 있으며, 指數 b는 地形圖 縮尺에 무관하고 유역면적에 따라 보통 0.47~0.7의 값을 갖는 것으로 究明되어 있다.[13]

$$L_u \sim A_u^{\,b} \tag{26}$$

식 (25)와 식 (26)을 결합하면 식 (27)과 같으며, 여기서 $A_{u(r)}$은 단위길이 r의 조건下에서 측정된 u차하천의 유역면적을 의미하며, c는 비례상수이다.

$$L_{u(r)}=c\;r^{1-d}\;A_{u(r)}^{\,b} \tag{27}$$

식 (27)에서 r을 消去하기 위하여 식 (5)를 적용하며, 여기서 R_a는 地形圖 縮尺에 대하여 일정한 값을 갖는다. 그리고 비례상수 c를 구하기 위하여 1차하천(u=1)에 대하여 적용하면 $c=L_{1(r)}\,r^{d-1}\,A_{1(r)}$이 되어 식 (27)은 식 (28)과 같다.

$$L_{u(r)}=L_{1(r)}\;R_a^{(u-1)b} \tag{28}$$

식 (28)의 1차하천 평균길이 $L_{1(r)}$은 本流 수로길이 $L_{u(r)}$을 측정하는데 필요한 단위길이 $r'(L_1=r')$로 볼

수 있으며, 이와 같은 u차하천이 地形圖 縮尺의 증가로 인하여 (u+k)차하천으로 변화하였다면, (u+k)차하천의 本流 수로길이를 측정하는데 필요한 단위길이 r″는 식 (19)로 주어진다.

그러므로 u차하천에 관한 本流 수로길이 L_m'는 식 (29), 그리고 (u+k)차하천에 관한 本流 수로길이 L_m''는 식 (30)으로 나타난다.

$$L_m' = L_1 \, R_a^{(u-1)b} \tag{29}$$

$$L_m'' = \frac{L_1}{R_L^{\,k}} \, R_a^{(u-1+k)b} \tag{30}$$

本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension d를 구하기 위하여 식 (29)와 식 (30)을 식 (22)에 적용하면 식 (31)과 같다.

$$d = \frac{b \cdot \log R_a}{\log R_L} \tag{31}$$

식 (31)은 식 (6)의 (u−1)을 분리하여 식 (28)에 代入하거나 또는 식 (16)의 관계를 식 (28)에 적용하여도 식 (31)의 결과를 얻을 수 있다.

6. Fractal Dimension의 특성

6.1 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension

R_a와 R_L은 임의 유역에 대하여 지형도 축척에 관계없이 일정한 값을 가짐으로 식 (24)로부터 지형도 축척에 대하여 不變인 Fractal Dimension을 결정할 수 있다. Fractal Dimension의 특성을 고찰하기 위하여 D, R_a 및 R_L의 관계를 그림 1과 그림 2에 나타내었으며, 그림 1은 R_a 값이 일정할 때 R_L과 D와의 관계, 그리고 임의 R_L 값에 대한 R_a D와의 관계를 그림으로 나타낸 것이다.

임의 R_a 값에 대하여 D는 R_L의 증가에 따라 감소하며 이것은 R_a 값이 작은 값 일수록 더욱 급격히 감소한 반면에, R_L가 일정할 경우 R_a의 증가에 따라 D는 증가하며 이것은 R_L가 작은 값 일수록 더욱 급격히 증가함을 알 수 있다.

그림 2는 일정한 D 값에 대하여 R_a와 R_L의 변화를 나타낸 것이며, D가 1보다 클수록 R_L의 증가에 따라 R_a 값은 급격히 증가하고 있으나 D가 1보다 작을수록 R_a 값이 서서히 증가하고 있다.

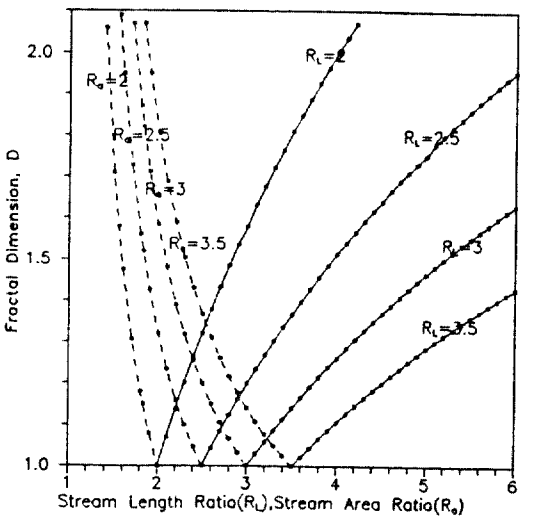


그림 1. Fractal Dimension(D) (Dashed line as a function of R_L for different values of R_a, solid line as a function of R_a for different values of R_L)

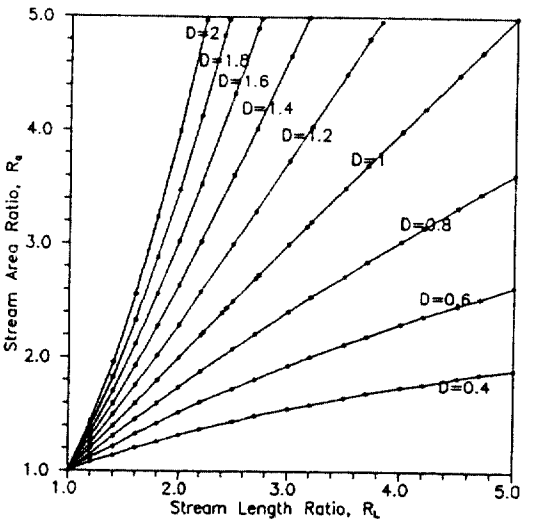


그림 2. Chracteristics of fractal dimension(D) for various R_a and R_L

식 (24)로부터 $R_a = R_L$이면 D=1이 되고, $R_a = R_L^2$이면 D=2가 됨을 알 수 있다.

6.2 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension

식 (31)은 R_L이 일정할 때 R_a에 따라서 d가 증

가하고, 일정한 R_a 값에 대하여 R_L이 증가하면 d가 감소하며, 이와 같은 증가 또는 減少量은 하천 水路網의 경우와 비교하여 계수 b에 비례하고 있음을 알 수 있다.

次元解析에 의하면 식 (26)의 指數 b는 0.5가 되며[8] 이와 같은 경우 식 (31)로부터 식 (32)를 얻으며, $R_a=R_L^2$이면 d=1이 된다.

$$R_a=R_L^{2d} \tag{32}$$

식 (33)은 식 (24)와 식 (31)의 관계로부터 얻을 수 있으며 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension D와 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension d와의 관계를 나타낸다.

$$d=b\cdot D \tag{33}$$

b=0.5, d=1이면 D=2가 되어, 이 경우는 유역 전체를 통하여 排水되는 Plane Filling의 경우가 된다.

7. 적용 및 비교검토

地形圖 縮尺에 따르는 하천길이의 변화를 나타내는 Fractal Dimension을 구하기 위하여 錦江水系의 支流인 報靑川유역내의 山城지점을 선정하였다.

地形圖 縮尺 1/50,000,1/25,000 및 1/5,000에 대한 하천 水路網圖는 그림 3과 같으며, 1/50,000과 1/25,000의 地形圖에서는 4차하천으로 나타났으나 1/50,00의 地形圖에서는 5차하천으로 나타났다.

各 縮尺의 地形圖로부터 얻은 하천차수별 하천수, 하천 평균길이, 평균 유역면적은 표 1과 같으며, 여기서 하천 평균길이는 各 次數別 하천길이를 Curve-Meter로 측정하여 하천수로 나누었으며 평균 유역면적은 구적계와 方眼紙를 사용하여 구하였다.

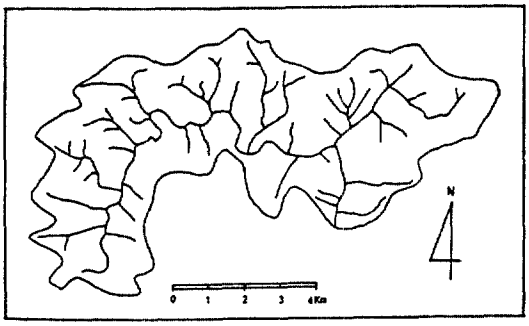
그림 4는 표 1의 자료를 半代數紙에 나타낸 것이며, 相關分析을 하므로서 얻은 R_b, R_L 및 R_a는 표 2와 같으며, 상관계수 0.96 이상의 높은 相關性을 나타내었다.

식 (26)으로 나타낸 本流 수로길이 L_u와 유역면적 A_u의 관계에서 b 값을 구하기 위하여, 本流水路에 관한 하천차수별 수로길이와 유역면적을 구하여 표 3에 나타내었으며, 상관계수 0.99인 높은 相關性을 보여주고 있다. 여기서 1/50,000 縮尺에서는 b=0.6943, 1/25,000 縮尺에서는 b=0.6613,그리고 1/5,000 縮尺에서는 b=0.5648로 나타났으며, 地形圖 縮尺이 클수록 b 값은 감소하는 반면에 이에 관한 비례상수는 증가함을 알 수 있으며, 이와 같은 내용은 Robret와 Roy[4]가 상세히 기술한 바 있다.

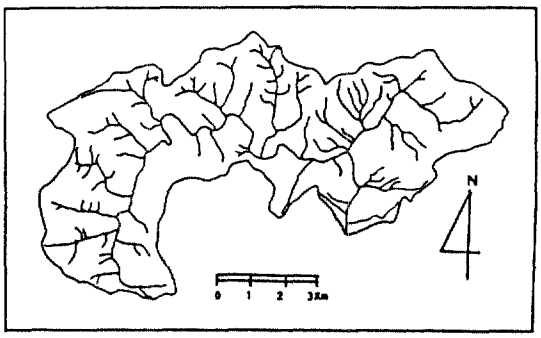
표 2의 Horton 比를 식 (24)와 식 (31)에 적용하여

표 1. Geomorphologic parameters of Sansung Basin

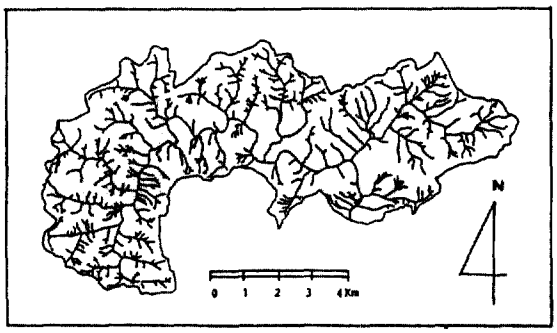
Stream Order	1st	2nd	3rd	4th	5th
Map Scale 1/50,000					
No of Streams	52	12	4	1	
Mean Stream Length(Km)	0.725	1.267	2.850	8.200	
Mean Drainage Area(Km^2)	0.551	2.692	9.501	51.259	
Map Scale 1/25,000					
No of Streams	99	24	6	1	
Mean Stream Length(Km)	0.555	0.950	1.833	8.900	
Mean Drainage Area(Km^2)	0.360	1.233	6.345	49.120	
Map Scale 1/5,000					
No of Streams	450	114	29	6	1
Mean Stream Length(Km)	0.288	0.578	1.136	2.594	9.360
Mean Drainage Area(Km^2)	0.053	0.236	1.225	5.080	50.036



a) Map Scale 1/50,000



b) Map Scale 1/25,000



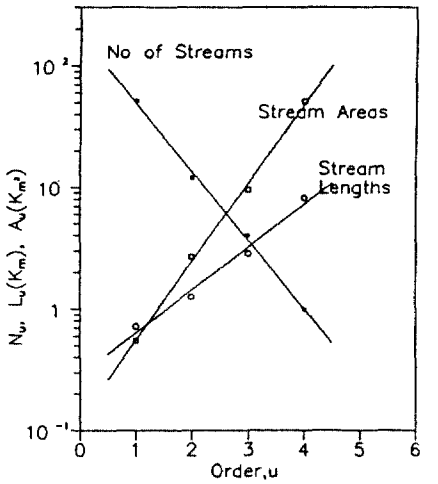
c) Map Scale 1/5,000

그림 3. Stream Networks of Sansung Basin

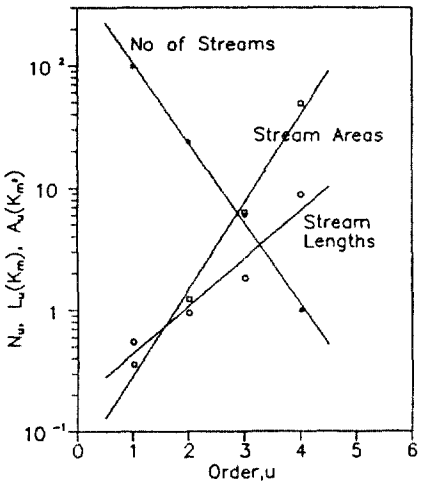
표 2. Horton's Order Ratios

Ratios	1/50,000	1/25,000	1/5,000
R_b	3.652(-0.99863)	4.559(-0.99807)	4.555(-0.99819)
R_L	2.2452(0.99063)	2.4551(0.96432)	2.3308(0.98979
R_a	4.4220(0.99862)	5.1480(0.99386)	5.3452(0.99619)

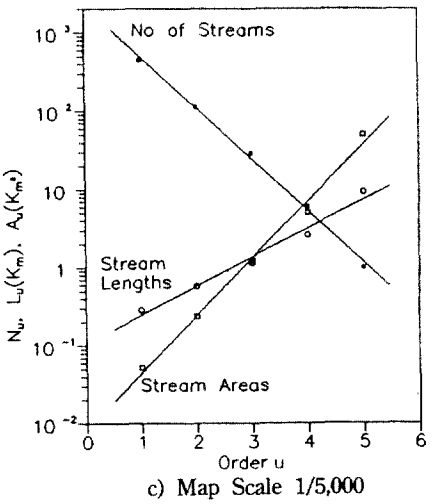
*( )내의 값은 상관계수를 의미한다.



a) Map Scale 1/50,000



b) Map Scale 1/25,000



c) Map Scale 1/5,000

그림 4. Horton's Order Ratios of Sansung Basin

표 3. Measured Values of Mainstream Length and Drainage Area

Scale	1/50,000		1/25,000		1/5,000	
Stream order	Mainstream Length(Km)	Drainage Area(Km^2)	Mainstream Length(Km)	Drainage Area(Km^2)	Mainstream Length(Km)	Drainage Area(Km^2)
1st	1.85	2.55	0.75	0.50	0.27	0.04
2nd	2.25	3.21	1.50	1.43	1.29	0.63
3rd	8.40	23.16	7.05	18.13	1.84	1.42
4th	15.40	51.26	16.75	49.12	5.84	12.50
5th					16.70	50.04
	$L=0.9791\ A^{0.6943}$		$L=1.1668\ A^{0.6613}$		$L=1.6099\ A^{0.5648}$	

표 4. Fractal Dimension of Sansung Basin : Comparison between 3 Equations

Fractal Dimension	1/50,000	1/25,000	1/5,000
Feder $d=(2\log R_L)/\log R_b$	1.249	1.184	1.116
Rosso $d=(2\log R_L)/\log R_a$	1.088	1.096	1.010
본 연구 $d=(b\log R_a)/\log R_L$	1.276	1.206	1.119
Rosso $D=(2\log R_b)/\log R_a$	1.742	1.852	1.809
Tarboton $D=\log R_b/\log R_L$	1.601	1.689	1.792
본 연구 $D=\log R_a/\log R_L$	1.838	1.824	1.981

표 5. Measured Values of Stream Segment Length

Unit : Meter

1/50,000	1/25,000	1/5,000	Regression Equations
650	663	660	$L=667.2\ r^{-0.00546}$
225	225	245	$L=259.9\ r^{-0.03979}$
900	925	955	$L=995.6\ r^{-0.02472}$
1,150	1,150	1,165	$L=1,175.5\ r^{-0.00605}$
1,550	1,550	1,575	$L=1,592.6\ r^{-0.00748}$
1,025	1,063	1,075	$L=1,111.7\ r^{-0.01827}$
400	450	463	$L=513.4\ r^{-0.05545}$
900	925	960	$L=1,004.4\ r^{-0.02716}$

계산된 Fractal Dimen-sion을 표 4에 나타내었으며, 비교 검토를 위하여 本流 수로길이의 Fractal Dimension에 관한 Feder[6]의 식과 Rosso 등[8]의 식, 그리고 하천 水路網의 Fractal Dimension에 관한 Rosso 등[8]의 식과 Tarboton 등[12]의 식을 적용하였다.

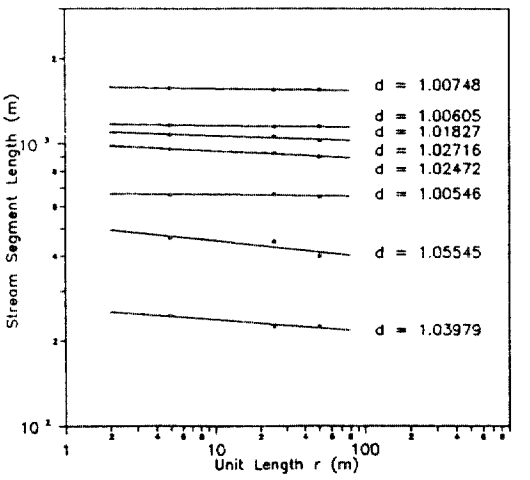


그림 5. Fractal Dimension of Stream Segments

표 4에서, 식 (24)와 식 (31)에 의한 Fractal Dimension은 他 방법에 의한 Fractal Dimension과 近似한 값을 나타내고 있으며, 地形圖 縮尺이 클수록 Dimension D는 2에 접근하고 있음을 알 수 있다.

이것은 本流 수로길이의 경우 地形圖 縮尺이 작을수록 d가 커져서 本流하천은 매우 꾸불꾸불하고 복잡한 양상을 나타내며 地形圖 縮尺이 클수록 직선에 가깝게 (d=1) 나타남을 알 수 있으며, 하천 水路網 의 경우는 地形圖 縮尺이 클수록 D는 2에 접근하여 Planing Filling의 경우가 됨을 알 수 있다.

비교 검토를 위하여 水路線分(Stream Segment)에 관한 Fractal Dimension을 구하였으며, 3가지 縮尺의 地形圖에서 공통으로 대응하는 임의 수로 교차

점에서 다음 수로 교차점까지의 水路線分을 택하였다. 이때 水路線分길이의 측정은 가는 구리선을 사용하였으며 그 결과는 표 5와 같다.

식 (3)으로부터 직접적으로 Fractal Dimension을 구하기 위하여는 단위길이 r 값과 측정된 L_r을 兩代數紙에 나타내어 그 기울기로부터 Fractal Dimension을 구할수 있다.

표 5의 측정치를 兩代數紙에 나타낸 것이 그림 5이며, Fractal Dimension의 평균치는 1.023으로서 水路線分에 관한 Fractal Dimension은 거의 직선으로 나타남을 알 수 있다.

8. 결 론

자연하천의 수로길이는 地形圖 縮尺에 따라서 변하며 이와 같은 변화는 식 (3)으로 나타낸 Fractal Dimension에 의하여 定量的으로 표현된다는 개념하에서 하천 水路網과 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension을 유도하였다.

이를 위하여 하천길이比와 유역면적에 관한 Horton법칙을 적용한 결과, 各各 식 (24)와 식 (31)로 주어진 Fractal Dimension에 관한 식을 얻을 수 있었으며 이와 같은 Fractal Dimension은 하천 水路網의 구조에 따라 2와 1 사이의 값을 갖는다.

하천 水路網에 관한 Fractal Dimension과 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension의 관계는 식 (33)으로 주어지며, 이것은 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension은 個個수로의 작은 불규칙성이 내포된 것으로 볼 수 있다는 관점에서 임의 地形圖 縮尺에 관한 兩者의 Fractal Dimension은 서로 비례관계가 있음을 알 수 있다.

이와 같은 Fractal Dimension에 관한 관계식을 錦江水系內의 支流인 山城유역에 적용한 결과, 하천 水路網에 관한 Fractal Dimension은 地形圖 縮尺에 따라 1.82～1.98을 나타내며 地形圖 縮尺이 클수록 2에 가까운 값이 됨을 알 수 있다. 반면에 本流 수로길이에 관한 Fractal Dimension은 1.12～1.28의 값을 얻었으며 地形圖 縮尺이 클수록 1에 가까운 값을 나타내었으며, 水路線分의 경우는 1.023을 얻었다.

감사의 말

이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음

참 고 문 헌

1. Gupta, V. K. and Waymire, E., "Statistical Self-Similarity in River Networks Parameterized by Elevation", *Water Resour.Resear.*, **25**(3), 1989, pp. 463～476.
2. Wood, E. F., Sivapalan, M. and Beven, K. J., "Similarity and Scale in Catchment Storm Response", *Rev. Geophys.*, **28**(1), 1990, pp. 1～18.
3. Sivapalan M. and Wood, E. F., "On Hydrology Similarity 3. A Dimensionless Flood Frequency Model using a Generalized Geomorphologic Unit Hdrograph and Partial Area Runoff Generation", *Water Resour.Resear* **26**(1), 1990, pp. 43～58.
4. Robert, A. and Roy, A. G., "On the Fractal Interpretation of the Mainstream Length-Drainage Area Relationship", *Water Resour. Resear.* **26**(5), 1990, pp. 839～842.
5. Manderbrot, B. B., *Fractals: Form,Chance and Dimension*, W. H. Freeman, New York, 1977.
6. Feder, J., *Fractals*, Plenum, New York, pp. 344～398, 1988.
7. Horton, R. E., "Erosional Development of Streams and their Drainage Basins: Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology", *Geol. Soc. Am. Bull.*, **56**, 1945, pp. 275～370.
8. Rosso, R., Bacchi, B. and La Barbera, P., "Fractal Relation of Mainstream Length to Catchment Area in River Networks", *Water. Resour. Resear.*, **27**(3), 1991, pp. 381～387.
9. Tarboton, D. G., Bras, R. L. and Rodriguez-Iturbe, I., "The Fractal Nature of River Networks", *Water Resour.Resear.* **24**(8), 1988, pp. 1317～1322.
10. La Barbera, P. and Rosso, R., "On the Fractal Dimension of Stream Networks", *Water Resour. Resear.* **25**(4), 1989, pp. 735～741.
11. Yang, C. T. and Stall, J. B., "Note on the Map Scale Effect in the Study of Stream Morphology", *Water Resour. Resear.* 7(3), 1971, pp. 709～712.
12. Tarboton, D. G., Bras, R. L. and Rodriguez-Iturbe, I., "Scaling and Elevation in River Network", *Wa-*

ter Resour. Resear. **25**(9), 1989, pp. 2037~2051.
13. Mesa, O. J. and Gupta, V. K., "On the Main Channel Length-Area Relationship for Channel Networks", *Water Resour. Resear.* **23**(11), 1987, pp. 2119~2122.
14. Nikora, V. I., "Fractal Structure of River Plan Forms", *Water Resour. Resear.* **27**(6), 1991, pp. 1327~1333.
15. Chow, V. T., Ed., *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1964, pp. 4-47~4-50.
16. Eagleson, P. S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, pp. 377~386, 1970.
17. Strahler, A. N., "Hypsometric(area-altitude) Analysis of Erosional Topography", *Geol. Soc. Am. Bull.*, **63**, 1952, pp. 1117~1142.

(接受 : 1992. 8. 27)