

## 3段階 分割技法에 의한 平面트러스 構造物의 形狀 最適化에 관한 研究

### Optimal Configuration of the Truss Structures by Using Decomposition Method of Three-Phases

李奎遠\* · 宋基範\*\*

Lee, Gyu Won · Song, Gi Beom

#### Abstract

In this research, a Three Level Decomposition technique has been developed for configuration design optimization of truss structures. In the first level, as design variables, behavior variables are used and the strain energy has been treated as the cost function to be maximized so that the truss structure can absorb maximum energy. For design constraint of the optimal design problem, allowable stress, buckling stress, and displacement under multi-loading conditions are considered.

In the second level, design problem is formulated using the cross-sectional area as the design variable and the weight of the truss structure as the cost function. As for the design constraint, the equilibrium equation with the optimal displacement obtained in the first level is used.

In the third level, the nodal point coordinates of the truss structure are used as coordinating variable and the weight has been taken as the cost function. An advantage of the Three Level Decomposition technique is that the first and second level design problems are simple because they are linear programming problems. Moreover, the method is efficient because it is not necessary to carry out time consuming structural analysis and techniques for sensitivity analysis during the design optimization process. By treating the nodal point coordinates as design variables, the third level becomes unconstrained optimal design problems which is easier to solve. Moreover, by using different convergence criteria at each level of design problem, improved convergence can be obtained.

The proposed technique has been tested using four different truss structures to yield almost identical optimum designs in the literature with efficient convergence rate regardless of constraint types and configuration of truss structures.

#### 요 지

本 研究에서는 트러스構造物의 效率的인 形狀最適化를 위해서 3段階分割最適化 技法을 誘導하였다.

\* 正會員 · 全北大學校 工科學科 土木工學科 教授

\*\* 正會員 · 大田工業大學 土木工學科 教授

3 段階:分割最適化 技法을 適用하기 위하여 第1段階에서 設計變數는 舉動變數로 目的函數는 構造物이 에너지를 最大로 吸收할 수 있도록 變形에너지를 減하였으며 制約條件式으로는 許容應力, 挫屈應力, 變位制約 및 多 載荷條件을 考慮하여 最適化問題를 形成하였다.

第 2段階에서 設計變數는 部材斷面積으로써 目的函數는 構造物의 重量이 最小가 되도록 重量函數를 減하였으며 制約條件式으로는 第1段階에서 얻은 最適變位를 代入한 平衡條件式 및 多 載荷條件을 考慮하여 最適化問題를 形成하였다.

第 3段階에서는 調整變數를 節點座標로 하고 目的函數로는 重量函數로 하여 最適化 問題를 形成하였다.

이와같이 形成된 第1,第2段階의 最適化 問題는 線形計劃問題로 된다. 따라서 3段階 分割最適化 技法은 最適化 過程이 簡便하고 構造解析 및 感度分析을 위한 技法을 適用할 必要가 없으므로 最適化 過程中 構造解析 및 感度分析에 要求되는 時間을 縮일 수 있는 效率的인 技法이었다.

제 3段階에서는 節點座標를 設計變數로 하므로서 無制約最適化問題로 形成되므로 最適化過程이 容易하다. 또한 本 研究는 各 段階에 各各 다른 最適化基準를 사용함으로써 收斂速度를 向上시키고 있다.

本 研究의 技法을 4種의 트리스 構造物에 適用한 결과 트리스 構造物의 形態, 制約條件式에 구애받지 않고 效率的으로 最適解에 收斂함과 同時에 他의 研究와 거의 同一한 研究結果를 얻었다.

## 1. 序 論

### 1.1 研究目的 方法 및 範圍

Maxwell의 基本定理<sup>(1)</sup> 및 Schmit의 文獻<sup>(2)</sup>이 發表되면서 構造物의 最適設計는 構造 工學者에게 觀心의 對象이 되어 이에 관한 研究가 상당히 進行되었다.

지금까지의 構造物 最適設計에 관한 研究方法은 最適性基準法(optimality criteria method) 및 數學的計劃法(mathematical programming method)에 依據하여 서로다른 여러 構造物에 多樣한 數值알고리즘(algorithm)을 適用한 最適設計 이었으며 이들의 內容은 形狀이 固定된 경우의 部材치수의 最適化(member sizing optimization)와 部材의 回轉은없고 단지 部材의 길이만 變하는 幾何學的 形狀最適化(shape optimization), 그리고 部材가 回轉하는 동시에 部材의 길이가 變하는 形狀最適化(configurational optimization)로 區分할 수 있다.

形狀最適化와 幾何學的 形狀最適化에 관한 研究의 大部分은 小規模 構造物의 最適化이나, 最近에는 構造物이 複雜함은 물론 大型化되고 있다. 그러나 電子計算機가 大型化됨에 따라 大規模 構造物의 最適化가 可能하게 되어 이에 관한 研究가 集中的으로 進行되고 있다.

大規模 構造物의 最適化는 小規模 構造物의 最適化에 비하면 設計變數의 數 및 制約條件式의 數가 상당히 增加하여 이들을 考慮한 設計空間에서 最適解를 求하기가 어렵다는 것은 當然하다.

또한 構造物 設計에서는 반드시 多 載荷條件을 고려하여야 하므로 이를 最適設計에 反映하면 大規模 構造物의 最適化를 위한 設計空間의 次元이 대단히 增加하여 大規模 構造物의 最適化는 더욱 困難하다. 그래서 大規模構造物의 最適設計시에는 設計空間의 次元을 줄이기 위해서 設計變數間의 結合(variable linking), 制約條件式의 數를 縮小시키기 위해서 臨界設計制約條件式(active constraint)만 考慮한다. 그러나 이러한 過程으로도 大規模構造物의 最適設計는 容易하지 않다.

構造物의 最適設計는 構造物設計時 要求되는 모든 制約을 만족하면서 最適性基準法 및 數學的計劃法에 의하여 構造物의 重量 또는 經費를 最大로 減시키 수 있는 合理的인 設計方法 이다. 이 設計法은 部材치수의 最適化 보다도 幾何學的 形狀最適化가 構造物의 重量 또는 經費를 더욱 減시키 수 있는 設計方法 이므로 構造物의 最適設計에서는 部材치수의 最適化 보다도 幾何學的 形狀最適化를 試圖해야만 이 最適設計의 定義에 附合된다.

그러나 構造物의 幾何學的 形狀最適化(optimal

configuration)는 앞에서 언급된 문제 외에도 構造物의 幾何學的 形狀最適化를 위한 設計變數가 部材 치수의 最適化를 위한 設計變數의 媒介變數로 되어 大形構造物의 幾何學的 形狀最適化는 더욱 어렵게 된다.

그러므로 大形構造物의 最適設計時 어려운 점을 해결할 수 있는 效率的인 形狀最適化를 위해서는 多段階 分割 最適化技法(multilevel optimization approach)의 研究가 필요하다는 것은 당연한 結果라 하겠다.

지금까지 研究된 多段階 分割最適化 技法중에는 Model 調整法<sup>(3,4)</sup>, Goal 調整法<sup>(3)</sup>과 混合調整法<sup>(5)</sup>(mixed coordination method)이 있다.

이상의 多段階 分割最適化 技法을 適用한 最適化 問題는 非線形計劃問題로 形成 되어 線形計劃問題 보다 計算面에서 볼때 效率的인 方法이라고 할 수 없으며 아직도 위에서 言及된 많은 短點을 內包하고 있으므로 이를 解決할수 있는 研究가 필요하다.

그래서, 本 研究에서는 다른 研究와 달리 效率的인 幾何學的 形狀最適化 알고리즘을 誘導하기 위해서 幾何學的 形狀最適化의 全過程을 3段階로 分割하는 多段階分割最適化技法을 새로이 導入하여 앞에서 言及된 問題點을 解決코자 한다.

本 研究의 3段階分割最適化 技法에서 第1段階는 舉動變數(behavior variable)을 設計變數로 하고 目的函數는 構造物이 에너지를 最大로 吸收할 수 있도록 變形에너지를 擇한다.

制約條件式으로는 許容應力制約, 挫屈應力制約과 變位制約 및 設計變數의 上下限值限界 制約을 考慮하나 舉動變數를 設計變數로 함으로 最適化問題는 線形計劃問題로 形成된다.

本 研究의 第2段階에서는 設計變數를 部材斷面積으로 目的函數로는 重量函數를 取하며 制約條件式은 第1段階에서 얻은 最適變位를 代入한 平衡條件式 및 設計變數의 上下限值限界 制約을 考慮하므로 最適化問題는 線形計劃問題로 形成된다.

本 研究의 第3段階에서는 設計變數를 節點座標로 하고 目的函數로는 重量函數를 取하며 制約條件式으로는 設計變數의 上下限值限界 制約을 考慮한다.

이와 같은 3段階 分割 最適化問題는 設計變數의 陽函數(explicit function)로 形成되어 感度分析(sensitivity analysis)을 위한 技法을 適用할 必要가 없

으며 第1,第2段階에서는 線形計劃問題로 되어 最適化의 全過程이 간단한 形狀最適化問題로 形成 된다.

本 研究에서는 이상과 같은 3段階 分割最適化 技法을 導入하여 感度分析을 위한 技法을 適用할 必要가 없고 또한 構造 再 計算이 필요없는 效率的인 알고리즘을 導入하는 同時에 桁架의 形態,制約條件式의 종류등에 구애 받지 않는 多段階 分割最適化 技法을 提案하는 데에 그 目的이 있다.

한편 本 研究의 알고리즘을 실제 몇개의 平面桁架構造物에 適用하여 얻은 結果로 부터 本 研究의 알고리즘의 妥當性을 分析하고자 한다.

### 1.2 本 研究와 關聯된 研究 沿革

1950년대 末까지의 構造最適化에 관한 發展過程과 內容은 Wasutynski의 文獻<sup>(6)</sup>에 詳細하게 紹介되었으며 1960년대의 最適設計 發展過程및 理論에 관한 文獻은 Sheu, Prager<sup>(7)</sup>, Schmit의 文獻<sup>(2)</sup>등을 통해 알 수 있다.

그리고 1970년대 初까지의 最適設計 理論에 대한 發表論文은 Gallagher의 文獻<sup>(8)</sup>과 Majid의 文獻<sup>(9)</sup>등에서 詳細히 紹介하고 있다.

이 文獻들을 中心으로 調査한 結果 거의 大部分 構造物의 幾何學的 形狀을 考慮하지 않았다.

1980년 초까지의 構造形狀最適化에 관한 發展過程과 內容은 文獻<sup>(4)</sup>, 1990년 초까지의 內容은 文獻<sup>(10, 11, 15)</sup>에 詳細하게 紹介 되었으며 構造感度 分析에 관한 研究는 文獻<sup>(12, 13, 14, 15, 16)</sup>에 紹介 되고 있다.

지금까지 研究된 形狀最適化 및 分割最適化에 관한 研究중에서 本 研究와 關聯된 최근 研究에 대해서만 言及하면 다음과 같다.

1975년 Kirsch<sup>(3)</sup>는 Model 調整法 및 Goal 調整法으로 全體構造를 여러개의 部分構造로 分割하는 理論을 紹介하였고 應力制約만을 갖는 간단한 靜定 桁架 構造物에 대해 two levels 技法으로 各各 分割最適化를 實施하였다.

1980年 Saka<sup>(17)</sup>는 逐次線形計劃法을 利用하여 部材力이 零인 部材를 除外함으로써 最適形狀을 誘導하였다.

1981年 Kanji Imai 및 Schmit<sup>(18)</sup>는 近似法과 數學的計劃法을 調和한 乘數法(multiplier method or primal and dual method)에 의해서 斷面과 形狀을 同時에 最適化하였으며 設計感度는 中央差分法에의

해서 求하였다.

1982년 Lin, Che 및 Yu<sup>(19)</sup>는 應力 및 動的制約을 考慮한 Kuhn-Tucker最適基準을 適用하여 最適形狀을 誘導하였다.

1983년 Topping<sup>(21)</sup>은 形狀最適化에 대한 現況을 詳細히 紹介하고 있으며, Kirsch<sup>(22)</sup>는 Taylor級數를 利用하여 近似的으로 變位를 求하여 幾何學的 形狀最適化를 試圖하였다.

1986년 Karitz<sup>(23)</sup>는 볼록線形化技法(convex linearization technique)을 利用하여 單一載荷條件을 考慮한 単純한 平面 트리스 構造物의 最適形狀을 求하였다.

1987년 Beers and Vanderplaats<sup>(24)</sup>는 Sobieski<sup>(20)</sup>의 方法에다 部分問題의 制約條件式을 線形化하기 위해 近似技法을 적용하는 새로운 方法을 提示하였다.

1987년 Felix와 Vanderplaats<sup>(25)</sup>는 變位, 強度, 固有 振動數制約을 考慮한 트리스構造物의 幾何學的 最適形狀을 誘導하였다.

1988년 Hansen과 Vanderplaats<sup>(26)</sup>는 近似技法으로 應力解析을 하여 트리스構造物의 最適形狀을 誘導하는 方法을 提示하였다.

1989년 Zhou<sup>(27)</sup>는 2段階 近似技法을 適用해서 最適形狀을 誘導하는 技法을 提示하였다.

1990년 Murotsu<sup>(28)</sup>는 트리스 構造物의 System破壞確率을 고려한 形狀最適化를 乘數法(multiplier method)로 試圖하고 있다.

國內의 研究로는 1980年 下位段階에서는 幾何學的 形狀을 固定시킨 狀態에서 SUMT法에 의한 Modified Newton-Raphson 法의 適用으로 트리스 部材 斷面積의 最適化를 上位段階에서는 句配를 計算하지 않고도 效率的으로 解를 求할수 있는 Rosenbrock法<sup>(29)</sup>의 適用으로 平面 트리스 構造物의 形狀最適化를 可能케 하는 多段階 形狀最適化 알고리즘을 誘導하였다<sup>(4,30)</sup>. 그 以後 多樣한 構造物에 多樣한 理論을 利用하여 1983년에는 確率制約을 考慮한 平面트리스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(31)</sup>, 幾何的 計劃法에 의한 鋼材트리스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(32)</sup>, 1985년에는 두 設計空間에 의한 아치構造의 形狀最適化 研究<sup>(33)</sup>, 1986년에는 分割最適化 技法에 의한 트리스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(34)</sup>, 케이בל의 最適引張力을 考慮한 斜張橋의 形狀最適

化에 관한 研究<sup>(35)</sup>, 1987년에는 破壞確率을 考慮한 平面트리스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(36)</sup>, 1989년에는 多段階 分割法에 의한 鐵筋콘크리트 벽 墩構造物의 最適化에 관한 研究<sup>(37)</sup>, 1990년에는 靜的 및 固有振動數 制約條件式을 考慮한 平面트리스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(38)</sup>가 發表되었다.

이상의 文獻調査 結果 本 研究에서 誘導하고자 하는 3段階分割技法에 의한 形狀最適化에 관한 研究는 찾아 볼 수 없었다.

## 2. 多段階 分割 形狀最適化 問題型式

### 2.1 一般의인 最適化 問題

트리스 構造物의 最適形狀을 얻기 위한 一般의인 最適化 問題型式은 다음과 같다.

$$\text{Minimize} : Z = F(\{W\}) \quad (2-1)$$

$$\text{subject to} : H_i(\{W\}) = \{0\} \quad i = 1, \dots, k$$

$$G_j(\{W\}) \geq \{0\} \quad j = 1, \dots, L \quad (2-2)$$

$$\{W^L\} \leq \{W\} \leq \{W^U\}$$

여기서,  $\{W\}$  : 設計變數

$H_i(\{W\})$  : 等號制約條件式

$G_j(\{W\})$  : 不等號 制約條件式

### 2.2 3段階 分割最適化 問題

本 研究에서 誘導하려고 하는 3段階分割技法을 紹介하면 다음과 같다.

#### (1) 제1段階의 最適化 問題

本 研究의 제1段階 最適化 問題型式은 다음과 같은 線形計劃問題로 形成된다.

$$\text{Maximize} : Q_1 = F(\{X\}, \{Z^0\}) \quad (2-3)$$

$$\text{subject to} : G_j(\{X\}, \{Z^0\}) \leq 0 \quad (2-4)$$

$$\{X^L\} \leq \{X\} \leq \{X^U\}$$

여기서,

$$j = 1, \dots, l$$

$\{X\}$  : 第 1段階의 設計變數 벡터 =  $\{X_1, \dots, X_n\}$

$\{X\}^L$  : 第 1段階 設計變數의 下限值 벡터 =  $\{X_1, \dots, X_n\}^L$

$\{X\}^U$  : 第 1段階 設計變數의 上限值 벡터 =  $\{X_1, \dots, X_n\}^U$

$\{Z^0\}$  : 第 3段階의 設計變數 벡터인 調整變數 =  $\{Z_1, \dots, Z_m\}$

$Q_1$  : 第1段階 最適化 問題의 目的函數

(2) 第2段階 最適化 問題

本 研究의 第2段階에서는 設計變數는 部材斷面積, 目的函數는 重量函數로할 때 制約條件式을 考慮한 第2段階의 最適化 問題型式은 다음과 같은 線形計 劃問題로 形成된다.

Minimize :  $Q_2 = F(\{Y\}, \{Z^0\})$  (2-5)

subject to :  $H_i(\{X^0\}, \{Y\}, \{Z^0\}) = 0, i = 1, \dots, K$  (2-6)  
 $\{Y^L\} \leq \{Y\} \leq \{Y^U\}$

여기서,

$i = 1, \dots, K$

$\{X^0\}$  : 第1段階의 設計變數 벡터  $\{X_1, \dots, X_n\}^0$

$\{Y\}$  : 第2段階의 設計變數 벡터  $\{Y_1, \dots, Y_m\}$

$\{Y^L\}$  : 第2段階의 設計變數의 下限值 벡터  $\{Y_1, \dots, Y_m\}^L$

$\{Y^U\}$  : 第2段階의 設計變數의 上限值 벡터  $\{Y_1, \dots, Y_m\}^U$

$\{Z^0\}$  : 第3段階의 設計變數 벡터  $\{Z_1, \dots, Z_p\}^0$

$Q_2$  : 第2段階 最適化 問題의 目的函數

$H_i$  : 第2段階 最適化 問題의 制約條件式

(3) 第3段階 最適化 問題

本 研究의 第3段階에서는 設計變數는 節點座標로, 目的函數는 重量函數를 취하면 第3段階 最適化 問題型式은 다음과 같다.

Minimize :  $Q_3 = F(\{Y^0\}, \{Z\})$  (2-7)

subject to :  $\{Z^L\} \leq \{Z\} \leq \{Z^U\}$  (2-8)

여기서,

$\{Y^0\}$  : 第2段階의 設計變數 벡터  $\{Y_1, \dots, Y_m\}^0$

$\{Z\}$  : 第3段階의 設計變數 벡터  $\{Z_1, \dots, Z_p\}$

$\{Z^L\}$  : 第3段階 設計變數의 下限值 벡터  $\{Z_1, \dots, Z_p\}^L$

$\{Z^U\}$  : 第3段階의 設計變數 上限值 벡터  $\{Z_1, \dots, Z_p\}^U$

$Q_3$  : 第3段階 最適化 問題의 目的函數

이상의 3段階 最適化 問題를 簡略히 圖示하면 그림2-1과 같다.

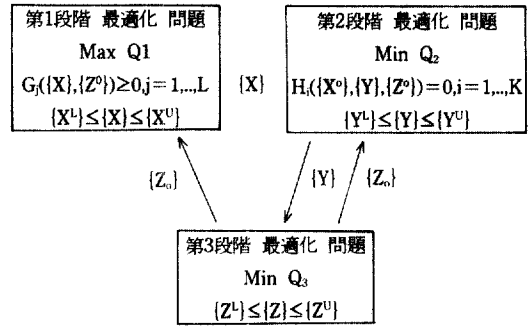


그림 2-1. 3段階 最適化 問題의 解法

3. 構造物의 最適化 모델

3.1 構造物의 最適化問題 型式

m개의 部材로 이루어진 트러스 構造物의 重量을 最小化 하기 위한 最適化問題 型式은 다음과 같다.

Minimize :  $M(A) = \text{Weight} = [\rho] \{A\}^t \{L\}$  (3-1)

subject to :  $\{\sigma_{ca}\} \leq [k][\beta]\{q\} \leq \{\sigma_{ta}\}$  (3-2)

$[\beta]^t [k][B][\beta]\{q\} = \{Q\}$  (3-3)

$[R]([k][\beta]\{q\})^{NL} \leq \{\sigma_{pa}\}$  (3-4)

$\{q^L\} \leq \{q\} \leq \{q^U\}$  (3-5)

$\{A^L\} \leq \{A\} \leq \{A^U\}$  (3-6)

여기서,

$M(A)$  = 目的函數

$[\rho]$  = 單位重量 行列 =  $\begin{bmatrix} \rho_1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \rho_i & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \rho_m \end{bmatrix}$

$\rho_i$  = i部材의 單位重量

$\{A\}^t$  = 部材의 斷面積 行列 =  $(A_1, \dots, A_i, \dots, A_m)^t$

$\{L\}$  = 部材 길이의 行列 =  $(L_1, \dots, L_i, \dots, L_m)^t$

t = 行列의 轉置를 表示

$[\beta]^t$  = (nxm)의 位相連結關係 行列

$\{Q\}$  = (nx1)의 節點荷重 行列

$\{q\}$  = (nx1)의 節點變位 行列

$\{q\}L$  = (nx1)의 節點變位の 下限值 行列

$\{q\}U$  = (nx1)의 節點變位の 上限值 行列

NL = 載荷荷重 條件數

$[k]$  = (mxm)의 對角行列

$$= \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & k_i & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & k_m \end{bmatrix}$$

단,  $k_i = E_i/L_i$

$E_i$  =  $i$ 번째 部材의 彈性係數

$L_i$  =  $i$ 번째 部材의 길이

$\{\sigma_{ca}\}$  = (mix1)의 許容壓縮應力 行列 =

$$(\sigma_{ca1}, \dots, \sigma_{cai}, \dots, \sigma_{cam})$$

$\{\sigma_{ta}\}$  = (mix1)의 許容引張應力 行列 =

$$(\sigma_{ta1}, \dots, \sigma_{tai}, \dots, \sigma_{tam})$$

$\{\sigma_{ba}\}$  = (fx1)의 許容挫屈應力 行列 =

$$(\sigma_{ba1}, \dots, \sigma_{bai}, \dots, \sigma_{bam})$$

1) Euler의 挫屈應力

$$\sigma_{bai} = (\alpha_i \pi^2 E_i A_i) / L_i^2 \quad (3-7)$$

$\alpha_i$  = 部材의 形狀에 關係되는 常數

2) 道路橋 標準示方書의 挫屈應力

$$\sigma_{bai} = a_i + b_i(L_i/e_i A_i \alpha) \quad (3-8)$$

$a_i, b_i, e_i$  = 示方書에서 規定하는 係數

$\sigma_{bai}$  =  $i$  部材의 挫屈應力

$[B]$  = (mxm)의 各 部材 斷面積을

表示하는 對角行列

$$= \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & A_m \end{bmatrix}$$

$[R]$  = (fxf)의 壓縮部材 抽出行列

$\{q_a\}$  = (nx1)의 節點 許容變位 行列 =

$$(q_{a1}, \dots, q_{ai}, \dots, q_{an})^T$$

$\{A^L\}$  = 設計變數 下限值 行列 =  $\{A_1^L, \dots, A_m^L\}$

$\{A^U\}$  = 設計變數 上限值 行列 =  $\{A_1^U, \dots, A_m^U\}$

$\{q^L\}$  = 節點變數 下限值 行列 =  $\{q_1^L, \dots, q_n^L\}$

$\{q^U\}$  = 節點變數 上限值 行列 =  $\{q_1^U, \dots, q_n^U\}$

### 3.2 設計變數間의 結合

本 研究에서는 設計空間을 縮小시키기 위하여 다음의 設計變數간의 關係를 設定하였다.

$$\{X\} = [b]\{Y\} \quad (3-9)$$

예를들어, 그림4-9(a)의 18部材 트러스의 設計變數는 18部材 各各의 斷面積이 된다. 그러나, 設計空間을 縮小하기 위하여 設計變數를 다음과 같이 4개 組로 나누었다.

$$1) A(1)=A(4)=A(8)=A(12)=A(16)$$

$$2) A(2)=A(6)=A(10)=A(14)=A(18)$$

$$3) A(3)=A(7)=A(11)=A(15)$$

$$4) A(5)=A(9)=A(13)=A(17)$$

따라서,

$$\{X\} = (A(1), \dots, A(18))^T$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{Y\} = (A(1), A(2), A(3), A(5))^T \text{로 된다.}$$

### 3.3 臨界制約條件式

最適化 問題 形式에는 目的函數와 많은 不等號 制約條件式 즉 舉動制約條件式과 側面制約條件式 (side constraint)이 있다. 舉動制約條件式은 各各의 載荷條件下에서 破壞되지 않기 위해서 必要하고 側面制約條件式은 (-)가 나오거나 部材 製作시의 制限, 또는 美觀등을 考慮하는데 導入된다.

이 制約條件式 중 最適化 過程에서 影響을 미치는 制約條件式을 本 研究에서는 臨界制約條件式이라고 하고 影響을 미치지 않는 制約條件式은 暫定的으로 無關하며 臨界制約條件式은 다음과 같은 過程으로 求한다.

設計變數 關係를 結合하여 制約條件式을 標準化 (normalization)하면 式 (3-17)과 같다.

$$N_q(X) = 1 - R_q(X) \geq 0 \quad (3-10)$$

여기서,

$q$  : 制約條件式 수 (1..n)

$R_q(X)$  : 應踏比(Response Ratio)

(a) 許容應力制約의 경우  $R_q(X) = \sigma_i / \sigma_a$ ,  $i = 1, \dots, m$

(b) 變位制約의 경우  $R_q(X) = \delta_j / \delta_a$ ,  $j = m+1, \dots, n$

예를들어, 現在の 反復施行중 4개의 應力 및 3개 變位制約條件式에 대해 表 3-1과 같은 값을 얻었다고 하자.

이를 그림으로 表示하면 그림 3-1과 같다.

表 3-1. 各種制約條件式

應力制約			變位制約		
q	R <sub>q</sub>	h <sub>q</sub>	j	R <sub>j</sub>	h <sub>j</sub>
1	0.2	0.8	1	0.5	0.5
2	0.8	0.2	2	0.8	0.2
3	0.3	0.7	3	0.4	0.6
4	0.6	0.4			

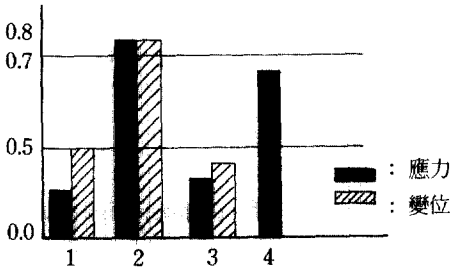


그림 3-1. 各種制約條件式 및 臨界制約條件式

表 3-2. 臨界制約條件式

應力制約			變位制約		
q	R <sub>q</sub>	h <sub>q</sub>	j	R <sub>j</sub>	h <sub>j</sub>
2	0.8	0.2	2	0.8	0.2
4	0.6	0.4			

本 研究에서 臨界制約條件式은 應力 및 變位制約條件式의 값에 대해 應諾比 0.5, 0.7 이하를 무시하여 얻는다면 그림 3-1 및 表 3-2에 표시된 바와 같이 2개의 應力制約과 1개의 變位制約만 考慮하여 最適化를 遂行한다. 따라서 이들을 暫定的으로 臨界制約條件式이라 하였다.

### 3.4 本 研究의 3段階 分割最適化 問題 型式

本 研究의 3段階의 最適化 問題型式은 多載荷條件式과 함께 다음과 같이 表示할 수 있다.

#### 1) 第1段階 最適化問題 型式

本 研究의 第1段階에서는 節點變位를 設計變數로 하고 材料가 에너지를 最大로 吸水할 수 있도록 目的函數는 變形에너지로, 制約條件式으로는 許容應力, 挫屈應力 및 節點變位의 上, 下限値 制約을 考慮하면 다음과 같이 線形計劃 最適化問題 로 形成된다.

$$\text{Maximize : } Z_1(q) = 1/2(\{q^r\}^T \{Q^r\}) \quad (3-11)$$

$$\text{subject to : } \{\sigma_{ca}\} \leq [k][\beta]\{q^r\} \leq \{\sigma_{ta}\} \quad (3-12)$$

$$[R][k][\beta]\{q\}^{NL} \leq \{\sigma_{ba}\} \quad (3-13)$$

$$\{q^r\} \leq \{q^r\} \leq \{q^u\} \quad (3-14)$$

여기서  $r = 1, \dots, NL$

#### 2) 第2段階 最適化問題 型式

本 研究의 第2段階에서는 部材의 斷面積을 設計變數로 하고 目的函數는 重量函數로, 制約條件式을 第1段階에서 얻은 變位를 代입한 平衡條件式을 고려하면 다음과 같은 線形計劃 最適化問題로 形成된다.

$$\text{Minimize : } Z_2(A) = \text{Weight} = \int [\rho] \{A^r\}^T \{L\} \quad (3-15)$$

$$\text{Subject to : } [\beta][k][B][\beta]\{q_0^r\} = \{Q^r\} \quad (3-16)$$

$$\{A^r\} \leq \{A\} \leq \{A^u\} \quad (3-17)$$

여기서,  $\{q_0\} = (nx1)$ 의 第1段階에서 얻은 變位行列

#### 3) 第3段階 最適化問題 型式

本 研究의 第3段階에서는 節點座標를 設計變數로 하고 目的函數는 重量函數로 하면 最適化問題 形式은 다음과 같다

$$\text{Minimize : } Z_3(X) = \text{Weight} = [\rho] \{A_0\}^T \{L(X)\} \quad (3-18)$$

$$\{X\}^L \leq \{X\} \leq \{X\}^U \quad (3-19)$$

여기서,  $\{A_0\}$ 는 第2段階에서 얻은 設計變數의 行列

### 3.5 最適化 알고리즘

3段階分割最適化로 構成되어있는 本 研究의 最適化 알고리즘은 다음과 같이 要約된다.

- 1 段階 : 第1段階 分割最適化 問題에서 設計變數  $\{X_n\}$  및 調整變數의 初期 値 附與( $n = 1, \dots, N$ )
- 2 段階 : 第1段階 分割最適化 問題의 最適解를 구한다.
- 3 段階 : 第1段階의 最適解를 第2段階 最適化 問題로 보낸다.
- 4 段階 : 第2段階 分割最適化 問題에서 設計變數의 初期值 附與
- 5 段階 : 第2段階 分割最適化 問題의 最適解를 구한다.

6 段階 : 第1, 第2段階 最適解가 收斂하면 다음 段階로 進行하나 그렇지 않으면 第1段階로 進行한다.

7 段階 : 앞 過程의 收斂值를 代入한 目的函數만을 가지고 Powell法의 一方向 探查法에 의해 目的函數값이 最小가 되도록 座標를 修正해간다. 目的函數값이 收斂하거나 許容反復回數에 到達하면 中止하나 그렇지 않으면 제1段階로 되돌아가며 反復回數  $K=K+1$ 로 하여 上記過程을 反復 施行한다.

#### 4. 本 研究 알고리즘의 適用例 및 結果分析

트리스 構造物의 效率인 幾何學의 形狀最適化를 위해서 3段階로 分割된 本 研究 알고리즘을 文獻<sup>3,5,26,38,39,40,41</sup> 등에서 알고리즘 檢定에 가장 많이 引用되는 4 種의 平面 트리스 構造物에 適用하여 幾何學의 形狀最適化를 實施한다.

첫 段階에서는 Kirsch<sup>3</sup>가 適用한 2部材 트리스에 同一한 制約條件式을 考慮(Case 1)하여 本 研究의 알고리즘으로 最適解를 구하고 그 結果를 文獻<sup>3</sup>의 研究 結果와 比較한다. 다음에는 應力制約 및 變位制約을 考慮한 경우에(Case 2) 대해서 最適解를 구하고 文獻<sup>5</sup>의 研究 方法으로 구한 最適解와 比較한다.

둘째 段階에서는 文獻<sup>28</sup>에서 適用한 3部材 트리스에 대하여 多載荷條件 및 應力制約 만 考慮(Case 1)하여 最適解를 구한 다음 그 結果를 文獻<sup>28</sup>의 研究 結果와 比較하고, 應力制約 및 變位制約을 考慮(Case 2)하여 本 研究의 알고리즘으로 얻은 研究 結果로부터 本 研究의 妥當性을 分析한다.

셋째 段階에서는 文獻<sup>38-41</sup>에서 適用한 10部材 트리스에 第1載荷條件 및 應力制約(Case 1), 第1載荷條件 및 變位制約(Case 2), 第2載荷條件 및 應力制約(Case 3), 第1, 第2載荷條件 및 應力制約(Case 4)을 考慮하여 最適解를 구한 다음 文獻<sup>38-41</sup>의 研究 結果와 比較한 다음 第1, 第2載荷條件 許容應力 및 控屈應力制約(Case 5)을 考慮하여 本 研究의 알고리즘으로 얻은 研究 結果로부터 本 研究의 妥當性을 分析한다.

넷째 段階에서는 Vanderplaats<sup>39</sup>에서 適用한 18部材 트리스에 應力制約(Case1)을 考慮하여 本 研究의 알고리즘으로 얻은 研究 結果로부터 本 研究의 妥當性을 分析하는 同時에 應力制約, 控屈應力制約(Case2)을 考慮하여 얻은 結果를 文獻<sup>39</sup>의 研究 結果와 比較한다.

이상의 4種 트리스 構造物로부터 얻은 本 研究의 結果值과 文獻<sup>3,5,26,38-41</sup>의 結果值를 比較 檢討함으로써 本 研究의 效率性 및 適用性을 檢討한다.

#### 4.1 2部材 트리스

文獻<sup>3,5</sup> 및 本 研究에서 適用한 그림 4-2(a)와 같은 2部材 트리스의 設計條件은 表 4-1에 收錄하였다.

表 4-1 2部材 트리스의 設計條件

設計條件		文獻 <sup>3,5</sup>	本 研究	
			Case 1	Case 2
載 荷 條 件 (節點 2)		-100 KN	-100 KN	-100 Ton
制約條件	應力制約(引張)	100000 KN/m <sup>2</sup>	100000 KN/m <sup>2</sup>	1400 Kg/cm <sup>2</sup>
	變位制約(節點 2)			-0.25 cm
彈性係數				2100000Kg/cm <sup>2</sup>

表 4-2 文獻<sup>3,5</sup>의 結果와 本 研究의 結果

比較內容	文獻 <sup>3</sup> 研究	文獻 <sup>5</sup> 의 研究	本 研究
研究 方法	MODEL 및 GOAL調整法	混合調整法	3段階分割技法
目的函數	4100(cm <sup>3</sup> )	4000(cm <sup>3</sup> )	4000(cm <sup>3</sup> )
最適形狀	200(cm)	200(cm)	200(cm)



設計條件 Case 1, Case 2에 대한 文獻<sup>(5)</sup>와 本研究의 結果는 表 4-3에 收錄하였고 文獻<sup>(5)</sup>의 最適形狀은 그림4-2(b)와 같다.

表 4-3. 文獻<sup>(5)</sup>의 結果와 本研究의 結果

比較內容	文獻 <sup>(5)</sup> 의 研究	本研究
研究 方法	混合調整法	3段階分割技法
目的函數	30476.45(cm <sup>3</sup> )	30476.19(cm <sup>3</sup> )
最適形狀	200(cm)	200(cm)

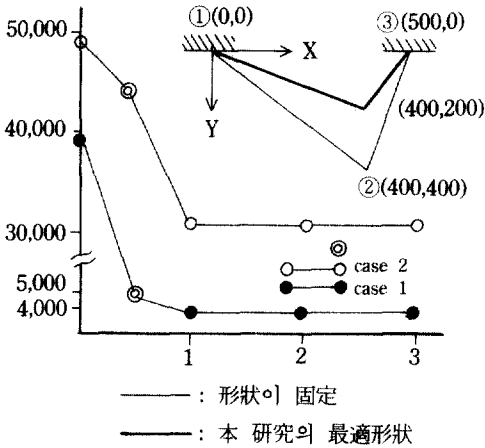


그림 4-1. 反復回數에 따른 目的函數 및 最適形狀 (Case1, Case2)

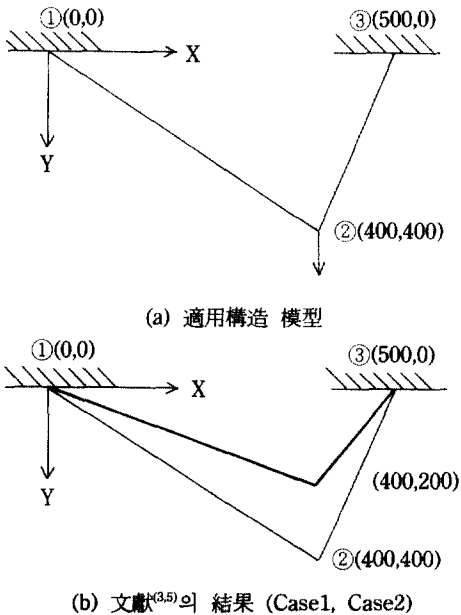


그림 4-2. 適用構造 模型 및 文獻<sup>(3,5)</sup>의 結果

#### 4.2 3部材 트리스

文獻<sup>(28)</sup> 및 本研究에서 適用한 그림 4-6(a)와 같은 3部材 트리스의 設計條件은 表 4-4에 收錄하였다.

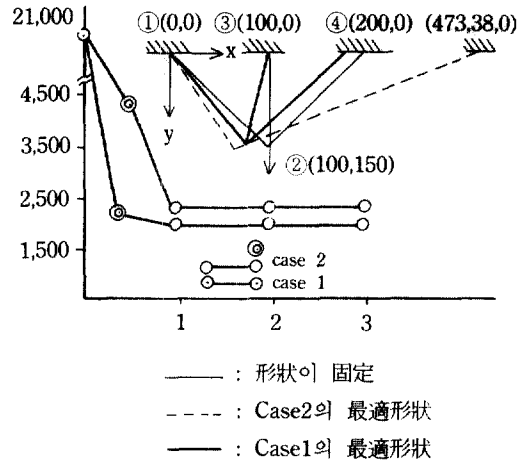


그림 4-3. 反復回數에 따른 目的函數 및 最適形狀 (Case1, Case2)

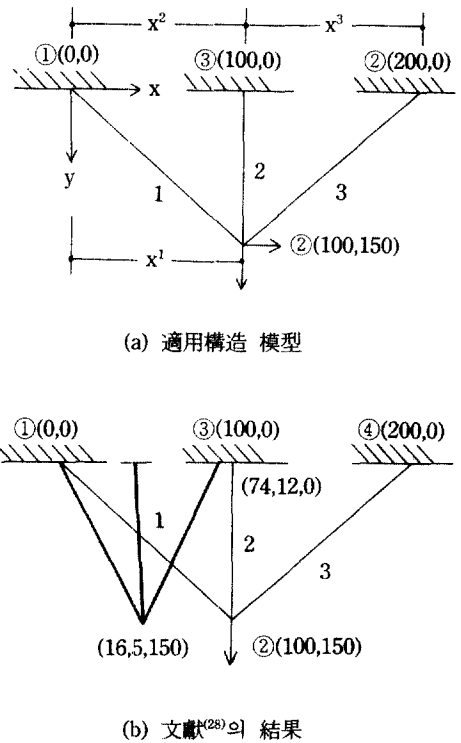


그림 4-4. 適用構造 模型 및 文獻<sup>(28)</sup>의 結果

表 4-4. 3部材 트러스의 設計條件

設計條件	文獻 <sup>(28)</sup>		本 研究			
			Case 1		Case 2	
	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向
第1載荷條件(節點2)	-50 KN	-259.8KN	-50KN	-259.8KN	-50KN	-259.8KN
許容應力制約	+ 18 KN/cm <sup>2</sup>		+ 18 KN/cm <sup>2</sup>		+ 18 KN/cm <sup>2</sup>	
變位制約(節點2)					+0.04 m	
彈性係數	30000 KN/cm <sup>2</sup>					

表 4-5. 文獻<sup>(28)</sup>의 結果와 本 研究의 結果

比較內容	文獻 <sup>(33)</sup> 의 研究	本 研究	
		case 1	case 2
研究 方法	乘數法	3段階 分割技法	3段階 分割技法
目的函數	2245.2(cm <sup>3</sup> )	2238.85(cm <sup>3</sup> )	2343.62(cm <sup>3</sup> )
最適形狀	X1=16.499	X1=76.080	X1=73.38
	X2=45.220	X2=100.000	X2=100.00
	X3=74.126	X3=184.04	X3=460.00

表 4-6. 10 部材 트러스의 設計條件

研究區分	文獻 <sup>(38~41)</sup> 및 本 研究								本 研究		
	Case	Case 1		Case 2		Case 3		Case 4		Case 5	
設計條件	方向	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
第1載荷條件	節點2	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100
	節點4	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100	0.0	-100
第2載荷條件	節點2					0.0	-150	0.0	-150	0.0	-150
	節點4					0.0	-150	0.0	-150	0.0	-150
	節點1					0.0	50	0.0	50	0.0	50
	節點3					0.0	50	0.0	50	0.0	50
許容應力(ksi)		+25		+25		+25		+25		+25	
挫屈應力(ksi)										Euler 挫屈	
變位(節點2,Y)				+2in				+2in		+2in	
彈性係數		104 ksi									
單位重量		0.10 lb/in <sup>3</sup>									
設計變數의 下限值		0.10 in <sup>2</sup>									

設計條件 Case 2에 대한 文獻<sup>(28)</sup>과 本 研究의 結果는 表 4-5에 收錄하였다.

文獻<sup>(38~41)</sup>와 本 研究의 結果 比較는 表 4-7에 收錄하였고 圖示하면 그림 4-5와 같다.

#### 4.3 10 部材 트러스

文獻<sup>(38~41)</sup> 및 本 研究에서 適用한 10 部材 트러스의 設計條件은 表 4-6에 收錄하였다.

#### 4.4 18部材 트러스

文獻<sup>(26)</sup> 및 本 研究에서 適用한 18部材 트러스의 設計條件은 表 4-8에 收錄하였다.

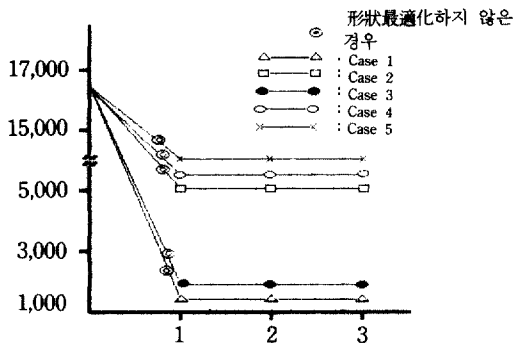


그림 4-5 反復回수에 따른 目的函數值 (Case1,2,3,4,5)

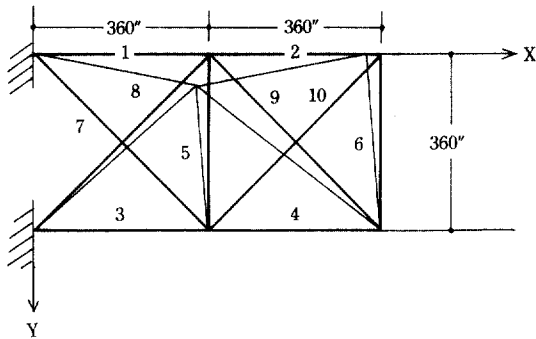


그림 4-6. 本 研究의 結果

設計條件 Case 1과 Case 2에 대한 文獻<sup>(26)</sup>과 本 研究의 結果 比較는 表 4-9에 收錄하였고 圖示하면 그림 4-8,(b),(c),(d)와 같다.

#### 4.5 結果分析

本研究에서 誘導한 3段階分割技法을 實際構造物에 適用하여 얻어진 結果를 分析하면 다음과 같다.

1) 2部材 트러스의 Case 1에서 에너지가 最大로 되는 점은 許容應力制約의 平面內에 있음을 알 수 있다. 따라서 제2段階에서 구한 表 4-2의 解는 最適解가 되며 全部材 許容應力狀態에 到達하며 靜靜構造物의 最適解는 唯一함을 알 수 있다.

2) 2部材 트러스의 Case 2에서는 에너지가 最大로 되는 面과 變位制約面은 그림 4-4(b)와 같이 一致하게 되므로 段階 2의 目的函數가 最小가 되는 變形 에너지點을 그림 4-9의 (a)-(b)면에서 찾아야 한다. 그러므로 本研究는 一般線形 計劃問題의 解 探查過程이 다름을 알 수 있다.

3) 2部材 트러스의 Case 1은 文獻<sup>(3,5)</sup>의 結果值와 同一하고 Case 2는 文獻<sup>(5)</sup>의 結果와 同一함을 表 4-2, 4-3으로부터 알 수 있다. 따라서 本研究의 알 고리즘은 適用性이 있다고 判斷된다.

4) 靜定構造物의 幾何學的 最適形狀은 制約條件式이 變하여도 同一함을 表 4-3으로부터 알 수 있다.

表 4-7. 文獻<sup>(38-41)</sup>과 本 研究의 結果 比較

文獻	研究方法	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5
文獻 <sup>(38)</sup>	Projection Gradient 形狀이 固定	1593.18	5061.60	1665.53	4676.137	
文獻 <sup>(39)</sup> (40)	近似解法 形狀이 固定	1593.23	5076.85	1664.55	6776.93	
文獻 <sup>(41)</sup>	最適基準法 形狀이 固定	1622.00	5080.00		5059.701	
本 研究 (3 段階 分割 技法)	形狀固定	1593.55	5205.49	1843.39	5451.40	
	形狀고려	1568.33	5056.74	1696.11	5320.9	5421.31
最適形狀		$X_1 = 509.99$	$X_1 = 735.02$	$X_1 = 729.55$	$X_1 = 720.00$	$X_1 = 720.0$
		$Y_1 = 0.0$	$Y_1 = 93.487$	$Y_1 = 191.70$	$Y_1 = 191.70$	$Y_1 = -16.1$
		$X_3 = 352.49$	$X_3 = 375.00$	$X_3 = 375.00$	$X_3 = 441.68$	$X_3 = 360.0$
		$Y_3 = 48.515$	$Y_3 = 54.914$	$Y_3 = 54.914$	$Y_3 = 111.97$	$Y_3 = 28.52$

表 4-8. 18 部材 트러스의 設計條件

設計條件	文獻 <sup>(26)</sup> 및 本 研究			
	Case 1		Case 2	
	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向
載荷條件(節點1)	0.	-20.00	0.	-20.00
(節點2)	0.	-20.00	0.	-20.00
(節點3)	0.	-20.00	0.	-20.00
(節點4)	0.	-20.00	0.	-20.00
挫屈應力	Euler의 挫屈應力			
許容應力(psi)	+ 20000 Psi			
單位重量	0.1 lb/in <sup>3</sup>			

表 4-9. 文獻<sup>(26)</sup>와 本 研究의 結果 比較

比較內容	Case 1		Case 2	
	目的函數	最適形狀	目的函數	最適形狀
文獻(26)	3906.8	X <sub>3</sub> =881.42 Y <sub>3</sub> =178.76 X <sub>5</sub> =628.90 Y <sub>5</sub> =124.92 X <sub>7</sub> =390.54 Y <sub>7</sub> =66.79 X <sub>9</sub> =313.16 Y <sub>9</sub> =45.03	4505.0	X <sub>3</sub> =881.42 Y <sub>3</sub> =178.76 X <sub>5</sub> =628.90 Y <sub>5</sub> =124.92 X <sub>7</sub> =390.54 Y <sub>7</sub> =66.79 X <sub>9</sub> =313.16 Y <sub>9</sub> =45.03
本 研究	4016.8	X <sub>3</sub> =748.992 Y <sub>3</sub> =110.127 X <sub>5</sub> =539.521 Y <sub>5</sub> =156.005 X <sub>7</sub> =317.374 Y <sub>7</sub> =221.569 X <sub>9</sub> =262.863 Y <sub>9</sub> =235.909	4053.7	X <sub>3</sub> =801.62 Y <sub>3</sub> =87.103 X <sub>5</sub> =563.754 Y <sub>5</sub> =133.900 X <sub>7</sub> =329.759 Y <sub>7</sub> =222.624 X <sub>9</sub> =263.200 Y <sub>9</sub> =250.000

따라서 靜定構造物의 幾何學의 最適形狀은 唯一하다고 判斷된다.

5) 3部材 트러스의 Case 1에서 P<sub>2y</sub>(節點2의 垂直荷重)가 33.33KN, 또는 P<sub>2x</sub>(節點 2의 水平荷重)이 173.13KN이면 앞의 2)항과 同一한 方法으로 解를 求해야 한다. 그러나 本 研究의 設計條件은 P<sub>2x</sub>=50 KN, P<sub>2y</sub>=258.9KN이므로 에너지가 最大되는 點은 許容應力 制約의 平面內에 있으므로 第2段階에서

구한 解는 目的函數가 最小가 됨을 알 수 있다.

6) 本研究와 文獻<sup>(26)</sup>의 研究를 比較한 結果 形狀은 다르나 目的函數는 同一한 結果를 얻었다. 따라서 不靜定構造物에 대한 形狀 最適化의 最適解는 局部解(local minimum)에 收斂함을 알 수 있다.

7) 3部材 트러스의 Case 2에서는 에너지가 最大되는 面과 變位制約面과 一致함을 알 수 있다. 따라서 앞의 2) 項과 같은 方法으로 解를 求해야 함을

表 4-10. 形狀이 固定된 最適化와 形狀最適化의 目的函數 比較表

構造形態	Case	形狀 固定 最適化	形狀 最適化	重量 減少率(%)
2部材	1	5000	4000	20
	2	47619.05	30476.19	36
3部材	1	2452.72	2238.85	8.7
	2	4359.62	2343.62	46.24
10部材	1	1593.55	1568.33	1.58
	2	5205.49	5056.73	2.85
	3	1843.39	1696.11	7.98
	4	5451.40	5320.9	2.39
	5	5451.40	5421.31	0.5
18部材	1	4780.33	4016.8	15.97
	2	4780.33	4053.7	15.2

알 수 있다.

8) 10部材 트러스의 Case 1에서는 1,3,4,7,8,9 部材의 許容應力面의 交點에서 에너지가 最大로 되는 變位가 存在하여 形狀最適化 過程중 許容應力面이 變하지 않음을 알 수 있다. 單一載荷條件에서는 不靜定構造物의 全部材가 許容應力에 收斂하지 않음을 잘 나타내고 있다.

9) 10部材 트러스의 Case 2는 5部材의 許容應力線상에 에너지가 最大로 되는 變位가 存在함을 표 4-7로부터 알 수 있다. 따라서 이 경우의 最適設計는 5部材의 許容應力制約과 變位制約만을 考慮하면 最適化 過程은 더욱 簡便해진다.

10) 10部材 트러스의 Case 3는 全部材가 許容應力에 到達하고 있으므로 에너지가 最大로 되는 變位는 이들의 交點에서 存在함을 표 4-7로부터 알 수 있다. 따라서 多載荷條件下에서만 不靜定構造物의 全部材가 許容應力에 收斂을 잘 나타내고 있다.

11) 10 部材 트러스의 Case 4는 5,6部材의 許容應力面의 交點에 에너지가 最大로 되는 最適變位가 存在함을 표 4-7로부터 알 수 있으며 또한 形狀最適化 過程중 이와 같은 現狀이 變하지 않으므로 5,6 部材의 許容應力 制約과 變位制約만을 考慮하여 最適化를 修行하면 最適化 過程이 더욱 簡便해짐을 나타내고 있다.

12) 10部材 트러스의 Case 5는 3,5部材의 許容應力面의 交點에 에너지가 最大로 되는 最適變位가

存在함을 표 4-7로 알 수 있으며 近似的으로 最適化를 修行하려면 3,5部材의 許容應力制約과 變位制約만 考慮하면 된다.

13) 文獻<sup>(38~41)</sup>는 形狀이 固定된 경우의 最適化이다. 本研究의 알고리즘을 形狀이 固定된 狀態에 適用한 結果 Case 1은 잘 一致하고 있다. 또한 Case 3에서는 文獻과 本 研究 結果는 一致하나 文獻<sup>(38~41)</sup>와는 多少의 差異를 보이고 있다. 文獻 調査結果 Case 3의 경우에는 完全解(global minimum)는 1,804.4이므로 本 研究과 文獻의 研究가 完全解에 收斂함을 보이고 있다.

14) 18部材 트러스의 Case 1, Case 2 모두 本研究의 目的函數가 文獻<sup>(26)</sup>의 結果보다 약간 增加하고 있음을 표 4-9에서 보이고 있다. 따라서 本研究의 알고리즘보다 安全側으로 收斂하고 있음을 알 수 있다.

15) 그림 4-1, 그림 4-3, 그림 4-5, 그림 4-6에서 보는 바와 같이 3회이내의 反復施行으로 最適解에 빨리 收斂함을 알 수 있다. 따라서 3段階分割 最適化技法의 全反復回數만 考慮할 때 本研究方法은 效率性이 있다고 判斷된다.

16) 表 4-2, 表 4-3, 表 4-5, 表 4-7, 表 4-9에서 보는 바와 같이 文獻<sup>(3,5,26,28,38~41)</sup>의 研究과 本研究의 結果를 分析하여 보면 分割最適化 方法에 따라서 最適形狀은 약간의 差異는 있지만 目的函數의 값은 크게 差異가 없다. 그러므로 最適化 基準인 目的函

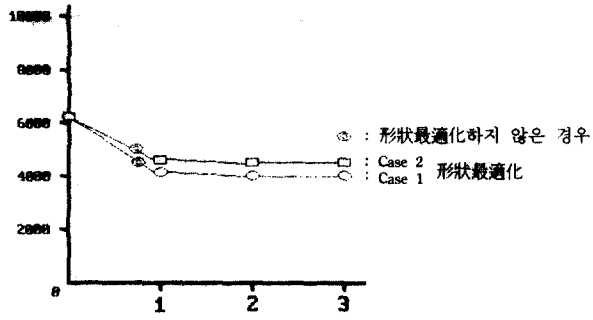


그림 4-7. 反復回數에 따른 目的函數值 (Case1, Case2)

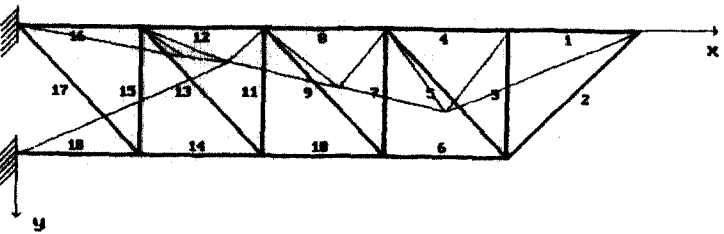
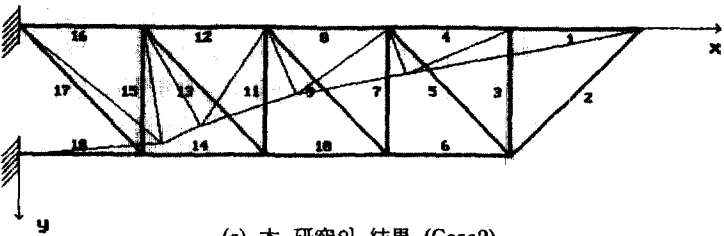
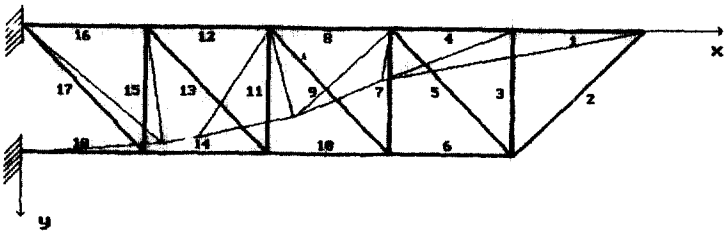
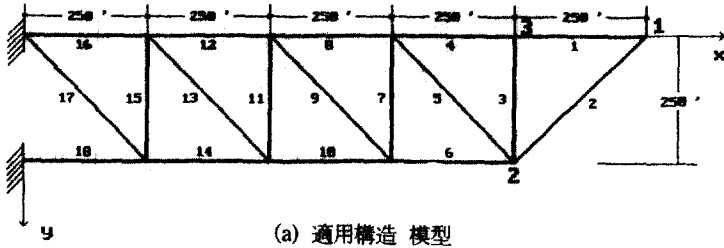


그림 4-8. 文獻<sup>[26]</sup> 및 本 研究의 結果

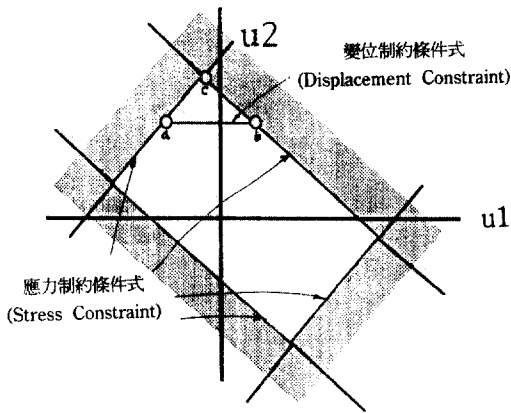


그림 4-9. 設計空間 (2部材 트러스의 Case2)

數값에 差異가 없으므로 妥當性이 있다고 생각된다.

17) 本 研究 알고리즘은 트러스 構造物의 形態, 規模, 載荷條件, 制約條件式에 拘애 받지 않고 最適解에 收斂함을 알 수 있었으므로 大型構造物의 最適化에도 도움이 될 것으로 判斷된다.

18) 數值例를 통하여 同一한 許容條件下에서 트러스의 幾何學的 形態를 固定시키고 斷面續만을 最適化 한 경우보다 트러스의 形狀까지도 最適化한 경우에는 트러스 초기의 幾何學的 形態와 設計條件에 따라 다소 차이가 있지만 本 數值例만을 基準으로 할 때 表 4-10과 같이 大略 0.5%에서 46.24% 정도로 重量이 크게 減少한다는 事實을 알 수 있으므로 本 研究 方法에 의한 形狀最適化는 트러스構造物의 經濟的인 設計에 도움을 줄 것으로 생각된다.

本 研究의 結果 10部材 트러스의 構造物은 다른 트러스 構造物에 比하여 經濟的인 形狀을 갖고 있음을 表 4-10으로부터 잘 알 수 있다.

19) 本 研究의 알고리즘은 多段階分割最適化이므로 技能이 다른 여러 部分構造로 構成되어 最適化基準이 部分構造物마다 다른 構造物의 最適化에 適合하다고 判斷된다.

## 5. 結 論

本 研究에서는 許容應力, 挫屈應力 및 變位등의 制約條件과 多載荷條件을 考慮한 트러스 構造物의

形狀을 最適化하기 위하여 3段階分割技法을 提案하였다. 4種類 트러스의 構造模型에 本 研究에서 提案한 最適化 알고리즘을 適用하여 얻어진 研究結果를 要約하면 다음과 같다.

1) 3段階分割 技法으로 形狀最適化를 하면 第1, 2段階에서의 最適化問題는 線形計劃 問題로 되고 形狀最適化를 위한 3段階의 最適化問題는 陽函數로 되어 感度 分析을 위한 技法을 適用할 필요가 없이 計算過程이 簡便해 진다.

2) 다른 研究의 結果值와 本 研究의 알고리즘으로 얻은 結果值를 比較한 結果는 目的 函數값이 거의 一致하므로 本 研究 알고리즘은 妥當性이 있다고 判斷된다.

3) 本 研究 알고리즘을 트러스 構造物의 形狀最適化에 適用하여본 結果 3회 以內의 反復施行으로 最適解에 빨리 收斂한다는 事實을 알았다. 따라서 反復回數만 考慮할 때 本 研究 알고리즘은 效率性이 좋다고 判斷된다.

4) 本 研究 알고리즘은 트러스 構造物의 形態, 規模, 載荷條件, 制約條件式에 拘애받지 않고 最適解에 收斂하였고 複雜한 構造物의 最適化 問題도 比較的 簡便한 最適化 問題로 形成되므로 大形構造物의 最適化에도 도움이 될 것으로 判斷된다.

5) 同一한 設計條件下에서 트러스의 幾何學的 形態를 固定시키고 斷面續만을 最適化한 경우에는 트러스의 初期의 幾何學的 形態와 設計條件에 따라 多少 差異가 있지만 重量을 相當히 減少시킬 수 있었으므로 本 研究에 의한 트러스 構造物의 形狀最適化는 트러스 構造物의 經濟的인 設計에 도움이 된다고 생각한다.

6) 本 研究의 알고리즘은 多段階分割最適化이므로 技能이 다른 여러 構造로 構成되어 最適化基準이 構造物마다 다른 構造物의 最適化에 適合하다고 判斷된다.

## 謝 辭

本 研究을 위해 지원해주신 韓國學術振興財團, Iowa大學의 K.K Choi博士님, 그리고 Iowa大學의 CAD에 근무하는 S.M Wang博士께 感謝를 드립니다.

## 參 考 文 獻

1. Maxwell, J.C, "Scientific Papers", New York 195 21.
2. Schmit L.A, "Structural Synthesis. 1959-1969, A Decade of progress," Paper Presented at the U.S. Japan Seminar at Tokyo in August 1969.
3. Kirsch, U., "Multilevel Approach to Optimum Structural Design" *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.101, ST4, 1975.
4. 李奎遠: "平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 關한 研究", 延世大學校 大學院(博士學位 論文).1980, 12.
5. 李奎遠, 林正煥 "混合調整法에 의한 平面트러스 構造物의 形狀 最適化에 關한 研究" 大韓土木學會 論文集 Vol 11, 1991, 3 pp55~68.
6. Wasiutynski, Z. and Brandt, A., "The Present State of Knowledge in the Field of Optimum Design of Structures," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 16, No. 5, May, 1963, pp.341-348.
7. Sheu, C.Y. and Prager, W., "Recent Developments in Optimal Structural Design," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 21, No.5, May, 1963.
8. Gallagher, R., and Zienkiewicz, O.C., eds. *Optimum Structural Design, Theory and Applications*, John Willy and Sons, Inc. New York N.Y., 1973.
9. Majid, K.I., *Optimum Design of Structures*, Butterworths, London, 1974.
10. 李奎遠, 李根泰: "靜的 및 固有振動數 制約條件式을 고려한 平面트러스 構造物의 形狀最適化에 關한 研究", 大韓土木學會論文集, 제10권, 제2호, 1990. 6, pp23-88.
11. 李奎遠, 李在永 다단계 분할최적화 기법에 의한 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 研究, 鐵構造學會誌, 1991.8.30.
12. Hang, E.J, Choi, K.K, and Komkov, V., "Design Sensitivity Analysis of Structural Systems", Academic Press, New York, N.Y.
13. Sung-ling Twu and Kyung K.choi, "Configuration Design Sensitivity Analysis and Optimization of Built-up Structures", Technical report R-91, college of Engineering the University of Iowa, 1990.
14. R.T.Haftdka and H.M., Adelman, "Sensitivity of Discrete Structures", *NATO/DFG Asi Optimization of Large Structural Systems*, Vol 1.
15. Kyung K.Choi, I.Shim, J.Lee and H.Kulkarni, "Design Sensitivity Analysis at Dynamic Frequency Responses of Acousto-Elastic Built-up", 1991, pp 153~167.
16. Semyung Wang and Kyung K.Choi "Continuum Design Sensitivity Analysis of Eigenvectors Using Ritz Vectors", Technical Report R-95, college of Engineering the University of Iowa, 1991.
17. Saka, M.P., "Shape Optimization of Trusses" *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.106, No. ST5 Proc.PAPER 15437, May, 1980, pp.1155~1173.
18. Kanji Imai, and Schmit, F., "Configuration Optimization of Trusses," *Journal of Structural Division*, ASCE, Proc.Vol.107, No.ST 5, May, 1981, pp. 745~756.
19. Lin, J.H., Che, W.Y, and Yu, Y.S., "Structural Optimization on Geometrical Confrization and Element Sizing with Static and Dynamical Constraints", *Computers and Structures*, Vol 15, No 5, 1982, pp 51507-51536.
20. Sobieszczanski-Sobieski, J., "A Linear Decomposition Method for Large Optiimization Problems - Blueprint for Development," NASA Technical Memorandum 83, 248, February 1982.
21. Topping, B.H.V., "Shape Optimization on Skeletal Structures : a Review" *Journal of the Structures! Division*, ASCE Vol.109.No.8, proc. Paper 18187 August., 1983; pp.1933-1951.
22. U.Kirsch and G.Toledano., "Approximate Reanalysis for Modifications of Structural Geometry," *Journal of Computers and the Structures*, Vol.16, No.1-4, 1983, pp.269-277.
23. Kuritz, S.P., *Confriguration Optimization of Trusses Using Convex Linearization Techniques* Master Thesis, University of California, Los Angeles, 1986.
24. Beers and Vanderplaats, G.N., "A Linearization Method for Mutilevel Optimization," *PROC. NUCLETA 87*, 2nd Int. Conference on Advancess Application, University College, Swansea, U. K., July 6-10, 1987.
25. Felix, J.and Vanderplants, G.N., "Configuration Optimization of Trusses Subject to Streggth, Displacement, and Frequency Constraint", *ASME Journal of Mechanism, Transmissions and Automation in Design*, Vol 109 No2 June 1987, pp. 233~241.
26. Hansen, S.R. and Vanderplaats, G.N., "An Approximation Method for Configuration optimization of Trusses", *AIAA/ASME/ASCE/AHS 29th Structures, Structural Dynamics and Materials Confere- nce Part 3*, 1988, No.88-2432.
27. Zhou, M, "Geometrical Optimization of Trusses



- by A Two-level Approximation Concept”, *Structural Optimization*, Vol 1, 1989, pp 235-240.
28. Y.Murotsu and S.Shao, “Optimum Shape Design of Truss Structures based on Reliability”, *Structural Optimization*, Vol 1, 1990, pp65-76.
  29. 李奎遠, 邊根周, 黃鶴周: “SUMT法에 의한 鋼材 트러스의 最適設計에 관한 研究”, *大韓土木學會論文集* 第28卷, 第4號, 1980.8, pp.119~130.
  30. 李奎遠, 邊根周, 黃鶴周: “平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究”, *大韓土木學會論文集*, 第5卷, 第3號 1985, 9, pp.49~59.
  31. 裴主星: “確率制約을 考慮한 平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究”, 全北大學校 大學院(博士學位 論文).1983, 2.
  32. 鄭海駿, 李奎遠: “幾何學的 計劃法에 의한 鋼材 트러스構造物의 形狀最適化에 관한 研究”, *大韓土木學會論文集*, 第3卷, 第2號, 1983, 6, pp31-34.
  33. 한상훈: “두 設計空間에 의한 아치 構造의 形狀最適化 研究”, 延世大學校 大學院(博士學位 論文).1985, 6.
  34. 金成完: “分割最適化 技法에 의한 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究”, 全北大學校 大學院(博士學位 論文) 1987, 2.
  35. 金경승: “케이블의 最適引張力을 考慮한 斜張橋의 形狀最適化에 관한 연구”1, 延世大學校 大學院(博士學位 論文) 1988, 6.
  36. 李奎遠, 林秉龍: “破壞確率을 고려한 트러스 構造物의 形狀最適化”, *大韓土木學會論文集*, 제7권, 제3호, 1987, 9.
  37. 최홍식: “多段階 分割法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適化에 관한 연구”, 延世大學校 大學院(博士學位 論文), 1989.
  38. Haug, E.J. and Arora, J.S., “*Applied Optimal Design*”, John Wiley & Sons, New York, 1979.
  39. L.A.Schmit, Jr and H.Miura, “*Approximation Concepts for Efficient Structural Synthesis*”, NASA CR-2552, 1975.
  40. L.A.schmit, Jr and Haura, “A New Structural Analysis/Synthesis Capability-Access1”, *AIAA Journal*, 14(5), May, 1976, pp.661~671.
  41. M.W.Dobbs and R.B. Nelson, “Application of Optimality Criteria to Automatics Structural Design”, *AIAA Journal*, 14(10), Oct 1976, pp.1436~1443.

(接受 : 1992. 6. 11)