

ALM-BFGS 알고리즘을 이용한 혼성방파제의 최적단면설계에 관한 연구

An Application of ALM-BFGS Algorithm for the
Optimum Section Design of Composite Breakwaters

서경민* · 류연선** · 류청로**

Seo, Kyung Min · Ryu, Yeon Sun · Ryu, Cheong Ro

Abstract

For the optimal design of composite breakwaters, a computer program PROCOBRA is developed using the combined ALM-BFGS algorithm. A model formulation for the section design optimization problem of composite breakwaters is proposed where a concept of subsectional weighting factors is introduced in the objective function. Usability of the program is verified through a numerical example. From the study, it is found that the ALM-BFGS method is reliable and can be effectively applied for the design optimization of coastal structures. Compared with conventional design process, it is proved that the economical design of composite breakwaters is possible.

요 지

혼성방파제단면의 최적설계를 위해, ALM-BFGS 조합알고리즘을 이용한 컴퓨터 프로그램 PROCOBRA가 개발되었다. 혼성방파제의 단면최적화를 위한 정식화의 모형이 제시되었으며 단면의 부분별 가중치가 목적함수에 도입되었다. 수치예를 통하여 프로그램의 유용성이 입증되었다. 연구결과 ALM-BFGS 알고리즘이 해안구조물의 최적설계에 효율적으로 적용될 수 있으며, 경제적인 혼성방파제 설계가 가능함을 알 수 있었다.

1. 서 론

혼성방파제는 비교적 시공이 간단하고 공비가 적게 들며, 항내면적을 넓게 활용할 수 있는 대수심 방파제로서 일본과 유럽 등지에서 오래전부터 건설되어 왔으며 우리나라에서는 근래의 해안 및 항만

건설에 많이 이용되고 있다. 혼성방파제의 설계식은 이제까지의 경험과 실험을 통한 방법으로 꾸준히 개발되어 왔으나, 재래의 경험적 또는 시행착오적 설계방법으로는 복잡한 요소로 구성된 혼성방파제를 단기간에 설계한다는 것이 쉽지 않다. 더구나, 기존의 설계에서는 구조물자체의 안정성만을 고려한 설계에 국한되었기 때문에 방파제 각 부분의 체원이 필요이상으로 커지고, 직립부에서 발생하는 반사파

* 정회원 · 부산수산대학교 해양공학과 대학원 박사과정

** 정회원 · 부산수산대학교 해양공학과 부교수

에 의해 방파제 주변해역의 파랑환경에 악영향을 초래하며, 방파제 기저부의 쇄굴 방지 및 파랑의 상호작용적인 요인에 대한 고려가 이원적으로 이루어지고 있어서 합리적인 설계가 되지 못했다.⁽¹⁻³⁾

이러한 문제점을 개선하기 위해서는 설계개념에 구조역학적 안정성, 수리학적 안정성, 그리고 파랑 제어 기능을 추가적으로 고려한 설계방법이 도입되어야 한다. 설계조건이 복잡해지면 종래의 시행착오에 의한 설계방법으로는 인력과 경비 및 시간의 소모가 막대해지므로 경제적 설계를 위해서는 컴퓨터를 이용한 최적설계과정의 도입이 필수적이다.

한편, 혼성방파제의 설계조건으로 이용되는 설계식들은 대부분 경험과 실험으로 유도되었기 때문에 매개변수의 구간별로 한정된 범위에서만 적용가능하고, 구간연속적(piecewise continuous)이며 미분불가능한 함수로 구성될 수 있다.⁽¹⁾ 이러한 특성을 가진 문제에 최적화과정을 적용하려면 적합한 수치적 최적설계기법이 이용되어야 한다. 따라서, 본 연구에서는 혼성방파제의 구조역학적 및 수리학적 안정성과 파랑의 제어기능을 고려한 설계식을 유도하고 설계과정에 수치적 최적설계기법을 도입하여 혼성방파제의 최적설계 프로그램을 개발하고자 한다. 이를 위해 먼저 ALM(augmented Lagrange multiplier) 알고리즘을 이용하여 제약조건이 있는 최적화 문제를 비제약 최적화문제로 변환하고, 이러한 비제약 최적화문제의 최적해를 구하기 위해서는 BFGS(Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 알고리즘을 사용한다. 혼성방파제의 최적설계문제에 대한 정식화에서는 직립부의 활동(sliding)과 전도(overturning)에 대한 안정, 사석기초부의 지지력과 평면활동(planar slip)에 대한 안정, 기초지반의 지지력, 사석의 안정, 그리고 파랑의 전달과 반사의 제어기능을 혼성방파제 최적화문제의 제약함수로 고려한다.

2. 혼성방파제의 설계조건

혼성방파제의 설계에서 주로 고려되는 설계요구조건은 구조물 자체의 구조역학적 안정성과 수리학적 안정성으로 나누어진다. 본 연구에서는 Goda가 제안한 설계파로서 최대파(H_{max})를 사용한 혼성방파제 설계식을 기초로 하여 직립부와 사석기초부를 설계하고 그밖에 Goda의 설계식에서 고려되지 않은

피복사석의 중량, 사석기초부의 평면활동, 그리고 기초지반의 허용지지력에 대한 설계식을 포함시킨다.⁽⁴⁾ 그리고 혼성방파제 주위의 파랑환경을 제어하기 위하여 파의 전달을 및 반사율이 허용범위에 있도록 설계조건에 포함시킨다. 최적설계문제의 정식화에서 고려될 설계조건을 열거하면 다음과 같다.

2.1 설계파의 산정

혼성방파제에 작용하는 외력산정에 사용되는 설계파로서 최대파를 사용한다.

$$H_{max} = 1.8 H_{1/3} \quad (1)$$

여기서,

$$H_{1/3} = \begin{cases} K_s H_0' & : h/L_0 \geq 0.2 \\ \min \{ (\beta_0 H_0' + \beta_1 h), \beta_{max} H_0', K_s H_0' \} & : h/L_0 < 0.2 \end{cases}$$

$$\beta_0 = 0.028 (H_0'/L_0)^{-0.38} \exp(20 i^{1.5})$$

$$\beta_1 = 0.52 \exp(4.2 i)$$

$$\beta_{max} = \max \{ 0.92, 0.32 (H_0'/L_0)^{-0.29} \exp(2.4 i) \}$$

$$K_s = \left\{ \left[1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right] \tanh \frac{2\pi h}{L} \right\}^{-0.5}$$

H_0' : 등가심해유의파고

L_0 : 심해파 파장

h : 방파제 설치수심

L : 수심 h 에서의 파장

i : 방파제 전면의 해저 경사도

2.2 직립부

직립부가 전면에서 작용하는 파력과 저면에서 발생하는 부력 및 앙력에 대하여 안정성을 유지하기 위해서는, 사석기초부의 상단에서 활동과 전도의 안전계수는 1.2보다 작지 않아야 하고, 사석기초부는 충분히 직립부의 하중을 지지하여야 한다. 일반적으로 혼성방파제의 설계에 있어서 사석기초부의 허용지지력은 50 ton/m^2 이하가 되도록 한다.⁽²⁻⁴⁾ 그림 1에는 혼성방파제에 작용하는 힘의 성분이 표시되어 있으며 이를 이용한 설계조건을 기능별로 요약하면 다음과 같다.

(1) 직립부의 활동에 대한 안정

$$\frac{\mu_1 W_c}{P} \geq 1.2 \quad (2)$$

여기서,

$$W_e = W - U$$

$$W = \gamma_u B(h' + h_c) - \omega_0 B h'$$

$$U = \frac{1}{3} \omega_0 \eta^* \alpha_3 B$$

$$P = 0.5[p_1(1 + \alpha_3) h' + (p_1 + p_4) h_c^*]$$

$$p_1 = \frac{2}{3} \omega_0 (\alpha_1 + \alpha_2 \cos^2 \beta) \eta^*$$

$$p_4 = \begin{cases} p_1(1 - h_c/\eta^*) & : \eta^* > h_c \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases}$$

$$h_c^* = \min\{\eta^*, h_c\}$$

$$\eta^* = 0.75(1 + \cos \beta) H_{\max}$$

$$\alpha_1 = 0.6 + \frac{1}{2} \left[\frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right]^2$$

$$\alpha_2 = \min \left\{ \frac{h_b - d}{3h_b} \left[\frac{H_{\max}}{d} \right]^2, \frac{2d}{H_{\max}} \right\}$$

$$\alpha_3 = 1 - \frac{h'}{h} \left[1 - \frac{1}{\cosh(2\pi h/L)} \right]$$

$$h_b = h + 5iH_{1/3}$$

μ_1 : 직립부와 사석기초부 사이의 마찰계수

ω_0 : 해수의 단위중량

γ_u : 직립부의 평균 단위중량

β : 파의 입사각

B : 직립부의 폭

h_c : 직립부의 천단고

h' : 직립부의 깊이

d : berm의 수심

(2) 직립부의 전도에 대한 안정

$$\frac{W_t - M_u}{M_p} \geq 1.2$$

여기서,

$$M_u = \frac{2}{3} UB$$

$$W_t = 0.5 WB$$

$$M_p = \frac{1}{6} (2 + \alpha_3) p_1 h'^2 + \frac{1}{2} (p_1 + p_4) h' h_c^* + \frac{1}{6} (p_1 + 2p_4) h_c^*{}^2$$

(3) 사석기초부의 허용지지력에 대한 안정

$$P_e \leq 50(t/m^2) \quad (4)$$

여기서,

$$P_e = \frac{2W_e}{3t_e} \quad : t_e \leq \frac{B}{3}$$

$$\frac{4W_e}{B} - \frac{6M_e}{B^2} \quad : t_e > \frac{B}{3}$$

$$t_e = M_e/W_e$$

$$M_e = W_t - M_u - M_p$$

2.3 사석기초부

방파제 설치지점의 지반은 양호한 사질토로 가정할 수 있으며 지반의 허용지지력이 Terzaghi의 극한지지력공식으로 계산한 값보다 작아야 한다.⁽³⁻⁵⁾ 그리고 항내측 사석기초부에서 발생하는 평면활동에 대해 안전계수가 1.2 이상이 되면 사석기초부의 사면은 안정성을 유지할 수 있고, 직립부의 아래에 위치한 사석기초부의 쇄굴을 방지하기 위하여 설치하는 사석의 중량은 Hudson의 식을 이용하여 산정한다.^(2-4,6) 그림 1에 나타낸 변수를 이용하여 이러한 설계조건식을 표현한다.

(1) 기초지반의 허용지지력에 대한 안정

$$P' \leq q_a \quad (5)$$

여기서,

$$P' = \frac{l_1}{l_2} P + \gamma_c'(h - h')$$

$$q_a = 0.2 \gamma_g' l_2 N_r + \gamma_c'(h - h')(0.4 N_q + 1)$$

$$l_1 = 3 t_e$$

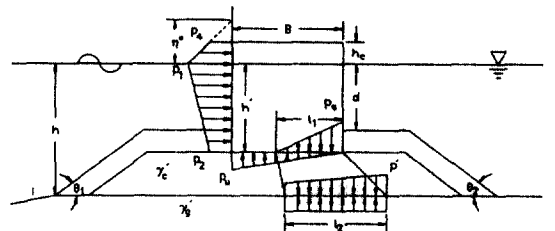


그림 1. Dimension and external forces of breakwater.

$$l_2 = l_1 + (h - h') [\tan(\pi/6 + \alpha) + \tan(\pi/6 - \alpha)]$$

$$\alpha = \tan^{-1}(P/W_e)$$

N_r, N_q : 허용지력 계수

γ_g' : 지반의 수중단위중량

γ_c' : core의 수중단위중량

(2) 사석기초부의 평면활동에 대한 안정

$$\mu_2 F \geq 1.2$$

(6)

여기서,

$$F = \frac{(W_e + W') \cos\phi - P \sin\phi}{(W_e + W') \sin\phi + P \cos\phi}$$

$$W' = (\gamma_r - \omega_0) A_{r1} + \gamma_c' A'$$

$$A' = 0.5(h - h') z_2$$

$$\phi = \tan^{-1}[(h - h')/z]$$

$$z = z_1 + z_2$$

$$z_1 = B_{M1} - (h' - d) \tan(\theta_2/2) + B$$

$$z_2 = (h - h') \tan\theta_2$$

B_{M1} : 항내측의 berm의 폭

μ_2 : core의 마찰계수

A_{r1} : 항내측 피복사석층의 면적

θ_2 : 항내측 사석기초부의 경사각

(3) 사석기초부의 피복사석의 안정

$$W_r = \gamma_r R_x R_z (h' - d)/r = \frac{\gamma_r}{N_s^3 (S_r - 1)^3} H_{1/3}^3 \quad (7)$$

여기서, N_s 의 계산에는 최근의 연구결과를 이용하여⁽⁷⁾

Goda의 식을 수정($h' \rightarrow d, L \rightarrow L'$)한 것이다.

$$N_s = \max \left\{ 1.8, 1.3 \frac{1 - \kappa}{\kappa^{1/3}} \frac{d}{H_{1/3}} + 1.8 \exp \left[-1.5 \frac{(1 - \kappa)^2}{\kappa^{1/3}} \frac{d}{H_{1/3}} \right] \right\}$$

$$\kappa = \frac{4\pi d/L'}{\sinh(4\pi d/L')} \sin^2 \frac{2\pi B_{Mw}}{L'}$$

$$S_r = \gamma_r / \omega_0$$

γ_r : 피복사석의 단위중량

L' : 수심 d 에서의 파장

B_{Mw} : 항외측 berm의 폭

R_x : 사석 block의 대표폭

R_z : 사석 block의 법선방향의 대표길이

r : 층적의 층수

2.4 파랑의 제어

방파제 주변해역의 환경을 변화시키는 요인 중 월파(overtopping)에 의한 파랑의 전달(transmission)과 직립부 전면에서 발생하는 반사(reflection)를 고려하여 제어한다. 외해측 berm의 선단부 및 직립부 전면에서의 파랑의 전달 및 반사의 개념은 유한반복파이론을 토대로 계산하며,⁽²⁾ 이때 파랑의 전달율과 반사율은 각각 허용율보다 작아야 한다.

(1) 허용전달율의 도입

$$K_T \leq K_{Ta} \quad (8)$$

여기서,

$$K_T = \begin{cases} 0.3(1.5 - h_c/H_{1/3}) & : 0 \leq h_c/H_{1/3} \leq 1.25 \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases}$$

K_{Ta} : 허용전달율

(2) 허용반사율의 도입

$$K_R \leq K_{Ra} \quad (9)$$

여기서,

$$K_R = S^{1/2} - 1$$

$$S = \max \{ \alpha_{00}^2 + \beta_{00}^2, \alpha_{05}^2 + \beta_{05}^2 \}$$

$$\alpha_{00} = 1 + K_{R1} + K_{T1}^2 \lambda^2 \cos(4\pi B_{Mw}/L)$$

$$\beta_{00} = K_{T1}^2 \lambda^2 \sin(4\pi B_{Mw}/L)$$

$$\alpha_{05} = K_{R1} [1 + \cos(kL/2)] + K_{T1}^2 \lambda^2 \cos(k'L/2 + 4\pi B_{Mw}/L)$$

$$\beta_{05} = K_{R1} [\cos(kL/2) - 1]$$

$$+ K_{T1}^2 \lambda^2 \sin(k'L/2 + 4\pi B_{Mw}/L)$$

$$K_{R1} = (1 - q) [(1 - q)^2 + q(\tan k' + \cot k')]^{-1/2}$$

$$K_{T1} = q^{1/2} (\tan k' + \cot k') [(1 - q)^2 + q(\tan k' + \cot k')]^{-1/2}$$

$$k' = 2\pi/L'$$

$$k = 2\pi/L$$

$$q = d/h$$

λ : berm의 에너지 감쇄율

K_{Ra} : 허용반사율

2.5 부가설계조건

방파제 제원의 치수가 수리학적 한계치(hydraulic critical value) 이상이어야 하고, 설계가 물리적 의미를 가지며 허용할 수 있는 범위에 있기 위하여 다음의 조건들을 만족하여야 한다.^(1,2,4)

$$h_c \geq 0.6 H_{1/3} \quad (10)$$

$$h - h' \geq 1.5 \quad (11)$$

$$d \geq 0 \quad (12)$$

$$B_{Mw} \geq 2R_x \quad (13)$$

$$B_{M1} \geq B_{Mmin} \quad (14)$$

B_{Mmin} : 항내측 berm 폭의 최소치

3. 혼성방파제 단면의 최적설계 모델

유한차원의 공학적 최적화문제는 다음과 같이 비선형계획문제(nonlinear programming problem; NLP)로 정식화할 수 있다.^(8,9)

Find

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (15)$$

to minimize

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (16)$$

subject to

$$h_i(x) \equiv h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (16)$$

$$g_j(x) \equiv g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (17)$$

여기서 x 는 n -차원 설계변수 벡터, f 는 목적함수, h 및 g 는 등호 및 부등호 제약함수, l 및 m 은 등호 및 부등호 제약조건의 갯수이다.

3.1 설계변수 및 목적함수

그림 2에 표시된 방파제 단면제원의 치수를 설계변수($x_1 \sim x_6$)로 하고 입력자료에서 주어진 항외측 및 항내측 사석기초부의 경사각을 각각 θ_1 과 θ_2 로 하여, 방파제 각 부분의 단면적에 가중치를 곱한 합을 목적함수로 한다.

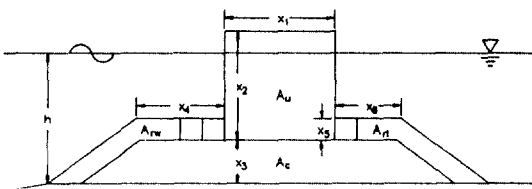


그림 2. Definition of design variables.

$$f(x) = (C_u A_u + C_c A_c + C_{rw} A_{rw} + C_{r1} A_{r1}) / 100 \quad (18)$$

여기서 방파제 각 부분의 단면적을 설계변수의 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$A_u = x_1 x_2$$

$$A_c = 0.5 x_3^2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)$$

$$+ x_3 [x_1 + x_4 + x_6$$

$$+ x_5 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2 - \csc \theta_1 - \csc \theta_2)]$$

$$A_{rw} = x_5 (x_4 + 0.5 x_5 \cot \theta_1 + x_3 \csc \theta_1)$$

$$A_{r1} = x_5 (x_6 + 0.5 x_5 \cot \theta_2 + x_3 \csc \theta_2)$$

여기서,

θ_1 : 항외측 사석기초부의 경사각

θ_2 : 항내측 사석기초부의 경사각

C_u, C_c, C_{rw}, C_{r1} : 방파제 각 부분의 단면적에 대응하는 가중치

사석기초부의 경사각들은 설계변수가 아니며, 또 목적함수에 사용된 가중치를 조정함으로써 현장조건에 적합한 목적함수를 도출할 수 있고, 설계 및 건설의 난이도에 따른 합리적인 공비의 산정도 가능하게 된다.

3.2 제약조건

혼성방파제의 설계조건에 따른 식들을 제약조건으로 하여 등호 및 부등호 제약함수로 나타낸다. 이 제약조건들을 혼성방파제의 각 부분의 제원, 즉 설계변수를 사용하여 정식화하면 다음의 제약함수들을 얻을 수 있다. 모든 제약함수는 정규화되어 있고 부등호 제약조건은 이하(\leq)형으로 변환되어 있다.

3.2.1 등호 제약조건

식 (7)로부터 유도된 사석기초부의 피복사석의 중량산정식을 1층쌓기($r=1$)만을 고려하여 등호 제약조건으로 사용한다.

$$h_1 \equiv \frac{1}{R_x R_x x_5} \left[\frac{H_{1/3}}{N_s (S_r - 1)} \right]^3 - 1.0 = 0$$

3.2.2 부등호 제약조건

식 (2)~(6) 그리고 식 (8)~(9)를 순서대로 다음과 같은 부등호 제약조건으로 사용한다.

(1) 직립부의 활동에 대한 제약조건

$$g_1 \equiv 1.0 - \frac{\mu_1 W_e}{1.2 P} \leq 0$$

(2) 직립부의 전도에 대한 제약조건

$$g_2 \equiv 1.0 + \frac{M_u - W_t}{1.2 M_p} \leq 0$$

(3) 사석기초부의 허용지지력에 대한 제약조건

$$g_3 \equiv \frac{P_e}{50} - 1.0 \leq 0$$

(4) 기초지반의 허용지지력에 대한 제약조건

$$g_4 \equiv \frac{P'}{q_a} - 1.0 \leq 0$$

(5) 사석기초부의 평면활동에 대한 제약조건

$$g_5 \equiv 1.0 - \frac{\mu_1 F}{1.2} \leq 0$$

(6) 파의 허용전달율에 대한 제약조건

$$g_6 \equiv \frac{K_T}{K_{Ta}} - 1.0 \leq 0$$

(7) 파의 허용반사율에 대한 제약조건

$$g_7 \equiv \frac{K_R}{K_{Ra}} - 1.0 \leq 0$$

3.2.3 부가제약조건

식 (10)~(14)를 아래의 부가제약조건으로 사용한다.

$$g_8 \equiv 1.0 - \frac{x_2 + x_3}{h + 0.6 H_{1/3}} \leq 0$$

$$g_9 \equiv 1.0 - \frac{x_3}{1.5} \leq 0$$

$$g_{10} \equiv 1.0 - \frac{x_4}{2R_x} \leq 0$$

$$g_{11} \equiv \frac{x_3 + x_5}{h} - 1.0 \leq 0$$

$$g_{12} \equiv 1.0 - \frac{x_6}{5} \leq 0$$

$$g_{13} \equiv -x_1 \leq 0$$

$$g_{14} \equiv -x_2 \leq 0$$

$$g_{15} \equiv -x_5 \leq 0$$

이상을 요약하면, 혼성방파제의 설계최적화문제는 1개의 등호 제약조건 h_1 과 15개의 부등호 제약조건 $g_1 \sim g_{15}$ 을 만족하면서 식 (18)의 목적함수 f 를 최소화하는 설계변수 $x_1 \sim x_6$ 을 결정하는 것이다.

4. 최적화 알고리즘

NLP의 최적해를 구하는 최적화기법은 변환법(transformation method)과 원시법(primal method)으로 나누어진다. 변환법은 제약조건이 있는 최적화문제를 제약조건이 없는 최적화문제로 변환하여 축차적으로 비제약 최적화문제를 풀어서 원래의 제약 최적화문제의 해를 구하는 방법이며, 원시법은 제약조건이 있는 최적화문제로부터 직접 최적해를 구하는 방법이다. 혼성방파제의 설계식은 대부분 실험을 통하여 만들어졌기 때문에 매개변수의 구간 별로 한정된 범위에서만 적용가능하고 구간연속적이며 미분불가능한 함수로 구성되므로 여기에 적합한 최적화기법이 이용되어야 한다. 이를 위하여 변환법인 ALM 알고리즘을 이용하는 것이 효율적이며, 제약조건이 있는 최적화문제를 비제약 최적화문제로 변환한 후 비제약 최적화문제의 해법으로는 BFGS 알고리즘 등의 사용이 가능하다.

4.1 ALM 알고리즘

ALM 알고리즘은 라그랑지승수(Lagrange multiplier)를 반칙계수(penalty parameter)로 확대 사용함으로써 변환법의 또 다른 부류인 SUMT(sequential unconstrained minimization techniques) 알고리즘의 문제점을 극복하고자 개발되었다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 처음에는 등호 제약조건만을 가지는 최적화문제에 적용되었으나 그 후에 부가변수(slack variable)를 사용하여 부등호 제약조건을 함께 가진 최적화문제도 풀 수 있도록 개선되었다. 이 알고리즘의 장점은 반칙계수가 무한대로 되지 않으면서도 최적해를 구할 수 있기 때문에 수치적 약조건(numerical ill-conditioning)을 피할 수 있고, SUMT 알고리즘보다 수렴속도가 빠르다. 그리고 전역적 수렴성(global convergence)을 가지며, 유용영역(feasible region)이나 불용영역(infeasible region)의 제한을 받지 않고 초기치를 임의로 지정할 수 있다.

ALM 변환함수(transformation function)는 다음과 같다.⁽⁷⁾

$$A(x, \lambda, r_p) = f(x) + \sum_{j=1}^m [\lambda_j \phi_j + r_p \phi_j^2] + \sum_{k=1}^l [\lambda_{k+m} h_k(x) + r_p h_k^2(x)] \quad (19)$$

여기서,

$$\phi = \max\{g(x), -\lambda_j/(2r_p)\}$$

그리고 라그랑지승수의 수정계산식(update formula)은 다음과 같다.

$$\lambda_j^{p+1} = \lambda_j^p + 2r_p \max\{g_j(x), -\lambda_j^p/(2r_p)\}; j=1, \dots, m \quad (20a)$$

$$\lambda_{k+m}^{p+1} = \lambda_{k+m}^p + 2r_p h_k(x); k=1, \dots, l \quad (20b)$$

한편, ALM 알고리즘의 전체적인 흐름도는 그림 3과 같다.

4.2 BFGS 알고리즘

BFGS 알고리즘은 비제약 최적화문제에 대한 헷세행렬(Hessian)의 역행렬을 이전의 실행에서 주어진 벡터형태의 정보를 이용하여 근사화시켜 비제약 최적화문제의 최적해를 구하는 방법이다. 목적함수의 1계도함수만으로 헷세행렬의 역행렬을 축차적으로 근사 계산하기 때문에 Newton 알고리즘보다 계산량이 적으면서 Newton 알고리즘과 같이 2차적으로 수렴(quadratically convergent)하는 특성을 갖는다.

이 알고리즘의 8번째 탐색방향벡터는

$$s^q = -H^q \nabla f(x^q) \quad (21)$$

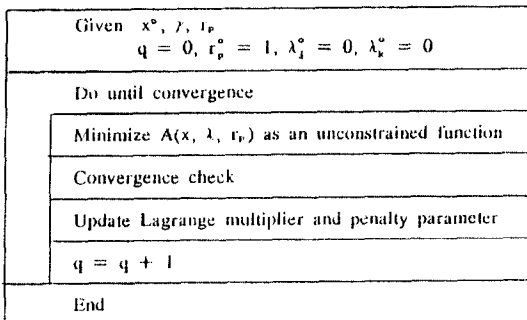


그림 3. Flow chart of the ALM algorithm.

로 정의한다. 헷세행렬의 근사 역행렬을 첫번째 실행에서는 단위행렬로 놓고, 그 다음 실행부터는 다음과 같이 정의한다.

$$H^{q+1} = H^q + D^q \quad (22)$$

여기서, D는 대칭수정행렬(symmetric update matrix)로 다음과 같다.

$$D^q = (\sigma + \gamma)pp^T/\sigma^2 - [H^q y p^T + p(H^q y)^T]/\sigma \quad (23)$$

이 식에서,

$$p = x^q - x^{q-1}$$

$$y = \nabla f(x^q) - \nabla f(x^{q-1})$$

$$\sigma = p^T y$$

$$\gamma = y^T H^q y$$

BFGS 알고리즘의 흐름도는 그림 4와 같다.

4.3 프로그램의 구성

ALM 알고리즘을 구동프로그램(driving program)으로 하고 BFGS 알고리즘이 식 (19)의 비제약 최적화문제의 해를 구하게 하는 혼성방과제의 최적설계 프로그램 PROCOBRA(ProGram for Optimiza-

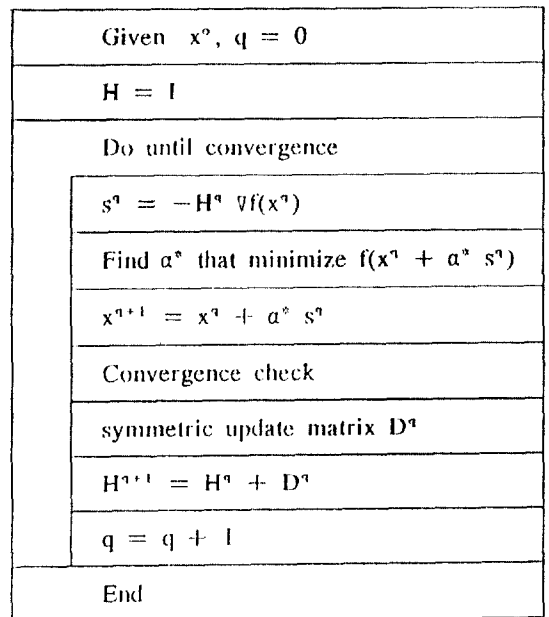


그림 4. Flow chart of the BFGS algorithm.

tion of COmposite BReAkwaters)를 개발하였다. 이 프로그램은 혼성방파제의 설계조건의 정식화를 위한 각종 자료를 입력으로 하며, 특히 목적함수의 가중치를 사용자가 지정할 수 있게 되어 있다. PROCOBRA에서는 매 ALM 반복회에서 설계변수, 가격함수, 제약조건의 상태(라그랑지승수값 포함) 및 비제약 최적화에 필요한 BFGS 알고리즘의 반복회수 등이 출력된다.

5. 최적설계 예

혼성방파제 최적화 프로그램 PROCOBRA의 입력자료는 방파제의 설치조건과 재원의 치수를 결정하는 설계식에서 사용되는 계수 및 상수 그리고 설계변수의 초기치 등이다. 설계 예에 사용된 초기 입력자료로서 표 1에 표시된 값을 사용하였다.

설계변수의 초기치 및 최적해와 최적목적함수, 설계반복회의 내력과 최적해에서의 제약함수의 상태를 표 2, 3 및 4에 각각 수록하였다. 설계변수의 초기치에서의 목적함수값이 최적해에서 목적함수값

표 1. Input data for design example

parameter	value	parameter	value	parameter	value
H_0'	6.3 m	γ_u	3.2 t/m ³	N_r	6.80
$T_{1/3}$	11.4 sec	γ_r	2.65 t/m ³	N_0	9.00
β	0.26 rad	γ_c'	1.00 t/m ³	R_x	4.0 m
h	10.1 m	γ_g'	1.00 t/m ³	R_z	2.0 m
i	0.01	θ_1	0.46 rad	C_u	0.9960
K_{Ra}	0.5	θ_2	0.59 rad	C_{rw}	0.0018
K_{Ta}	0.05	μ_1	0.6	C_{r1}	0.0003
ω_0	1.03 t/m ³	μ_2	0.8	C_c	0.0019

표 2. Initial value and optimum value of design variable

design variable	initial (m)	optimum (m)
x_1	10.000	11.673
x_2	8.000	7.259
x_3	6.000	6.324
x_4	7.000	12.430
x_5	1.000	0.978
x_6	5.000	5.094
cost $f(x)$	80.088 m ²	84.922 m ²

보다는 작지만, 초기설계변수는 제약함수를 만족하지 않는 것이었다. 반복회수에 따른 목적함수의 변동추이와 위배제약조건의 수 및 비제약 최적해를 구하기 위한 BFGS 반복회수 등을 표 3에 나타내었다. 즉 이 예제의 경우 ALM 반복회수는 12회였으며 BFGS 반복회수는 4~15회가 소요되었다. 표 4에서 보는 바와 같이 최적해에서 사석기초부의

표 3. Design history

iteration	cost function	violated constraints		BFGS iteration
		equality	inequality	
0	80.0879	1	4	
1	101.7083	1	0	15
2	62.6379	1	0	5
3	61.2837	1	1	9
4	64.5695	1	0	5
5	60.6011	0	1	11
6	72.8785	1	1	7
7	67.0838	1	1	10
8	107.5916	1	1	7
9	84.0984	1	0	5
10	83.7252	0	0	6
11	84.9216	0	0	4
12	84.9215	0	0	1

표 4. Constraint status at optimum

function	value	Lagrange multiplier
h_1	0.4457×10^{-5}	0.2061
g_1	-0.5002	0.
g_2	-0.3031×10^1	0.
g_3	-0.4074	0.
g_4	-0.1960	0.
g_5	-0.3860	0.
g_6	-0.1000×10^1	0.
g_7	-0.1882×10^{-1}	0.
g_8	-0.3933×10^{-3}	0.
g_9	-0.3216×10^1	0.
g_{10}	-0.5537	0.
g_{11}	-0.2770	0.
g_{12}	-0.1877×10^{-1}	0.
g_{13}	-0.1167×10^2	0.
g_{14}	-0.7259×10^1	0.
g_{15}	-0.9781	0.

피복사석에 대한 제약조건(h_1)에 대응하는 라그랑지 승수가 0이 아닌 것으로부터 이 제약조건이 가장 위배되기 쉬운 제약조건(active constraint)임을 알 수 있다.

목적함수의 가중치에 대한 영향을 조사하기 위하여 표 1에서 사용한 가중치 대신에 $C_u=C_{rw}=C_{ri}=C_c=0.25$ 를 사용하여 앞의 경우와 같은 초기치를 사용하여 실행시켜 보았다. 13회의 ALM 반복회 및 총 203회의 BFGS 반복계산 후에 최적해에 수렴하였으며, 목적함수는 69.836 m^2 그리고 최적해는 $x^*=(12.982, 10.705, 3.263, 11.446, 0.844, 5.233)$ 이었다.

최적목적함수와 최적설계변수의 차를 보면 알 수 있는 바와 같이, 건설의 난이도 등을 고려한 목적함수의 가중치가 최적해에 막대한 영향을 미치게 된다.

6. 요약 및 결론

방파제 주변의 파랑환경을 제어하고 구조물 자체의 안정성을 고려한 혼성방파제의 설계를 위해 최적화 프로그램 PROCOBRA를 개발하고 이를 이용하여 방파제 최적제원을 결정하였다. 그리고, 방파제의 구조역학적 안정성, 수리학적 안정성 및 파랑제어기능을 만족시키는 직립부의 활동과 전도, 사석기초부의 허용지지력과 평면활동, 기초지반의 허용지지력, 사석의 안정성, 그리고 파랑의 전달율과 반사를 제어식으로 혼성방파제의 설계식을 작성하였다. 또 최적화 목적함수에 방파제의 단면부분에 따른 가중치를 도입하여, 단면의 부분별로 공비 및 시공난이도를 고려하였다.

이 방파제의 최적제원을 산정하기 위하여 사용한 최적설계기법은 ALM을 주프로그램으로 사용하여 제약 최적화문제를 비제약 최적화문제로 변환하고 이 비제약 최적화문제를 해결할 수 있는 BFGS를 서브루틴 부프로그램으로 하는 ALM-BFGS 알고리즘을 이용하였다.

최적화 프로그램 PROCOBRA를 수행한 결과, 기존의 설계방법보다 방파제 제원의 단면을 감소시키고 설계제약조건인 방파제의 직립부와 사석기초부의 안정성을 만족하는 경제적이고 합리적인 설계를 얻을 수 있다. 또, 방파제 주변해역을 활용할 수 있도록 허용반사율의 범위내에서 사석기초부의 항내측과

항외측의 berm의 폭을 최적화하였다.

따라서, 방파제 제원의 구조역학적 안정성과 주변해역의 수리학적 특성을 고려한 혼성방파제의 설계에 있어서, 본 연구에서 개발한 최적설계 프로그램 PROCOBRA는 폭넓게 이용될 수 있으리라 판단된다. 한편 방파제 시공에 있어서 환경영향평가와 입지조건에 따른 정확한 목적함수의 가중치 산정방법이 연구되면 이들을 PROCOBRA의 입력자료로 활용하여 한층 실용적인 설계가 가능하게 될 것이며, 다른 형태의 해안구조물 설계에도 긴요하게 응용될 수 있을 것이다.

감사의 글

이 연구는 해양산업개발연구센터(RCOID)의 연구사업의 일환으로 이루어졌다.

참 고 문 헌

1. 안수한, 강광원, 항만공학, 동명사, 1983.
2. 류연선, 류청로, "연안시설물의 안정성 및 기능해석에 관한 연구", 부산수산대학 연구보고(자연과학), 27(1), pp.51-88, 1987.
3. 土木施工設計計算委員會編, 港灣・海洋構造物の設計計算例, 山海堂, 1987.
4. Goda, Y., *Random Seas and Design of Maritime Structures*, Univ. of Tokyo Press, 1985.
5. 진병익, 토질역학, 야정문화사, 1987.
6. Hudson, R.Y., "Laboratory Investigation of Rubble Mound Breakwater", ASCE, WW, pp.93-121, 1959.
7. 柳青魯, 榎木 亨, "混成防波堤基礎mound部の安定性と反射波制御機能", 日本土木學會, 海岸工學論文集, Vol.34, pp.546-550, 1987.
8. Arora, J.S. and Haug, E.J., *Applied Optimal Design*, John-Wiley & Sons, 1979.
9. Belegundu, A.D. and Arora, J.S., "A Study of Mathematical Programming Methods for Structural Optimization", Univ. of Iowa, 1982.
10. Reklaitis, G.V., Ravindran, A., and Ragsdell, K.M., *Engineering Optimization*, John-Wiley & Sons, 1983.
11. Vanderplaats, G.N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw Hill, 1984.

(接受 1991. 10. 10)