

多徑間 連續보의 解析에 관한 새로운 方法

A New Approach to the Analysis of Multi-span Continuous Beams

梁 昌 鉉*

Yang, Chang Hyun

Abstract

The moment distribution method has been widely used for the past sixty years for determining the end moments of structural frames.

However, the method tends to show more complexity of the procedures and approximation of the results as the degree of indeterminacy increases.

The previous study⁽¹⁾ proposed closed form formulas for the analysis of the continuous beams up to four spans. These formulars show simpler forms and provide perfectly rigorous solution in comparision with the moment distribution method.

This study proposes closed form formulas for the analysis of multi-span continuous beams which are basically similar to the equations developed in the previous study.⁽¹⁾

It is shown that these formulars may also produce more rigorous results and lead to simpler calculation processes.

The proposed approach may be one of the new methods for the analysis of multi-span continuous beams or the rigid frames.

요 지

連續보 또는 라멘 등의 兩端모멘트를 反復의인 手計算으로 算定하기 위하여 모멘트 分配法은 지난 60年 동안 널리 使用되어 왔다.

그러나 이 方法은 不靜定 次數가 增加할수록 그 循環過程이 매우 複雜해 지면서 結果値는 正解에서 멀어지는 傾向이 있다.

參考文獻 (1)에서는 4徑間 까지의 連續보를 解析하는 公式들을 提案하였다. 이 公式들은 모멘트 分配法을 定式化한 것이지만 모멘트分配法에 비해 훨씬 簡單하면서도 結果値는 100% 正解를 나타내었다.

本 研究는 5徑間 以上の 多徑間 連續보의 解析에 대한 새로운 解法이며, 參考文獻 (1)의 過程을 擴大하여 새로운 수렴형 公式를 展開한 것이다. 모멘트 分配法에 비하여 結果値는 아주 正解에 가까운 反面에 計算은 매우 簡單하다는 事實을 立證하고 있다.

여기 提案된 方法은 多徑間 連續보, 더 나아가서는 라멘의 解析에서 새로운 解法이 될 것이다.

* 正會員 · 仁荷大學校 工科大學 土木工學科 教授

1. 序 論

高次の不靜定連續보 또는 라멘을 모멘트 分配法으로 解析하는 境遇 近似値의 正確度를 높이기 위해서는 모멘트 分配의 循環을 여러번 反復시켜야 하므로 지나치게 複雜한 過程이라고 할 수 있으며, 不靜定 次數가 클수록 이러한 複雜性은 加重되어 모멘트 分配法은 非實用的이 되고만다.

參考文獻 1)에서는 2, 3, 4徑間의 連續보에서 모멘트 分配過程을 無限 級數型으로 展開하고 이를 수렴형으로 簡單化 시킴으로써 100% 正解를 주는 公式을 創意的으로 提案하였다.

4徑間 까지의 連續보에서는 無限 級數項이 수렴형의 等比級數인데 반하여, 5徑間 이상의 多徑間 連續보에서는 遠徑間의 影響때문에 엄격한 等比性이 성립되지 않는 傾向을 나타낸다.

本 研究의 目的은 參考文獻 1)의 過程을 5徑間 以上の 多徑間 連續보에 擴大 適用시켜서 各 支點 모멘트의 값을 算定하는 簡單한 數理型 公式을 導出하고 그 正確度를 檢證하는데 있다. 이들 公式은 連續보 뿐만 아니라 라멘의 解析에도 適用될 수 있으며, 모멘트 分配法을 代置할 수도 있는 새로운 解法이라고 할 수 있다. 또한 이들 構造物의 影響線의 作圖에 效率的인 手段을 提供하는 새로운 方法이 될 수도 있다.

2. 多徑間 連續보의 支點모멘트

2.1 5徑間 連續보

不靜定 連續보는 徑間(span)의 數효가 많을수록 遠距離 徑間의 影響이 包含되기 때문에 支點모멘트는 그 表現이 複雜해진다.

參考文獻 1)에서의 3徑間 連續보의 理論展開와 같은 過程을 밟아서 그림 1에 있는 바와 같이 徑間別로 EI가 一定한 5徑間 連續보에서 모멘트 分配過程을 公式으로 變換시킴으로써 支點모멘트에 대한 表現式을 誘導하기로 한다.

그림 1에서 部材 ij의 i端의 分配率 d_{ij} 는 통상 모멘트 分配法에서 정의되는 바와 같이 節點 i에 모이는 部材들의 剛度係數에 比例하도록 決定한 것이다. 部材端 모멘트, 固定端 모멘트 등은 部材端을

時計方向으로 回轉시키면 (+)라 하고 約定한 節點符號規約(joint convention)을 適用하는 것으로 하며, 各 支點 모멘트의 符號는 보의 하연에 引張을 일으키면 (+)라고 約定하는 보 부호규약(beam convention)을 適用하기로 한다.

不靜定 連續보에서 影響線을 쉽게 作圖하기 위하여 다음과 같이 各 徑間마다 荷重이 作用하는 경우에 대해 理論展開를 하기로 한다.

1) 第 1徑間 ab사이에 荷重이 作用하는 境遇

支點 b, c, d, e의 모멘트는 그림 1에 표시된 모멘트 分配過程으로부터 다음과 같은 無限級數型 公式으로 表現될 수 있다.

$$M_b = -d_{bc} \left\{ 1 - \frac{1}{4} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \frac{A_4}{4^5} + \dots \right) \right\} U_b^{ba} \quad (1)$$

$$M_c = \frac{1}{2} d_{bc} \left\{ 1 - d_{cb} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \dots \right) \right\} U_b^{ba} \quad (2)$$

$$M_d = -\frac{1}{4} d_{bc} d_{cd} d_{de} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_b^{ba} \quad (3)$$

그리고

$$M_e = \frac{1}{8} d_{bc} d_{cd} d_{de} d_{ef} \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_b^{ba} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_0 &= (d_{bc} d_{cb}) + (d_{cd} d_{dc}) \\ B_0 &= A_0 + (d_{de} d_{ed}) \\ A_i &= A_{i-1} (d_{bc} d_{cb}) + B_{i-1} (d_{cd} d_{dc}) \\ B_i &= A_i + B_{i-1} (d_{de} d_{ed}) \\ (i &= 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 U_j^{ij} 는 部材 ij間에 荷重이 作用할 때 j端의 不均衡 모멘트이며 “j단의 固定端 모멘트와 i端으로

$\begin{matrix} 0 & a & 1.0 \\ \hline 0 & 1.0 & 3 \\ \hline 0 & 1.0 & 3 \\ \hline 0 & 1.0 & 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} d & b \\ \hline 1.0 & 1.0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} d & b & c \\ \hline 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} d & b & c & d \\ \hline 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} d & b & c & d & e \\ \hline 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} d & b & c & d & e & f \\ \hline 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{matrix}$
$\frac{C_{ab}}{0} \frac{1}{(C_{ab} + m_a)} \left[\frac{C_{ab}}{1} - \frac{1}{2}(C_{ab} + m_a) \right]$	$-\frac{d_{bc}}{2} \frac{1}{d_{bc}} \frac{1}{d_{bc}}$	$-\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc}}$	$-\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc}}$	$-\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc}}$	$-\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc}}$
$+\frac{1}{4} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{2} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$-\frac{1}{4} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{8} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{8} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{8} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{8} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{8} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$+\frac{1}{16} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{8} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{8} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{8} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{8} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{8} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$-\frac{1}{16} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{32} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{32} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{32} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{32} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{32} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$+\frac{1}{64} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{32} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{32} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{32} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{32} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{32} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$-\frac{1}{64} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{128} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{128} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{128} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{128} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{128} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$+\frac{1}{256} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{128} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{128} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{128} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{128} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$+\frac{1}{128} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
$-\frac{1}{256} d_{bc} \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{256} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{256} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{256} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{256} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$	$-\frac{1}{256} d_{bc}^2 \frac{1}{d_{bc} d_{bc}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

註: $A_0 = d_{bc} d_{bc} + d_{c} d_{c}$
 $B_0 = A_0 + d_{d} d_{d}$
 $A_i = A_i - 1(d_{bc} d_{bc}) + B_i - 1(d_{c} d_{c})$
 $B_i = A_i + B_{i-1}(d_{d} d_{d}) \quad (i=1, 2, 3, \dots)$

그림 1. 5경간 연속보의 모멘트 분배

부터傳達되어온 모멘트의代數合”으로 다음과 같이表現할 수 있다.

ij가 内側徑間인 境遇;

$$U_{ij}^c = C_{ij} - \frac{1}{2} C_{ij} d_{ij} \quad (6a)$$

ij가 外側徑間이며 i端이 $M_i=0$ 인 單純힌지인 境遇 ($d_{ij}=1$);

$$U_{ij}^c = C_{ij} - \frac{1}{2} C_{ij} \quad (6b)$$

ij가 外側徑間이며 i端이 固定端인 境遇($d_{ij}=0$);

$$U_{ij}^c = C_{ij} \quad (6c)$$

ij가 外側徑間이며 i端 밖으로 突出된 境遇($d_{ij}=1$);

$$U_{ij}^c = C_{ij} - \frac{1}{2} (C_{ij} + m_i) \quad (6d)$$

여기서 m_i 는 i端 밖으로 突出된 部分(그림 1에서 a와 f의 突出部分)에 作用하는 荷重으로 인한 i端의 모멘트이며, 역시 節點 符號規約에 따른다.

C_{ij} 는 部材 ij간에 作用하는 荷重이나 弦回轉으로 인한 i端의 固定端 모멘트로서 部材 ij의 i端을 時計方向으로 回轉시키면 (+)이다.

따라서 $U_b^{ba} = C_{ba} - \frac{1}{2} (C_{ab} + m_a)$ 가 된다.

2) 第 2徑間 bc사이에 荷重이 作用하는 境遇

徑間 bc사이에 荷重이 作用하는 경우도 그림 1과 비슷한 모멘트 分配過程을 수행하면 다음과 같이 支點모멘트에 대한 表現式을 얻을 수 있다.

$$M_b = d_{ba} C_{bc} - \frac{1}{2} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \frac{A_4}{4^5} + \dots \right) U_c^{cb} \quad (7)$$

$$M_c = - \left\{ 1 - d_{cg} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(\frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \dots \right) \right\} U_c^{cb} \quad (8)$$

$$M_d = \frac{1}{2} d_{cd} d_{de} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_c^{cb} \quad (9)$$

그리고

$$M_e = - \frac{1}{4} d_{cd} d_{de} d_{ef} \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_c^{cb} \quad (10)$$

여기서 不均衡 모멘트는 $U_c^{cb} = C_{cb} - \frac{1}{2} C_{bc} (d_{bc})$

3) 中央徑間 cd에 荷重이 作用하는 境遇

徑間 cd에 荷重이 위치할 경우에도 支點모멘트는 그림 1과 유사한 모멘트 分配過程으로부터 그 表現을 다음과 같이 展開할 수 있다.

$$M_b = - \frac{1}{2} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \frac{A_4}{4^5} + \dots \right) U_c^{cd} + \frac{1}{16} d_{de} d_{ed} d_{dc} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \frac{\bar{B}_3}{4^4} + \dots \right) C_{dc} \quad (11)$$

$$M_c = d_{cb} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \dots \right) U_c^{cd} - \frac{1}{8} d_{de} d_{ed} d_{dc} d_{cb} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \frac{\bar{B}_3}{4^4} + \dots \right) C_{dc} \quad (12)$$

$$M_d = \frac{1}{2} d_{cd} d_{de} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_c^{cd} - d_{de} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left\{ 1 + \frac{1}{4} d_{de} d_{ed} \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \dots \right) \right\} C_{dc} \quad (13)$$

그리고

$$M_e = - \frac{1}{4} d_{cd} d_{de} d_{ef} \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \dots \right)$$

$$\left. + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_c^{cd} + \frac{1}{2} d_{de} d_{ef} \left\{ 1 + \frac{1}{4} d_{de} d_{ed} \right. \\ \left. \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \dots \right) \right\} C_{dc} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{A}_0 &= (d_{de} d_{ed}) + (d_{cd} d_{dc}) \\ \bar{B}_0 &= \bar{A}_0 + (d_{bc} d_{cb}) = B_0 \\ \bar{A}_i &= \bar{A}_{i-1} (d_{de} d_{ed}) + \bar{B}_{i-1} (d_{cd} d_{dc}) \\ \bar{B}_i &= \bar{A}_i + \bar{B}_{i-1} (d_{bc} d_{cb}) \\ (i &= 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (15)$$

그리고 $U_c^{cd} = C_{cd} - \frac{1}{2} C_{dc} d_{dc}$ 이다.

4) 第 4徑間 de사이에 荷重이 作用하는 境遇

이 5徑間 連續보에서 徑間 de사이에 荷重이 作用할 境遇에 그림 1과 같은 모멘트 分配過程을 적용해 보면 de간에 하중이 작용할 境遇의 M_b, M_c, M_d, M_e 는 각각 bc間에 荷重이 作用할 境遇의 M_c, M_d, M_e, M_b 와 表現은 類似하고 符號는 反對임을 알 수 있다. 따라서 각 支點 모멘트는 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$M_b = \frac{1}{4} d_{dc} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \right) U_d^{de} \quad (16)$$

$$M_c = -\frac{1}{2} d_{dc} d_{cb} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \frac{\bar{B}_3}{4^4} + \dots \right) U_d^{de} \quad (17)$$

$$M_d = \left\{ 1 - d_{dc} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \frac{\bar{A}_3}{4^4} + \dots \right) \right\} U_d^{de} \quad (18)$$

그리고

$$M_e = -d_{ef} C_{ed} + \frac{1}{2} d_{de} d_{ef} \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \frac{\bar{A}_3}{4^4} + \dots \right) U_d^{de} \quad (19)$$

여기서 $U_d^{de} = C_{de} - \frac{1}{2} C_{ed} d_{ed}$ 이다.

5) 第 5徑間 ef사이에 荷重이 作用하는 境遇

5徑間 連續보에서 ef間에 荷重이 作用하는 境遇의 M_b, M_c, M_d, M_e 는 각각 ab間에 荷重이 作用하는 境遇의 M_e, M_d, M_c, M_b 와 表現은 類似하고 符號는 反對이다.

$$M_b = -\frac{1}{8} d_{ed} d_{dc} d_{cb} d_{ba} \left(1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \dots \right) U_e^{ef} \quad (20)$$

$$M_c = \frac{1}{4} d_{ed} d_{dc} d_{cb} \left(1 - \frac{d_{bc}}{4} \right) \left(1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \dots \right) U_e^{ef} \quad (21)$$

$$M_d = -\frac{1}{2} d_{ed} \left\{ 1 - d_{dc} \left(1 - \frac{d_{ed}}{4} \right) \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \dots \right) \right\} U_e^{ef} \quad (22)$$

그리고

$$M_e = d_{ed} \left\{ 1 - \frac{1}{4} d_{de} d_{ef} \left(1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \dots \right) \right\} U_e^{ef} \quad (23)$$

여기서 $U_e^{ef} = C_{ef} - \frac{1}{2} (C_{fe} + m)$ 이다.

위의 展開에서 알 수 있는바와 같이 5徑間 連續보에서 각 支點 모멘트는 모두 無限級數型 公式로 表現되어 있다. 그러나 여기서 주목할 것은 4徑間까지의 連續보에서는 이 無限級數項이 等比級數인데 반하여 5徑間 부터는 엄격한 의미에서 等比級數가 아니라는 사실이다. 이는 遠徑間的 構造的 舉動으로 인한 영향으로 인해 等比性이 약간 이탈되기 때문으로 보인다. 그러나 다음 節에서 展開된 바와 같이 극히 미미한 誤差를 無視한다면 이들 公式 역시 간단한 수렴형 公式로 고쳐 쓸 수 있게 된다.

2.2 公式의 簡單化

5徑間 連續보의 각 支點 모멘트의 表現式에 포함되어 있는 無限級數는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \dots \\
 & = \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_0^2}{4^2} + \frac{A_0^3}{4^3} + \dots \right) + \epsilon_a \\
 & = \left(\frac{1}{1 - \frac{A_0}{4}} \right) (1 + \alpha) \tag{24}
 \end{aligned}$$

여기서 오차항은

$$\epsilon_a = \frac{A_1 - A_0^2}{4^2} + \frac{A_2 - A_0^3}{4^3} + \frac{A_3 - A_0^4}{4^4} + \dots$$

그리고

$$\alpha = \frac{\epsilon_a}{\left(\frac{1}{1 - \frac{A_0}{4}} \right)} \tag{25}$$

여기서 α 값은 매우 작아서 $\alpha < 1$ 임을 쉽게 檢證할 수 있다.

5徑間 連續보에서 가령 모든 分配率이 $d_{ij} = 1/2$ 인 경우에 $\alpha = 0.0047$ 즉, 0.47%에 불과하며 α 의 값은 無視할 정도로 아주 작은 값이다.

그리고

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots \\
 & = \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_0^2}{4^2} + \frac{B_0^3}{4^3} + \dots \right) + \epsilon_b \\
 & = \left(\frac{1}{1 - \frac{B_0}{4}} \right) (1 + \beta) \tag{26}
 \end{aligned}$$

여기서 $\epsilon_b = \frac{B_1 - B_0^2}{4^2} + \frac{B_2 - B_0^3}{4^3} + \frac{B_3 - B_0^4}{4^4} + \dots$

그리고

$$\beta = \frac{\epsilon_b}{\left(\frac{1}{1 - \frac{B_0}{4}} \right)} \tag{27}$$

β 의 값은 가령 모든 分配率이 $d_{ij} = 1/2$ 인 경우에 $\beta = -0.0048$ 정도이므로 또한 無視할 만큼 작은 값이다.

따라서 5徑間 連續보에서 式 (1)에서 式 (23)까지 모든 級數部分을 다음과 같이 表現하여도 誤差가 아주 작아서 結果值는 正解와 다름이 없다고 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \dots = \frac{1}{1 + \frac{A_0}{4}} = \alpha_0 \\
 & 1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \dots = \frac{1}{1 + \frac{B_0}{4}} = \beta_0 \tag{28} \\
 & 1 + \frac{\bar{A}_0}{4} + \frac{\bar{A}_1}{4^2} + \frac{\bar{A}_2}{4^3} + \frac{\bar{A}_3}{4^4} + \dots = \frac{1}{1 + \frac{\bar{A}_0}{4}} = \alpha_0 \\
 & 1 + \frac{\bar{B}_0}{4} + \frac{\bar{B}_1}{4^2} + \frac{\bar{B}_2}{4^3} + \frac{\bar{B}_3}{4^4} + \dots = \frac{1}{1 + \frac{\bar{B}_0}{4}} = \beta_0 = \beta_0
 \end{aligned}$$

지금까지 展開된 公式들은 5徑間 連續보의 각 支點모멘트에 대한 影響線 作圖의 便宜을 위주로 전개된 것이다. 그러나 몇개 또는 모든 徑間에 荷重이 作用하는 경우에는 해당 각 支點모멘트의 값은 해당 公式들을 合算하면 된다.

다음은 5徑間 연속보에서 모든 徑間에 荷重이 놓인 경우에 각 支點모멘트를 算定하는 公式을 나타낸 것이며, 해당 公式들을 合한 것이다.

$$\begin{aligned}
 M_b &= -d_{bc}U_b^{ba} + d_{ba}C_{bc} + \frac{1}{2}d_{cb}d_{ba}\alpha_0 \\
 & \left(\frac{1}{2}d_{bc}U_b^{ba} - U_c^{cb} - U_c^{cd} \right) + \frac{1}{4}d_{dc}d_{cb}d_{ba}\beta_0 \\
 & \left(U_d^{de} - \frac{1}{2}d_{ed}U_e^{ef} + \frac{1}{4}d_{de}d_{ed}C_{dc} \right) \tag{29}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_c &= \frac{1}{2}d_{bc}U_b^{ba} - U_c^{cb} - d_{cb} \left(1 - \frac{1}{4}d_{bc} \right) \alpha_0 \\
 & \left(\frac{1}{2}d_{bc}U_b^{ba} - U_c^{cb} - U_c^{cd} \right) - \frac{1}{2}d_{dc}d_{cb} \left(1 - \frac{1}{4}d_{bc} \right) \beta_0 \\
 & \left(U_d^{de} - \frac{1}{2}d_{ed}U_e^{ef} + \frac{1}{4}d_{de}d_{ed}C_{dc} \right) \tag{30}
 \end{aligned}$$

$$M_d = -\frac{1}{2}d_{ed}U_e^{ef} + U_d^{de} + d_{de}\left(1 - \frac{1}{4}d_{ed}\right)\bar{\alpha}_o$$

$$\left(\frac{1}{2}d_{ed}U_e^{ef} - U_d^{dc} - U_d^{de}\right) + \frac{1}{2}d_{cd}d_{de}\left(1 - \frac{1}{4}d_{ed}\right)\beta_o$$

$$\left(U_c^{cb} - \frac{1}{2}d_{bc}U_b^{ba} + \frac{1}{4}d_{cb}d_{bc}C_{cd}\right) \quad (31)$$

그리고

$$M_e = d_{ed}U_e^{ef} - d_{ef}C_{ed} - \frac{1}{2}d_{de}d_{ef}\bar{\alpha}_o$$

$$\left(\frac{1}{2}d_{ed}U_e^{ef} - U_d^{de} - U_d^{dc}\right) - \frac{1}{4}d_{cd}d_{de}d_{ef}\beta_o$$

$$\left(U_c^{cd} - \frac{1}{2}d_{bc}U_b^{ba} + \frac{1}{4}d_{cb}d_{bc}C_{cd}\right) \quad (32)$$

여기서 $\alpha_o = \frac{1}{1 - \frac{A_o}{4}}$, $\beta_o = \frac{1}{1 - \frac{B_o}{4}}$, $\bar{\alpha}_o = \frac{1}{1 - \frac{\bar{A}_o}{4}}$ 이다.

몇개 徑間에만 荷重이 作用하는 경우에는 각 支點모멘트의 값은 해당 U_j^i 만을 포함하여 算定하면 된다.

2.3 6徑間 連續보

그림 2에 있는 바와 같은 각 徑間별로 均一斷面을 가진 6徑間 連續보에 대하여 각 支點모멘트에 관한 表現式은 그림 1과 유사한 모멘트 분배과정으로부터 얻을 수 있다.

6徑間 連續보의 解析에서 簡便한 表記를 위해 다음을 定義하기로 한다.

$$A_o = d_{bc}d_{cb} + d_{cd}d_{dc}$$

$$B_o = A_o + d_{de}d_{ed} \quad (33)$$

$$C_o = B_o + d_{ef}d_{fe}$$

$$\bar{A}_o = d_{de}d_{ed} + d_{ef}d_{fe}$$

$$\bar{B}_o = \bar{A}_o + d_{cd}d_{dc} \quad (34)$$

$$\bar{C}_o = \bar{B}_o + d_{cb}d_{bc} = C_o$$

그리고

$$\alpha_o = \frac{1}{1 - A_o/4}, \beta_o = \frac{1}{1 - B_o/4}, \gamma_o = \frac{1}{1 - C_o/4}$$

$$\bar{\alpha}_o = \frac{1}{1 - \bar{A}_o/4}, \bar{\beta}_o = \frac{1}{1 - \bar{B}_o/4} \quad (35)$$

各 區間別로 荷重이 作用하는 境遇 各 支點 모멘트를 無限 級數型 公式로 展開하고 이를 다시 수렴형으로 고쳐쓰면 다음과 같이 表現된다.

1) 第 1徑間 ab사이에 荷重이 作用하는 境遇

$$M_b = -d_{bc}[1 - 1/4 \cdot d_{cb} \cdot d_{ba}(\alpha_o)] U_b^{ba} \quad (36)$$

모든 分配率이 $d_{ij} = 1/2$ 인 境遇를 計算해 본 結果 이 수렴형 公式는 級數型 公式보다 불과 0.04% 정도 超過된 값을 나타낼 뿐이었다.

$$M_c = 1/2 \cdot d_{bc}[1 - d_{cb}(1 - d_{bc}/4)(\alpha_o)] U_b^{ba} \quad (37)$$

$$M_d = -1/4 \cdot d_{bc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(\beta_o)U_b^{ba} + 1/16 \cdot d_{bc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ed}(\gamma_o)U_b^{ba} \quad (38)$$

이 수렴형 公式에서 $\gamma_o \sim \beta_o$ 라 놓으면 덜 正確하나 더 簡單한 다음 式으로 縮小할 수 있다.

$$M_d \sim -1/4 \cdot d_{bc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(1 - 1/4 \cdot d_{ed})(\beta_o)U_b^{ba} \quad (38a)$$

가령 모든 分配率이 $d_{ij} = 1/2$ 인 境遇에 級數型 公式에 비해서 式 (38)의 값은 불과 0.15% 미달이며, 式 (38a)는 1.05% 超過된 값을 나타낸다. 따라서 式 (38a)를 사용해도 그 正確度는 充分히 믿을만 한 것이다.

$$M_e = 1/8 \cdot d_{bc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\gamma_o)U_b^{ba} \quad (39)$$

그리고

$$M_f = -1/16 \cdot d_{bc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\gamma_o)U_b^{ba} \quad (40)$$

2) 第 2徑間 bc사이에 荷重이 作用하는 境遇

$$M_b = d_{ba} \cdot C_{bc} - 1/2 \cdot d_{cb} \cdot d_{ba}(\alpha_o)U_c^{cb} \quad (41)$$

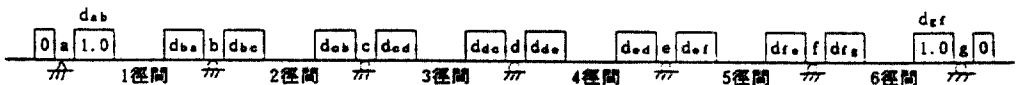


그림 2. 6徑間 連續보와 分配率 d_{ij}

$$M_c = -[1 - d_{cb}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\alpha_o)] U_c^{cb} \quad (42)$$

$$M_d = 1/2 \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(\beta_o) U_c^{cb} - 1/8 \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ed}(\gamma_o) U_c^{cb} \quad (43)$$

더 近似的으로 쓰면 다음과 같이 된다.

$$M_d \approx 1/2 \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(1 - 1/4 \cdot d_{ed})(\beta_o) U_c^{cb} \quad (43a)$$

모든 分配率이 $d_{ij} = 1/2$ 이라면 式 (43a)의 값은 式 (43)보다 불과 1.2% 큰 값이다.

$$M_e = -1/4 \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\gamma_o) U_c^{cb} \quad (44)$$

그리고

$$M_f = 1/8 \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\gamma_o) U_c^{cb} \quad (45)$$

3) 第 3 徑間 cd사이에 荷重이 作用하는 境遇

$$M_b = -1/2 \cdot d_{cb} d_{ba}(\alpha_o) U_c^{cd} + 1/16 \cdot d_{de} d_{ed} d_{dc} d_{cb} d_{ba}(\gamma_o) C_{dc} \quad (46)$$

$$M_c = d_{cb}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\alpha_o) U_c^{cd} - 1/8 \cdot d_{de} d_{ed} d_{dc} d_{cd}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\gamma_o) C_{dc} \quad (47)$$

$$M_d = 1/2 \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(\beta_o) U_c^{cd} - 1/8 \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ed}(\gamma_o) U_c^{cd} + 1/4 \cdot d_{de} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(\bar{\beta}_o) C_{dc} - 1/16 \cdot d_{de} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cd}(\gamma_o) C_{dc} \quad (48)$$

式 (48)은 다음과 같이 더 近似的인 公式으로 縮小할 수도 있다.

$$M_d \approx 1/2 \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(1 - 1/4 \cdot d_{ed})(\beta_o) U_c^{cd} + 1/4 \cdot d_{de} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(1 - 1/4 \cdot d_{cd})(\bar{\beta}_o) C_{dc} \quad (48a)$$

$$M_e = -1/4 \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\gamma_o) U_c^{cb} + 1/2 \cdot d_{de} \cdot d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\bar{\alpha}_o) C_{dc} \quad (49)$$

그리고

$$M_f = 1/8 \cdot d_{cd} d_{de} d_{ef} d_{fg}(\gamma_o) U_c^{cd} - 1/4 \cdot d_{de} d_{ef} d_{fg}(\bar{\alpha}_o) C_{dc} \quad (50)$$

여기서 $U_c^{cd} = C_{cd} - 1/2 \cdot C_{dc} \cdot d_{dc}$ 이다.

4) 第 4 徑間 de사이에 荷重이 作用하는 境遇

이 境遇 M_b, M_c, M_d, M_e, M_f 는 各各 第 3 徑間 (cd間)에 荷重이 作用하는 境遇의 M_b, M_e, M_d, M_c, M_b 와 表現은 類似하고 符號는 反對이다. 이는 이 連續보의 中央에 關해서 3 徑間과 4 徑間이 對稱이기

때문이다. 그러므로 1 徑間과 6 徑間, 2 徑間과 5 徑間 사이에도 이와 비슷한 현상이 나타난다.

$$M_b = -1/8 \cdot d_{ed} d_{dc} d_{cb} d_{ba}(\gamma_o) U_e^{ed} + 1/4 \cdot d_{dc} d_{cb} d_{ba}(\alpha_o) C_{de} \quad (51)$$

$$M_c = 1/4 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cb}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\gamma_o) U_e^{ed} - 1/2 \cdot d_{dc} \cdot d_{cb}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\alpha_o) C_{de} \quad (52)$$

$$M_d = -1/2 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(\bar{\beta}_o) U_e^{ed} + 1/8 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cd}(\gamma_o) U_e^{ed} - 1/4 \cdot d_{dc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(\beta_o) C_{de} + 1/16 \cdot d_{dc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ed}(\gamma_o) C_{de} \quad (53)$$

더 近似的이면서 簡單한 表現은 다음과 같다.

$$M_d \approx -1/2 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(1 - 1/4 \cdot d_{cd})(\bar{\beta}_o) U_e^{ed} - 1/4 \cdot d_{dc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de}(1 - 1/4 \cdot d_{ed})(\beta_o) C_{de} \quad (53a)$$

$$M_e = -d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\bar{\alpha}_o) U_e^{ed} + 1/8 \cdot d_{dc} d_{cd} d_{de} d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\gamma_o) C_{de} \quad (54)$$

그리고

$$M_f = 1/2 \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\bar{\alpha}_o) U_e^{ed} - 1/16 \cdot d_{dc} \cdot d_{cd} \cdot d_{de} \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\gamma_o) C_{de} \quad (55)$$

여기서 $U_e^{ed} = C_{ed} - 1/2 \cdot C_{de} \cdot d_{de}$ 이다.

5) 第 5 徑間 ef사이에 荷重이 作用하는 境遇

$$M_b = -1/8 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cb} \cdot d_{ba}(\gamma_o) U_e^{ef} \quad (56)$$

$$M_c = 1/4 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cb}(1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\gamma_o) U_e^{ef} \quad (57)$$

$$M_d = -1/2 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(\bar{\beta}_o) U_e^{ef} + 1/8 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cd}(\gamma_o) U_e^{ef} \quad (58)$$

더 近似的으로 쓰면 다음과 같다.

$$M_d \approx -1/2 \cdot d_{ed} \cdot d_{dc}(1 - 1/4 \cdot d_{cd})(\bar{\beta}_o) U_e^{ef} \quad (58a)$$

$$M_e = [1 - d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\bar{\alpha}_o)] U_e^{ef} \quad (59)$$

그리고

$$M_f = -d_{fe} \cdot C_{fe} + 1/2 \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\bar{\alpha}_o) U_e^{ef} \quad (60)$$

여기서 $U_e^{ef} = C_{ef} - 1/2 \cdot C_{fe} \cdot d_{fe}$ 이다.

6) 第 6 徑間 fg사이에 荷重이 作用하는 境遇

$$M_b = 1/16 \cdot d_{fe} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cb} \cdot d_{ba}(\gamma_o) U_f^{fg} \quad (61)$$

$$M_c = -1/8 \cdot d_{fe} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cb} (1 - 1/4 \cdot d_{bc})(\gamma_o) U_f^{fg} \quad (62)$$

$$M_d = 1/4 \cdot d_{fe} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} (\bar{\beta}_o) U_f^{fg} - 1/16 \cdot d_{fe} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} \cdot d_{cd} (\gamma_o) U_f^{fg} \quad (63)$$

더 근사적인 표현은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_d \approx 1/4 \cdot d_{fe} \cdot d_{ed} \cdot d_{dc} (1 - 1/4 \cdot d_{cd})(\bar{\beta}_o) U_f^{fg} \quad (63a)$$

$$M_e = -1/2 \cdot d_{fe} [1 - d_{ef}(1 - 1/4 \cdot d_{fe})(\bar{\alpha}_o)] U_f^{fg} \quad (64)$$

그리고

$$M_f = d_{fe} [1 - 1/4 \cdot d_{ef} \cdot d_{fg}(\bar{\alpha}_o)] U_f^{fg} \quad (65)$$

여기서 $U_f^{fg} = C_{fg} - 1/2 \cdot C_{ig}$ 이다.

6徑間 連續보에서 몇개, 또는 모든 徑間에 荷重이 作用하는 경우에 각 支點 모멘트의 값은 해당 公式들을 合算하여 算定하면 된다. 가령 모든 徑間에 荷重이 作用하는 경우 Mb의 값은 式 (36), (41), (46), (51), (56), 그리고 (61)의 結果를 合算하여 얻게된다.

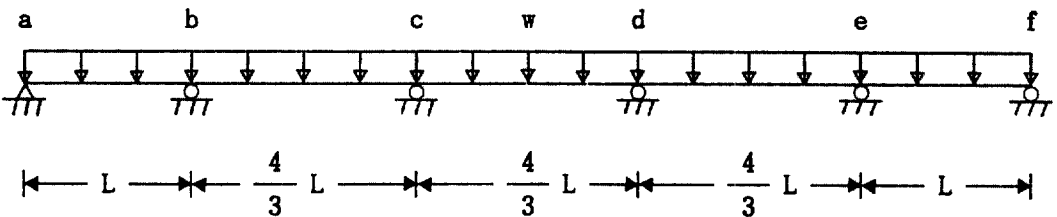
3. 數值例

5徑間 連續보에 대하여 導出된 公式들의 信賴性을 檢證하기 위하여 그림 3에 있는 EI가 一定한 5徑間 連續보를 解析하고 그 結果를 分析하기로 한다.

각 徑間에서의 剛度係數가 같으므로 모든 分配率 $d_{ij} = 1/2$ 이다.

固定端 모멘트 :

$$C_{ab} = C_{ef} = -\frac{wL^2}{12}, \quad C_{ba} = C_{fe} = +\frac{wL^2}{12}$$



$$K_{ab}^R = \frac{3}{4} \left(\frac{I}{L} \right) \quad K_{bc} = \frac{3}{4} \frac{I}{L} \quad K_{cd} = \frac{3}{4} \frac{I}{L} \quad K_{de} = \frac{3}{4} \frac{I}{L} \quad K_{ef}^R = \frac{3}{4} \left(\frac{I}{L} \right)$$

그림 3. 例題 (5徑間 連續보)

$$C_{bc} = C_{cd} = C_{de} = -\frac{w}{12} \left(\frac{4}{3} L \right)^2 = -\frac{4}{27} wL^2$$

$$C_{cb} = C_{dc} = C_{ed} = +\frac{4}{27} wL^2$$

不均衡 모멘트 :

$$U_b^{ba} = C_{ba} - \frac{1}{2} C_{ab}(1) = \frac{wL^2}{12} - \frac{1}{2} \left(-\frac{wL^2}{12} \right) = \frac{wL^2}{8}$$

$$U_3^{ef} = C_{ef} - \frac{1}{2} C_{fe}(1) = \frac{wL^2}{8}$$

$$U_c^{cd} = C_{cd} - \frac{1}{2} C_{dc}(d_{dc}) = -\frac{4}{27} wL^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{27} wL^2 \right)$$

$$\left(\frac{1}{2} \right) = -\frac{5}{27} wL^2 = U_d^{de}$$

$$U_c^{cb} = C_{cb} - \frac{1}{2} C_{bc}(d_{bc}) = \frac{4}{27} wL^2 - \frac{1}{2} \left(-\frac{4}{27} wL^2 \right)$$

$$\left(\frac{1}{2} \right) = +\frac{5}{27} wL^2$$

級數의 計算 : 式 (5)로부터 A_i, B_i 를 計算하면 다음과 같이 算定된다.

$$A_0 = \frac{1}{2}, \quad B_0 = \frac{3}{4}, \quad A_1 = \frac{5}{16}, \quad B_1 = \frac{1}{2}, \quad A_2 = \frac{13}{64}$$

$$B_2 = \frac{21}{64}, \quad A_3 = \frac{17}{128}, \quad B_3 = \frac{55}{256}, \quad A_4 = \frac{89}{1024}, \quad B_4 = \frac{9}{64}$$

또한 이 連續보는 中央에 關해 對稱이므로 $\bar{A}_i = A_i, \bar{B}_i = B_i$ 가 된다.

따라서

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{A_0}{4} + \frac{A_1}{4^2} + \frac{A_2}{4^3} + \frac{A_3}{4^4} + \frac{A_4}{4^5} + \dots\right) \\ &= 1 + \frac{1}{8} + \frac{5}{256} + \frac{13}{4096} + \frac{17}{32768} + \frac{89}{1048576} + \dots \\ &= 1.148309 \end{aligned} \quad (a)$$

그리고 식 (a)의 近似 값은

$$\frac{1}{1 - \frac{A_0}{4}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{8}{7} = 1.142857 \quad (b)$$

식 (b)의 값은 식 (a)에 비해서 0.47%가 모자란다. 또한

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{B_0}{4} + \frac{B_1}{4^2} + \frac{B_2}{4^3} + \frac{B_3}{4^4} + \frac{B_4}{4^5} + \dots\right) \\ &= 1 + \frac{3}{16} + \frac{1}{32} + \frac{21}{4096} + \frac{55}{65536} + \frac{9}{65536} + \dots \\ &= 1.224853 \end{aligned} \quad (c)$$

그리고 식 (c)의 近似 값은

$$\frac{1}{1 - \frac{B_0}{4}} = \frac{1}{1 - \frac{3}{16}} = \frac{16}{13} = 1.230769 \quad (d)$$

式 (d)의 값은 式 (c)에 비해서 0.48% 정도 초과하고 있다. 이 誤差는 式 (c)의 計算에 더 많은 項을 包含시킬수록 작아지게 된다.

例示할 目的으로 級數型과 수렴형 公式을 使用하여 支點b의 모멘트값을 計算하고 이 값들을 표 1에 수록하여 比較하여 보았다.

表 1에서 알 수 있는 바와 같이 等分布荷重이 全區間에 작용할 때 수렴형 公式에 의한 M_b 는 正解라고 할 수 있는 級數型 公式에 비해서 불과 0.04%

超過되어 있을뿐, 거의 同一한 結果值를 보여주고 있다. 따라서 正確度, 簡單性에서 탁월한 수렴형 公式이 훨씬 實用的이라고 할 수 있다.

가령 等分布荷重 $w=3t/m$ 이 全區間에 作用하고 $L=9m$ 라고 하면 級數型 公式을 이용하면 $M_b = -0.137626wL^2 = -33.443t\text{-m}$ 이고, 수렴형 公式을 이용하면 $M_b = -0.137675wL^2 = -33.455t\text{-m}$ 이다. 이들 두 값은 처짐角法으로 算定한 正解值 $M_b = -33.443t\text{-m}$ 와 아주 같다는 것을 보여주고 있다.

이 數值例는 5徑間 連續보에서 모든 分配率이 $d_{ij}=1/2$ 인 경우에 각 支點모멘트의 算定을 다룬 것이지만 각 節點에서의 分配率이 다른 경우에도 誤差의 정도는 $\pm 0.5\%$ 内外일 것이므로 수렴형 公式의 正確도에 대한 信賴性은 탁월하다고 할 수 있다.

4. 結 論

모멘트分配法은 逐次的인 反復過程에 의해 라벤이나 連續보의 材端모멘트의 값을 구하는 近似解法이다. 그러나 여러번 反復되는 複雜한 循環에도 불구하고 結果値는 近似값이라는 短點을 지니고 있다. 특히 不靜定 次數가 增加할수록 모멘트 分配法은 너무나 複雜해져서 非實用的이 된다.

모멘트 分配法의 短點을 克服하기 위하여 參考文獻 1)에서 2, 3, 4徑間 連續보의 각 支點 모멘트를 모멘트分配過程을 利用하여 簡單한 수렴형 公式으로 表現할 수 있었으며 이들 公式은 바로 각 支點 모멘트에 대한 100%의 正解를 나타낸다는 사실을 立證하였다.

그러나 5徑間 이상의 多徑間 連續보에서는 4徑間까지의 경우와는 달리 支點모멘트에 관한 表現式에서의 無限級數項이 遠徑間的 영향 때문에 엄격한

표 1. M_b 의 값

荷重 w 의 作用區間 公 式	ab	bc	cd	de	ef	全구간
(a) 級數型 ($\times wL^2$)	식 (1); -0.058014	식 (7); -0.100655	식 (11); +0.026935	식 (16); -0.007088	식 (20); +0.001196	-0.137626
(b) 수렴형($\times wL^2$)	-0.058036	-0.100529	+0.026811	-0.007123	+0.001202	-0.137675
$\frac{(b)-(a)}{(a)} \times 100$	+0.04%	-0.13%	-0.46%	+0.49%	+0.50%	+0.04%

等比性이 성립되지 않은 경향을 나타낸다. 따라서 본 研究에서는 參考文獻 (1)의 過程을 擴大 適用하여 連續보의 解析에 대한 모멘트 分配法의 定式化를 시도하였으며 이로부터 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 5徑間 連續보의 경우 각 支點모멘트에 대한 모멘트分配過程을 等比級數가 아닌 無限級數型으로 展開할 수 있었다. 그러나 극히 작은 誤差를 無視한다면 이 境遇 또한 等比級數型으로 쓸 수 있고 이를 다시 簡單한 수렴형 公式로 고쳐 쓸 수 있다. 이들 수렴형 公式들도 正解나 다름없는 精確한 結果值를 나타내고 있음을 알 수 있다.

2) 6徑間 連續보에서도 각 支點모멘트의 表現式은 5徑間の 境遇와 類似하다는 것을 보여주고 있다.

3) 여기에 提示된 方法은 本來의 모멘트 分配法을 代置할 수도 있는 새로운 方法이며, 簡單하면서도 精確한 方法이라고 할 수 있다. 특히 連續보 등에서

多徑間일수록 그 效率性和 實用性이 뛰어나다고 할 수 있다.

4) 본 研究에서 提案된 方法은 參考文獻 1)의 過程과 함께 連續보와 라멘의 解析에서 正解를 提供할뿐만 아니라 이들 構造物의 影響線의 作圖에 또 하나의 效率的인 새 方法이 될 수 있다.

이 方法을 擴大하면 7徑間 以上の 連續보, 또는 라멘 등의 解析에 쉽게 適用되도록 모멘트 分配過程을 定式化 할 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

1. 梁昌鉉, “連續보의 解析에 관한 새로운 方法-모멘트 分配法의 定式化,” 大韓土木學會 論文集, 第 10卷 第 4號, 1990年 12月.

(接受: 1992. 1. 25)