

해양구조물의 진전하는 피로파괴에 대한 신뢰도해석

Progressive Fatigue Reliability Analysis of Offshore Structures

류정수* · 윤정방**

Ryu, Jeong Soo · Yun, Chung Bang

Abstract

The primary objective of this study is the development of the system reliability analysis of offshore structures against progressive fatigue failure. Two methods based on the second moment reliability methods are used. One is the improved first order reliability method(IFORM) and the other is the modified probabilistic network evaluation technique(MPNET). Using idealized parallel member models, reliability analyses for progressive fatigue failures are carried out for various cases with multiple members composed of multiple connecting joints per member. Numerical results indicate that the effectiveness of the used methods over the conventional ones (i.e. the FORM and the PNET) increases very significantly as the number of failure modes of the system increases.

要 旨

본 연구의 목적은 피로파괴에 대한 해양 구조물의 체계신뢰도해석에 관한 연구이다. 제2차 모멘트 신뢰도 방법에 기초하여 제안한 새로운 두 방법을 사용하였는데, 하나는 개선된 제1계 신뢰도방법(IFORM)이고 다른 하나는 수정된 Probabilistic Network Evaluation Technique(MPNET)이다. 이상화된 병렬부재모형을 사용하여 부재당 다수의 연결절점으로 구성된 여러 부재들을 가진 경우에 대하여 진전하는 피로파괴에 대한 신뢰도해석들을 수행하였다. 수치해석결과로부터 본 논문에서 사용한 방법들이 재래적인 방법인, 제1계 신뢰도방법(FORM)과 PNET 방법보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 이러한 경향은 체계의 파괴모드 수가 증가됨에 따라 더욱 분명하였다.

1. 서 론

불규칙 파랑하중이나 풍하중을 받는 해양구조물에서 피로현상은 매우 중요한 파괴형태 중의 하나이다. 시간에 따라 변하는 응력들은 응력집중을 일

으키는 용접부 절점들에서 피로파괴를 일으킨다. 대부분의 해양구조물은 고도의 부정정구조물이기 때문에 한 부재가 피로로 인해 파괴되었다라고 구조물 전체의 기능을 일시에 약화시키지는 못한다. 따라서 본 연구에서는 진전하는 피로파괴에 대한 해양구조물의 신뢰도해석을 연구하였다.

해양구조물의 피로파괴에 대한 많은 연구들이 보고되었는데, S-N곡선에 기반을 둔 진전하는 피로파

* 정회원 · 한국원자력연구소 연구로기술부 설계종합기술실 선임연구원

** 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과 교수

파괴에 대한 체계신뢰도해석이 참고문헌(1-3)에서 수행되었다. 이들 연구에서는 이상화된 병렬부재모델을 이용하였으며, Monte Carlo Simulation(MCS)기법(2)과 수치적분(3)을 사용하여 체계신뢰도를 산정하였다. 본 연구에서는 위 문헌과 같은 병렬부재모델에 대하여 계산상 간단한 제2차 모멘트방법에 대하여 연구하였다.

해양구조물은 매우 많은 파괴 모우드를 가지므로 신뢰도해석을 할 때 많은 시간과 노력이 요구된다. 제2차모멘트 신뢰도방법으로써 가장 간단한 FORM(First Order Reliability Method)(4,5)은 계산상 오차가 크며, SORM(Second Order Reliability Method)(6,7)은 좀 더 정확한 결과를 줄 수 있지만 2차곡면들로 구성된 많은 모우드들 사이의 결합파괴확률을 계산해야 하는 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 FORM보다 정확한 값을 산정하고, SORM보다는 시간이 덜 걸리는 방법으로서, 참고문헌(8,9)에서 제안된 IFORM(Improved FORM)을 사용하였다. 또한, 해양구조물의 진전하는 피로파괴에 대한 파괴모우드들 사이의 상관관계는 매우 높다는 연구보고(3,9)에 의거하여, 이 영향을 적절히 고려할 수 있는 MPNET(Modified Probabilistic Network Evaluation Technique)(8,9)을 아울러 사용하였다.

본 연구의 예제해석에서는 그림 1에서 보여준

바와 같이 자켓(jacket) 구조물은 부재당 2절점을 가지는 병렬체계로 모형화하고, Tension Leg Platform(TLP)의 tendon계와 같은 구조물은 부재당 여러 절점을 가지는 병렬부재체계로 모형화하여 신뢰도해석을 수행하였다. 수행하여 얻은 수치결과들의 타당성을 같은 모델을 사용한 다른 연구결과들과 비교함으로써 입증하였다. 아울러, 체계내의 부재들의 수, 부재당 절점들의 수, 절점들의 피로수명 사이의 상관도들이 체계신뢰도에 미치는 영향을 검토하였다.

2. 해양구조물의 피로파괴에 대한 신뢰도

대수정규형(lognormal) 피로신뢰도모델을 사용하면, 절점 i 의 피로수명(τ_i)은 다음과 같다.(1)

$$\tau_i = \frac{\Delta K}{B^m \Omega_i} \quad (1)$$

여기서 K 는 S-N 곡선의 상수($NS^m=k$)로서 확률변수, Δ 는 파괴시 Palmgren-Miner 피로손상을 나타내는 확률변수, B 는 피로응력 산정과정에서 일어나는 불확실성을 나타내는 확률변수이며, m 은 S-N곡선의 기울기를 나타내는 상수이다. 그리고 Ω_i 는 응력변동성분이 stationary narrow banded Gaussian process라고 가정하면 주파수해석으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Omega_i = f_0 (2\sqrt{2} \sigma_i)^m \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right) \quad (2)$$

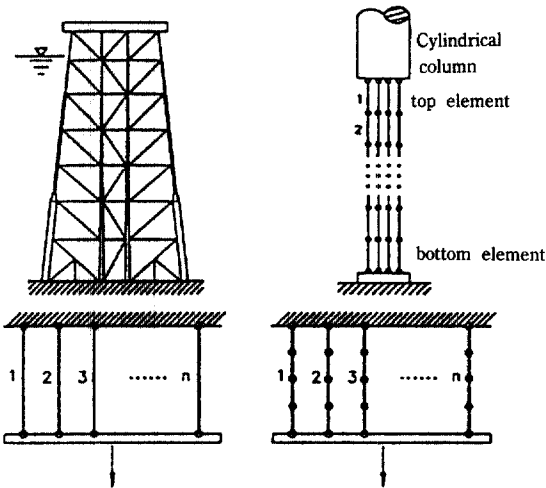
여기서 f_0 는 응력변동의 평균주파수이고, $\Gamma(\cdot)$ 는 Gamma 함수이다.

설계수명 T_0 에 대한 절점 i 의 피로파괴확률은 제2차 모멘트방법을 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_f = \Phi(-\beta_i) \quad (3)$$

$$\beta_i = \frac{\ln(\bar{\tau}_i/T_0)}{\sigma_{\ln\tau}} \quad (4)$$

여기서 β_i 는 절점 i 의 피로파괴에 대한 안전지수, $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포함수이고, $\bar{\tau}_i$ 는 τ_i 의 중앙값, $\sigma_{\ln\tau}$ 는 $\ln\tau$ 의 표준편차이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.



(a) Model with 2 Joints per Member (b) Model with Many Joints per Member

그림 1. Simplified Reliability Analysis Model of Off-shore Structures for Progressive Fatigue

$$\tilde{\tau}_i = \frac{\bar{\Delta} \bar{K}}{\bar{B}^m \Omega_i} \quad (5)$$

$$\sigma_{int} = \sqrt{\ln[(1+C_K^2)(1+C_\Delta^2)(1+C_B^2)^{m^2}]} \quad (6)$$

여기서 $\bar{\Delta}$, \bar{K} , \bar{B} 는 확률변수의 중앙값을 나타내며 C_K , C_Δ , C_B 는 각 확률변수의 분산계수이다.

한 부재 내에서 p개의 절점들이 직렬로 구성된 부재 j의 파괴확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$P_{imj} = 1 - \Phi_p(\beta; \rho) \quad (7)$$

여기서 β 는 부재내 절점들의 안전지수 벡터이고, ρ 는 각 절점들 사이의 상관계수 행렬이다. 식 (7)로부터 부재 j의 안전지수와 피로수명의 중앙값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta_{mj} = -\Phi^{-1}(P_{imj}) \quad (8)$$

$$\bar{T}_j = T_0 \exp(\beta_{mj} \sigma_{int}) \quad (9)$$

그림 1에서 보여준 단순화된 해양구조물의 진전하는 피로파괴에 대한 신뢰도해석을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다. 첫째, 한 부재의 파괴 후, 총 하중은 남아있는 부재에 똑같이 나누어진다. 둘째, 각 절점들의 피로수명의 중앙값은 변하지만 분산계수는 모든 절점에서 같다. 셋째, 파괴된 부재는 다시 보수되지 않는다.

하중은 남아있는 부재에 똑같이 나누어지기 때문에 k번째 부재 파괴 후 파괴되지 않은 부재 j의 응력의 평균자승근(RMS), $\sigma_j^{(k)}$, 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_j^{(k)} = \sigma_j^{(k-1)} \frac{(n-k+1)}{(n-k)} \quad (10)$$

여기서 n은 총 부재수이다. 피로수명은 응력 m승의 역수와 비례관계에 있으므로 k번째 부재 파괴후 부재 j의 남은 피로수명은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_j^{(k)} = (T_j^{(k-1)} - T_{(k)}) \left(\frac{n-k}{n-k+1} \right)^m \quad (11)$$

$$T_{(k)} = \min_i \{T_i^{(k-1)}\} \quad (12)$$

여기서 $T_{(k)}$ 은 (k-1)부재 파괴후 파괴되지 않은 부재들 중에서 가장 작게 남은 피로수명인데 (k-1)과

k번째 부재 파괴 사이의 시간간격을 의미한다. 따라서 k번째 부재파괴까지 수명은 다음과 같다.

$$t_k = \sum_{i=1}^k T_{(i)} \quad (13)$$

여기서 t_i 이면 첫번째 부재 파괴까지의 시간이며, t_n 은 전체 체계파괴까지의 수명을 나타낸다.

진전하는 피로파괴로 인한 n개 부재중에서 k부재까지의 파괴확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{t(k)} = P \left[\bigcup_{i=1}^{n_m} M_i \right] \quad (14)$$

여기서 M_i 는 k부재 파괴로 구성된 i번째 파괴모우드이며, n_m 은 가능한 파괴모우드 수(=n!/(n-k)!)이다. 한 파괴모우드의 예로서

$$M_i = [(T_1 < T_2 < \dots < T_k) \cap (t_k < T_0)] \quad (15)$$

여기서 t_{ki} 는 M_i 에 대한 k번째 부재파괴까지의 수명이다. 그림 2와 3은 n=2와 3인 경우들에 대한 파괴영역을 나타내었는데, 이 그림들을 살펴보면 식 (14)에 대한 전체파괴영역은 다음과 같이 쉽게 나타낼 수 있다.

$$\bigcup_{i=1}^{n_m} M_i = \bigcup_{i=1}^{n_m} (t_{ki} < T_0) \quad (16)$$

식 (14)에서는 하나의 파괴모우드를 식 (15)와 같이 다중의 파괴면으로 구성된 다각형으로 나타내지만 식 (16)은 하나의 파괴면으로 정의한다. 그러므로 신뢰도계산을 위해 식 (16)은 식 (14)보다 계산상 효율적이다.

3. 체계신뢰도 계산

식 (16)에서 보여준 파괴조건들은 대수정규분포를 가진다고 가정한 부재 피로수명들로 정의된다. 해양구조물의 피로수명의 분산계수가 3과 같이 큰 경우,⁽¹⁾ 등가정규분포⁽⁶⁾를 사용하는데 수치적 어려움을 경험하였다. 따라서 본 연구에서는 대수정규 확률변수에 대해 독립표준정규변수(U)를 얻기 위하여 Rosenblatt 변환⁽¹¹⁾을 사용하였다. n이 2인 경우 U-공간에서 파괴면이 비선형이 됨을 그림 4에서 보여준다. 이 비선형 파괴면에 대해 FORM에서는 원

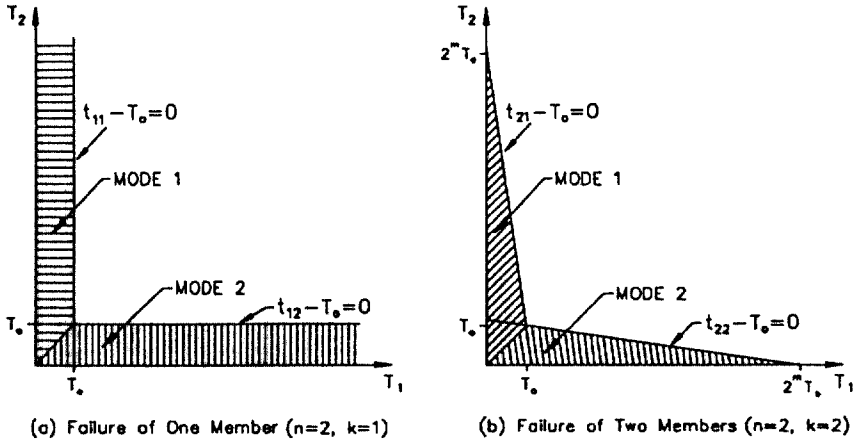


그림 2. Progressive Fatigue Failure Domain for a 2-Member System

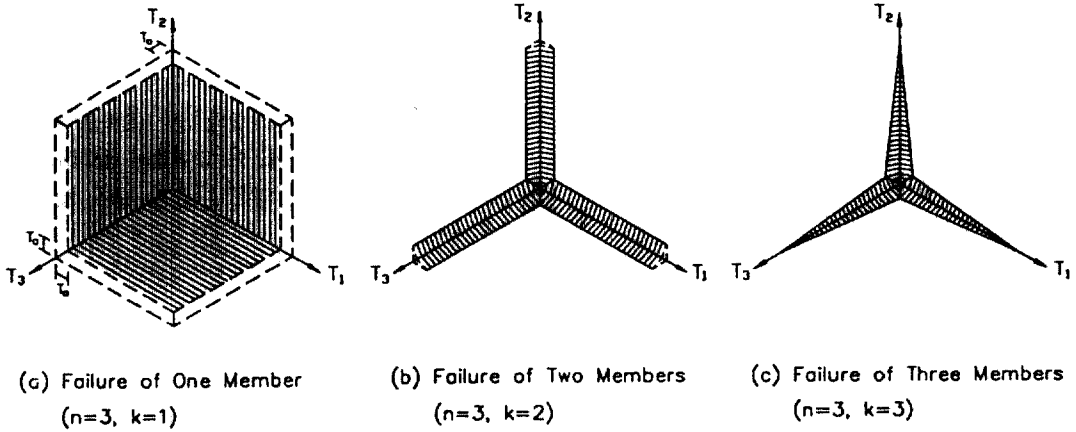


그림 3. Progressive Fatigue Failure Domain for a 3-Member System

점에 가장 가까운 파괴점에서 접선면으로 근사화하여 파괴확률을 구하며, SORM에서는 2차 포물선으로 근사화하여 파괴확률을 구한다. 본 연구에서의 SORM은 Tvedt⁽⁶⁾가 제안한 3항 근사식을 사용하였다.

식 (16)에서 k 부재 파괴까지의 체계파괴확률을 얻기 위하여 Ditlevsen구간⁽¹²⁾을 사용할 때, 모우드 수가 많고 각 모우드의 파괴확률이 클 경우 구간은 매우 넓어진다. 따라서 이들의 경우 Dunnett & Sobel⁽¹³⁾이 제안한 점추정식을 사용하였다. FORM과 함께 k부재 파괴까지의 여러 모우드를 가진 직렬 체계의 파괴확률을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{f(k)}^{FO} = 1 - \Phi_{nm}(\beta^{FO}; \rho^{FO}) \quad (17)$$

여기서 β^{FO} 는 FORM으로 구한 안전지수 벡터이고, ρ^{FO} 는 FORM에서 모우드 사이의 상관계수이다. 식 (17)에 대한 점추정치는 Dunnett & Sobel이 제안한 식을 사용하여 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$P_{f(k)}^{FO} \approx 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\xi) \prod_{j=1}^{nm} \Phi\left(\frac{\beta_j^{FO} - \sqrt{\rho_{av}^{FO}} \xi}{\sqrt{1 - \rho_{av}^{FO}}}\right) d\xi \quad (18)$$

여기서 ρ_{av}^{FO} 는 평균상관계수인데 그 식은 다음과 같고 $\phi(\xi)$ 는 표준정규밀도함수이다.

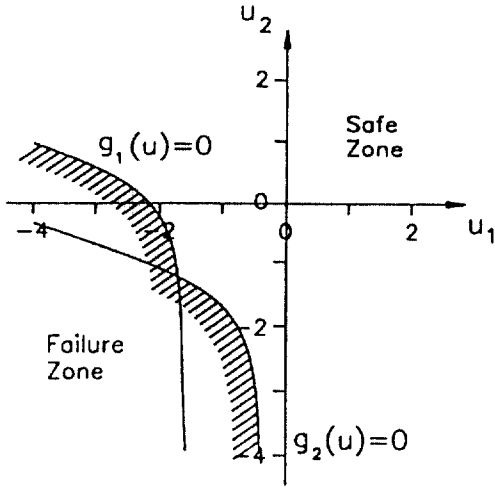


그림 4. Failure Surfaces in U-Space for a 2-Member System($\beta_0=2.0$)

$$\rho_{\alpha v}^{FO} = \frac{1}{n_m(n_m - 1)} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{j=1, j \neq i}^{n_m} \rho_{ij}^{FO} \quad (19)$$

파괴 모우드수가 매우 많은 경우 FORM에 의한 체계파괴확률의 구간해나 점추정치는 정확한 산정을 할 수 없다. 이런 경우 좀 더 정확한 SORM이 사용될 수 있지만 2차 곡면들 사이의 결합확률계산이 포함되기 때문에 FORM보다는 훨씬 더 많은 계산상의 노력이 요구되며 식 (18)의 점추정식에 적용시킬 수 없다. 따라서 본 연구에서는 IFORM^(8,9)을 사용하여 체계파괴확률을 다음과 같이 구하였다.

$$P_{i(k)}^{IFO} = 1 - \Phi_{n_m}(\beta^{IFO}; \rho^{FO}) \quad (20)$$

여기서

$$\beta^{IFO} = \frac{1}{2}(\beta^{FO} + \beta^{SO}) \quad (21)$$

윗 식의 β^{FO} 와 β^{SO} 는 FORM과 SORM에 의한 안전지수이며, IFORM의 이론적 배경은 $n=2$ 인 경우 그림 5에서 보여주었다. IFORM은 기본적으로 FORM과 비슷하기 때문에, 체계신뢰도의 점추정치 계산을 위해 편리하게 사용될 수 있다.

많은 파괴모우드를 포함하는 체계파괴확률을 계산하기 위한 또하나의 점추정 방법이 PNET⁽¹⁴⁾이다. 해양구조물의 피로신뢰도 문제에서는 파괴모우드의

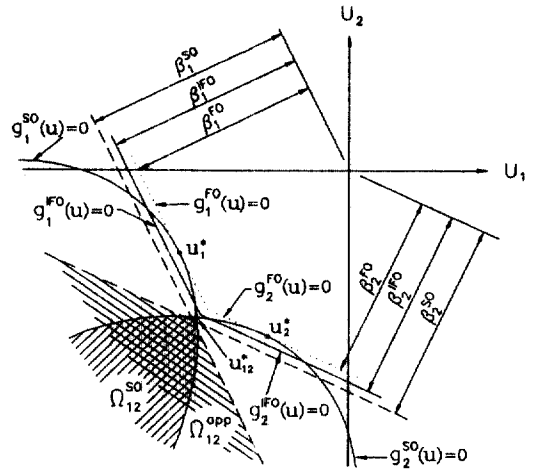


그림 5. Approximate Failure Surfaces for a 2-Member System

수가 매우 많고 대부분의 모우드들이 높은 상관관계가 있으므로 PNET는 적절하지 못하다. 예로써 부재가 8인 경우 파괴모우드의 총 수는 40320이고 상관계수의 최소값은 0.85 정도이다. 따라서 본 연구에서는 참고문헌^(8,9)에서 제안한 MPNET을 사용하였다. 이 방법에서는 파괴모우드를 상관정도에 따라서 적은 수의 집단으로 분류한 후, 각 집단을 대표하는 모우드들 사이의 상관관계를 고려하고, 이에 IFORM을 함께 적용하여 체계신뢰도를 계산하였다.

4. 수치예제 및 결과분석

해양구조물의 진전하는 피로파괴에 대한 신뢰도 해석을 그림 1의 병렬부재모델을 사용하여 수행하였다. MCS 기법⁽²⁾과 수치적분⁽³⁾을 사용한 비슷한 두 연구가 같은 모델에 대해 이미 보고된 바 있어서, 비교의 목적을 위해 이들 연구에서와 같은 경우를 택하였다. S-N곡선의 m 은 3.0이며 설계사용수명(T_0)은 20년이다. 또한 절점피로수명의 분산계수는 3.3이며 절점의 목표안전지수(β_0)는 각각 2.0과 3.0이다.

4.1 부재당 2절점을 가지는 체계

앞에서 설명한 제 2차 신뢰도방법을 사용하여 두 절점 사이의 상관계수가 0.32인 부재당 2절점을 가

표 1. System Safety Indices of 2-Member Systems by Various Methods

Methods	$\beta_0=2.0$		$\beta_0=3.0$	
	β_1	β_s	β_1	β_s
FORM	1.930	1.743	3.216	3.084
SORM	2.087	1.895	3.368	3.214
IFORM	2.009	1.825	3.292	3.162
M.C.S.		1.76		3.15
수치적분		1.83		3.15

지는 2부재 모델에 대해 산정된 안전지수를 비롯한 연구결과와 같이 표 1에 나타내었다. 여기서 IFORM의 결과를 수치적분결과와 비교할 때 FORM 결과보다 더 정확하였다.

더 나아가 여러 병렬부재를 가지는 체계에 대하여 수행하였는데, 그림 6에서 첫번째 부재파괴와 체계 파괴에 대한 점추정 결과의 안전지수를 비롯한 연구결과와 같이 보여주었다. 여기서 모든 모우드가 고려되었다. IFORM의 체계안전지수를 수치적분결과와 비교해 보면 비교적 작은 수의 부재를 가지는 체계(예로, $n \leq 4$)에 대해 좋은 결과를 준다. 그러나 부재수가 증가함에 따라 IFORM에 의한 산정의 정확성이 좀 떨어지는데, 이는 체계파괴확률의 구간이 매우 넓어짐에 따라 점추정식 (18)의 정확성이 떨어지기 때문이다. 그렇지만 IFORM은 FORM의 산정보다 항상 더 좋은 결과를 줄 수 있었다. 그리고 첫번째 부재파괴에 대한 안전지수는 부재수

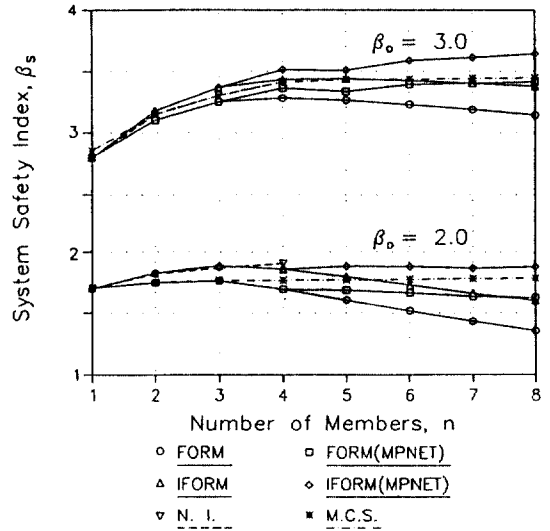


그림 7. System Safety Index vs Number of Members by MPNET for $\rho_0=0.99$

가 증가함에 따라 감소하였으며, 수치해석 결과와 매우 잘 일치하였다.

그림 7은 MPNET 방법에서 한계를 정하는 상관 계수(ρ_0)가 0.99일 때 MPNET으로 계산한 체계안전지수를 보여준다. 모든 모우드를 사용한 결과와 비교하면 MPNET로 산정된 안전지수는 약간 더 높았지만 적절한 범위에 있음을 알 수 있었다. 그림 8에서 PNET와 MPNET에 의해 산정된 체계안전지수를 여러 경우의 ρ_0 값에 대하여 보여주었다. ρ_0

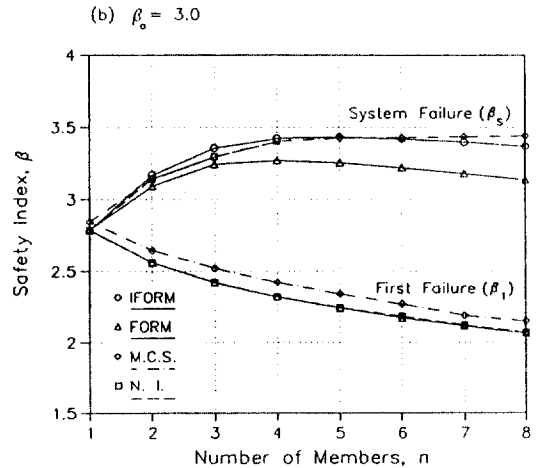
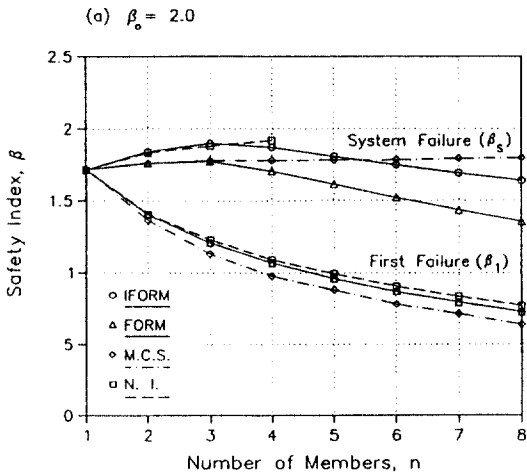
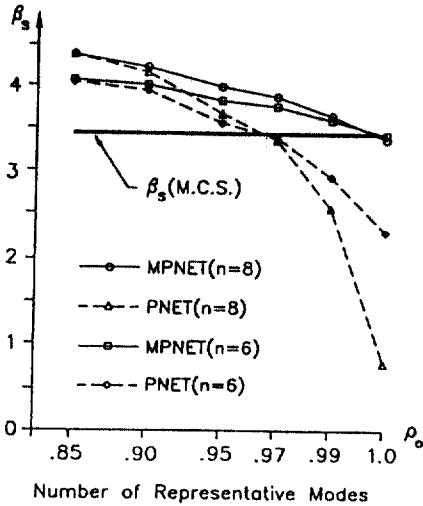


그림 6. Safety Index vs Number of Members



		Number of Representative Modes					
n	ρ_0	.85	.90	.95	.97	.99	1.0
6	2	6	19	46	163	720	
8	1	3	21	66	831	40320	

그림 8. Estimated β_s by MPNET and PNET (for $\beta_0=3.0$ and by Using the IFORM)

값이 작아짐에 따라, 대표모우드의 수(모우드집단의 수)가 급격히 감소하는 것을 보였다. 그리고 ρ_0 의 값이 1에 접근함에 따라, MPNET에 의해 산정한 체계안전지수값이 꾸준히 개선되었으나, PNET 결과들에서는 그러한 경향을 관측할 수 없었다. 따라서 MPNET는 파괴모우드가 많고, 이들의 상관계수가 높은 경우에 적용하기가 매우 유용하고 편리함을 알 수 있다.

4.2 부재당 여러 절점을 가지는 체계

TLP의 tendon계에서의와 같이 여러 절점을 가지는 체계에 대해 피로파괴에 대한 신뢰도해석을 식 (7)-(9)로부터 각 부재의 피로수명을 구하여 IFORM으로 수행하였다. 부재 수($n=1, 4$)와, 상관계수($\rho=0.03, 0.32, 0.60$)에 대해 수행한 결과들을 그림 9에서 보여주었다. 모든 경우에서 부재당 절점수가 증가함에 따라 체계안전지수가 감소하였다. 그런데 부재당 절점수가 증가함에 따라 체계안전지수가 특히 $\beta_0=2.0$ 과 $\rho_0=0.03$ 인 경우, 부재수가 증가함에 따라 반전현상이 일어나는데, 이 경우는 네 부재로 구성된 체계가 한 부재로 구성된 체계보다 파괴확률이 크다는 의미이다. 따라서 상관계수와 부재당 절점수는 체계안전지수에 매우 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있었으며 IFORM의 결과가 수치적분 결과에 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 참고문헌(8,9)에 제안된 IFORM과 MPNET를 사용하여 해양구조물의 피로파괴에 대한 신뢰도해석방법을 연구하였으며, 예제해석의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 1) 대수정규형 피로신뢰도모델을 사용할 때, 피로수명의 분산계수가 큰 경우 Rosenblatt 변환으로 독립표준정규변수를 얻는 방법이 등가정규분포를 사용하는 방법보다 더욱 편리하다. 2) IFORM과 MPNET를 사용하여 얻은 체계안전지수는 MCS과 수치적분결

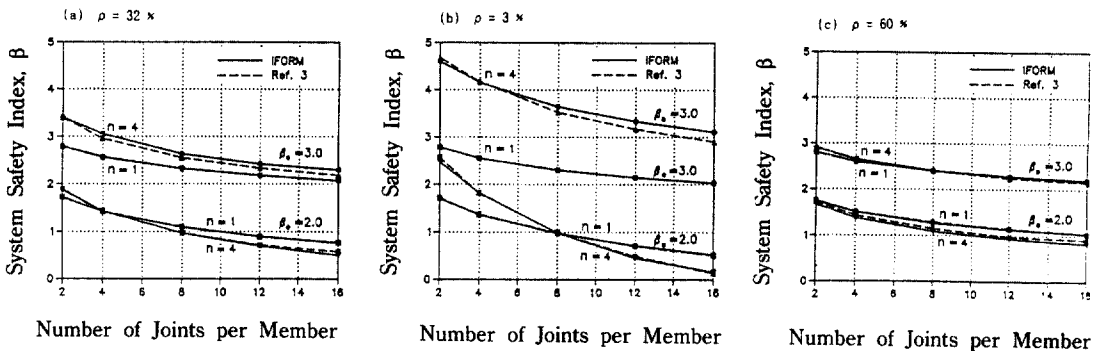


그림 9. System Safety Index vs Number of Joints per Member(n =No. of Members)

과와 비교하면 상당히 잘 일치한다. 3) IFORM은 많은 파괴모우드를 포함하는 체계에 대해 SORM에서 야기되는 2차 파괴곡면간의 결합파괴확률을 계산해야 하는 어려움을 피할 수 있었으며, 항상 FORM보다 좋은 결과를 주었다. 4) MPNET은 모우드수가 많고 상관계수가 높은 체계의 신뢰도해석에 대해 매우 타당한 방법임을 알 수 있었다. 5) Dunnett & Sobel이 제안한 식과 함께 사용한 IFORM과 MPNET는 파괴모우드 수가 많은 체계에 대해 매우 효율적이었다.

참 고 문 헌

1. Wirsching, P.H., "Probability-Based Fatigue Design Criteria for Offshore Structures", Final Report, *American Petroleum Institute, PRAC Project No.81-15*, 1983.
2. Martindale, S.G. and Wirsching, P.H., "Reliability-Based Progressive Fatigue Collapse", *Journal of Structural Engineering Division, ASCE*, Vol.109, No.8, 1983, pp.1792-1811.
3. Stahl, B. and Geyer, J.F., "Fatigue Reliability of Parallel Member Systems", *Journal of Structural Engineering Division, ASCE*, Vol.110, No.10, 1984, pp.2307-2323.
4. Hasofer, A.M. and Lind, N.C., "An Exact and Invariant First-Order Reliability Format", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.100, No.1, 1974, pp.111-121.
5. Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Structural Reliability under Combined Random Load Sequences", *Computers & Structures*, Vol.9, 1978, pp.489-494.
6. Tvedt, L., "Two Second-Order Approximations to the Failure Probability", *Veritas Report RDIV/20-004-83*, Det norske Veritas, Oslo, Norway, 1983.
7. Madsen, H.O., "First Order vs Second Order Reliability Analysis of Series Structures", *Structural Safety*, Vol.2, No.3, 1985, pp.207-214.
8. Ryu, J.S., Yun, C.B. and Cho, H.N. "Improved Methods for Reliability Evaluations of Series Systems", *Proceedings of the Sixth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering(ICASP6)*, Mexico City, Mexico, June, 1991, pp.265-272.
9. 류정수, "해양구조물의 피로파괴에 대한 신뢰도해석", 한국과학기술원, 토목공학과, 박사학위논문, 1991.
10. Thoft-Christensen, P. and Sorensen, J.D., "Reliability of Structural Systems with Correlated Elements", *Applied Mathematical Modelling*, Vol.6, 1982, pp.171-178.
11. Rosenblatt, M. "Remarks on a Multivariate Transformation", *Annals of Math. Stat.*, Vol.23, No.3, 1952, pp.470-472.
12. Ditlevsen, O., "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems", *Journal of Structural Mechanics*, Vol.7, No.4, 1979, pp.453-472.
13. Dunnett, C.W. and Sobel, M., "Approximations to the Probability Integral and Certain Percentage Points of a Multivariate Analogue of Students' t-Distribution", *Biometrika*, Vol.42, 1955, pp.258-260.
14. Ma, H-F and Ang, A.H-S., "Reliability Analysis of Redundant Ductile Structural Systems", Univ. of Ill., C.E. Studies, *Str. Res. Ser. No.494*, Aug., 1981.

(接受 : 1991. 11. 4)