

탄성지반과 판의 접촉압력해석에 관한 연구

A Method of Contact Pressure Analysis between Half-space and Plate

조현영* · 정진환** · 김성도*** · 한충목

Cho, Hyun Yung · Cheung, Jin Hwan · Kim, Seong Do · Han, Choong Mok

Abstract

A method analyzing contact pressure between plate and elastic half space is presented by using F.E.M.

With the method, the pressure intensities at surface nodes of half space can be directly calculated by using flexibility matrix of half space.

The method is originally presented by Y.K. Cheung et al.(3) Instead of Y.K. Cheung's method, which use a conception of equi-contact pressure area around each surface nodes of half space in the noded rectangular element area.

We use the equi-contact pressure area around the Gaussian integration points of half space surface in the noded isoparametric element area.

Numerical examples are presented and compared with other's studies.

요 지

지반을 반무한 탄성체로 가정할 때 판과 지반간의 접촉압력을 유한요소법으로 해석하는 방법은 크게 두 가지로 생각할 수 있다. 그중 가장 직접적인 방법은 판과 지반을 모두 요소로 분할하는 방법이다. 즉 판은 평판요소로 지반은 유한한 범위에서 입체요소로 분할하는 방법을 말한다. 이 방법은 지반의 강성도행렬이 과대해지고 만약 상부구조가 판이 아닌 큰 규모의 구조물일 경우에는 전체강성도행렬이 너무 커지고 강성도행렬의 대폭도 대단히 커지게 되어 실용적 방법이라 할 수 없다.

또 한 가지 방법은 반무한 탄성체의 표면에 집중하중이 작용하는 경우에 대한 Boussinesq의 해를 이용하여 지반전체를 한개의 요소로 취급하는 방법이다. 이 방법을 택할 경우에는 판과 지반의 총접촉절점수와 같은 차수인 유연도행렬의 역을 구해야 한다. 더구나 유연도행렬은 대폭이 행렬의 차수와 동일하고 비대칭이므로 그 역을 구하는 것이 결코 실용적이라 할 수 없다.

본 연구에서는 역행렬을 구하는 과정을 회피하는 한가지 방법으로 접촉절점에서의 접촉압력을 먼저 구하여 반력분포를 결정한 다음 상부구조와 지반의 변위 및 응력을 개별적으로 구하는 방법을 사용한다. 이 방법은 Cheung 등이 최초로 사절점 직사각형요소에 대하여 이론상으로만 제안한 것이나, 판의 절점위치에서의 등가접지압이 일정한 지배영역에 등분포한다고 가정하고 있다.

본 연구에서는 8절점 등매개변수요소를 이용하여 곡선경계의 요소분할이 가능하도록 하였고 판의 한 요소와 접하는 지반영역을 Gauss 적분의 가중값과 동일한 넓이의 소영역들로 분할하여 각 소영역에 Gauss 적분점에서의 접지압이 등분포한다고 보고 계산한 점이 다르다.

* 정회원 · 부산대학교 공과대학 토목공학과 교수
** 정회원 · 부산대학교 공과대학 토목공학과 조교수

*** 정회원 · 경성대학교 공과대학 토목공학과 전임강사
**** 정회원 · 부산대학교 대학원 토목공학과 박사과정

1. 서론

자연계의 지반은 성질이 다양하고 복잡하므로 판과 지반간의 역학적 상호작용에 대한 유용한 정보를 얻기 위해서는 지반을 이상화하여야 한다. 지반을 이상화한 비교적 간단한 모델은 Winkler 모델이나, 지반의 각 점을 인접한 모든 점과 독립된 1개의 스프링으로 이상화하기 때문에 한 점의 처짐이 인접한 어떤 다른 점의 처짐에도 영향을 미치지 않는다는 모순을 가진다.

이러한 모순을 극복하기 위한 노력은 Winkler 모델의 개량을 시도하는 연구와 지반을 연속체로 이상화하는 연구 등이 있다. 전자의 경우는 Iyengar 등⁽¹⁾과 Yang⁽²⁾의 연구가 있으며 후자의 경우는 Boussinesq의 반무한 탄성체에 대한 해를 이용한 Cheung 등⁽³⁾의 연구를 들 수 있다.

Cheung 등은 최초로 유한요소법을 이용하여 평판과 반무한 탄성체의 상호작용을 해석하였는데, 여기서는 사절점 직사각형요소를 사용하였고 등가 절점반력이 절점주위의 적절한 넓이 즉 지배영역에 등분포한다고 가정하고 있다. 변이 $a \times b$ 인 동일한 크기의 직사각형요소로 분할하는 경우 지배영역을 그림 1에서와 같이 모서리절점 i 에는 $1/4 ab$, 두 요소의 경계절점 j 에서는 $1/2 ab$, 세 요소의 경계절점 l 에서는 $3/4 ab$, 네 요소의 경계절점 k 에서는 ab 로 잡고있다.

본 논문에서는 요소형상에 구애될 없이 사용할 수 있도록 하기 위하여 등대개변수요소를 사용하였고, Gauss 적분가중값을 이용하여 지배영역을

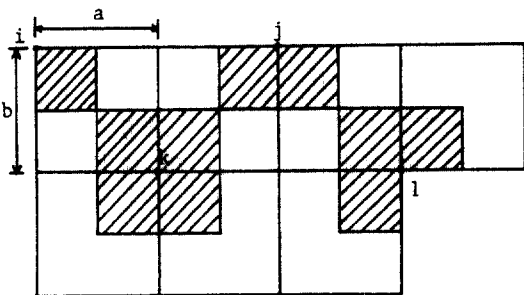


그림 1. Equivalent contact pressure areas(governing area) for various nodes in equal size rectangular elements.

Gauss 적분점 주위로 잡고 그 영역내에서 접촉압력이 일정하다고 생각하였다. 그리고 Boussinesq의 반무한 탄성체에 대한 해를 이용하여 상호작용을 해석하는 경우 직면하게 되는 비대칭 지반유연도 행렬의 역행렬계산을 피할 수 있는 방법을 사용하였다.

2. 상부구조

평판은 Mindlin 가정을 이용한 등대개변수 판요소로 분할하였다. 만약 상부구조가 상자구조일 때는 평면응력요소와 Mindlin 가정을 이용한 판요소를 합성하여 이산화 한다. 이러한 합성요소의 절점당 자유도는 두개의 회전변위와 세개의 직선변위를 가지고 있으나, 이 요소강성도를 중첩하여 전체강성도를 구성할 때 판요소의 수직방향 회전변위를 고려하여 절점당 자유도를 6개로 하는 경우, 한 절점을 공유하는 모든 요소가 동일 평면내에 있을 때만 선택적으로 가강도를 도입하는 조⁽⁴⁾의 선택적 가강도 도입법을 이용하면 절판구조물해석에서 발생하는 강성도행렬의 특이성 문제와 균일한 가회전강도의 도입으로 인한 오차를 면할 수 있다.

먼저 상부 판구조에 대한 강성도방정식은 통상 다음과 같이 적어진다.

$$P_u = K_u U_u \tag{1}$$

- 단 P_u : 상부구조의 외력벡터
- U_u : 상부구조의 절점변위벡터
- K_u : 상부구조의 강성도행렬

위의 식에서 절점당 자유도는 평판이 단독으로 접지하고 있을 때는 한개의 수직변위 W_i 와 두개의 회전변위 θ_{xi}, θ_{yi} 를 합하여 세 자유도를(그림 2(a) 참조), 평판을 저판으로 하는 상자형 판구조일 때는 세개의 직선변위 W_{xi}, W_{yi}, W_{zi} 및 세개의 회전변위 $\theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$ 로서 도합 여섯 자유도를(그림 2(b) 참조) 고려한다.

3. 반무한 탄성체

3.1 반무한 탄성체에 대한 Boussinesq의 해
그림 3에서와 같이 i 점에 작용하는 수직집중하중

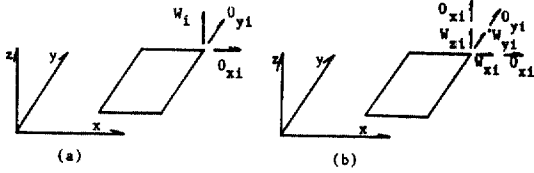


그림 2. Degree of freedom for plate (a), and box (b).

에 의한 j점의 변위는 Boussinesq에 의하면 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$W_j = \frac{P_i(1-\nu_o^2)}{\pi E_o d_{ij}} \quad (2)$$

$$\text{단 } d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

여기서

- P_i : i점에 작용하는 하중, W_j : j점에 발생하는 처짐
- d_{ij} : i와 j사이의 거리, ν_o : 지반의 포아슨비
- E_o : 지반의 탄성계수

그림 4와 같이 분포하중이 작용할 경우에는 식 (2)를 적분하면 분포하중에 의한 처짐 W_j 를 구할 수 있다.

$$W_j = \alpha \int_A \frac{q(x, y) dA}{\sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2}} \quad (3)$$

$$\text{단 } \alpha = \frac{1 - \nu_o^2}{\pi E_o}$$

3.2 반무한 탄성체의 유연도행렬 과 강성도행렬

임의 형상의 8절점 등매개변수요소로 접지판을 분할하였을 때 한 요소에 작용하는 접지압에 의한 j점의 변위는 식 (3)로 계산되나 그 적분은 자연좌표계(natural coordinates)를 기준으로 수행된다(그림 5 참조). 먼저 식 (3)로부터 한 접지요소 e의 영역 A_e 에 작용하는 분포하중에 의한 j점의 변위는 다음과 같다.

$$W_j^{(e)} = \alpha \int_{A_e} \frac{q^{(e)}(x, y) dA}{\sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2}} \quad (4)$$

한 요소내 임의점에서의 접지압강도 $q^{(e)}(x, y)$ 와 좌표(x, y)를 절점값으로 각각 보간하면 다음과 같다.

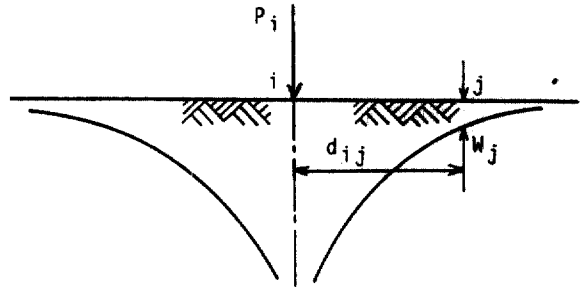


그림 3. Displacement of half-space due to one point vertical load

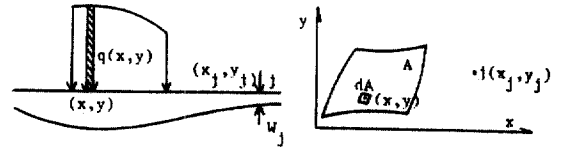


그림 4. Displacement of half-space due to distributed vertical loading

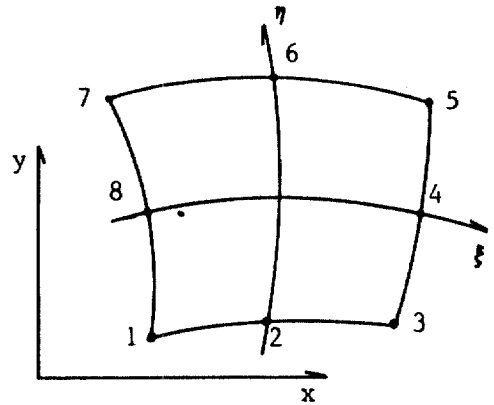


그림 5. Orientation of local natural coordinates ξ, η

$$\begin{aligned} q^{(e)}(x, y) &= \mathbf{N} \mathbf{q}^{(e)} \\ x &= \mathbf{N} \mathbf{x}^{(e)} \\ y &= \mathbf{N} \mathbf{y}^{(e)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{단 } \mathbf{q}^{(e)} &= [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8]^T \\ \mathbf{x}^{(e)} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T \\ \mathbf{y}^{(e)} &= [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ y_7 \ y_8]^T \end{aligned}$$

\mathbf{N} : 형상함수행렬

식 (5)의 관계를 식 (4)에 대입하면 식 (6)을 얻는다.

$$W_j^{(e)} = \alpha \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{N_i \mathbf{q}^{(e)} \det J d\xi d\eta}{\sqrt{(x_j - N_i \mathbf{x}^{(e)})^2 + (y_j - N_i \mathbf{y}^{(e)})^2}} \quad (6)$$

단 $dA = dx dy = \det J d\xi d\eta$

여기서 J 는 직교좌표계를 자연좌표계로 변환하기 위한 Jacobian 함수행렬로서 다음과 같이 주어진다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \end{bmatrix} = \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \xi}}{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \eta}} = \sum_{i=1}^8 \frac{\frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i}{\frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i} \quad (7)$$

식 (6)을 다시 쓰면

$$W_j^{(e)} = \alpha \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{N_i \det j a \xi d\eta}{\sqrt{(x_j - N_i \mathbf{x}^{(e)})^2 + (y_j - N_i \mathbf{y}^{(e)})^2}} \begin{matrix} q^1 \\ q^2 \\ \vdots \\ q^8 \end{matrix}$$

$$\alpha \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{N_8 \det j a \xi d\eta}{\sqrt{(x_j - N_i \mathbf{x}^{(e)})^2 + (y_j - N_i \mathbf{y}^{(e)})^2}} q^8$$

즉

$$W_j^{(e)} = G_j^{(e)} \mathbf{q}^{(e)} \quad (8)$$

단 $G_j^{(e)} = [G_{j1}^{(e)}, G_{j2}^{(e)}, \dots, G_{j8}^{(e)}]$

$$G_{ji}^{(e)} = \alpha \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{N_i \det j d\xi d\eta}{\sqrt{(x_j - N_i \mathbf{x}^{(e)})^2 + (y_j - N_i \mathbf{y}^{(e)})^2}}$$

각 요소에 작용하는 분포접지압에 의한 j 점의 처짐들을 모두 더하면 전체접지면에 작용하는 분포접지압에 의한 j 에서의 처짐이 계산된다. 즉

$$W_j = G_j \mathbf{q} \quad (9)$$

단 $G_j = \sum_{e=1}^m G_j^{(e)} = [G_{j1}, G_{j2}, \dots, G_{jn}]$

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_n]^T$$

$m = \text{요소수}, n = \text{절점수}$

와 같은 꼴의 식을 얻는다. 여기서 Σ 의 기호는 단순한 행렬합이 아니고 요소 강성도행렬을 중첩하여 전체 강성도행렬을 구성하는 것과 동일한 방법으로 중첩합을 뜻한다.

식 (9)를 이용하여 모든 절점에서의 처짐을 구하면 식 (10)과 같다.

$$\mathbf{W} = \mathbf{G} \mathbf{q} \quad (10)$$

단 $\mathbf{W} = [W_1, W_2, \dots, W_n]^T$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{12} & \dots & G_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ G_{n1} & \dots & G_{n2} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

상부구조와 반무한 탄성체의 강성도방정식을 중첩하기 위해서는, 분포접지압 \mathbf{q} 를 등가접지압 \mathbf{Q} 로 변환하여야 한다. 임의의 가상변위에 대한 양자의 일이 동일하다는 조건에서 한 요소영역에 대하여 고려하면

$$\mathbf{W}^{(e)T} \mathbf{Q}^{(e)} = \int_A \mathbf{W} \mathbf{q} dA \quad (11)$$

위 식의 우변에 $\mathbf{q} = \mathbf{N} \mathbf{q}^{(e)}, \mathbf{W} = \mathbf{N} \mathbf{W}^{(e)}$ 를 대입하여 정리하면

$$\mathbf{Q}^{(e)} = \left[\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} \det \Xi d\xi d\eta \right] \mathbf{q}^{(e)} \quad (12)$$

여기서

$$\mathbf{E}^{(e)} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} \det \Xi d\xi d\eta \quad (13)$$

로 두면 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\mathbf{Q}^{(e)} = \mathbf{E}^{(e)} \mathbf{q}^{(e)} \quad (14)$$

위의 식은 한 요소영역의 분포접지압이 등가절점력에의 기여를 나타내므로 이들을 중첩하면 등가절점력을 얻는다.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{E} \mathbf{q} \quad (15)$$

$$\text{단 } \mathbf{E} = \sum_{e=1}^m \mathbf{E}^{(e)} \quad (16)$$

$m = \text{요소수}$

식 (10)을 접지압에 대하여 풀면 다음식을 얻는다.

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W} \quad (17)$$

위의 식에서 \mathbf{G}^{-1} 는 절점접지압강도에 대한 강성도행렬이라 볼 수 있다. 이를 등가절점력에 대한 강성도행렬로 고치기 위하여 양변의 앞에 행렬 \mathbf{E} 를 곱하면

$$\mathbf{E} \mathbf{q} = \mathbf{E} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W} \quad (18)$$

식 (18)의 좌변에 식(15)를 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q = K_G W \quad (19)$$

$$\text{단 } K_G = E G^{-1}$$

위의 식에서 K_G 는 반무한탄성체의 강성도행렬이다.

4. 판과 지반의 전체계에 대한 강성도방정식의 구성

4.1 반무한 탄성체의 강성도행렬을 이용하는 방법

이 방법은 여러 사람의 논문^(6,8-10)에서 사용되고 있으나 K_G 를 구성하려면 비대칭이고 대폭(band width)이 행렬의 차수와 동일한 지반의 유연도행렬 G 의 역행렬을 계산하여야 한다. 이는 매우 번거로운 과정이다.

그림 6에서 판에 작용하는 외력과 반력의 평형을 고려하면

$$P - Q = K_u U \quad (20)$$

이 식에 식 (19)를 대입하여 정리하면

$$P = K_u U + K_G W \quad (21)$$

지반의 수직변위 W 를 전체계의 수직변위 U 속에 포함시키면 전체계의 강성도행렬을 얻는다. 즉

$$P = [K_u + K_G] U \quad (22)$$

단 K_G 는 K_G 를 상부구조 차수로 재배열한 행렬

4.2 반무한 탄성체의 유연도행렬을 이용하는 방법

앞 절에서 살펴본 바와 같이 반무한 탄성체의

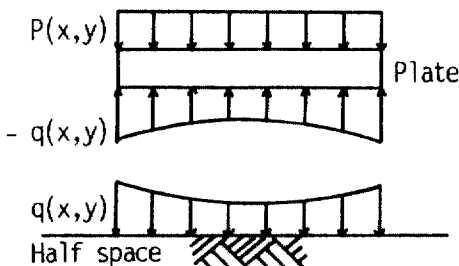


그림 6. Equilibrium of plate and half space system.

강성도행렬을 구하여 전체강성도방정식을 구성하는 경우 유연도행렬의 역행렬을 계산하여야 하는데 본 논문에서는 이러한 번거로운 과정을 생략하고 유연도행렬을 이용하여 전체 구조계의 강성도방정식을 구성하는 방법을 생각한다. 번잡을 피하기 위해 상부구조가 평판인 경우만을 생각하기로 한다. “-”이 있는 행렬은 상부구조의 차수로 확장된 행렬이다. 식 (22)의 K_G 에 $E G^{-1}$ 를 대입하면

$$P = [K_u + E G^{-1}] U \quad (23)$$

여기서 식 (23)의 U 는 절점의 변위벡터로서 다음과 같다.

$$U = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n]^T \quad (24)$$

$$\text{단 } U_i = [W_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}]$$

U 에서 지반과 접하는 절점의 수직치침 W_i 를 접촉 압력강도 q_i 로 바꾼 행렬을 U_q 라 하면

$$U_q = [U_{q1} \ U_{q2} \ \dots \ U_{qn}]^T \quad (25)$$

$$\text{단 } U_{qi} = [q_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}]$$

식 (10)에서 $W = G q$ 를 상부구조의 차수로 재배열하여 $\underline{W} = \underline{G} \underline{q}$ 로 나타내면 U 와 U_q 의 관계는 다음과 같다.

$$U = G_u U_q \quad (26)$$

여기서 G_u 는 유연도행렬 G 를 상부구조의 차수로 확장한 행렬 \underline{G} 에서 주대각선상의 성분이 “0”인 곳을 “1”로 바꾼 행렬이다.

식 (26)을 식 (23)에 대입하면 식 (23)은 다음과 같이 된다.

$$P = [K_u + E G^{-1}] G_u U_q \quad (27)$$

식 (27)을 정리하면

$$P = [K_u G_u + E G^{-1} G_u] U_q \quad (28)$$

$E G^{-1} G_u$ 는 지반절점만을 고려하는 것이므로 다음과 같은 계산과정과 재배열을 생각할 수 있다.

$$E G^{-1} G_u = E G^{-1} G = E = E \quad (29)$$

그러므로 식 (28)은 다음과 같이 간단히 정의된다.

$$P = [K_u, G_u + E] U_0 \quad (30)$$

식 (30)을 풀면 단독 접지판에서는 $(q_i, \theta_{xi}, \theta_{yi})$, 상자 구조일 때는 접지점점에 대하여 $(W_{xi}, W_{yi}, \sqrt{1}, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi})$ 가 계산되고 비접지점점에 대하여는 $(W_{xi}, W_{yi}, W_{zi}, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi})$ 가 계산된다. 여기서 접지압분포 q_i 가 구해지면 이를 풀 식 (10)에 대입하여 지반의 변위를 얻는다. 상부구조의 변위와 지반에 작용하는 접지압의 분포를 알면 상부구조의 응력과 지중응력을 결정할 수 있다.⁽⁶⁾

5. 계산예

5.1 계산예 1

그림 7과 같은 직사각형평판에 등분포하중이 작용하는 경우의 접촉압력분포를 지반의 강성도행렬을 이용하는 방법(4.1절의 방법)과 지반의 유연도행렬을 이용하는 방법(4.2절의 방법)으로 각각 계산한 결과를 표 1(a)와 (b)에 제시하였다. 평판은 $1m \times 1m$ 크기의 8점점등매개변수요소로 균일하게 분할하였다.

우선 두 가지 계산방법의 결과가 유효숫자 5자리까지 완전히 일치함을 알 수 있다. 이는 이론상 두 가지의 방법이 동일한 결과를 주는 것이므로 당연하다 하겠다.

Gauss 적분점의 수를 몇으로 하는 것이 현실적이나 하는 문제는 피적분함수의 성질에 달렸다. 이

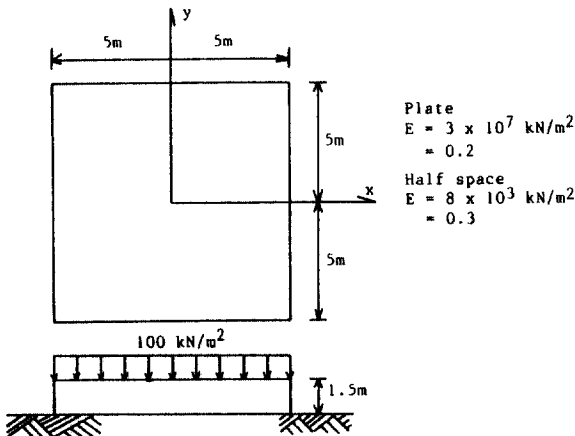


그림 7. Rectangular plate resting on elastic half space.

경우는 한 요소 영역내에서 분포반력의 변화가 심한 곳에서는 적분점의 수를 늘려야 할 것이다. 본 계산에서는 중앙부에서는 적분점을 늘려도 정도항상이 없고 판의 가장자리부근의 교란반력이 발생하는 구간은 적분점의 수를 늘리면 정도가 다소 개선됨을 알았다. 이 계산 예제는 문헌 (13)의 예제와 같으며 결과를 그래프로 비교한 것이 그림 8이다.

연단부근의 교란반력의 분포가 수정 Winkler 모델을 사용한 문헌 (13)과 비교하여 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 서로가 사용한 계산 모델이 다

표 1(a). 3 point Gauss integration

점번호	좌표(x, y) 단위 : m	접지압(kN/m ²)	
		강성도행렬법 (4.1절)	유연도행렬법 (4.2절)
171	(5.0, 5.0)	-42.019	-42.019
172	(5.0, 5.5)	-45.902	-45.902
173	(5.0, 6.0)	-42.697	-42.697
174	(5.0, 6.5)	-47.315	-47.315
175	(5.0, 7.0)	-45.050	-45.050
176	(5.0, 7.5)	-50.754	-50.754
177	(5.0, 8.0)	-52.547	-52.547
178	(5.0, 8.5)	-56.777	-56.777
179	(5.0, 9.0)	-95.520	-95.520
180	(5.0, 9.5)	-51.626	-51.626
181	(5.0, 10.0)	-484.79	-484.79

표 1(b). 10 point Gauss integration

점번호	좌표(x, y) 단위 : m	접지압(kN/m ²)	
		강성도행렬법 (4.1절)	유연도행렬법 (4.2절)
171	(5.0, 5.0)	-48.8127	-48.8127
172	(5.0, 5.5)	-48.4515	-48.4515
173	(5.0, 6.0)	-49.5920	-49.5920
174	(5.0, 6.5)	-50.0190	-50.0190
175	(5.0, 7.0)	-52.2992	-52.2992
176	(5.0, 7.5)	-53.8555	-53.8555
177	(5.0, 8.0)	-59.5702	-59.5702
178	(5.0, 8.5)	-62.1835	-62.1835
179	(5.0, 9.0)	-97.8556	-97.8556
180	(5.0, 9.5)	-71.7971	-71.7971
181	(5.0, 10.0)	-485.185	-485.185

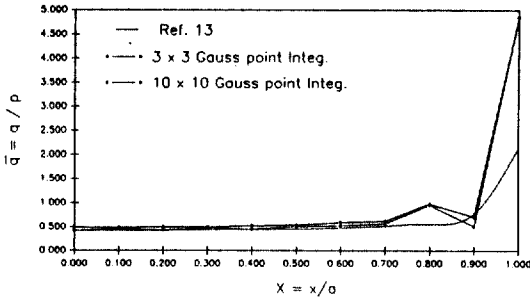


그림 8. Contact pressure variation along center line (1m×1m mesh).

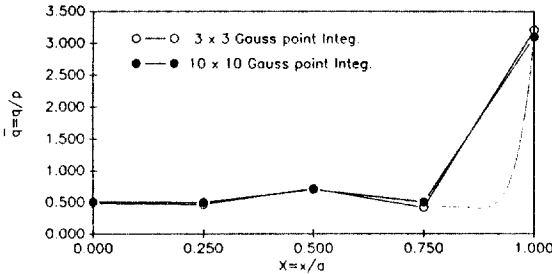


그림 9. Contact pressure variation along center line (2.5m×2.5m mesh).

르기 때문에 어느쪽이 실제의 지반반력과 가까울지는 간단히 말할 수 없으나 실제지반에서는 본 논문의 결과처럼 연단의 반력분포가 보다 침예하게 변화할 것으로 판단된다.

5.2 계산예 2

계산예 1과 동일한 조건에서 평판을 크기가 2.5m×2.5m인 8절점등대개변수요소로 균일하게 요소분할하여 3점적분과 10점적분을 비교하여 그림 9에 나타내었다.

적분점을 늘여도 절점에서의 값의 차이는 크게 개선되지 않았다. 따라서 실용적으로는 3점적분정도 이상은 무의미하다 하겠다. 그림 9에서 연단부근의 반력분포는 절점에서의 강도를 연결한 것인데 그림 8과 비교하면 요소를 크게 나눌수록 진실과 멀어진다는 것을 알 수 있다. 따라서 그림 9의 점선과 같이 분포한다고 관독하여야 할 것이다.

6. 결론

판과 반무한 탄성체 간의 접촉압력을 구하기 위해서 반무한 탄성체의 강성도행렬을 이용하는 방법과 유연도행렬을 이용하는 방법을 비교할때 값이 완전히 일치한다. 즉 본 논문에서 사용한 유연도행렬을 이용하는 방법이 유효함이 확인되었다. 이로써 통상의 유한요소법을 고집하였을 때 비대칭이고 대상행렬이 아닌 지반 유연도행렬의 역행렬을 구하는 수고를 회피할 수 있다. Gauss 수치적분시에 적분점을 늘여도 절점 접지압의 값의 개선은 크게 기대할 수 없었고 통상 3점 적분으로 족하다. 다만 연단부근의 반력분포를 보다 충실하게 얻으려면 요소분할을 세분하는 수 밖에 없다.

참 고 문 헌

1. N.G.R. Iyengar, M.R. Madhan, S. Chandra, "Coupled Numerical Method for Plates on Elastic Foundation", Proc. of the Fourth Int. Conf. on Num. Methods in Geome., 1982, pp.675-687.
2. T.Y. Yang, "A Finite Element Analysis of Plates on a Two Parameter Foundation Model", Comp. & Struc. Vol.2, 1972, pp.593-614.
3. O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheung, "Plates and Tanks on Elastic Foundation -An Application of Finite Element Method", Int. J. Solids Structures Vol.1, 1965, pp.451-461.
4. 趙顯榮, 李外得, 韓忠穆, "彈性床위에 놓인 板 및 箱構造의 反力 分布解析", 부산대학교 공과대학 연구보고 제 38집, 1989, pp.73-82.
5. O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", 3rd Edition McGraw-Hill Co.Ltd, 1971.
6. 李外得, "彈性地盤위에 놓인 箱子構造의 解析", 부산대학교 대학원 박사학위 청구논문, 1988.
7. 趙顯榮, "3차원 판구조의 가회전강도에 의한 오차와 그 소거를 위한 알고리즘", 부산대학교 공과대학 연구보고 제 27집, 1984.
8. 李昌武, "반무한탄성체상에 놓인 축대칭 셸의 해석", 부산대학교 대학원 박사학위 청구논문, 1987.
9. 韓忠穆, "반무한탄성체상에 놓인 평판의 해석", 부산대학교 대학원 석사학위 청구논문, 1988.
10. 李根鎬, "반무한탄성체상에 놓인 축대칭 원판의 정적 해석", 부산대학교 대학원 석사학위 청구논문, 1988.

11. O.J. Svec, G.M. McNeice, "Finite Element Analysis of Finite Sized Plates Bonded to Elastic Half-space", *Com. Method App. Mech. and Eng.*, Vol.1, 1972, pp.265-277.
12. D.N. Buragohain, V.L. Shah, "Finite Element Analysis of Plates of Arbitrary Shapes on Elastic Half Space", *Numerical Methods for Coupled Problems*, PINERIDGE PRESS, Swansea U.K., 1981, pp.665-674.
13. D. Kovacic, B. Skoro, N. Grubic, I. Soric, D. Nardini, "Soil-Structure Interaction by Modified Winkler Model", *Numerical Methods for Coupled Problems*, PINERIDGE PRESS, Swansea U.K., 1981, pp.699-715.
14. 金성득, "탄성 및 탄소성 지반위에 놓인 원형 평판의 유한요소해석", 서울대학교 대학원 박사학위 청구논문, 1987.

(接受 : 1990. 12. 6)