

基礎底面の 粗度の 영향을 고려한 얇은基礎의 支持力 解析

Analysis of Bearing Capacity for Shallow Foundation Considering the Effect of Roughness of Base

황정규* · 신동훈**

Hwang, Jung Kyu · Shin, Dong Hoon

Abstract

This study analyses theoretically the bearing capacity of shallow foundation, considering the effect of roughness of base. The new bearing capacity factors based on the concept of limit equilibrium are successfully derived. The simplified formula corresponding to the newly derived expressions are developed as well. The results of the present study are comparable to the conventional theories i.e., Terzaghi's, Meyerhof's, Vesic's and Yamaguchi's.

In conclusion it is recommended that the upper limit of friction angle of soil be $\phi=40^\circ$, and the angle of base friction be adquetely used with various ranges of ϕ for safe designs and constructions.

요 지

본 연구에서는 얇은기초의 지지력을 해석함에 있어서 基礎底面の 粗度の 영향을 고려하고, 基礎地盤의 滑動面을 直線과 對數螺線이 복합된 형상으로 가정하여 지지력이론식을 유도하였으며, 흙의 内部摩擦角 및 기초의 底面摩擦角의 변화에 따른 영향과 對數螺線의 極點의 위치에 따른 지지력계수의 영향을 분석하였고, 支持力理論式을 簡便化하여 Terzaghi, Meyerhof, Vesic 및 Yamaguchi 등의 지지력이론식과 비교분석하였다.

또한 분석한 결과를 토대로 하여, 실제의 얇은기초를 설계하거나 시공할 때 논란이 되고 있는 内部摩擦角을 $\phi=40^\circ$ 로 제한하고, 底面粗度の 適用範圍를 흙의 내부마찰각의 크기에 따라서 제한하여 사용할 것을 제안하였다.

1. 序 論

얇은기초의 해석은 Prandtl의 '금속의 관입에 관한 연구'를 시발점으로 하여 Krey와 Anderson 등에

의한 Fellenius의 활동원법을 변형시킨 이론, Prandtl, Reissner 등의 이론을 확장한 Terzaghi의 얇은 기초의 지지력이론 등으로 이어져 통일적 기틀이 마련되었다.^(12,16) 한편, 지금까지 제안된 기초의 지지력해석이론은 지반의 안정해석문제와 관련된 극한평형해석법(limit equilibrium methods) 및 극한

* 정희원 · 홍익대학교 토목공학과 부교수

** 정희원 · 홍익대학교 대학원 토목공학과 박사과정

해석법(limit analysis methods)과 기초의 침하 또는 기초지반의 응력분포 등을 구하는데 유용한 유한요소법(finite element methods) 등으로 분류될 수 있다.⁽¹³⁾

현재 실용적으로 널리 사용되고 있는 Terzaghi, Vesic 및 Meyerhof 등에 의한 지지력이론식들은 모두 극한평형이론에 바탕을 둔 것으로서 응력의 정적인 평형방정식을 만족하는 가상활동면 중 가장 위험한 활동면을 시행착오법으로 찾아냄으로써 지지력을 구하는 이론식들이다.^(9-11,18,19)

식 (1)로 표현되는 Terzaghi의 식은 후에 Hansen 등에 의해 기초의 형상 및 근입깊이, 지반 및 기초판의 경사, 하중의 경사 등을 고려한 일반적인 형태의 지지력식으로 수정되어 식 (2)와 같이 사용되고 있다.⁽³⁾

$$Q_{ult} = c \cdot N_c + \gamma \cdot D_f \cdot N_q + 1/2 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (1)$$

$$Q_{ult} = c \cdot N_c \cdot b_c \cdot d_c \cdot g_c \cdot i_c \cdot s_c + \gamma \cdot D_f \cdot N_q \cdot b_q \cdot d_q \cdot g_q \cdot i_q \cdot s_q + 1/2 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot b_\gamma \cdot d_\gamma \cdot g_\gamma \cdot i_\gamma \cdot s_\gamma \quad (2)$$

여기서,

- B : 기초의 폭
- c : 점착력
- γ : 흙의 단위중량
- D_f : 기초의 근입깊이
- N_c, N_q, N_γ : 점착력, 상재하중 및 자중에 대한 지지력 계수
- b_c, b_q, b_γ : 기초판의 경사계수
- d_c, d_q, d_γ : 깊이계수
- g_c, g_q, g_γ : 지반경사계수
- i_c, i_q, i_γ : 하중의 경사계수
- s_c, s_q, s_γ : 형상계수

한편, Meyerhof는 기초저면의 거친 정도에 따라서 활동형상 및 변위가 변화하며, 이에 따라 지지력도 변화한다고 보고한 바 있다.⁽¹⁰⁾ 그러므로 실제 기초판의 대부분이 콘크리트임을 감안할 때 기초저면의 조도의 영향은 반드시 고려되어야 하지만 이들 이론식들은 조도의 영향을 고려하고 있지 않거나 경험적으로 적용하고 있을 뿐이다.

따라서, 본 연구에서는 얇은기초의 지지력을 해석함에 있어서, 기초저면의 조도의 영향을 고려하고,

지반의 활동형상을 직선과 대수나선이 복합된 형상으로 가정하여 지지력이론식을 유도하였으며, 흙의 내부마찰각 및 기초의 저면마찰각의 변화에 따른 영향과 대수나선의 극점의 위치에 따른 지지력계수의 영향을 분석하고, 새로이 유도된 지지력이론식을 간편화하여 Terzaghi, Meyerhof, Vesic 및 Yamaguchi 등의 지지력이론식과 비교분석하였다.

2. 새로운 支持力理論式의 提案

2.1 基本假定 및 滑動面の 幾何學

2.1.1 기본가정

본 논문에서는 그림 1과 같이 기초의 근입부분의 측면에 작용하는 지반의 저항력을 무시하고, 근입부의 지반토는 상재하중으로 간주하며, 하중은 기초판의 중심에 연직으로 작용하고, 기초지반의 활동면은 기초판의 모서리 C(또는 D)로부터 직선 \overline{CE} (또는 \overline{DE})를 거쳐 대수나선 \widehat{EFG} 을 지나는 복합된 형상으로 가정하였다.

그림 1에서, O점은 대수나선의 극, α 는 기초저면 직하의 지반의 활동면이 저면과 이루는 각도, η 는 OG가 수평면과 이루는 각도, ω 는 대수나선 활동면의 중심각에 해당되며, 대수나선의 초기반경 $r_0(=OE)$ 는 $\overline{DE}(=b/\cos \alpha)$ 의 $m(\geq 1)$ 배로 가정하였다.

2.1.2 α 의 결정

그림 2의 D점 아래부분의 흙요소에 대한 응력상태는 그림 3과 같이 Mohr의 응력원으로 나타낼 수 있으므로 α 는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} - \frac{\delta}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right\} \quad (3)$$

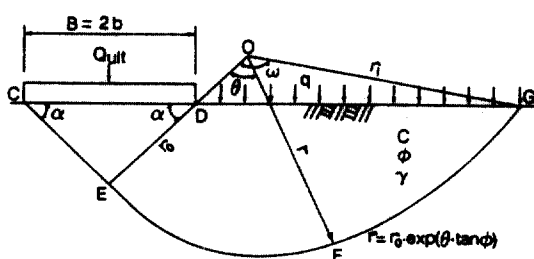


그림 1. Geometry of failure surface.

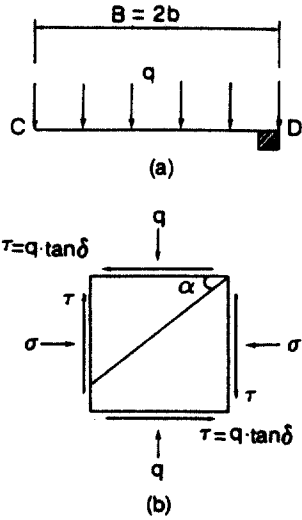


그림 2. Stresses acting on element beneath edge of footing at failure.

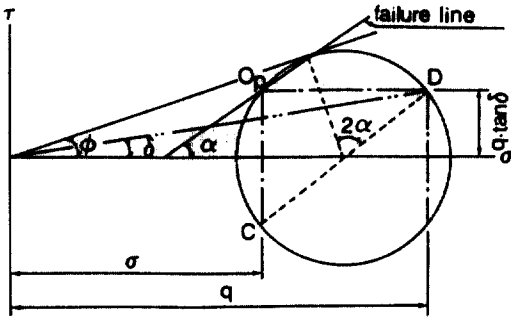


그림 3. Mohr's circle representing the stress state of soil beneath a footing.

여기서, ϕ 는 흙의 내부마찰각, δ 는 기초저면과 흙사이의 마찰각이다.

식 (3)에서, $\delta=0^\circ$ 일 때는 기초의 저면이 완전히 매끄러운 경우로서 $\alpha=\pi/4+\phi/2$ 이 되고, $\delta=\phi^\circ$ 일 때는 기초저면이 완전히 거친 상태에서 $\alpha=0^\circ$ 이 된다.

2.1.3 r_0 및 r_1 의 결정

그림 1로부터 대수나선의 초기반경 및 최종반경 r_0 및 r_1 은 각각 식 (4)와 (5)로 나타낼 수 있다.

$$r_0 = m \cdot \frac{b}{\cos \alpha} \quad (4)$$

$$r_1 = \frac{m \cdot b}{\cos \alpha} \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi) \quad (5)$$

2.1.4 m 및 ω 의 결정

그림 1에서 $\triangle ODG$ 에 대하여 sine의 제1법칙을 적용하고 이에 식 (4) 및 (5)를 대입하여 m 에 관하여 정리하면 식 (6)과 같다.

$$\frac{r_1}{\sin \alpha} = \frac{r_0 - \overline{DE}}{\sin \eta}$$

$$\therefore m = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \sin(\alpha + \omega) \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi)} \quad (6)$$

여기서, α 는 식 (3)에서 ϕ 와 δ 가 주어질 때 상수가 되므로 m 은 ω 의 함수가 된다. 따라서, 식 (6)은 식 (7)과 같이 표시된다.

$$m = f(\omega) \quad (7)$$

한편, 기초의 지지력 Q 는 그림 1의 기하학적 조건과 α , r_0 , r_1 , m 의 값에 따라 결정되고, 식 (3)~(6)에서 ϕ 및 ω 가 주어질 때 Q 는 ω 만의 함수가 되므로 식 (8)과 같이 표시된다.

$$Q = g(\omega) \quad (8)$$

일반적으로, 기초의 극한지지력은 지지력 Q 가 최소가 되는 값에 해당되므로 식 (9)와 같이 ω 에 관한 도함수가 0이 될 때의 ω 의 값을 알아낼 필요가 있으며, 이로부터 식 (7) 및 (8)이 정의된다. 따라서, 기하학적 조건과 함수관계로부터 식 (9) 대신에 식 (10)과 같이 표시될 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \omega} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial m}{\partial \omega} = \frac{\{\cos(\alpha + \omega) \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi) + \tan \phi \cdot \sin(\alpha + \omega)\} \cdot \sin \alpha}{\{\sin \alpha - \sin(\alpha + \omega) \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi)\}^2} \times \frac{\exp(\omega \cdot \tan \phi) \cdot \sin \alpha}{\{\sin \alpha - \sin(\alpha + \omega) \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi)\}^2} = 0 \quad (10)$$

여기서, 일반적인 해법으로는 위의 식을 풀기 어려우므로 본 연구에서는 Newton-Raphson법을 이용하여 ω 의 값을 구하였다.

2.2 支持力式の誘導

2.2.1 一般的支持力式の 형태

일반적으로 얇은기초의 극한지지력 Q_{ult} 는 c , q 및 γ 의 3개 항으로 구성되어 있으며, 그 기본식은 식 (1)과 같다. 식 (1)에서 극한지지력은 흙의 점착력, 상재하중 및 자중 등에 대하여 각각 독립적 함수로서 중합의 원리가 적용되는 것을 전제로 하고 있으며, 제 1항은 $c \neq 0, q = 0, \gamma = 0$, 제 2항은 $c = 0, q \neq 0, \gamma = 0$, 제 3항은 $c = 0, q = 0, \gamma \neq 0$ 로 가정하여 독립적으로 유도한 결과를 중합함으로써 구하여진다. 한편, 각 항의 중합에 의한 오차는 Terzaghi의 지지력식의 경우에 $\phi = 30^\circ \sim 40^\circ$ 의 범위에서는 17~20%를 초과하지 않으며, 파괴활동면의 형상을 대수나선식 하나로 표현하여 지지력을 구한 Yamaguchi의 경우는 2~5%에 불과하여 중합의 원리가 실용상 타당함을 말해주고 있다.⁽¹³⁾

본 연구에서도 위와 같은 중합의 원리를 적용하여 지지력계수 N_c, N_q, N_γ 를 결정하면 다음과 같다.

2.2.2 N_c 의 결정

그림 4에서, 기초지반의 활동면은 식 (11)과 같은 대수나선식으로 쓸 수 있으며, 이 경우 대수나선 상에 있는 임의점의 법선이 그 점을 지나는 대수나선 반경과 이루는 각도는 그 흙의 내부마찰각 ϕ 와 같다.⁽⁶⁾

$$r = r_0 \cdot \exp(\theta \cdot \tan \phi) \quad (11)$$

그림 5(a)에서 대수나선 형상의 활동면을 따라 발휘되는 점착저항력의 합력의 O점에 대한 모멘트와 기초지면 직하에 있는 흙층의 빗변 DE의 중앙에 작용하는 점착력에 의한 수동토압 P_{pc} 의 O점에 관한 모멘트는 서로 평형을 이루고 있으므로 이 관계는 식 (12)와 같이 표시된다.

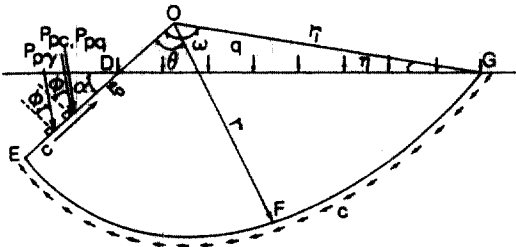


그림 4. Failure surface consisting of a straight line and a logarithmic curve.

$$P_{pc} \cos \phi (\overline{OD} + 1/2 \cdot \overline{DE}) - \int_0^l c \cdot r \cdot \cos \phi \cdot dl = 0 \quad (12)$$

여기서,

$$\overline{OD} = (m-1) \cdot b / \cos \alpha$$

$$\overline{DE} = b / \cos \alpha$$

이 때, 식 (12)에 식 (5)와 (11)을 대입하여 정리하면 식 (13)과 같다.

$$P_{pc} = \frac{c \cdot m^2 \cdot b \cdot \{\exp(2 \omega \cdot \tan \phi) - 1\}}{\tan \phi \cdot (2m-1) \cdot \cos \alpha} \quad (13)$$

한편 점착력에 의한 지지력 Q_c 는 흙층기에 작용하는 힘의 평형관계로부터 구할 수 있으므로, 그림 5(b)로부터 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$Q_c \cdot B = 2 \cdot P_{pc} \cdot \cos(\alpha - \phi) \quad (14)$$

따라서, 식 (13)을 식 (14)에 대입하여 Q_c 에 대해 정리하면 식 (15)와 같다.

$$Q_c = c \cdot \left[\frac{m^2}{(2m-1)} \{\exp(2 \omega \cdot \tan \phi) - 1\} \cdot (\cot \phi + \tan \alpha) \cdot \cos \phi \right] \quad (15)$$

따라서, 점착력에 관한 지지력계수 N_c 는 식 (16)과 같이 정의된다.

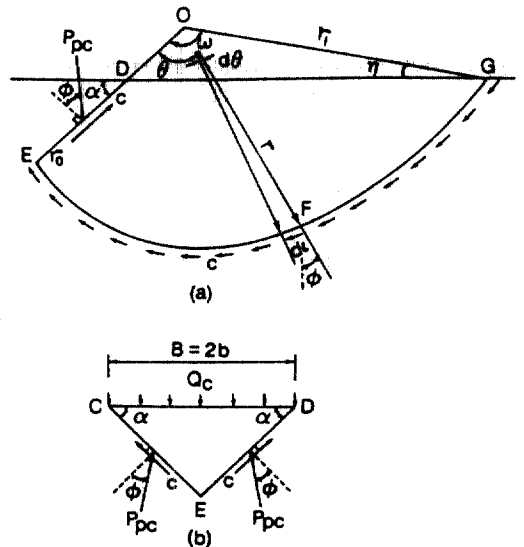


그림 5. Determination of $N_c(c \neq 0, q = 0, \gamma = 0)$.

$$N_c = \frac{m^2}{(2m-1)} \{ \exp(2\omega \cdot \tan \phi) - 1 \} \cdot (\cot \phi + \tan \alpha) \cdot \cos \phi \quad (16)$$

2.2.3 N_q 의 결정

그림 6(a)에서 근입깊이 D_f 인 \overline{DG} 에 작용하는 상재하중의 O점에 관한 모멘트와 \overline{DE} 의 중앙에 작용하는 반력 P_{pq} 의 O점에 관한 모멘트는 서로 평형을 이루고 있으므로 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{pq} \cdot \cos \phi \cdot (\overline{OD} - 1/2 \cdot \overline{DE}) - 1/2 \cdot q \cdot (r_1 \cdot \cos \eta)^2 + 1/2 \cdot q \cdot (\overline{OD} \cdot \cos \alpha)^2 = 0 \quad (17)$$

여기서, q 는 상재하중강도로서 $q = \gamma \cdot D_f$ 이다.

이 때, 식 (17)에 식 (5)와 (11)을 대입하여 정리하면 식 (18)과 같다.

$$P_{pq} = \frac{q \cdot b \cdot \left[\{ m \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi) \cdot \cos(\alpha + \omega) \}^2 - \{ (m-1) \cdot \cos \alpha \}^2 \right]}{\{ (2m-1) \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi \}} \quad (18)$$

한편 상재하중에 의한 지지력 Q_q 는 흙짜기의 힘의 평형관계로부터 구할 수 있으므로, 그림 6(b)로부터 식 (19)를 얻을 수 있다.

$$Q_q \cdot B = 2 \cdot P_{pq} \cdot \cos(\alpha - \phi) \quad (19)$$

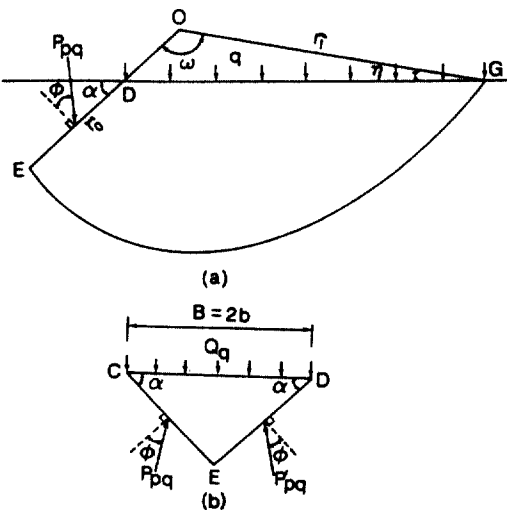


그림 6. Determination of N_q ($c=0, q \neq 0, \gamma=0$).

따라서, 식 (18)을 식 (19)에 대입하여 Q_q 에 대해 정리하면 식 (20)과 같다.

$$Q_q = \frac{2 \cdot P_{pq} \cdot \cos(\alpha - \phi)}{B} = q \cdot \frac{\left[\{ m \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi) \cdot \cos(\alpha + \omega) \}^2 - \{ (m-1) \cdot \cos \alpha \}^2 \right] \cdot \cos(\alpha - \phi)}{\{ (2m-1) \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi \}} \quad (20)$$

따라서, 상재하중에 관한 지지력계수 $N_{q\gamma}$ 는 식 (21)과 같이 정의된다.

$$N_{q\gamma} = \frac{\left[\{ m \cdot \exp(\omega \cdot \tan \phi) \cdot \cos(\alpha + \omega) \}^2 - \{ (m-1) \cdot \cos \alpha \}^2 \right] \cdot \cos(\alpha - \phi)}{\{ (2m-1) \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi \}} \quad (21)$$

2.2.4 N_γ 의 결정

그림 7은 흙의 자중만을 고려한 경우의 힘의 평형관계로서 이 때, \overline{DE} (또는 \overline{CE})에 작용하는 수동 토압은 삼각형분포를 하게 되므로 수동 토압의 합력 $P_{\gamma\gamma}$ 는 \overline{CD} 면으로 부터 \overline{DE} (또는 \overline{CE})의 2/3 지점에 작용하게 된다. 따라서 \overline{EFG} , \overline{DE} 및 \overline{DG} 로 둘러싸인 扇形 $DEFG$ 의 중량을 계산하여 O에 관한 모멘트의 평형조건식을 구하면 자중에 의한 지지력 Q_γ 를 구할 수 있다.

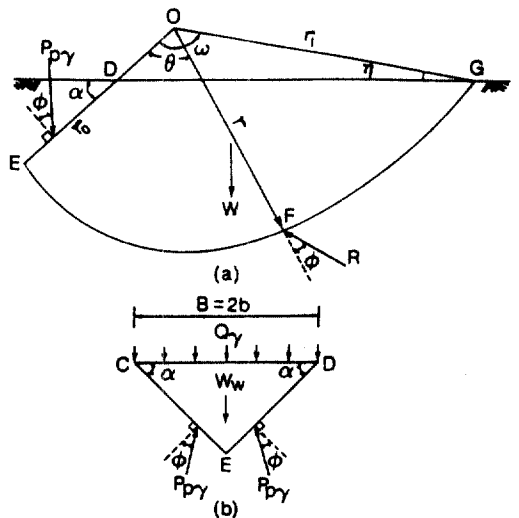


그림 7. Determination of N_γ ($c=0, q=0, \gamma \neq 0$).

(1) 扇形 OEFG의 중량

그림 7(a)에서 극 O를 원점으로 하고 \overline{OE} , \overline{OG} 및 EFG로 둘러싸인 토체의 중량 W는 미소토체의 면적 dA로부터 구할 수 있으므로 식 (22) 및 (23)과 같이 표시된다.

$$dA = 1/2 \cdot r \cdot dl = 1/2 \cdot r^2 \cdot d\theta \quad (22)$$

$$\therefore \int \gamma \cdot dA = \gamma \cdot \frac{m^2 \cdot b^2}{4 \cdot \tan \phi \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \left\{ \exp(2 \omega \cdot \tan \phi) - 1 \right\} \quad (23)$$

한편, 식 (23)으로부터 구한 W는 단면 OEFG의 도심에 작용하며 이 도심의 좌표를 구하면 다음과 같다. 먼저 편의를 위해 직교좌표축을 변환하여 그림 8과 같이 좌표축 X 및 Y를 잡고 도심의 좌표를 (X_0 , Y_0)라 하면 X_0 , Y_0 는 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$X_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{m \cdot b \cdot \tan \phi}{\cos \alpha \cdot (9 \tan^2 \phi + 1)} \cdot \left[\frac{\exp(3 \omega \cdot \tan \phi) \cdot (3 \tan \phi \cdot \cos \omega + \sin \omega) - 3 \tan \phi}{\exp(2 \omega \cdot \tan \phi) - 1} \right] \quad (24)$$

$$Y_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{m \cdot b \cdot \tan \phi}{\cos \alpha \cdot (9 \tan^2 \phi + 1)} \cdot \left[\frac{\exp(3 \omega \cdot \tan \phi) \cdot (3 \tan \phi \cdot \sin \omega - \cos \omega) + 1}{\exp(2 \omega \cdot \tan \phi) - 1} \right]$$

한편, 직각좌표계 (X, Y)에서 원점 O로부터 토체의 도심까지의 거리 R과 방향각 θ_0 는 식 (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{X_0^2 + Y_0^2} \\ \theta_0 &= \tan^{-1} \left(\frac{Y_0}{X_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

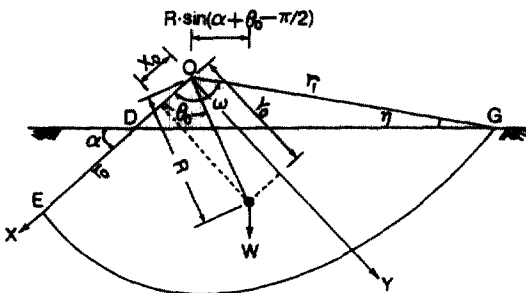


그림 8. Centroid of section of logarithmic spiral.

(2) 삼각형 ΔODG의 중량

그림 9에서 ΔODG를 ΔODH 및 ΔOGH로 분할할 때 각 삼각형의 중량 W_1 및 W_2 와 각 도심의 O점으로부터의 거리 S_1 및 S_2 는 식 (26)과 (27)로 표시될 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= 1/2 \cdot \gamma \cdot (m-1)^2 \cdot b^2 \cdot \tan \alpha \\ W_2 &= 1/2 \cdot \gamma \cdot (m-1)^2 \cdot b^2 \cdot \tan^2 \alpha \cdot \cot(\pi - \alpha - \omega) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 1/3 \cdot (m-1) \cdot b \\ S_2 &= 1/3 \cdot (m-1) \cdot b \tan \alpha \cot(\pi - \alpha - \omega) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(3) 모멘트의 평형

그림 7(a)에서, O에 관한 모멘트의 평형조건식은 식 (28)과 같으며, 이를 P_{py} 에 대해 정리하면 식 (29)와 같다.

$$-P_{py} \cdot \cos \phi \cdot (\overline{OD} + 2/3 \cdot \overline{DE}) + W \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) + W_1 S_1 - W_2 \cdot S_2 = 0 \quad (28)$$

$$P_{py} = \frac{W \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) + W_1 \cdot S_1 - W_2 \cdot S_2}{\cos \phi \cdot (\overline{OD} + 2/3 \cdot \overline{DE})} = \frac{3\gamma \cdot [A \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) + A_1 \cdot S_1 - A_2 \cdot S_2] \cdot \cos \alpha}{(3m-1) \cdot \cos \phi \cdot b}$$

여기서, A, A_1 , A_2 는 W, W_1 , W_2 에 대응하는 토체의 단면적이다.

(4) 지지력계수의 결정

한편, 흙의 자중에 의한 지지력 Q_r 는 그림 7(b)에서 힘의 평형관계로부터 식 (30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_r \cdot B = 2 \cdot P_{py} \cdot \cos(\alpha - \phi) - W_w \quad (30)$$

여기서, W_w 는 기초저면직하에 있는 흙책기의 중량으로서 $W_w = \gamma \cdot b^2 \cdot \tan \alpha$ 이다. 따라서 식 (30)에 (29)를 대입하여 정리하면 식 (31)과 같다.

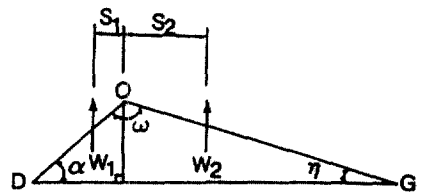


그림 9. Geometry of triangle ΔODG.

$$Q_y = \frac{2 \cdot P_{py} \cdot \cos(\alpha - \varphi) - W_w}{B}$$

$$= 1/2 \cdot \gamma \cdot B \cdot \left[\frac{3 \cdot \{A \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) + A_1 \cdot S_1 - A_2 \cdot S_2\} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi)}{(3m-1) \cdot b^3 \cdot \cos \varphi - 1/2 \cdot \tan \alpha} \right] \quad (31)$$

따라서, 토체의 자중에 관한 지지력계수 N_γ 는 식 (32)와 같이 정의된다.

$$N_\gamma = \left[\frac{3 \cdot \{A \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) + A_1 \cdot S_1 - A_2 \cdot S_2\} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi)}{(3m-1) \cdot b^3 \cdot \cos \varphi - 1/2 \cdot \tan \alpha} \right] \quad (32)$$

여기서

$$A \cdot R = \frac{1}{3} \cdot \frac{m^3 \cdot b^3}{\cos^3 \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{\exp(3\omega \cdot \tan \varphi) \cdot \{3 \tan \varphi \cdot \cos(\alpha + \omega) + \sin(\alpha + \omega)\}}{(9 \tan^2 \varphi + 1)}}$$

$$A_1 \cdot S_1 = \frac{1}{6} \cdot (m-1)^3 \cdot b^3 \cdot \tan \alpha$$

$$A_2 \cdot S_2 = \frac{1}{6} \cdot (m-1)^3 \cdot b^3 \cdot \tan^3 \alpha \cdot \cot^2(\pi - \alpha - \omega)$$

3. 分析 및 考察

3.1 支持力係數의 比較

식 (7) 및 (10)에서 m 의 값을 Newton-Raphson 방법으로 구해본 결과 $m=1.01 \sim 1.20$ 정도로서 그 평균치가 $m=1.1$ 이고, 극점의 미소한 변화에 의한 지지력계수의 변화는 미소하므로 $m=1$ 로 간주하여도 무방하다고 사료된다. 따라서 지지력계수식인 식 (16), (21) 및 (32)는 각각 $m=1$ 로 두어서 식 (33)과 같이 단순화된 형태로 표현될 수 있으므로 이하에서는 식 (33)을 이용하여 분석 및 고찰하였다.

$$N_c = [\exp\{2(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} - 1] \cdot (\cot \varphi + \tan \alpha) \cdot \cos \varphi$$

$$N_q = \exp\{2(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} \cdot (1 + \tan \varphi \cdot \cos \alpha) \quad (33)$$

$$N_\gamma = \frac{\sin(\alpha + \theta_0 - \pi/2) \cdot (1 + \tan \alpha \cdot \tan \varphi)}{2 \cdot \cos \alpha} \times \sqrt{\frac{\exp\{6(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} + 2 \exp\{3(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} \cdot \cos \alpha + 1}{(9 \tan^2 \varphi + 1) - 1/2 \cdot \tan \alpha}}$$

여기서,

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} - \frac{\delta}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right\}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\exp\{3(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} \cdot (3 \tan \varphi \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) + 1}{\exp\{3(\pi - \alpha) \cdot \tan \varphi\} \cdot (\sin \alpha - 3 \cdot \tan \varphi \cdot \cos \alpha) - 3 \tan \varphi} \right\}$$

그림 10~12는 기존의 지지력식과 본 논문에서 제시된 지지력식($\delta=1/3\varphi$ 일 때)으로부터 구한 지지력계수를 비교분석한 것이다.

그림 10은 N_c 를 비교한 것으로서 본 논문에서 제시된 지지력계수의 값은 Meyerhof와 Vesic이 제안한 지지력계수값 보다는 다소 크고 Terzaghi와 Yamaguchi의 값 보다는 다소 작은 값을 나타냄을 알 수 있다.

그림 11은 N_q 를 비교한 것으로서 본 논문의 지지력계수의 값이 가장 크게 나타나 있는데, 이는 지표면에 상재하중이 놓이거나 기초가 근입되어 기초 주변의 지반토가 상재하중으로 작용하는 경우에 일반적으로 지지력이 증가되고, 특히 기초저면의 마찰계수 $\tan \delta$ 가 증가함에 따라서 지지력계수의 값이 증가되기 때문인 것으로 판단된다. 실제로 기초저면의 마찰계수가 0인 경우에는 지지력계수의 값이 훨씬 작은 것을 통해 이 사실을 확인할 수 있다.

그림 12는 N_γ 를 비교한 것으로서 본 논문의 지지력계수값이 Yamaguchi의 지지력계수의 값을 제외한 다른 지지력계수값 보다는 다소 큰 값을 나타내고 있다.

3.2 極限支持力의 比較

극한평형이론에 근거한 지지력이론식은 전술한 바와 같이 모두 점착력, 상재하중, 흙의 자중 등을 고려하여 독립적으로 유도된 것이므로 실제지반의 지지력을 충분히 표현하지 못한다. 따라서, 각 지지

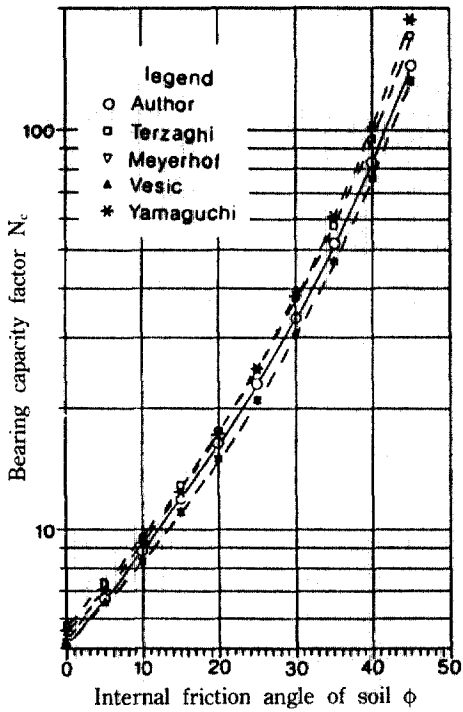


그림 10. Bearing capacity factor, N_c .

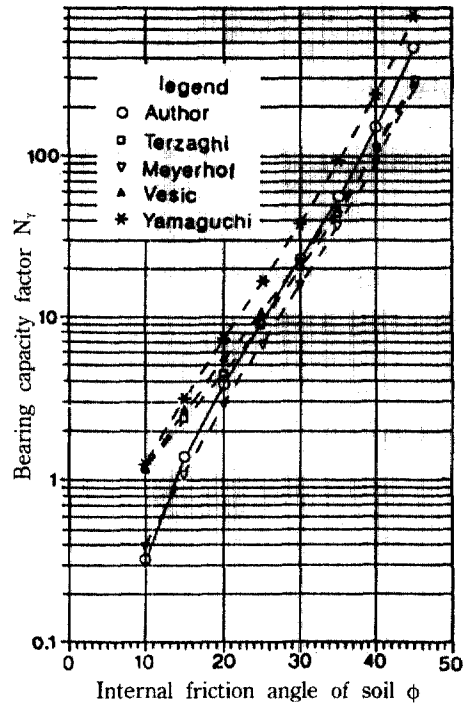


그림 12. Bearing capacity factor, N_r .

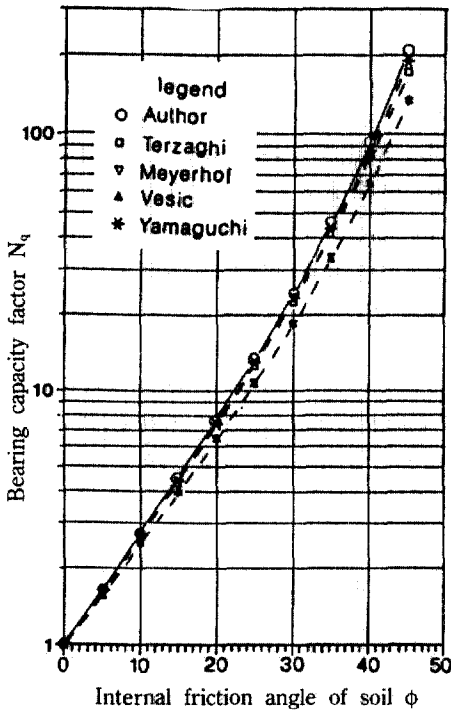


그림 11. Bearing capacity factor, N_q .

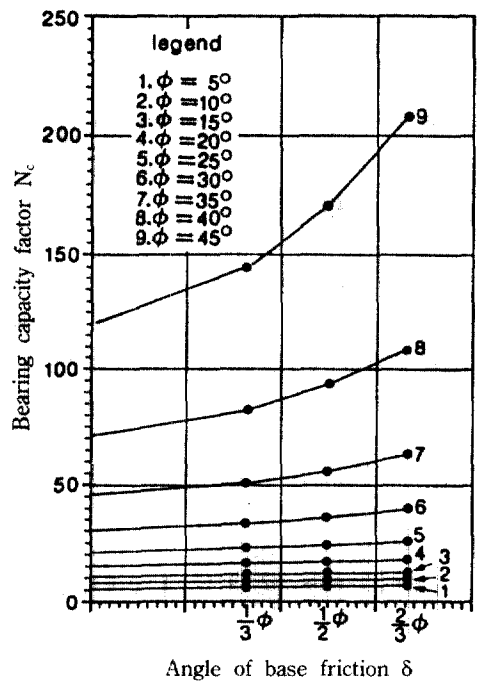


그림 13. N_c vs. δ .

표 1. Comparisons of ultimate bearing capacity (kN/m²)

D _i /B	φ	Author		Terzaghi	Meyerhof	Vesic	Yamaguchi
		δ=1/3φ	δ=1/2φ				
0	0°	248	257	280	252	252	271
	10°	465	486	595	447	530	582
	20°	1179	1223	1310	1011	1256	1571
	30°	3832	4036	3787	3017	3675	5577
	40°	18836	21062	15866	12880	14420	28876
0.5	0°	346	355	378	350	350	369
	10°	701	756	860	663	772	841
	20°	1932	2001	2044	1639	1884	2296
	30°	6185	6552	5994	4822	7439	7809
	40°	27908	31316	23832	19178	20718	37340
1.0	0°	444	453	476	448	448	467
	10°	999	1027	1124	937	1014	1099
	20°	2683	2778	2777	2265	2511	3012
	30°	8536	9064	8199	6623	7283	10040
	40°	36971	41560	31789	25463	27010	45770

력이론식의 평가는 단순한 지지력계수값의 크기의 비교보다는 실제의 지반조건에 따른 극한지지력(또는 전체지지력)의 크기로 비교검토하는 것이 타당하다고 사료된다.

극한지지력의 크기를 비교하기 위하여 $c=49.1$ kN/m², $\gamma=19.6$ kN/m³, $B=10$ m, $\phi=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$, $D_i/B=0, 0.5, 1.0$, $\delta=1/3\phi, \delta=1/2\phi$ 라고 할 때 각 이론식에 의한 극한지지력을 구한 결과는 표 1과 같다.

표 1에서 보는 바와 같이 본 연구의 결과에 의한 지지력은 $\phi < 30^\circ$ 인 경우에는 Meyerhof에 의한 일부의 값을 제외한 모든 기존의 지지력식들에 의한 것보다 다소 작은 값을 나타내지만, $\phi \geq 30^\circ$ 인 경우에는 Terzaghi, Meyerhof 및 Vesic에 의한 값보다는 다소 크고 Yamaguchi의 값보다는 훨씬 작다. 따라서 Terzaghi의 이론식에 의한 값이 매우 안전측임⁽¹⁴⁾을 감안할 때 본 연구에서 제안된 이론식은 일반적인 기초지반토에서 충분히 안전측이라 판단된다.

한편, 기초의 근입깊이가 $D_i/B=0, 0.5$ 및 1.0 등으로 증가함에 따라 본 이론식에 의한 값과 Terzaghi, Meyerhof 및 Vesic의 값이 지표면 기초의

지지력의 1.5배와 2.0배로 증가하고, Yamaguchi의 값이 각각 1.3배와 1.5배 정도로 증가하여 기존의 지지력과 유사한 결과를 나타낸다.

3.3 基礎底面の 粗度가 支持力 係數에 미치는 影響

그림 13~15는 기초저면과 흙사이의 마찰각 δ 의 변화에 따른 흙의 내부마찰각 ϕ 와 지지력계수 N_c, N_q, N_γ 와의 관계를 나타낸 것이다. 그림 13~15에서 보는 바와 같이 δ 가 클수록 지지력계수가 증가됨을 알 수 있으며, 이는 Assad 등⁽²⁾ 및 Meyerhof⁽¹⁰⁾의 보고와도 일치하는 것이다. 그러나, $\phi > 40^\circ$ 인 경우에는 ϕ 의 작은 변화에 대해 지지력계수값의 변화가 급격하여 적용상에 문제가 있으며, 기초의 파괴시 기초저면에 발휘되는 마찰각의 최대값이 약 10° 정도라는 Assad 등⁽²⁾의 보고와 실제 지반의 내부마찰각이 40° 이상되는 경우가 흔하지 않음을 생각할 때 내부마찰각은 $\phi \leq 40^\circ$, 저면마찰각의 범위는 ϕ 의 값이 큰 경우($20^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$)에는 $\delta=1/3\phi \sim 1/2\phi$, ϕ 의 값이 비교적 큰 경우($10^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$)에서는 $\delta < 2/3\phi$, ϕ 의 값이 작은 경우($0^\circ \leq \phi \leq 20^\circ$)에는 $\delta \leq \phi$ 로 제한하여 산출하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

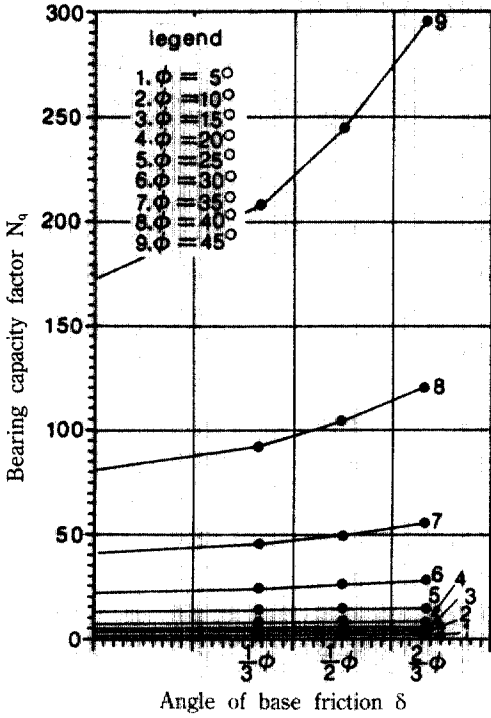
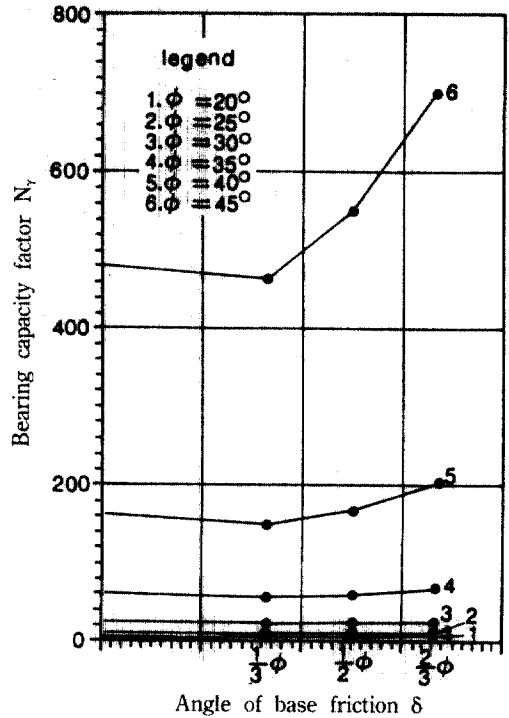


그림 12. N_q vs. δ .



N_y vs. δ .

표 2. Correlations between N_q and N_y

	Applicable Range		
	$0^\circ \leq \phi \leq 20^\circ$	$10^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$	$20^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$
$\delta = 1/3\phi$	$N_y = -0.98 + 0.59 N_q$	$N_y = -3.48 + 1.04 N_q$	$N_y = -15.85 + 1.75 N_q$
$\delta = 1/2\phi$	$N_y = -0.94 + 0.57 N_q$	$N_y = -3.39 + 1.00 N_q$	$N_y = -11.78 + 1.72 N_q$

한편, 본 논문에서 제시된 지지력계수식 (33)의 N_y 식은 매우 복잡하여 실용상 불편하므로 N_q-N_y 관계의 선형회귀분석을 통해 간편한 근사식을 표 2와 같이 제안한다. 표 2에 나타낸 N_q-N_y 의 관계식은 상관계수가 모두 0.96 이상의 높은 상관성을 나타내어 근사식으로 이용하여도 무방하다고 판단된다.

4. 結 論

본 논문의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 얇은기초의 지지력해석을 함에 있어서 기초저면과 지반사이의 마찰각을 고려하고, 기초지반의 활동면을 직선과 대수나선이 복합된 형상으로 가정

하는 것은 이론적 고찰 및 지지력 산출값의 검토 결과를 볼 때 매우 타당하다고 판단된다.

2) 제안된 지지력계수는 N_q 와 N_y 의 경우 Meyerhof와 Vesic보다는 다소 크고 Terzaghi와 Yamaguchi보다는 작은 값이며, N_q 는 Yamaguchi를 제외한 기존의 다른 값보다 비교적 큰 값을 나타낸다. 한편, $\phi < 30^\circ$ 의 범위에서는 지지력의 값이 다소 작고, $\phi \geq 30^\circ$ 의 범위에서는 지지력이 다소 크게 나타나므로 일반적인 기초지반토에서 충분히 안전측이라 판단된다.

3) 제안된 지지력계수는 흙의 내부마찰각이 매우 큰 경우($\phi \geq 40^\circ$)에는 그 증가폭이 매우 커서 비현실적이라고 사료되므로 $\phi > 40^\circ$ 인 경우에는 $\phi = 40^\circ$ 로 계산할 것을 제안하며, 저면마찰각의 범위는 ϕ 의

값이 큰 경우($20^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$)에는 $\delta = 1/3\phi \sim 1/2\phi$, ϕ 의 값이 비교적 큰 경우($10^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$)에서는 $\delta < 2/3\phi$, ϕ 의 값이 작은 경우($0^\circ \leq \phi \leq 20^\circ$)에는 $\delta \leq \phi$ 로 제한하여 사용하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

4) 지지력계수 N_γ 는 계산이 매우 복잡하므로 N_q 와의 선형회귀분석을 통하여 간단한 근사식으로 표현하여 사용하는 것이 바람직하다고 사료된다.

참 고 문 헌

1. 黄正奎, "建設技術者를 위한 地盤工學의 基礎理論", 歐美書館, 1992, pp.574-584.
2. Assad, A.B. and Lewis, B.A., "Bearing Capacity of Foundation on Sand", *ASCE*, Vol.96, No.SM2, Mar., 1970, pp.545-559.
3. Bowles, J.E., *Foundation Analysis and Design*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1982, pp.130-143.
4. Chen, W.F., "Soil Mechanics and Theory of Limit Analysis", *ASCE*, Vol.95, No.SM2, Mar., 1969, pp.493-518.
5. George, C.Y. Hu, "Variable-Factors Theory of Bearing Capacity", *ASCE*, Vol.90, No.SM4, Jul., 1964, pp.85-95.
6. Jumikis, A.R., "Stability Analysis of Soil-Foundation Systems, -A design manual based on logarithmically spiralled rupture curves", Bureau of Engineering Research, New Jersey, 1965.
7. Krizek, R.J., "Approximation for Terzaghi's Bearing Capacity Factors", *ASCE*, Vol.91, No.SM2, Mar., 1965, pp.1-3.
8. Lambe, T.W. and Whitman, R.V., *Soil Mechanics, SI Version*, Wiley, 1979, pp.195-209.
9. Meyerhof, G.G., "The Ultimate Bearing Capacity of Foundation", *Geotechnique*, Vol.2, London, 1951, pp.301-331.
10. Meyerhof, G.G., "Influence of Roughness of Base and Ground Water Condition on the Ultimate Bearing Capacity of Foundation", *Geotechnique*, Vol.5, London, 1955, pp.227-242.
11. Meyerhof, G.G., "Shallow Foundation", *ASCE*, Vol.91, No.SM2, Mar., 1965, pp.21-31.
12. Myslivec, A. and Kysela, Z., *The Bearing Capacity of Building Foundations*, Elsevier, Amsterdam, 1978.
13. Narita, D. and Yamaguchi, H., "Analysis of Bearing Capacity for Log-Spiral Sliding Surfaces", *JSMF*, Vol.29, No.2, Jun., 1989, pp.85-98.
14. Rodriguez, A.Z., del Castillo, H. & Sower, G.E., *Soil Mechanics in Highway Engineering*, Trans Tech Publications, 1988, pp.363-377.
15. Spencer, E., "Circular and Logarithmic Spiral Slip Surfaces", *ASCE*, Vol.95, No.SM1, Jan., 1969, pp.227-234.
16. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, Wiley, New York, 1943, pp.118-143.
17. Verghese, A.C., "Bearing Capacity Theory from Experimental Results", *ASCE*, Vol.98, No.SM1, Sep., 1972, pp.1312-1324.
18. Vesic, A.S., "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations", *ASCE*, Vol.95, No.SM1, Jan., 1969, pp.227-234.
19. Vesic, A.S., "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations", *ASCE*, Vol.99, No.SM1, Jan., 1973, pp.45-73.

(接受 : 1992. 8. 3)