

## 論 文

韓國非破壞検査學會誌  
Journal of the Korean Society  
for Nondestructive Testing  
第21號 Vol.12, No. 1 (1992)

# Fourier 변환 모아레 간섭에 의한 이차원적 변형률 해석

朴斗源\* · 鳩田泰造\*\* · 森本吉春\*\*\* · 韓應教\*\*\*\*

Tow-dimensional Strain Analysis by Fourier Transform Moire Interferometry

T. W. Park\*, T. Shimada\*\*, Y. Morimoto\*\*\* and E. K. Han\*\*\*\*

**Abstract** Moire interferometry using a diffraction grating and a laser is a powerful technique for analizing small deformation of a specimen. In the method, the x and y-directional fringe patterns are obtained by using the x and y-directional sets of two beams. If the both sets of two beams are simultaneously incident to the specimen, the x and y-directional fringe patterns are super imposed. In this case, it is difficult to separate each directional fringe pattern. Therefore each fringe pattern has been separately recorded by selecting each set of two beams.

In order to analyze a two-dimensional strain changing with time, Moire interferometry using the two-dimensional fourier transform method is proposed and the x and y-directional fringes are separated. By this method, the thermal deformation of a glass plate is analyzed.

## 1. 서 론

격자법(Grid Method), 기하모아레법(Geometric Moire Method), 모아레간섭법(Moire Interferometry) 및 스펙클 간섭법(Speckle Interferometry)과 같은 全場法(Whole-Field

Method)에 의해 얻어진 간섭무늬(Fringe Patterns)와 격자선 무늬를 해석할 때, 회절 격자와 레이저를 이용하는 모아레 간섭법은 시편의 미소한 변형을 해석하기 위한 강력한 기술이다.<sup>(1)</sup> 모아레 간섭은 감도가 높고, 시편 표면위에 금속을 증착시키기 때문에 이

\* : 漢陽大學校 精密機械工學科(HanYang University) 大學院

\*\* : 大阪大學校 機械工學科(Osaka University) 大學院

\*\*\* : 大阪大學校 機械工學科(Osaka University)

\*\*\*\* : 漢陽大學校 精密機械工學科(HanYang University)

접수 : 1992년 1월 10일(Received January 10, 1992)

간섭무늬의 휘도(Contrast) 역시 높다.

이 방법은 x-와 y-방향의 두 광선을 이용하여 x-와 y-방향의 간섭무늬 패턴을 얻는다. 만약 두 광선 모두 동시에 시편위에 입사된다면, x-와 y-방향의 간섭무늬는 겹쳐지게 되는데, 이 경우 두 방향의 간섭무늬는 분리하기가 어렵다. 따라서 각각의 두 광선을 선택함으로써 각각의 간섭무늬를 따로따로 기록하게 되는데, 이와 같이 분리할 경우, 이차원 동적변형을 해석하는 것은 어려워 진다.

간섭무늬선(Fringe Line)의 수를 증가시키기 위해, 캐리어 패턴(Carrier Pattern)을 모아레 간섭법에 도입하였다. 캐리어 패턴을 포함하는 간섭무늬는 거의 평행한 간섭무늬선을 갖게 된다. 또한, 시편을 회전시킬 때 얻어지는 회전 캐리어 간섭무늬(Rotational Carrier Fringes)를 도입하여 x-와 y-방향의 캐리어 간섭무늬 선은 서로에 대해 거의 수직이 된다.<sup>(2)</sup>

Fourier 변환 모아레 및 격자법(FTMGM)은 거의 평행한 격자 또는 간섭무늬 선을 해석할 수 있는 유용한 방법이다<sup>(3)-(6)</sup>. 그리고 x-와 y-방향의 간섭무늬 선으로 구성된 회전 캐리어 간섭무늬를 해석하는 데에 이 방법을 적용하였다.<sup>(7)</sup>. 이차원적 FTMGM은 간섭무늬의 Fourier 스펙트럼의 각 방향의 첫째 조화항을 분리시킬 수 있다. 또한 한 방향의 첫째 조화항을 Fourier 역변환시킴으로써 같은 방향의 간섭무늬 선을 얻어낼 수 있다. 그러므로 이 방법은 x-와 y-방향의 캐리어 패턴을 분리시킴으로써 이차원 동적변형을 해석할 수 있다. 뿐만 아니라 여현(Cosinusoidal)간섭무늬 밝기의 위상 정보를 분석하기 때문에 정밀 정확도가 높으며 자동화된 과정을 통해 수행되므로 해석 속도가 빠르다.

이 논문에서 우리는 모아레 간섭에 의해 얻어진 x-와 y-방향의 간섭무늬 선을 겹쳐 놓은 간섭무늬에 이차원적 Fourier변환 격자법을 적용하고, 두 방향의 간섭무늬를 분리시킴으로써 시간에 따라 변하는 이차원적 동적 열변형률을 해석한다.

## 2. 2차원 모아레 간섭의 이론

### 2-1. 모아레 간섭의 기본 원칙(I)

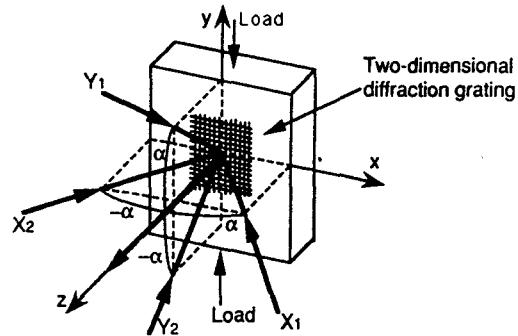


Fig.1 Four beams incident in Moire interferometry

Fig.1은 시편 가까이의 광학계를 설명하는 도식적인 개관이다. -1차 회절광이 시편 표면에 대해 법선 방향으로 나타나도록, 수평면(x-z)평면에서 간섭성 광( $x_1$ )은 회절 격자를 갖는 시편의 표면 위를 각  $\alpha$ 로 입사한다.

다른 간섭성 광( $x_2$ )은 +1차 회절광이 시편의 표면에 대해 법선 방향으로 나타나도록 입사한다. 수직 평면(y-z 평면)에서 입사 광선  $Y_1$ 과  $Y_2$ 의 회절광은 그 표면에 대해 법선으로 나타나며, 입사각  $\alpha$ 는 다음의 관계식을 만족한다.

$$\sin\alpha + f_0\lambda = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

여기서  $f_0$ 는 회절 격자의 주파수이다. 만일 시편이 변형되기 전에 그 표면이 완전히 편평하고 격자의 정밀 정확도가 완벽하다면, 간섭 무늬는 나타나지 않는다. 그러나 그 두 가지 조건들 중 어느 하나라도 완벽하지 않다면 초기 간섭 무늬가 관찰된다. 시편 격자가 하중에 의해 변형되면 회절각이 미소하게

변화되고, 그 변형에 따라 간섭 무늬가 나타난다.

광선  $x_1, x_2$ 의 간섭에 의한 간섭 무늬는  $x$  방향의 등변위선을 나타내고, 광선  $y_1, y_2$ 에 의한 간섭무늬는  $y$ 방향의 등변위선을 나타낸다. 여기서 얻어진 두 간섭 무늬의 감도는 격자 피치(Pitch)의  $1/2$ 이다.

## 2-2. 모아레 간섭에 있어서의 미스얼라인먼트(Misalignment)<sup>(3)</sup>

이 절에서는 두 변위 분포를 하나의 간섭 무늬 화상과 구분하고 더욱 높은 감도를 얻기 위해 미스얼라인먼트에 의한 캐리어 패턴을 도입하기로 한다.

우선 간섭 무늬가 나타나지 않도록 광선  $x_1, x_2, y_1, y_2$ 를 각각 조절한다. 그 다음에 캐리어 무늬를 갖도록 시편을  $z$ 축 주위로 약간 회전시킨다. 회전된 격자 축은  $x'$ 와  $y'$ 축이 된다. 회전각이 약간 변화되고  $x$ 축으로부터 약간 회전된  $x'$ 축에 대해 거의 평행한 간섭 무늬선이  $x_1$ 과  $x_2$ 사이의 간섭에 의해서 나타나고  $y'$ 축에 대해 평행한 또다른 간섭 무늬가  $y_1$ 과  $y_2$ 의 간섭에 의해서 나타난다. 이 경우에 각 방향의 간섭 무늬는 서로에 대해 수직이고 두 피치는 서로 같게 된다. 이것은 두 방향의 변위들이 같은 감도로 해석될 수 있다는 것을 보여준다. 이차원적 FTMGM은 간섭 무늬의 Fourier 스펙트럼의 각 방향에 대한 첫째 조화항을 분리시킬 수 있다.

분리된 첫째 조화항을 Fourier 역변환 시킴으로써 같은 방향의 간섭 무늬만을 얻어낸다. 뿐만 아니라 이 과정을 통해 고주파수 잡음을 배제시킬 수 있다. 또한 변형 전과 변형 후의 캐리어 패턴을 해석하여 각 방향의 변위와 변형률을 분포를 얻는다.

Fig.2(a)는 시편의 회전에 따라 회절각이 어긋나기 때문에 생기는 간섭무늬이고, Fig.2(b), (c)에서 회전한 격자의 좌표축을 각각  $x', y'$ 축이라 할 때,  $x_1, x_2$ 에 의한 간섭 무늬는  $x'$ 축에 평행한 동일 피치를 갖는 무늬가 되고,  $y_1$ 과  $y_2$ 에 의한 간섭무늬는  $y'$ 축에 평행한 동일 피치의 무늬가 됨을 알 수 있다. 이것을 Fourier 변환시켜 각 방향의 1차 주파

수 만을 추출하여 Fourier 역변환 시키면 각각 방향의 무늬(복소 모아레 무늬)만을 얻을 수 있게 된다[Fig.2(d), (e)].

## 2-3. Fourier변환을 이용한 위상 해석 방법<sup>(3)(7)</sup>

위에서 언급한 바와 같이, 초기 변형을 포함하는 캐리어 무늬는 시편을 회전시켜서 얻는다. 그 무늬의 강도 분포는 다음과 같이 Fourier 급수로 표현된다.

$$i_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{x,n}' e^{j(2\pi f_0 y)} \quad \dots \quad (2)$$

$$i_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{y,n}' e^{j(2\pi f_0 x)} \quad \dots \dots \quad (3)$$

식 (2)는  $x_1$ 과  $x_2$ 간의 간섭에 의한 간섭 무늬의 강도 분포이고, 식 (3)은  $y_1$ 과  $y_2$ 간의 간섭에 의한 간섭 무늬의 강도 분포이다. 이 방정식들의 Fourier 변환을 계산하고 첫째 조화항  $i_{x,1}'$  또는  $i_{y,1}'$ 을 여과한다. 각각 조화항에 대한 Fourier 역변환은 복소 모아레 무늬를 보여준다.

복소 모아레 무늬의 實部에 대한 虛部의 밝기(Brightness)비율의 아크탄젠트를 계산하여 캐리어 패턴의 위상을 얻는다.

즉,  $x$ 방향의 변위  $u_x$ 에 대해서

$$\phi = 2\pi f_0 y' = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(i_{x,1}')}{\text{Re}(i_{x,1}')} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

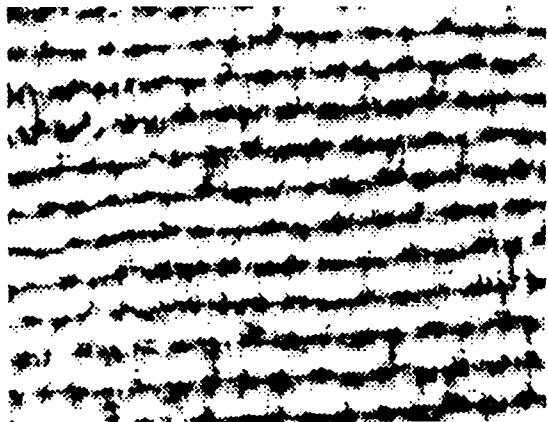
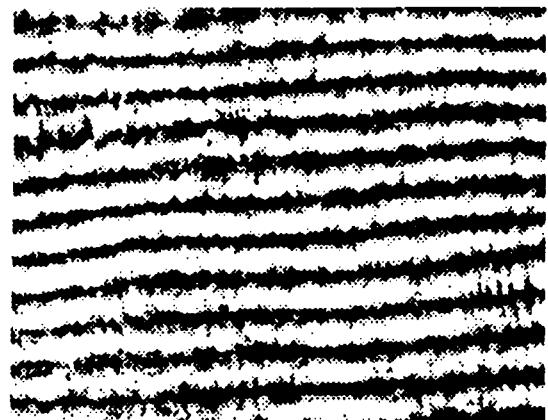
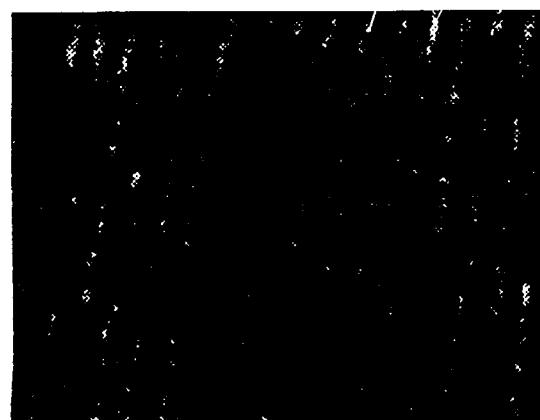
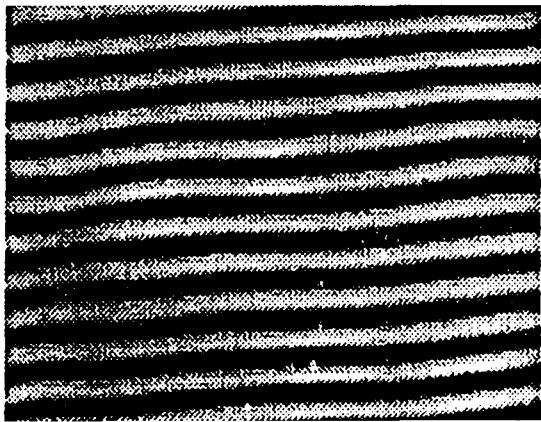
시편이 변형될 때, 식 (4)로 표현된 위상은 다음과 같이 바뀐다.

$$\phi_d = 2\pi f_0 y' + \Omega_x = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(i'y,1)'}{\text{Re}(i'y,1)} \quad \dots \quad (5)$$

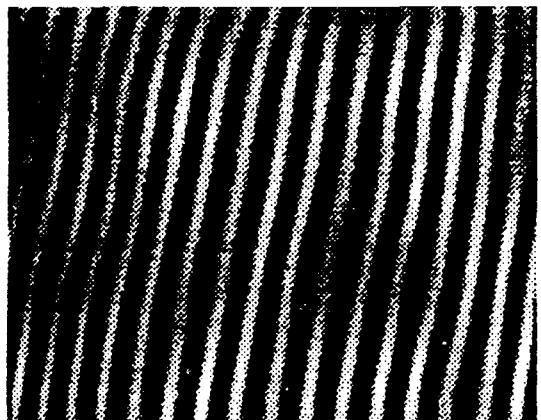
식 (5)로부터 식 (4)를 빼냄으로써 위상차  $\Omega_x$ 를 얻는다. 따라서 초기 변형은 소거되고, 그 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$u_x = \frac{\Omega_x}{2\pi} \times \frac{1}{2f_0} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

같은 방법으로,  $y$ 방향의 변위  $u_y$ 는  $y_1$ 과  $y_2$  광선간의 간섭 무늬로 부터 얻어진다.

(a) Interference of  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$  and  $Y_2$  beams(b) Interference of  $X_1$  and  $X_2$  beams(c) Interference of  $Y_1$  and  $Y_2$  beams

(d) Extracted fringe showing y-directional deformation



(e) Extracted fringe showing y-directional deformation

Fig.2 Carrier fringes obtained by rotating around z(z axis)

### 3. 적용(열변형의 해석)

위에 언급된 방법을 이용하여 유리판의 열변형을 분석한다. 시편은 평면위에 알루미늄으로 증착된 회절 격자를 갖는다.

유리판 시편의 뒤에 에폭시(Epoxy)수지를 이용하여 니크롬 와이어(Nichrome wire)를 붙인다. 전류로 니크롬 와이어를 가열함에

따라 유리판은 변형된다. 니크롬 와이어 주변의 시편의 측정 영역을 Fig.3에 보였고, 실험에 사용한 광학계는 Fig.4에 나타냈다.

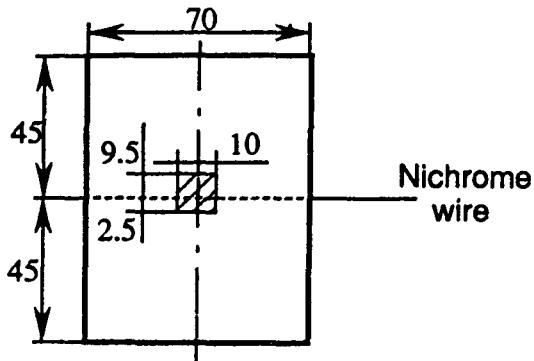


Fig.3 Measured area of specimen(unit : mm)

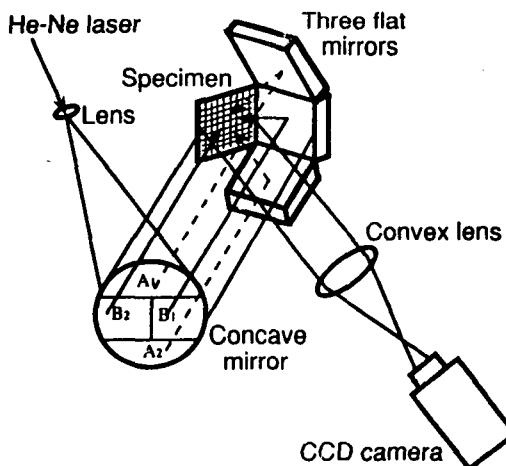


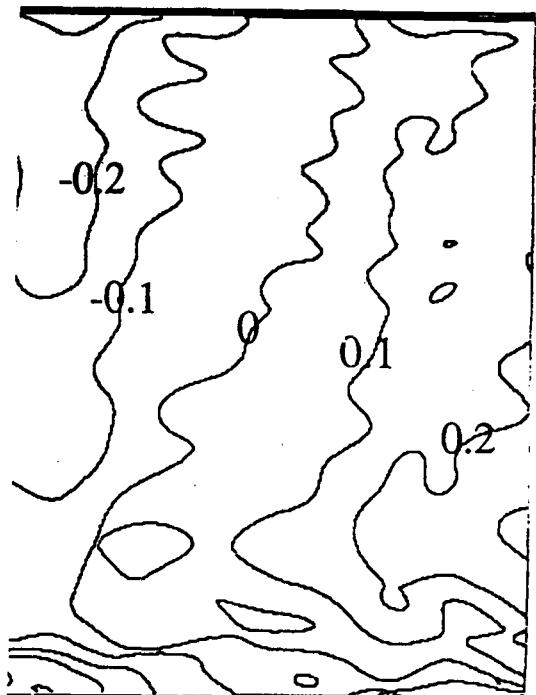
Fig.4 Optical system for experiment

시편의 최상부는 캐리어 패턴을 갖기 위해 회전할 수 있는 회전대위에 고정된다. 가열기의 스위치를 켜 후, 시간이 지남에 따라 나타나는 x방향의 변위 분포를 Fig.5에, y방향

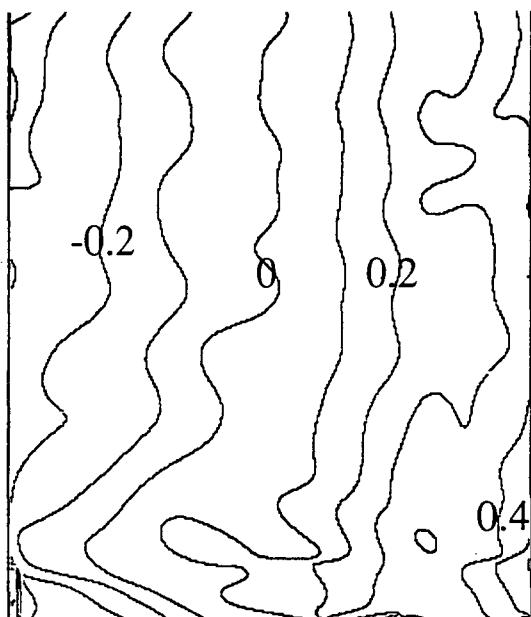
의 변위 분포는 Fig.6에 보였다. 120초가 경과된 후, x방향의 변형률 분포는 Fig.7에 나타나 있고, y방향의 분포는 Fig.8에, 그리고 Fig.8의 y방향의 중심선에 관한 변형률 분포는 Fig.9에 표시되어 있으며, 전단 변형률 분포는 Fig.10에 표시되어 있다.

Fig.5에 의하면 열은 니크롬 와이어 부근에만 존재하고, 변위는 초기에 집중된다. 그러나 열은 시간이 지남에 따라 시편의 최상부를 향하여 나크롬 와이어에 대해 평행으로 나아가고, 변위는 유리판의 윗부분에서 거의 균일해진다. 그러나 대류가 일어나기 때문에 열은 시편의 아래쪽 선단을 향하여 진행하지 못하므로, 유리판의 아랫 부분은 열로 채워지게 된다.

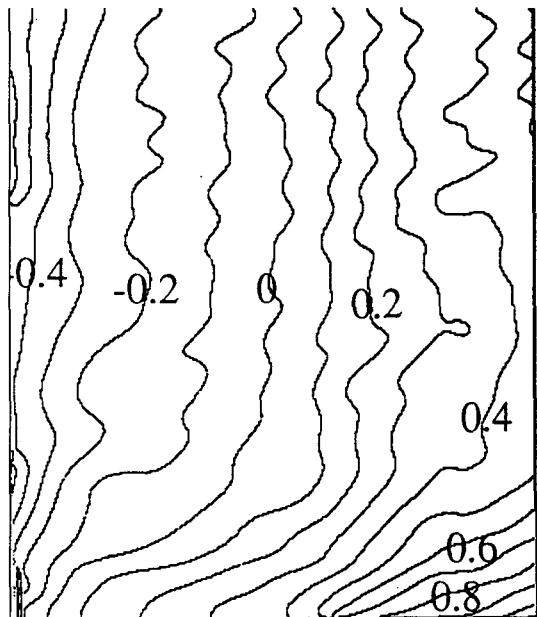
그러므로 말기에는 시편의 아랫 부분에 등변위선이 집중된다. 같은 현상이 Fig.6에서도 관찰된다. Fig.7과 Fig.8은 니크롬 와이어를 따라 나타나는 유리의 팽창을 보여준다.



(a) After 30 seconds

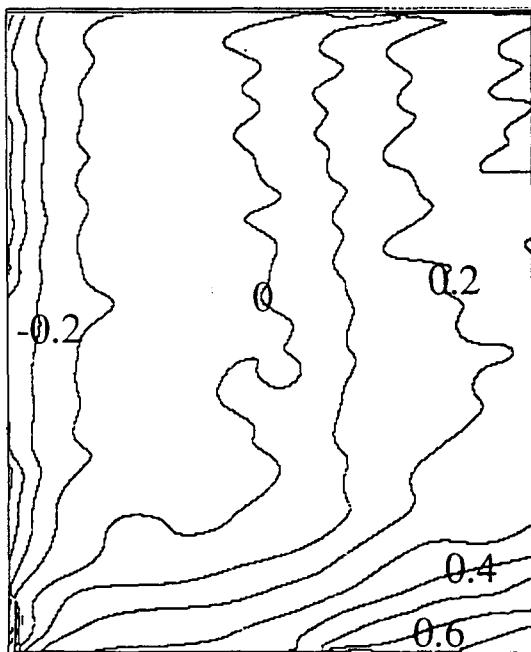


(b) After 60 seconds

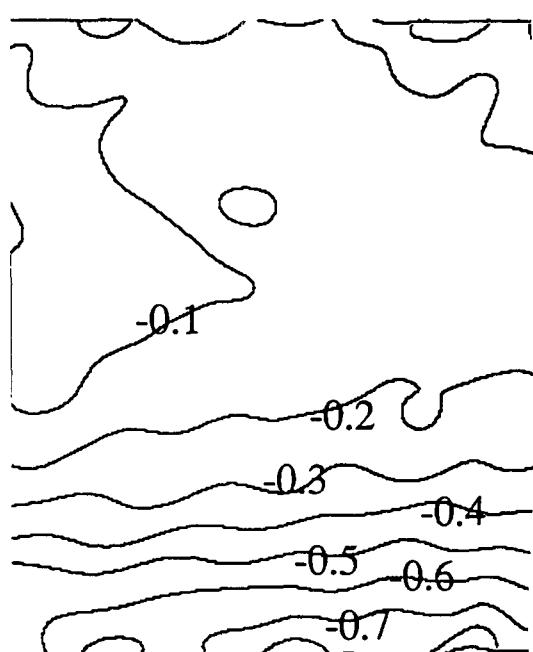


(d) After 120 seconds

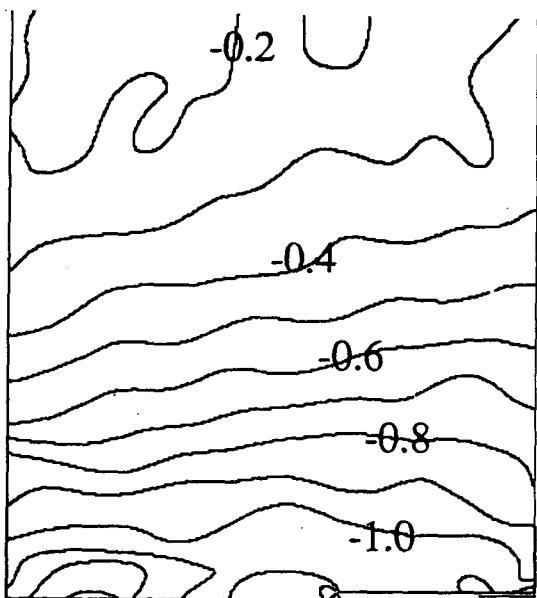
Fig.5 X-directional displacement( $\mu\text{m}$ )



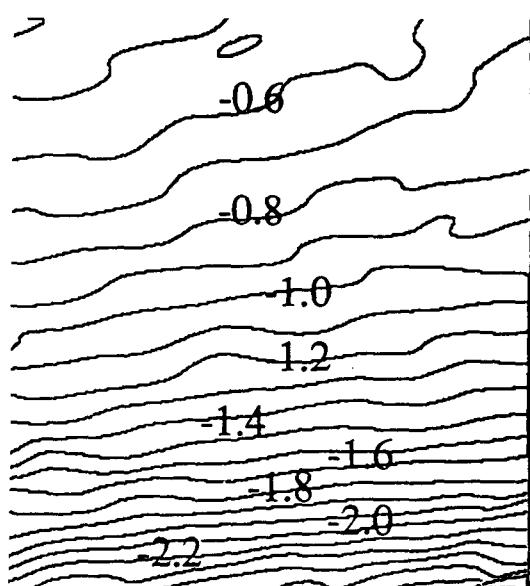
(c) After 90 seconds



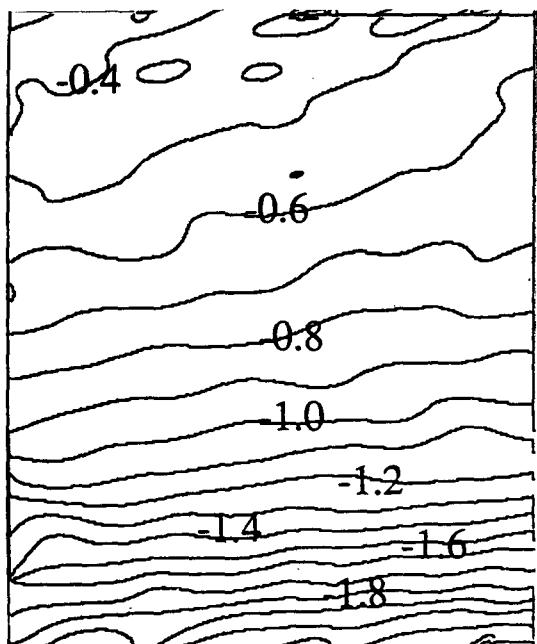
(a) After 30 seconds



(b) After 60 seconds



(d) After 120 seconds

Fig.6 Y-directional displacement( $\mu\text{m}$ )

(c) After 90 seconds

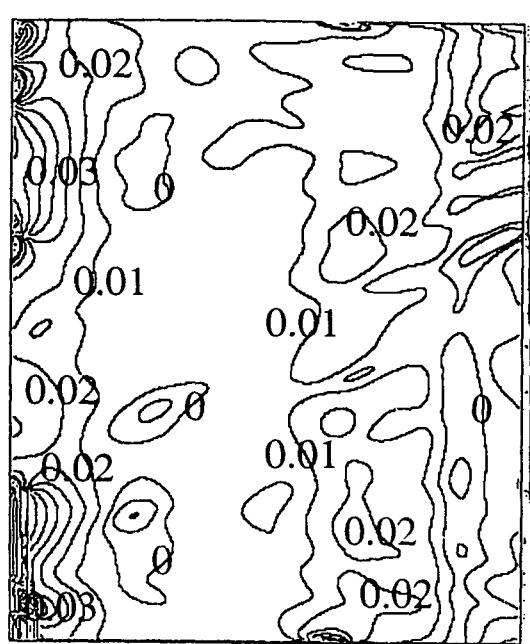


Fig.7 X-directional strain distribution(%)

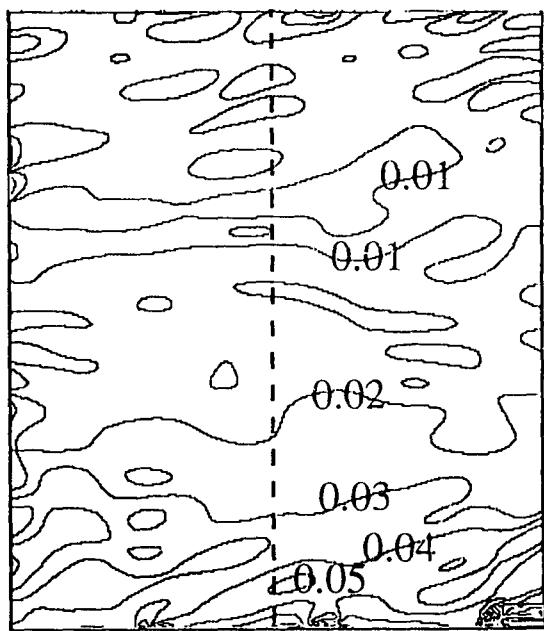


Fig.8 Y-directional strain distribution(%)



Fig.10 Shear strain distribution(%)

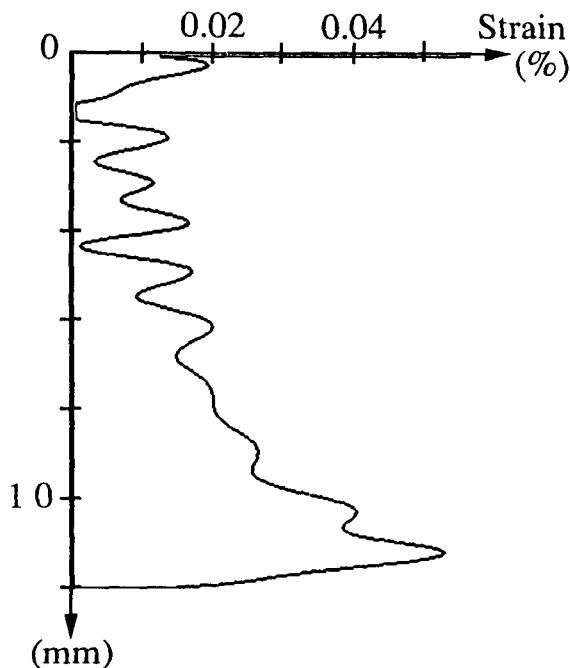


Fig.9 Y-directional strain along the center line of Fig.8

#### 4. 결 론

두 개의 간섭 무늬를 분리시키기 위해 본 연구에서는 이차원적 Fourier변환 모아레 및 격자법(Fourier Transform Moire and Grid Method : FTMG)을 이용하는 방법을 제안하였고, 그것을 열변형의 분석에 적용했다.

광학계에 의해 두 간섭 무늬를 분리하는 종래의 방법으로는 변화되고 있는 이차원적 변형 거동을 분석하기 어렵다. 그러나 이 방법(FTMGM)에서는 동시에 기록된 두 가지 형태의 간섭 무늬가 자동적으로 분석되므로, 열변형과 같은 동적 변형을 해석하는 것이 매우 유용하다. Fourier 변환을 이용하는 위상 해석을 적용함으로써 모든 점에서의 변위들은 변형 전후의 간섭 무늬간의 위상차로부터 얻어질 수 있고, 그 정밀 정확도 역시 매우 높다. 뿐만 아니라 이 방법은 다른 간섭 법에도 적용될 수 있다.

## References

1. D. Post, "Moire Interferometry", pp.31~387, Handbook on Experimental Mechanics, ed A. S. Kobayashi, Prentice-Hall, Engelwood Cliffs, N.J., 1987.
2. Y. Guo, D. Post and R. Czarnek, "The Magic of Carrier Fringes in Moire Interferometry", Experimental Mechanics, 29(2), 1989, pp.169~173
3. Y. Morimoto, Y. Seguchi and T. Higashi, "Application of Moire analysis of Strain by Fourier Transform", Optical Engineering, 27(8), 1988, pp.650~656
4. Y. Morimoto, Y. Seguchi and T. Higashi, "Moire analysis of Strain by Fourier Transform", Trans. of JSME(in Japanese), 54(504A), 1546~1552(1988), : JSME Int. J.(in English translation) Ser.I, 32(4), (1989) 540~546
5. Y. Morimoto, Y. Seguchi and T. Higashi, "Strain analysis by Mismatch Moire Method and Grid Method using Fourier Transform", to be published in Compu. Mech.(1990)
6. Y. Morimoto, Y. Seguchi and T. Higashi, "Two-dimensional Moire Method and Grid Method using Fourier Transform", Experimental Mechanics, 29(4), (1989) 399~404
7. Y. Morimoto, D. Post and H. E. Gascoigne, "Carrier Pattern Analysis of Moire Interferometry using Fourier Transform", SPIE Proc. No.1554, Second Inft. Conf. on Photomechanics and Speckle Metrology, 1991, in printing