

任意的境界條件을 갖는 鐵筋콘크리트 扇形板의 解析(II)

— 第 2報 鐵筋比 및 邊長比의 影響 —

An Analysis of the Reinforced Concrete Circular Ring Sector Plates with Arbitrary Boundary Conditions — Part 2 Effects of Steel-Ratio and Edge-Ratio —

曹 鎭 久*
Cho, Jin Goo

Summary

This paper aims at investigating the effect of steel ratio and the magnitude of edge-ratio on the mechanical characteristics of reinforced concrete ring sector plate. The influence of steel bars was taken into account by coupling stiffness matrix of the steel bar element with that of the concrete plate element without dealing with separate element of steel bar and by establishing the composite stiffness matrix, which leads to the desirable result which does not increase the number of element could be obtained.

Through case studies with 6 cases various steel ratios in ring sector plate supported at four edges and 4 cases with different open angles, the influence of the steel ratio was examined. A numerical analysis to find out the effect of the steel ratio due to above mentioned cases was carried out by 4 boundary conditions ; all edges clamped (B.C-1), all edges simply supported (B.C-2), curvilinear two edges clamped and other edges free (B.C-3) and curvilinear two edges simply supported and other edges free(B.C-4).

The main results obtained are summarized as follows :

1. The effect of steel ratio on the magnitude of lateral deflection and x-directional bending moment at the center of sector plate and the midpoint of outer and inner curvilinear edges is almost the same up to 30° of open angle. Beyond 30° of the angle, the larger the angle,

* 全南大學校 農科大學

키워드 : circular ring sector plate, R. C. element,
steel-ratio 邊長比

the greater the effect of the ratio.

2. In design works using balanced steel ratio, the effect of steel bar can be ignored. But for larger open angles, especially greater than 90°, it proves desirable to consider the effect of steel bar.

3. The effect of the arc length of center circle/straight edge length on lateral deflection and bending moment is remarkable in B.C-2. For larger open angle, the effect is also noted except for B.C-3 which turn out hardly affected.

4. The effect of the radius of curvature/straight side length on lateral deflection and x-directional bending moment is noted in B.C-2. As open angle increases, B.C-1 and B.C-3 almost agree and B.C-2 approaches B.C-4.

I. 序 論

任意的 境界條件을 갖는 鐵筋콘크리트 扇形板은 解析時 數學的 어려움이 있음에도 불구하고 現代 構造物에서 많이 利用되고 있다. 예를 들면 曲線橋의 上部構造라든가 또는 曲線水路 등에서 利用되고 있음을 볼 수 있다. 이러한 扇形板의 舉動에 影響을 끼치는 支配的 因子로서는 開角의 크기, 境界條件 및 邊長比 등이 있다. 筆者¹⁵⁾는 任意的 境界條件을 갖는 扇形板의 解析에 있어서 多樣한 境界條件의 導入을 比較的 容易하게 그리고 充實하게 할 수 있는 多重基準座標系를 使用하는 方法의 提案과 함께 몇가지의 모델 케이스에 대한 解析例를 통하여 扇形板의 力學的 特性이 開角의 크기에 따라서 어떻게 變하는가를 이미 第 1報에서 報告한 바 있다. 본 報에서는 鐵筋比 및 邊長比에 따른 扇形板의 力學的 特性을 取扱하게 된다. 解析方法으로는 第 1報에서와 同一하게 4邊形要素를 使用하여 扇形板을 離散化시켰으며 要素의 定式化에는 Kirchoff-Love의 假定이 採用되었다.

II. 解析方法

解析方法에 關해서는 第 1報¹⁵⁾에서 상세히 報告되었으므로 여기서는 有限要素 모델 特別

鐵筋콘크리트 板 要素에 대해서 記述하고자 한다.

1. 有限要素모델

가. 콘크리트 板 要素

使用된 板 要素는 그림(1)과 같은 4邊形 要素로서 이와 같은 要素內의 變位{δ}에 대한 近似函數을 設定함에 있어서 板의 鉛直처짐은 다음의 多項式으로 假定한다.

$$W = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \dots \dots \dots (1)$$

한편 그림(1)과 같은 4邊形 要素의 任意 節點 i에서의 節點 變位벡터는 식(2)와 같이 나타낼 수 있으며 要素의 全節點에 關해서는 식(3)과

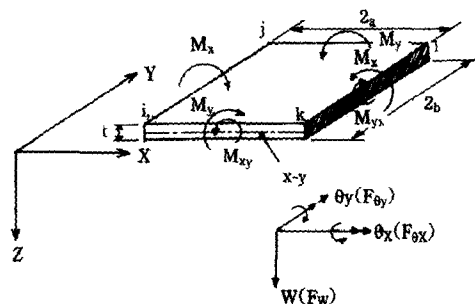


Fig. 1. Rectangular plate-bending element and displacement vector

같이 된다.

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

$$\{\delta_e\}^T = \{\delta_i, \delta_j, \delta_k, \delta_l\} \dots\dots\dots(3)$$

식(1)을 식(2) 및 식(3)에 代入하고 整理하면

$$\{\delta_e\} = [C] \{a\} \dots\dots\dots(4)$$

로서 나타내어진다.

여기서 [C]는 節點 座標값에 의해서 決定되는 [12×12] 行列이고 {a}는 12개의 未知數로서 이루어지는 벡터이다.

식 (2-4)의 逆行列을 취하면

$$\{a\} = [C]^{-1} \{\delta_e\} \dots\dots\dots(5)$$

로 되고 여기서 {a}가 決定된다.

이로부터 要素內의 變位는 다음과 같이 節點 變位의 函數로서 나타내어진다.

$$\{w\} = \{S\}^T [C]^{-1} \{\delta_e\} \dots\dots\dots(6)$$

여기서

$$\{S\} = \{1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ x^2y \ xy^2 \ y^3 \ x^3y \ xy^3\}^T$$

나. 鐵筋콘크리트 板 要素

원래 鐵筋콘크리트 構造物에서 鐵筋은 分散되어 配筋되는 것이 一般이다. 이러한 鐵筋의 配筋狀態를 表現하는데 있어서 鐵筋을 線 要素로 取扱하는 것은 全體的인 自由度的 增加 및 要素數의 增加面에서 바람직스럽지 않다. 따라서 본 研究에서는 鐵筋과 콘크리트라는 別個의 材料로서 이루어지는 要素를 均質인 하나의 材料로서 이루어진 鐵筋콘크리트 板 要素를 使用한다. 이때의 構成法則은 다음과 같다.

$$[K_{RC}] = [K_C] + [K_S] \dots\dots\dots(7)$$

여기서 [K_{RC}]: 鐵筋콘크리트 板 要素의 剛度 行列

[K_C]: 콘크리트 板 要素의 剛度 行列

[K_S]: 보 要素로서 取扱된 鐵筋 要素의 剛度 行列로서 다음과 같은 [6×6] 行列이다.

$$[K_S] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -GJ & 0 \\ & & \frac{4EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \text{Sym.} & & & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ & & & & \frac{GJ}{L} & 0 \\ & & & & & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

즉 콘크리트 板 要素의 剛度 行列속에 隣接한 鐵筋 要素의 剛度 行列을 組立하여 넣으므로 鐵筋콘크리트 板 要素의 剛度 行列을 구한다. 이 경우 鐵筋과 콘크리트는 完全히 附着된 것으로 假定한다.

III. 數值例 및 考察

2章에서 記述한 解析方法을 Fig. 2와 같은 鐵筋콘크리트 扇形板의 鐵筋比 및 邊長比를 몇가지로 變化시키면서 力學的 特性을 알아보았으며 이때 材料定數는 다음과 같이 하였다.

板(콘크리트):

彈性係數 $E_c = 240,000 \text{kg/cm}^2$

포아송比 $\nu = 0.17$

自重 $\rho = 2,500 \text{kg/m}^3$

分布荷重 $q = 0.5 \text{t/m}^2$

設計基準強度 $\sigma_{ck} = 240 \text{kg/cm}^2$

鐵筋:

彈性係數 $E_s = 2,040,000 \text{kg/cm}^2$

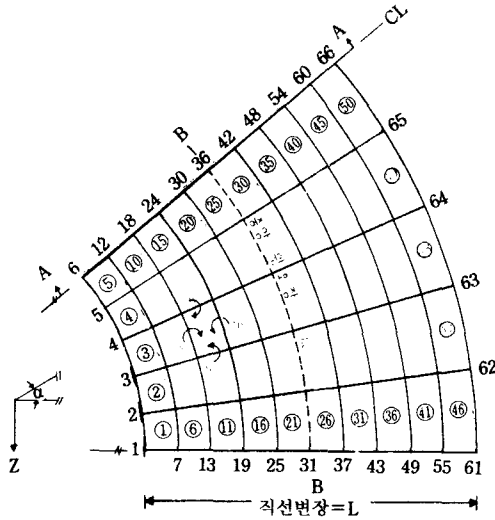


Fig. 2. Analysed circular ring sector plate and mesh generation

포아송比 $\nu = 0.3$
 許容應力 $\sigma_{sa} = 1,300 \text{ kg/cm}^2$

1. 鐵筋比의 影響

鐵筋比의 影響을 考慮하는 경우 鐵筋比의 값은 平衡鐵筋比($P_0 = 1.47\%$)를 중심으로 하여 5경우를 處理하였으며 比較의 基準으로서 鐵筋을 無視한 경우(例題에서 $P = 0.0\%$)를 取하였다. 이 들 各 各 的 鐵 筋 比 的 값 에 對 해서 開 角 的 크 기 는 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 및 90° 의 4경우로 變化시켰다. 이러한 R.C 扇形板의 境界條件은 모든 周 邊 에서 固 定 된 경 우 만 을 處 理 하 였 으 며 直 線 邊 長 에 對 한 中 央 圓 弧 長 的 比 를 1.0으로 局限하였다.

2. 邊長比의 影響

여기서 邊長比라함은 直線邊長에 對한 中央圓弧長의 比와 直線邊長에 對한 曲率半徑의 比 2種類를 생각할 수 있 으 며 이 때 이 邊 長 比 的 값 은 1.0, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0 및 2.5의 6경우를 取하였으며, 境界條件은 다음과 같은 4경우를 考慮하였다.

(i) 4邊固定 (B.C-1)

(ii) 4邊單純支持 (B.C-2)

(iii) 曲線部 2邊固定 直線部 2邊自由 (B.C-3)

(iv) 曲線部 2邊單純支持 直線部 2邊自由 (B.C-4)

또, 開角의 크 기 는 위 의 各 各 的 邊 長 比 및 境界條件에 對해서 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 및 90° 의 4경우를 處理하였다.

먼저 鐵筋比에 따른 結果는 다음과 같다.

R.C 扇形板의 中央에서의 鉛直처짐, X-모멘

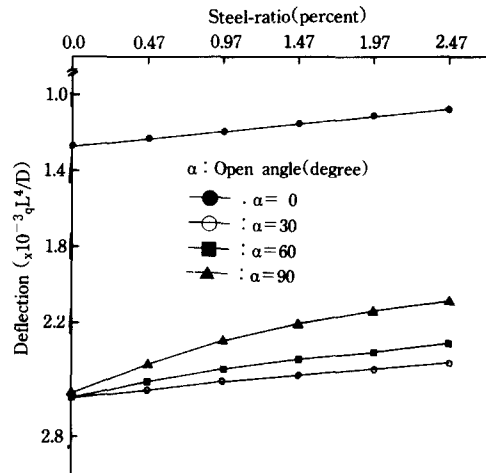


Fig. 3-a. Deflection vs. steel-ratio, central

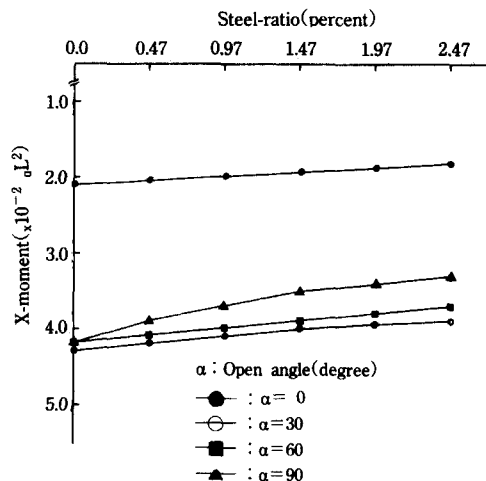


Fig. 3-b. X-bending moment vs. steel ratio, central

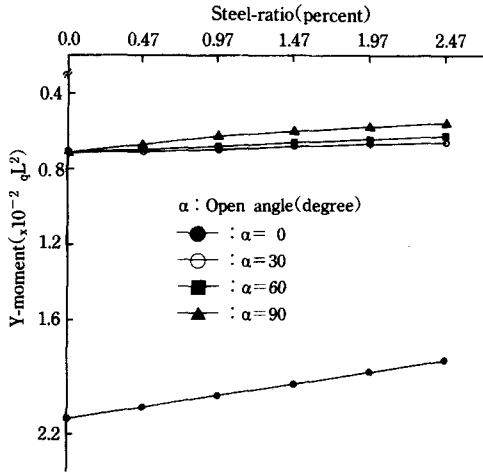


Fig. 3-c. Y-bending moment vs. steel-ratio, central

트 및 Y-모멘터의 변화는 Fig. 3과 같다. 矩形板의 경우는 거의 線形板인 減少 傾向을 나타내는데 反해서 扇形板에서는 開角의 增加에 따라 非線形 傾向과 함께 鐵筋의 影響도 크게 나타났다.

또 開角의 크기에 따른 變化를 圖示하면 Fig. 4와 같다.

모든 鐵筋比에서 開角이 30°에 達할 때까지 急한 變化를 보이다가 開角 30° 以上の 경우에는 鐵筋比에 따라 약간 相異한 現象을 보였지만 一般으로 開角이 클수록 鐵筋比의 影響이 크게 나타났다. 特히 無筋의 경우에는 開角 30° 以上에서는 거의 開角의 影響을 받지 않았다. X-모멘트 및 Y-모멘트의 變化 傾向도 처짐의 경우와 類似하였으며 이는 생략했다. 外側 曲線邊 中央에서의 X-모멘트를 圖示하면 Fig. 5 및 6과 같으며, 全體의인 變化傾向은 板 中央에서의 傾向과 類似하였다. 또한 內側 曲線邊 中央에서의 값의 變化 傾向은 外側 曲線邊의 경우와 아주 類似하였지만 그 값이 작기 때문에 생략하였다.

그러나 全體의으로 平衡鐵筋比 範圍內에서는 鐵筋을 考慮하는 경우 약간의 減少가 있었지만

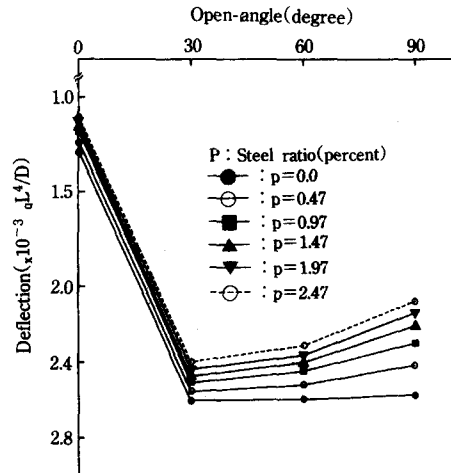


Fig. 4. Deflection vs. open-angle, central

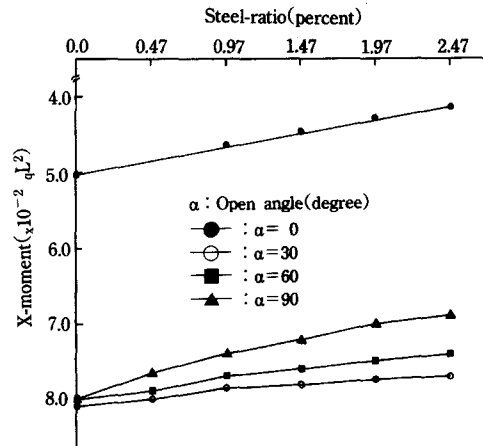


Fig. 5. X-bending moment vs. steel ratio, extreme curved edge

慣行的인 方法, 즉 鐵筋을 無視하고 設計하여도 무방할 것으로 思料된다. 다만 開角이 큰 경우— 一 本 研究의 例題에서는 90°—에는 鐵筋을 考慮하면 約 15%의 減少效果가 있을 것으로 期待되며 可能하면 鐵筋 要素를 考慮한 解析이 이루어지는 것이 바람직한 것으로 判斷된다.

邊長比에 따른 鉛直變位の 特性을 圖示하면 Fig. 7과 같다.

開角이 작은 경우에는 B.C-2에서만 邊長比의 影響이 顯著하였으며 B.C-3 및 B.C-4의 경우

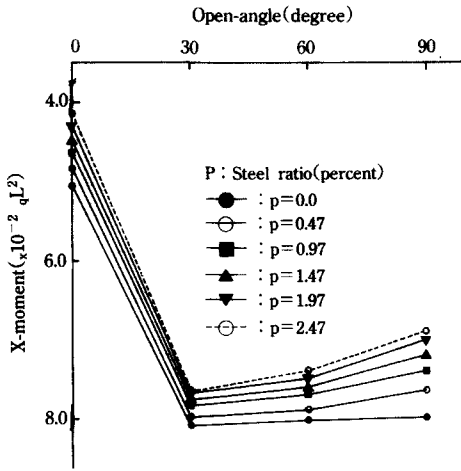


Fig. 6. X-bending moment vs. open-angle, extreme curved edge

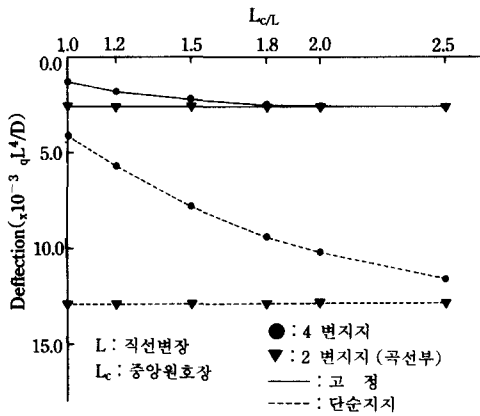


Fig. 7-a. Deflection vs. L_c/L , central (open angle 0°)

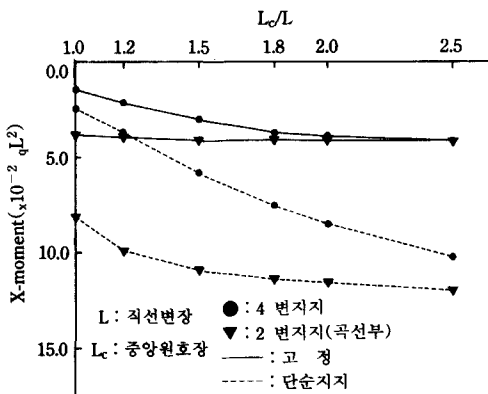


Fig. 7-b. Deflection vs. L_c/L , central (open angle 90°)

에는 거의 變化가 없었지만 開角이 增加함에 따라 邊長比의 影響이 점차 크게 나타났으며, 開角이 90° 일때는 B.C-2의 경우뿐만 아니라 B.C-1 및 B.C-4에서도 邊長比 1.8까지는 상당한 影響이 나타났다.

X-모멘트의 變化를 圖示하면 Fig. 8과 같으며 變化경향이 鉛直처짐의 경우와 類似하였다.

다음은 直線邊長에 대한 曲率半徑比에 따른 扇形板 中央에서의 鉛直처짐은 Fig. 9와 같다.

B.C-3 및 B.C-4의 경우에는 曲率半徑/直線邊長의 影響을 받지 않았으며 B.C-1 및 B.C-2의 경우에만 影響을 나타냈다. 開角이 增加함에

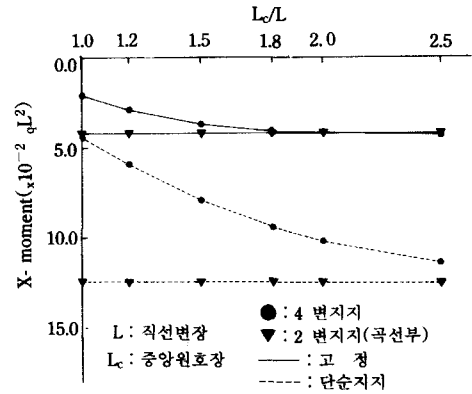


Fig. 8-a. X-bending moment vs. L_c/L , central (open angle 0°)

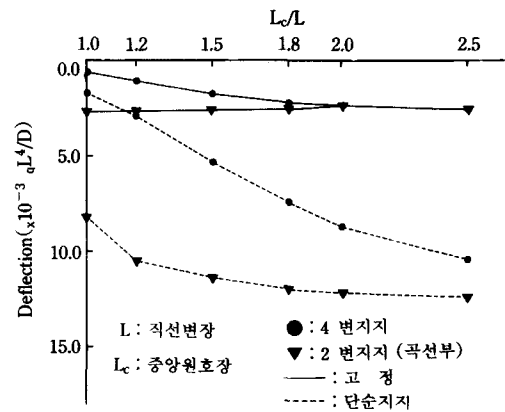


Fig. 8-b. X-bending moment vs. L_c/L , central (open angle 90°)

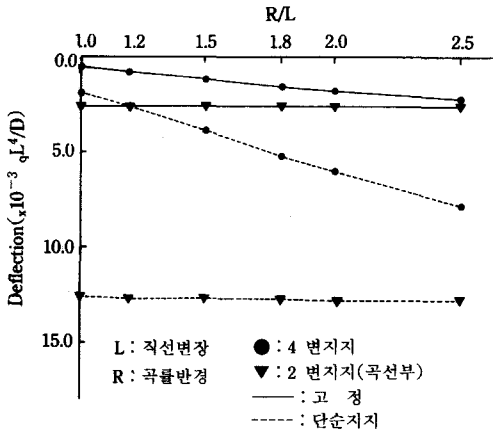


Fig. 9-a. Deflection vs. R/L, central (open angle 30°)

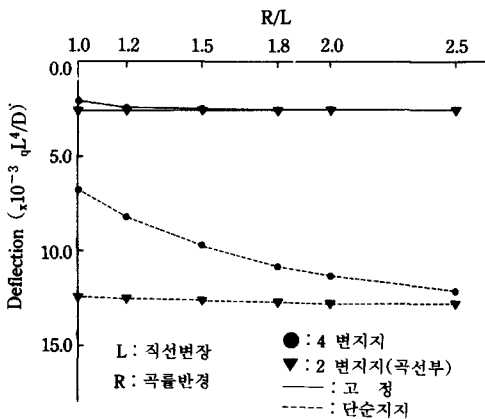


Fig. 9-b. Deflection vs. R/L, central (open angle 60°)

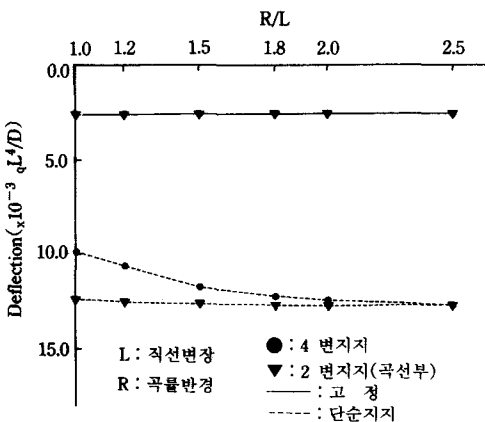


Fig. 9-c. Deflection vs. R/L, central (open angle 90°)

따라 B.C-1의 경우에는 B.C-3의 경우에 그리고 B.C-2의 경우에는 B.C-4의 경우로 각각 接近되고 있음을 볼 수 있다. 曲率半徑/直線邊長의 影響은 B.C-2의 경우 가장 顯著하였지만 開角이 增加함에 따라 影響은 점차 減少되었다.

直線邊長에 대한 曲率半徑比에 따른 扇形板 中央에서의 X-모멘트의 變化경향은 鉛直처짐의 경우와 거의 類似하였으므로 開角 30° 및 90°의 경우만을 圖示하면 Fig. 10과 같다.

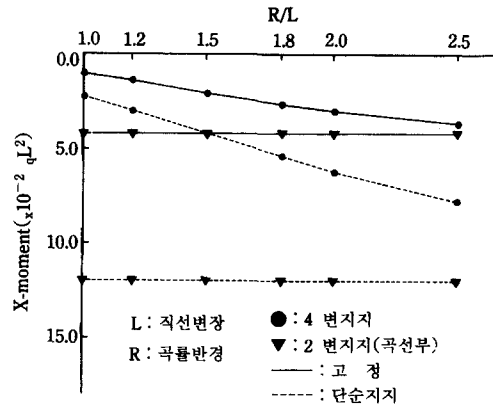


Fig. 10-a. X-bending moment vs. R/L, central (open angle 30°)

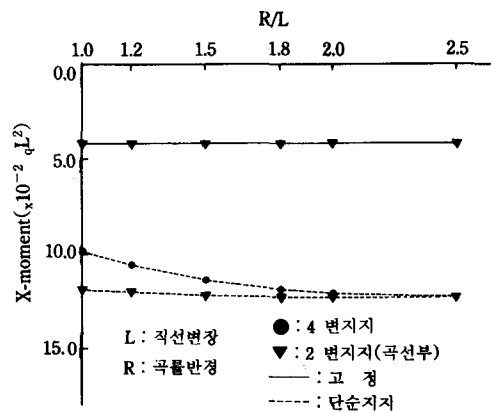


Fig. 10-b. X-bending moment vs. R/L, central (open angle 90°)

IV. 結 論

본 論文은 等分布 荷重을 받는 鐵筋콘크리트 扇形板의 力學的 特性이 鐵筋比 및 邊長比의 크기에 따라서 어떻게 달라지는가를 究明한 것이다.

鐵筋의 影響을 考慮함에 있어서 鐵筋을 別個의 線 要素로 取扱하는 代身에 要素의 水準에서 콘크리트 板 要素의 剛度行列속에 隣接한 鐵筋 要素의 剛度行列을 組立하여 鐵筋콘크리트 板 要素의 剛度行列을 作成하므로써 要素의 數를 增加시킴이 없이 鐵筋의 影響을 考慮할 수 있는 長點이 있다.

全周邊이 固定된 扇形板에서 鐵筋比를 6경우로 變化시키면서 開角의 크기를 4경우로 處理하여 鐵筋比의 影響을 調査하였으며 邊長比의 影響을 調査하기 위한 數值例에서는 邊長比를 6경우 開角의 크기를 4경우로 하고 이들 各各의 경우에 대해서 境界條件을 4邊固定(B.C-1), 4邊單純支持(B.C-2), 曲線部 2邊固定 다른 2邊自由(B.C-3) 및 曲線部 2邊單純支持 다른 2邊自由(B.C-4)의 4경우로 하였다. 이러한 數值例를 통하여 얻어진 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 板 中央, 外側 曲線邊 中央 및 內側 曲線邊 中央에서의 鉛直처짐 및 X-모멘트의 값은 開角 30°까지는 鐵筋比의 影響이 거의 同一 하였지만 그 以上の 開角에서는 開角이 클수록 鐵筋比의 影響이 큰 것으로 나타났다.

2. 平衡鐵筋比의 範圍內에서 設計를 할 때 鐵筋의 影響은 無視될 수 있지만 특히 開角이 큰 경우—本 論文에서의 경우 90°—에는 鐵筋의 影響을 考慮하는 것이 바람직스러운 것으로 思料된다.

3. 鉛直처짐 및 모멘트에 대한 中央圓弧長/直線邊長의 影響은 B.C-2에서 가장 顯著히 나타났다으며 또 開角이 큰 경우에 影響이 큰 것으로 나타났다지만 B.C-3은 거의 影響을 받지 않는

것으로 判明되었다.

4. 鉛直처짐 및 X-모멘트에 대한 曲率半徑/直線邊長의 影響은 B.C-2에서 가장 顯著하였으며 開角이 增加함에 따라 B.C-1과 B.C-3은 거의 一致되었으며 B.C-2는 B.C-4에 接近되었다.

이 論文은 1990年度 教育部 學術振興財團의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 研究되었음

參 考 文 獻

1. Hisanori OHTSUKA and Tadao KANEKO : Analysis of circular ring sector plates with all edges elastically supported by frames, 九大工學集報 Vol. 45, No. 6, pp. 744-780, 昭和 47年.
2. Hisanori OHTSUKA : Finite difference analysis of circular ring sector plates supported by edge-beams, proc. of J.S.C.E, No. 220, pp. 107-115, 1973.
3. 임성순, 장승필 : 유한요소법을 이용한 나선 곡선 부재의 정적 해석에 관한 연구, 대한 토목학회 논문집, 제8권 2호 pp. 215-225, 1988.
4. 임성순, 장승필 : 나선형 곡선 부재의 자유 진동에 관한 연구, 대한 토목학회 논문집, 제8권 2호 pp. 227-238, 1988.
5. Isamu OKUMURA, yuya HONDA and Jin Yoshimura : on an analysis for circular ring sector plates by one theory of moderately thick plates, proc. of J.S.C.E, No. 326, pp. 15-18, 1982.
6. Jin Yoshimura : The bending of curvilinear orthotropic circular ring sector plate, Trans. of J.S.C.E, No. 82, pp. 9-10, 1962.
7. M. A. KHAN, K. O. KEMP : Elastic full com-

- posite action in a slab and beam system, The structural engineer, Vol. 48, No. 9, pp. 353-359, 1970.
8. Masashi Iura and masaharu HIRASHIMA : Fourier analysis of shallow right helicoidal shells, proc. of J.S.C.E, No. 321, pp. 15-27, 1982.
 9. Shigeyoshi NAGATAKI, Seung Han Lee and Takahisa Okamoto : A study on mechanism of torsional resistance of reinforced concrete members, proc. of J.S.C.E, No. 390, Vol. 8, pp. 179-188, 1988.
 10. Shinichi TAMAI, Hiroshi Shima, Junichi IZUMO and Hajivme OKAMURA : Average stress-average strain relationship of steel in uniaxial tension member in post-yield range, proc. of J.S.C.E, No. 378, Vol. 6, pp. 239-247, 1987.
 11. Shinichi TAMAI, Hiroshi Shima, Junichi IZUMO and Hajivme OKAMURA : A study on torsional properties of reinforced concrete members, proc. of J.S.C.E, No. 327, Vol. 5, pp. 157-166, 1986.
 12. Shoji Ikeda and Hiroyuki Nagumo : A study on a method of rational application of finite element method to R. C and P. C structures, proc. of J.S.C.E, No. 414, Vol. 12, pp. 137-143, 1990.
 13. Tadao Kaneko and Hisanori Ohtska : Analysis of circular ring sector plates with two opposite straight edges elastically supported by frames, 九大工學集報 Vol. 45, No. 1, pp. 27-34, 昭和 47年.
 14. Timoshenko, S. P. and Woinwsky-Krieger, S. : Theory of plates and shells, McGraw Hill, 1959.
 15. 曹鎮久 : 任意的境界條件을 갖는 鐵筋 콘크리트 線形板의 解析(I), 韓國農工學會誌, 第33卷 2號 pp. 61-70, 1991.