

軸引張力を 받는 變斷面 보의 自由振動

Free Vibration of Tapered Beams Under Tensile Axial Force

李 炳 求* · 金 連 泰** · 牟 正 萬***
Lee, Byoung Koo · Kim, Yun Tae · Mo, Jeong Man

Summary

The main purpose of this paper is to present both the natural frequencies and mode shapes of tapered beams under tensile axial force. The differential equation governing planar free vibration for tapered beams under tensile axial force is derived as nondimensional form. The three kinds of cross sectional shape are considered in differential equation. The Runge-Kutta method and Determinant Search method are used to perform the integration of the differential equation and to determine the natural frequencies, respectively.

The hinged-hinged, hinged-clamped, clamped-clamped end constraints are applied in numerical examples. The lowest four nondimensional natural frequencies are reported as the function of nondimensional tensile axial force. The fundamental natural frequencies are presented when section ratios and nondimensional axial forces are varied. The effects of cross sectional shapes are reported and some typical mode shapes are also presented.

I. 緒 論

보는 土木, 建築, 機械, 船舶, 航空等 各種 構造工學 關聯分野에서 가장 基本이 되는 構造 單位 中の 하나이다. 構造物에서 部材斷面을 變斷面으로 하는 경우에 材料가 節約되어 經濟的이고 效率的 利用이 가능하며 構造物의 美的인

要因 및 構造物 自重減少 등의 여러 가지 이유로 變斷面의 이용이 增加하는 추세이다.

構造物의 設計時 要素에 軸方向으로 作用하는 先行荷重(preload)이나 프리스트레스가 考慮되어 設計되는 境遇 혹은 外的 要因에 의해 이미 施工된 要素에 軸荷重이 發生하는 境遇가 있다. 이러한 軸荷重은 보의 自由振動에 影響을

* 圓光大學校 工科大學

** 建設部 道路局 道路建設課

*** 裡里農林高等學校 農業土木科

키워드: 變斷面 보, 面內 自由振動, 軸引張力, 固有振動數, 振動形, 動的 平衡方程式, 慣性力

미치며 실제로 軸荷重을 받는 보의 固有振動數와 振動形을 決定하는 것은 좋은 研究對象이 되고 있다.

보의 自由振動을 解析한 研究들은 많은 文獻들^{1~8, 11~13)}에서 찾아 볼 수 있다.

Bokaian^{4,5)}은 1988년과 1990년에 각각 軸압 軸력과 軸인장력을 받는 等斷面 보의 自由振動 特性을 糾明하기 위하여 微分方程式으로부터 각각의 端部條件에 따른 特性方程式(characteristic equation)을 誘導하였으며, 그 解析結果의 檢討를 통하여 軸荷重을 받는 等斷面 보의 固有振動數를 간단히 算定할 수 있는 식을 提案하였다. Dym⁶⁾은 軸압軸력을 받는 단순보가 挫屈荷重보다 작은 荷重을 받아 直線狀態를 維持하고 있을 때의 固有角振動數를 구하는 식을 提案하였다. Timoshenko⁷⁾ 등은 軸荷重을 받는 兩端 힌지 等斷面 보에 대하여 $\omega_1 = (i\pi/\ell)^2 [(EI/\rho A)(1 + N\ell^2/i^2 EI\pi^2)]^{1/2}$ 의 固有角振動數를 구하는 식을 誘導하였다. Gorman⁸⁾은 固定-힌지, 固定-固定인 端部條件을 갖는 等斷面 보의 固有振動數와 軸荷重 사이의 關係에 대하여 論하였다. Lee¹¹⁾ 등은 變斷面 보의 面內 自由振動을 支配하는 微分方程式을 誘導하고 이를 數值 解析함으로써 多様な 諸元을 갖는 變斷面 보의 自由振動 特性을 糾明하였으며, 그 結果의 考察로부터 回歸分析을 통하여 固有振動數를 간단히 算定할 수 있는 固有振動數方程式의 推定에 대하여 言及하였다. Lee¹³⁾ 등은 文獻¹⁰⁾에서 언급된 固有振動數方程式 推定에 관한 研究를 擴張하여 多様な 斷面形狀과 端部條件을 갖는 變斷面 보의 固有振動數를 간단히 算定할 수 있는 식들을 提案하였으며, 실제의 조건을 適用하여 構造解析用 汎用프로그램인 SAP80과의 檢證을 통하여 推定된 固有振動數方程式이 工學적으로 利用될 수 있도록 하였다.

本 論文은 軸引張力이 作用하는 變斷面 보의 自由振動을 支配하는 無次元 微分方程式을 誘導하고 文獻^{9~11)} 등에서 그 적용성이 立證된 Ru-

nge-Kutta method와 行列값 探查法을 이용하여 數值解析함으로써 軸引張力이 作用하는 變斷面 보의 自由振動 特性을 糾明하는 데 研究目的이 있다.

本 研究의 基本假定은 다음과 같다.

- ① 微分方程式의 誘導는 微少차짐理論에 의한 다.
- ② 自由振動의 變位는 橫方向 變位만을 考慮한다.
- ③ 보의 材料는 線形彈性體이다.
- ④ 軸荷重 作用時 보의 軸은 非擴張性(inextensibility)이다.
- ⑤ 보의 自由振動은 非減衰 調和振動으로 假定한다.

II. 보의 變斷面

本 研究에서 보의 斷面은 일반적으로 널리 利用되고 있는 Fig. 1과 같이 斷面의 諸元이 直線的으로 變化하는 變斷面을 採擇한다. Fig. 1에서 보의 길이를 ℓ , 左端의 斷面積과 斷面2次모멘트를 각각 A_a, I_a , 右端의 斷面積과 斷面2次모멘트를 각각 A_b, I_b 라 한다. 이 때 보의 任意點 x에서의 斷面積 A_x 및 斷面2次모멘트 I_x 는 각각 다음 식과 같이 表示된다.

$$A_x = A_a [1 + (k-1)x/\ell]^m \dots\dots\dots(1)$$

$$I_x = I_a [1 + (k-1)x/\ell]^n \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{여기서, } k = d_b/d_a \dots\dots\dots(3)$$

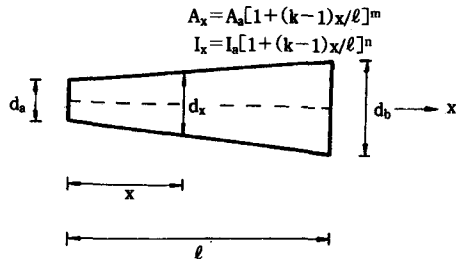


Fig. 1. Tapered beam

(1), (2)식에서 k는 (3)식에 나타낸 바와 같이 보의 右端과 左端의 斷面의 諸元을 나타내는 d_b 와 d_a 의 無次元比이며 이로부터 變斷面의 幾何學의 形狀이 決定된다. 또한 m, n은 斷面의 形狀에 따라 決定되는 斷面形狀係數이다.

(1), (2)식의 變斷面 式은 어떠한 斷面形狀에도 適用할 수 있으나, 本 研究에서는 Fig. 2에서와 같이 3가지 斷面形狀을 適用한다.

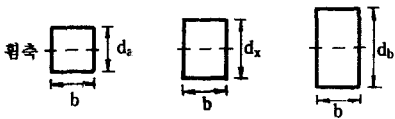
Fig. 2에서와 같이 斷面의 變化諸元을 d_x 라 하면 이 d_x 는 直線의 變換하므로 보의 任意點 x에서 d_x 는 다음 식과 같이 表示된다.

$$d_x = d_a [1 + (k-1)x/\ell] \dots\dots\dots (4)$$

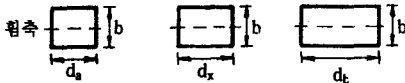
(1), (2)식의 斷面形狀係數 m, n은 斷面形狀에 따라 다음과 같이 決定된다.

① 變化높이 矩形斷面

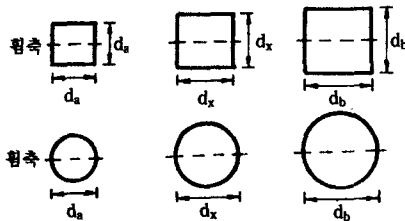
Fig. 2(a)와 같이 均一幅 b, 變化높이 d_x 를 갖는 矩形斷面 보의 任意點 x에서의 斷面積 A_x , 斷面2次모멘트 I_x 는 (4)식을 이용하면 다음 식과 같이 表示된다.



(a) 變化높이 矩形斷面(m=1, n=3)



(b) 變化幅 矩形斷面(m=1, n=1)



(c) 正方形斷面/圓形斷面(m=2, n=4)

Fig. 2. Cross sectional shapes

$$\begin{aligned} A_x &= b \cdot d_x \\ &= b \cdot d_a [1 + (k-1)x/\ell] \\ &= A_a [1 + (k-1)x/\ell] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{bd_x^3}{12} \\ &= \frac{bd_a^3}{12} [1 + (k-1)x/\ell]^3 \\ &= I_a [1 + (k-1)x/\ell]^3 \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

(1), (2)식과 (5), (6)식을 比較하면 다음과 같이 斷面形狀係數 m, n을 구할 수 있다.

$$m = 1 \dots\dots\dots (7)$$

$$n = 3 \dots\dots\dots (8)$$

위와 같은 方法으로 變化幅 矩形斷面과 正方形斷面/圓形斷面인 경우의 斷面形狀 係數 m, n을 決定하면 다음과 같다.

② 變化幅 矩形斷面

$$m = 1 \dots\dots\dots (9)$$

$$n = 1 \dots\dots\dots (10)$$

③ 正方形斷面/圓形斷面

$$m = 2 \dots\dots\dots (11)$$

$$n = 4 \dots\dots\dots (12)$$

III. 數學的 模型

Fig. 3은 軸引張力を 받는 보의 自由振動하는 動的모드를 나타낸 것이다. 本 研究에서 보의 自由振動은 Fig. 3과 같이 調和振動을 한다고 假定한다¹⁴⁾. 이 때 보에 發生하는 橫方向 變位の 調和振動式은 다음 식과 같이 表示된다.

$$w(x, t) = w_x \sin(\omega t) \dots\dots\dots (13)$$

위 식에서 w_x 는 調和振動의 振幅으로 x만의 函數이며, ω 는 固有角振動數, t는 時間이다.

軸引張力を 받는 보가 面內에서 自由振動하게

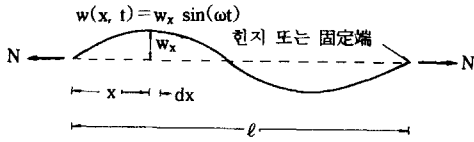


Fig. 3. Vibration mode of beam under tensile axial force

되면 보의 微少斷面에는 Fig. 4와 같이 變位에 의한 剪斷力 V 및 휨모멘트 M의 合應力이 發生하고, 質量을 갖는 部材의 微少要素에는 慣性力 F_i 가 作用하게 된다. 또한 端部에 作用하는 軸引張力에 의해 보의 微少要素에는 軸引張力이 N이 作用한다.

Fig. 4에서 微少要素에 作用하는 힘 사이의 動的 平衡方程式은 다음과 같다¹⁵⁾.

$$V + N \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + F_i = 0 \quad (15)$$

(15)식에서 慣性力 F_i 는 다음 (16)식과 같으며, 要素의 모멘트-曲率 關係는 다음 (17)식과 같다.

$$F_i = \rho A_x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (16)$$

$$M = EI_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (17)$$

(16)식에서 ρ 는 보 材料의 單位體積當 質量을 나타낸다.

(17)식으로 부터 $\partial M/\partial x$ 을 구하여 (14)식에 代入하고 이로 부터 $\partial V/\partial x$ 를 구하면 다음 식과 같다.

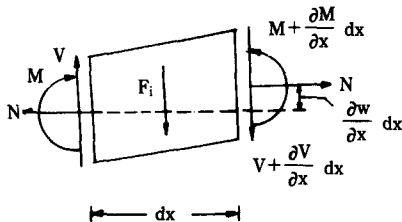


Fig. 4. Loads on a beam element

$$\frac{\partial V}{\partial x} = E \frac{d^2 I_x}{dx^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2E \frac{dI_x}{dx} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + EI_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (18)$$

(15)식에 (16), (18)식을 代入하면 다음 식을 얻을 수 있으며 이는 軸引張力이 作用하는 變斷面 보의 自由振動을 支配하는 偏微分方程式이다.

$$E \frac{d^2 I_x}{dx^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2E \frac{dI_x}{dx} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + EI_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A_x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (19)$$

(2)식으로 부터 dI_x/dx , $d^2 I_x/dx^2$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{dI_x}{dx} = \frac{nI_a(k-1)}{\ell} [1 + (k-1)x/\ell]^{n-1} \quad (20)$$

$$\frac{d^2 I_x}{dx^2} = \frac{n(n-1)I_a(k-1)^2}{\ell^2} [1 + (k-1)x/\ell]^{n-2} \quad (21)$$

微分方程式을 無次元으로 誘導하기 위하여 보의 橫方向 座標 x 및 橫方向 變位の 振幅 w_x 를 보의 길이 ℓ 로 正規化하면 다음 식들과 같다.

$$\xi = x/\ell \quad (22)$$

$$\eta = w_x/\ell \quad (23)$$

다음으로 (19)식에 (1), (2), (20), (21)식 및 (13)식으로 부터 $\partial^2 w/\partial x^2$, $\partial^3 w/\partial x^3$, $\partial^4 w/\partial x^4$, $\partial^2 w/\partial t^2$ 를 구하여 代入하고, 양변을 $\sin(\omega t)$ 로 나누고 (22), (23)식의 無次元 變數들을 이용하면 다음과 같은 軸引張力을 받는 變斷面 보의 自由振動을 支配하는 無次元 微分方程式이 誘導된다.

$$d^4 \eta/d\xi^4 = -2n(k-1)[1 + (k-1)\xi]^{-1} d^3 \eta/d\xi^3 - \{n(n-1)(k-1)^2 [1 + (k-1)\xi]^{-2} - \bar{N} [1 + (k-1)\xi]^{-n}\} d^2 \eta/d\xi^2 + C_1^2 [1 + (k-1)\xi]^{m-n} \eta \quad (24)$$

윗 식에서 \bar{N} 는 無次元 軸引張力으로 (25)식과 같으며, C_i 는 無次元 固有振動數로 (26)식과 같고 i 는 모드(mode)數이다.

$$\bar{N} = \frac{N\ell^2}{EI_a} \dots\dots\dots(25)$$

$$C_i = \omega_i \ell^2 (\rho A_a / EI_a)^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \dots\dots(26)$$

(24)식의 微分方程式에서 $\bar{N}[1 + (k-1)\xi]^{-n} d^2\eta/d\xi^2$ 항은 變斷面 보에 軸引張力이 作用하는 境遇에 生成되는 항이며, 이 항을 無視하면 이미 第1著者 等에 의해 文獻[11]에 發表된 軸引張力を 考慮하지 않은 境遇의 變斷面 보의 自由振動을 支配하는 微分方程式과 같게 됨을 알 수 있다.

(24)식의 微分方程式을 數值解析하기 위하여 境界條件을 誘導하면 다음과 같다.

먼저 hinge端에서 橫方向 變位 w 및 휨모멘트 M 이 "0"이므로 (22), (23)식의 無次元 變數들을 이용하면 다음과 같이 無次元 境界條件으로 誘導된다.

$$\eta = 0, \quad \xi = 0 \text{ 또는 } \xi = 1 \text{에서} \dots\dots\dots(27)$$

$$d^2\eta/d\xi^2 = 0, \quad \xi = 0 \text{ 또는 } \xi = 1 \text{에서} \dots\dots(28)$$

固定端에서는 橫方向 變位 w 및 回轉角이 "0"이므로 (22), (23)식의 無次元 變數들을 이용하면 다음과 같이 無次元 境界條件이 誘導된다.

$$\eta = 0, \quad \xi = 0 \text{ 또는 } \xi = 1 \text{에서} \dots\dots\dots(29)$$

$$d\eta/d\xi = 0, \quad \xi = 0 \text{ 또는 } \xi = 1 \text{에서} \dots\dots\dots(30)$$

以上에서 (24)식은 軸引張力を 받는 變斷面 보의 自由振動을 支配하는 無次元 微分方程式이며, hinge端의 境界條件은 (27), (28)식, 固定端의 境界條件은 (29), (30)식과 같다.

IV. 數值解析 方法 및 數值解의 檢證

微分方程式 (24)식의 嚴密解는 存在하지 않으므로 數值解析法에 의하여 數值解를 구하여야

한다. (24)식의 微分方程式에는 未知의 無次元 固有振動數 C_i 項이 包含되어 있으므로 이 C_i 값을 假定하여 먼저 微分方程式에 代入한 후에 微分方程式의 數值積分을 施行한다. 微分方程式의 數值積分 問題는 初期值問題이므로 보左端($\xi = 0$)의 境界條件(hinge 또는 固定)을 이용하여 數值積分을 시행하고 앞에서 假定한 C_i 값이 自由振動의 固有值인지는 右端($\xi = 1$)의 境界條件의 滿足與否로 判斷한다.

本 研究에서 微分方程式의 數值積分은 Runge-Kutta Method를 이용하였고, 固有值 C_i 값은 行列값 探查法(Determinant Search Method)을 이용하여 찾았다^{9~11,16}. 本 研究에서 誘導한 (24)식의 無次元 微分方程式을 Runge-Kutta Method에 適用하기 위해서는 먼저 이를 1계 미분방정식으로 變換시켜야 한다. 이를 위해 $\eta' = \eta A$, $\eta'' = \eta A' = \eta B$, $\eta''' = \eta A'' = \eta B' = \eta C$ 의 기호를 사용하면 (24)식의 微分方程式은 다음과 같이 Runge-Kutta Method로 定式化된 4개의 1계 미분방정식으로 쓸 수 있다.

$$\eta' = \eta A \dots\dots\dots(31)$$

$$\eta A' = \eta B \dots\dots\dots(32)$$

$$\eta B' = \eta C \dots\dots\dots(33)$$

$$\eta C' = -2n(k-1)[1 + (k-1)\xi]^{-1} \eta C - \{n(n-1)(k-1)^2[1 + (k-1)\xi]^{-2} - \bar{N}[1 + (k-1)\xi]^{-n}\} \eta B + C_i^2[1 + (k-1)\xi]^{m-n} \eta \dots\dots\dots(34)$$

(31)~(34)식은 (24)식의 微分方程式을 數值積分하기 위하여 1계 미분방정식의 聯立方程式으로 變換한 것이며, 以上の 數值解析法을 보의 端部條件, 斷面比 k , 斷面形狀係數 m , n , 無次元 軸引張力 \bar{N} 를 入力하면 無次元 固有振動數 C_i 및 橫方向 變位の 振動形이 出力되도록 프로그램하였다.

本 研究의 數值解析 結果를 檢證하기 위하여 Table-1에 文獻^{5,7}과 比較하였다. Table-1에서의

Table-1. 他文獻과의 結果 比較(k=1)

| 端部 및 荷重條件 | 比較文獻 | 無次元 固有振動數, C_i | | | |
|------------------------|--------|------------------|--------|--------|--------|
| | | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 |
| 힌지-힌지 $\bar{N}=100$ | 本 研究 | 32.930 | 74.205 | 129.51 | 201.81 |
| | 文獻 [7] | 32.930 | 74.205 | 129.51 | 201.81 |
| 힌지-固定 $\bar{N}=200$ | 本 研究 | 48.983 | 104.61 | 171.98 | 254.35 |
| | 文獻 [5] | 49.701 | 105.84 | 175.14 | 257.96 |
| 固定-固定 $\bar{N}=400$ | 本 研究 | 70.672 | 147.92 | 231.24 | 328.63 |
| | 文獻 [5] | 71.081 | 146.33 | 233.21 | 333.12 |

Table-2. 斷面形狀이 無次元 固有振動數에 미치는 影響($\bar{N}=100, k=3.0$)

| 端部條件 | 斷面形狀 | | 無次元 固有振動數, C_i | | | |
|-------|------|---|------------------|--------|--------|--------|
| | m | n | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 |
| 힌지-힌지 | 1 | 3 | 29.325 | 89.820 | 183.99 | 313.88 |
| | 1 | 1 | 24.299 | 60.372 | 112.66 | 183.20 |
| | 2 | 4 | 24.019 | 85.497 | 180.03 | 310.18 |
| 힌지-固定 | 1 | 3 | 43.457 | 112.54 | 215.76 | 354.84 |
| | 1 | 1 | 29.639 | 70.540 | 127.75 | 203.30 |
| | 2 | 4 | 42.001 | 110.75 | 214.03 | 353.20 |
| 固定-固定 | 1 | 3 | 49.778 | 126.96 | 239.30 | 387.73 |
| | 1 | 1 | 32.995 | 78.101 | 140.18 | 220.81 |
| | 2 | 4 | 47.610 | 123.87 | 235.88 | 384.14 |

같이 本 研究의 結果와 他文獻들의 結果가 아주 優秀하게 接近하여 本 研究結果의 妥當性을 立證할 수 있다.

V. 數值解析 및 考察

Table-2는 變斷面 보에 軸引張力이 作用할 때 보의 斷面形狀이 固有振動數에 미치는 影響을 分析하기 위하여 軸引張力 \bar{N} 을 100, 斷面比 k 를 3.0으로 하고 각각의 端部條件別로 斷面形狀을 變化시키면서 數值解析한 結果이다. Table-2에서 알 수 있듯이 같은 條件을 갖는 대부분의 경우 無次元 固有振動數 C_i 값은 ($m=1, n=3$), ($m=2, n=4$), ($m=1, n=1$)의 斷面形狀의 順序로 큰 것을 알 수 있다. 그러나 Table-2에서 端部條件이 兩端힌지이고 斷面形狀이 ($m=1, n=1$), ($m=2, n=4$)인 경우에 있어서는 斷面

比에 따라 큰 荷重 例로서 $k=2$ 일때 $\bar{N}=60$, $k=3$ 일때 $\bar{N}=100$, $k=4$ 일때 $\bar{N}=160$, $k=5$ 일때 $\bar{N}=240$ 등에서는 ($m=1, n=1$)인 斷面이 ($m=2, n=4$)인 斷面보다 第1無次元 固有振動數가 더 크게 나타났다.

또한 Table-2로 부터 같은 條件인 경우 無次元 固有振動數 C_i 값은 固定-固定, 힌지-固定, 힌지-힌지의 端部條件 順序로 큰 것을 알 수 있다.

Fig. 5, 6, 7은 軸引張力 \bar{N} 가 無次元 固有振動數에 미치는 影響을 分析하기 위하여 斷面比 $k=1.5$ 이고 ($m=1, n=3$)인 斷面形狀에 대하여 端部條件別로 數值解析한 結果를 나타낸 것이다. Fig. 5, 6, 7에서 알 수 있듯이 軸引張力은 無次元 固有振動數를 增加시키는 要因으로 作用함을 알 수 있으며, 이는 軸引張力이 部材에 作用하는 경우 部材가 緊張되어 振動에 대한 剛性이 增加함으로써 나타나는 結果라고 思料

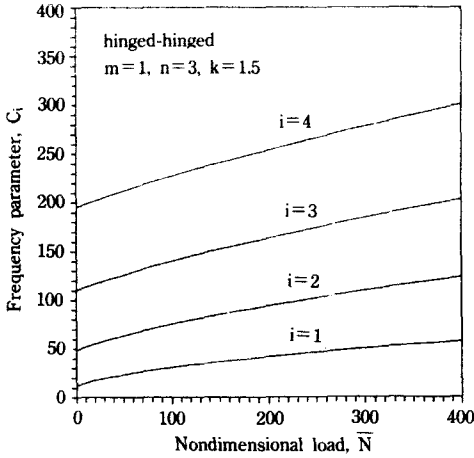


Fig. 5. The C_i vs. \bar{N} curves (hinged-hinged)

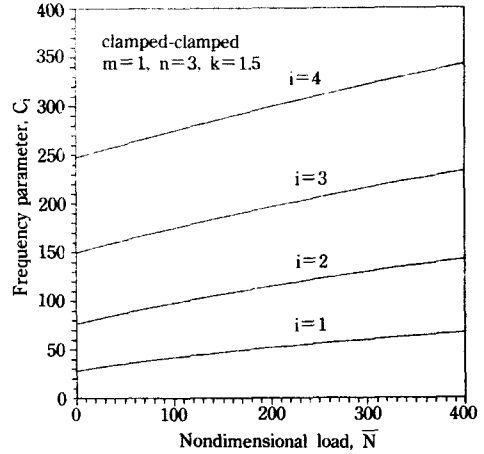


Fig. 7. The C_i vs. \bar{N} curves (clamped-clamped)

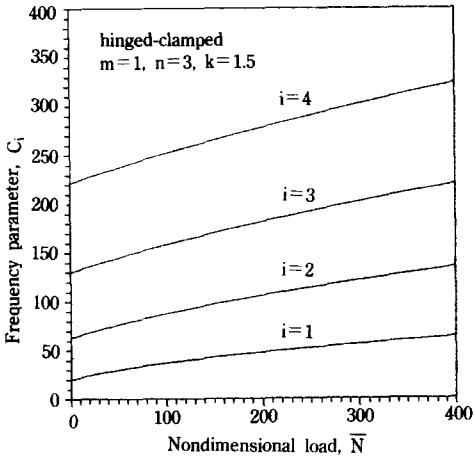


Fig. 6. The C_i vs. \bar{N} curves (hinged-clamped)

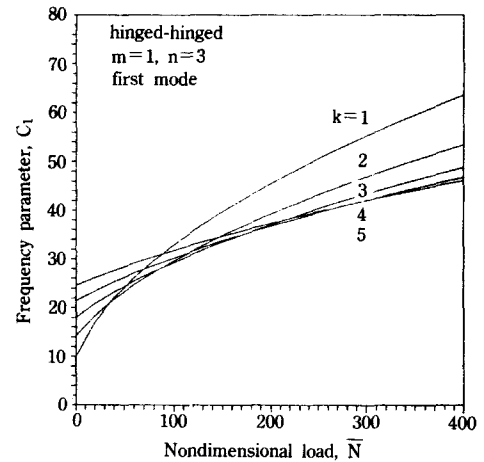


Fig. 8. The C_1 vs. \bar{N} for section ratio (hinged-hinged)

된다. 또한 Fig. 5, 6, 7에서 高次모드로 갈수록 軸引張력에 따른 無次元 固有振動數의 增加率이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 8, 9, 10은 軸引張력이 作用하는 變斷面 보에서 斷面比 k 에 따른 無次元 固有振動數를 比較하기 위하여 斷面比 k 를 1-5까지로 하고 ($m=1, n=3$)인 斷面形狀을 갖는 變斷面 보에 대해 端部條件別로 \bar{N} 를 變化시키면서 數值解析한 結果를 그림으로 나타낸 것이다. Fig. 8, 9, 10으로부터 軸引張력이 커지면 斷面比가 큰 경우는 작은 경우보다 軸引張力の 影響을 작게

받음을 알 수 있다. 또한 文獻[11]에서 軸引張력이 作用하지 않는 變斷面 보에서는 斷面比가 크면 無次元 固有振動數가 크다고 分析되었으나, Fig. 8로부터 軸引張력이 作用하는 變斷面 보에서는 斷面比가 큰 경우가 작은 경우보다 固有振動數가 작은 구간이 存在함을 알 수 있다.

參考로 $k=1.5, (m=1, n=3)$ 이고 端部條件이 hinge-固定인 變斷面 보에 軸引張력이 作用하지 않는 경우(點線)와 軸引張力 \bar{N} 가 400인 경우

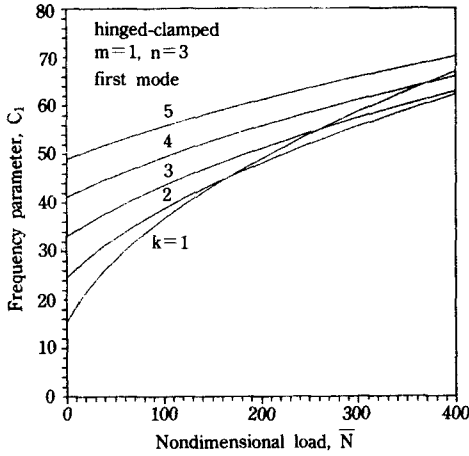


Fig. 9. The C_1 vs. \bar{N} curves for section ratio (hinged-clamped)

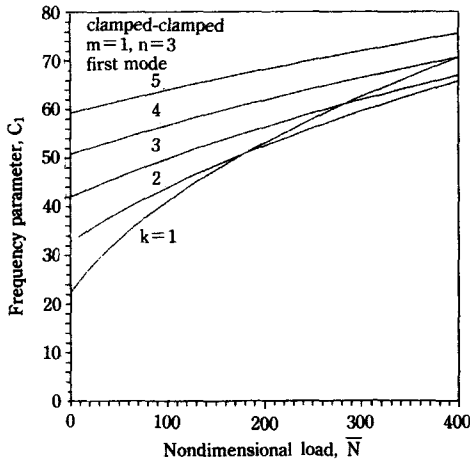


Fig. 10. The C_1 vs. \bar{N} curves for section ratio (clamped-clamped)

(實線)에 대한 振動形의 例를 Fig. 11에 나타냈으며, 여기서 C_{0i} 는 軸引張力이 作用하지 않는 경우의 無次元 固有振動數이다.

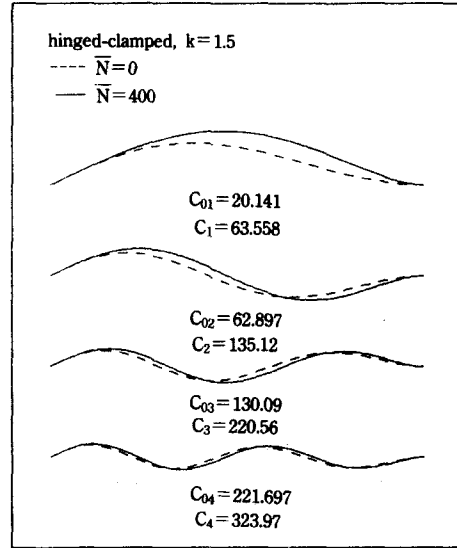


Fig. 11. Examples of mode shapes

VI. 結 論

이 論文은 軸引張力이 作用하는 變斷面 보의 面內 自由振動에 관한 研究로서 本 研究를 通하여 얻어진 結論은 다음과 같다.

1. 軸引張力이 作用하는 變斷面 보의 面內 自由振動을 支配하는 微分方程式을 誘導하였다.
2. 軸引張力은 固有振動數를 增加시키는 要因이다.
3. 軸引張力이 커지면 斷面比가 큰 경우는 작은 경우보다 軸引張力의 影響이 작아진다.
4. 軸引張力이 作用하는 變斷面 보는 斷面比가 큰 경우가 작은 경우보다 固有振動數가 더 작은 區間도 存在한다.

參 考 文 獻

1. Tseng, W. Y., 1969, Nonlinear Vibrations of Straight and Buckled Beams Under Harmonic Excitation, M. I. T., Aeroelastic and Structures Research Lab. Report TR 159-1, Air Force Office of Scientific Research, AFOSR

- 69-2157 TR.
2. Easley, J. G., 1964, Large Amplitude Vibration of Buckled Beams and Rectangular Plates, AIAA Journal, pp. 2207-2209.
 3. Dickinson, S. M., 1980, The Lateral Vibration of Slightly Bent Slender Beams Subject to Prescribed Axial End Displacement, Journal of Sound and Vibration, Vol. 68, No. 4, pp. 507-514.
 4. Bokaian, A., 1988, Natural Frequencies of Beams Under Compressive Axial Loads, Journal of Sound and Vibration, Vol. 126, pp. 49-65.
 5. Bokaian, A., 1990, Natural Frequencies of Beams Under Tensile Axial Loads, Journal of Sound and Vibration, Vol. 142, No. 3, pp. 49-65.
 6. Dym, C. L., 1974, Stability Theory and Its Applications to Structural Mechanics, Northhoff, Leyden Holland, pp. 97.
 7. Timoshenko, S., Young, D. H. and Weaver, W., 1974, Vibration Problems in Engineering, John Wiley, 4th edition, pp. 453-455.
 8. Gorman, D. J., 1975, Free Vibration Analysis of Beams and Shafts, John Wiley, pp. 359-381.
 9. Lee, B. K. and Wilson, J. F., 1990, Free Vibrations of Arches with Variable Curvature, Journal of Sound and Vibration, Vol. 136, No. 1, pp. 75-89.
 10. 李炳求, 吳相晉, 徐柱錫, 1990, 懸垂 曲線部材의 面內 自由振動 解析, 大韓土木學會 論文集, 第10卷 第3號, pp. 19-28.
 11. 李炳求, 吳相晉, 최규도, 1991, 變斷面 보의 自由振動 解析, 大韓土木學會 論文集 第11卷 第3號, pp. 37-46.
 12. 李炳求, 吳相晉, 牟正萬, 1991, 引張力의 影響을 考慮한 變斷面 보의 自由振動 解析, 韓國農工學會學術發表 概要集, pp. 135-138.
 13. 李炳求, 吳相晉, 牟正萬, 1991, 變斷面 보의 固有振動數 方程式 推定, 韓國騒音振動工學會 學術大會論文集, pp. 159-161.
 14. Biggs, J. M., 1982, Introduction to Structural Dynamics, McGraw-Hill, pp. 35-37.
 15. Clough, R. W. and Penzien, J., 1975, Dynamics of Structures, McGraw-Hill, pp. 294-297.
 16. Carnahan, B., Luther, H. A. and Wilkes, J. O., 1969, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, pp. 361-366.