

中學生의 信念體系가 數學的 問題解決 違行에 미치는 影響

권 세 화(서울 풍납중학교)
전 평 국(한국교원대학교)

본研究는 중학생들의 數學的 問題解決에 대한 信念과 態度, 문제 해결 수행 과정에서 나타나고 있는 誤概念을 서울의 중학교 3학년 학생 295명(남:145명, 여:150명)을 대상으로 조사하였다. 研究의 結果, 학생들의 문제, 解決에 대한 信念은 47%의 학생들이 문제를 보는 순간부터 自信感을 잃고 있었으며, 그 원인으로는 誤概念의 所在를 內的으로 들린 반면, 문제 解決을 쉽게 할 수 있다는 학생의 81.5%는 練習量에 있다고 하였다. 誤concept 조사에서 나타난 결과들은 학생들이 문제를 解決하려고 할 때 문제의 내용에 포함된 기본적인 수학적 概念(특히 용어에 대한 定義)을 정확하게 理解하지 못하는 데에서부터 비롯되고 있었다.

수학적 문제 解決은 認知的 思考過程과 情意的 特性이 結合된 狀態에서 행하여진다. 다시 말하면 학생들이 어떤 수학적인 문제에 接했을 때 이를 解決하기 위한 그들의 행동은 問題의 表象, 문제의 解決방법을 찾는 것과 같은 認知的 過程에 의해서만決定되지는 않는다. 그들의 행동은 그 문제로부터 知覺된 그들의 感情(情緒狀態), 態度, 信念 등과 같은 여러 종류의 情意的 特性에 의하여 영향을 받을 수 있다(전평국, 1991).

특히 정의적인 영역에서 信念은 문제 解solution에 커다란 영향을 미치는데, 수학 문제는 풀리기만 한다면 모두 10분 이내에 解solution할 수 있다는 信念을 갖고 있는 사람은 그 결과 10분 이내에 문제를 풀지 못하면 포기해 버린다. 천재만이 수학을 發見하거나 創造할 수 있다는 信念을 갖고 있는 사람은 어떤 것을 잊어 버렸을 때 자기는 천재가 아니므로 스스로 그것을 誘導해 낼 수 없다고 생각한다(Schoenfeld, 1985).

Husen(1967)은 학생들이 수학을 학습하는 동안에 그 과목에 대해서 싫증을 느낀다면 그 학생은 더 이상 그 학습에 成功할 수 없을 것이라

고 한다. Schofield (1981)는 학생들의 바람직한 認知的인 결과를 촉진시키기 위해서는 수학에 대한 好意的인 態度와 같은 바람직한 情意的인 결과를 우선적으로 촉진하는 것에 달려 있다고 하였다.

Lesh는 많은 중학생들이 수학은 實生活 문제를 解solution하는데 있어서 적용할 수 있다는 것을 믿지 않는다고 하였고, Carpenter는 중학생과 고등학생들의 일반적인 信念은 어떤 수학 문제를 解solution하기 위해서는 항상 한 가지의 올바른 방법과 그에 따르는 規則이 있으며 수학은 거의 암기해야 한다고 믿고 있다(전평국, 1991).

이와같이 信念은 학생들이 문제에 直面했을 때 肯定的인 態度나 否定的인 態度 또는 硬直된 態度 등으로 나타나는데, 이같은 태도는 문제 解solution에 많은 영향을 미친다. 따라서 본 연구는 수학적 문제 解solution에 대한 우리나라 중학생들의 信念과 態度를 조사하고, 信念體系가 수학적 문제 解solution에 미치는 영향과 誤concept을 분석함으로써, 문제 解solution 능력을 향상시키기 위한 연구의 기초 자료를 제공하는데 그目的이 있으며, 연구문제는 다음과 같다.

* 이 논문은 첫번째 저자의 1993년도 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문을 요약한 것임

- (1) 中學生들의 수학적 문제 해결에 대한 信念은 어떠한가?
- (2) 수학적 문제 해결에 대한 信念에 따른 慮度는 어떠한가?
- (3) 수학에 대한 信念體系가 문제 해결 遷行에 미치는 影響은 어떠한가?
- (4) 수학적 문제 해결 遷行에 나타나고 있는 誤概念은 어떠한가?

研究 方法 및 節次

A. 研究 對象

본 연구의 對象은 서울시의 강동 교육청 관내 37개 중학교 중에서 중학교 3학년을 대상으로 교육 환경 및 학력 수준, 가정 환경 등을 上, 中, 下로 구별하여 그에 해당하는 학교 중 3개 학교를 對象으로 6개 학급 남학생 145명, 여학생 150명 총 295명을 표집하였다.

B. 檢查 道具

본 연구에서 실시된 檢查는 信念體系 調査, 問題解決力 檢査, 慮度 調査로서 모두 한 페이지에 수록하였다. 한 페이지당 檢查 内容 構成 體制는 먼저 문제 하나를 제시한 뒤, 그 문제에 대하여 갖고 있는 信念體系를 조사하기 위한 5개 문항을 설정하고, 수학적 문제 해결 수행에 미치는 영향과 誤概念을 조사하기 위한 문제 풀이 과정을 두었으며, 주어진 문제를 풀고 난뒤의 慮度를 조사하기 위한 8개 問項 順으로 설정하였다. 이와 같은 문제를 중학교 수학의 5개 영역에서 각각 2문제씩 선정하여 총 10문제로 構成하였다. 測定 道具에서 사용된 문항들은豫備検査를 통하여 본 연구자가 제작하였다.

1) 問題 解決力 檢査

問題 解決力 檢査는 현행 5차 교육과정의 5개 영역(수와 연산, 방정식과 부등식, 함수, 통계, 도형)별로 각각 2문제씩 추출하여 총 10문제로構成하였다. 문제의 선정은 객관도와 타당도를

높이기 위하여 교육부에서 검인정하여 현재 각 학교에서 사용 중인 5종 교과서에 나오는 文章題 문제 중에서 각 교과서에서 공통적으로 다루고 있는 문제나 유사한 문제를 수정없이 그대로 택하였다. 문제의 제시 형태는 誤概念을 알아보기 위하여 主觀式 형태로 제시하였다. 문제의 난이 수준은 교과서에 출제된 文章題 問題中 중간 수준으로 하였다.

2) 信念體系 調査

信念體系 調査는 수학 문제 10개의 각 문제에 대하여 학생들이 갖고 있는 信念을 조사하기 위하여, 제시된 문제를 읽은 직후, 그 문제에 대하여 동일한 문제 또는 비슷한 문제를 풀어본 經驗이 있는 경우와 없는 경우로 나누어, 經驗이 있는 경우도 풀이 방법을 記憶하고 있는지 없는지를 구별하고, 각 경우에 대해 문제 풀이에 대한 自信感의 有無를 결합시켜 3개 문항을 만들었다. 문제를 풀어본 經驗이 없는 경우도 노력하면 풀 수 있다와 없다는 自信感의 有無를 구별하여, 2개 문항을 만들어 총 5개 문항으로 제작하였다.

3) 慮度 調査

문제를 풀고 난 뒤의 慮度 調査로서는 문제를 푸는데 자신이 있는 경우와 없는 경우로 구별한 뒤, 자신이 있는 경우는 그 原因을 문제를 푸는 짓이 재미가 있어 많이 풀어 보았는지, 재미는 없지만 중요한 교과라고 생각하여 많이 풀어 보았는지, 다른 사람들에게서 칭찬을 받아 많이 풀어보았는지, 많이 풀어 보지는 않았지만 스스로 수학을 잘한다고 믿고 있는 경우로 나누어 4개 문항을 만들었다.

자신이 없는 경우는 평소에 문제를 많이 풀어 본 경우와 풀어보지 않은 경우로 나누었으며, 자신이 없는 原因으로 문제 푸는 방법을 잘 記憶하지 못하는 경우와 시험을 보면 불안하여 틀리기 쉬운 경우, 잘 못한다고 다른 사람으로부터 편찬을 듣는 경우와 스스로 잘 못한다고 생각하는 등 踏因의 所在가 內的인가 外的인가로 구별하여 4개 문항을 만들었다.

C. 자료의 수집

1) 事前 調査와豫備 檢査

事前 調査는 P중학교 3학년 2개 학급(106명)을 선정하여 問題 解決에 관하여 학생들이 갖고 있는 信念과 態度를 조사하기 위하여 실시하였다. 이를 바탕으로 가장 많이 기술된 내용을 체계적으로 분석하여 예비검사 문항을 작성하였다.

豫備 檢査는 본검사에 투입될 문항의 타당성을 확인하고, 本検査를 실시하기 위한 적절한 시간 측정, 사용된 용어, 배열상의 문제점 등을 알아보는데 目的을 두고, P중학교 3학년 9반을 임의 선정하여 45분간 실시하였다.

실시 방법은 주어진 문제를 읽은 후 信念을 調査하였으며, 문제 풀이 과정을 불펜을 사용하여 풀기한 뒤, 풀이 過程을 檢査하여 誤概念을 調査하였다. 그리고 주어진 문제를 해결한 뒤, 자기의 느낌을 나타내도록 하여 態度 調査를 하였다.

豫備 檢査를 실시한 결과 나타난 문제점은 검사 시간의 부족, 檢査 방법의 이해 부족에 따른 表記 방법의 오류 발생, 일부 학생의 검사에 임하는 성실성의 결여, 응답자가 거의 없는 일부 檢査 間項의 不適當이었다. 이와 같은 문제점을 보완하여 최종적인 본 檢査 間項을 제작하였다.

2) 本 檢査

본 검사는 새로 작성된 檢査 문항으로 55분간 실시하였다. 문제 해결하는데 있어서 자신이 없는 학생들이 쉽게 포기하고 白紙 答案紙를 내는 경우는 그 학생들이 갖고 있는 誤概念은 조사하기가 거의 不可能하므로 풀이과정이 完全하지 못하거나, 해결방법은 올바른데 풀이과정에서의 실수로 正答이 틀린 경우에도 점수를 얻을 수 있음을 주지시켜 최선을 다해 풀도록 유도하였다. 검사 방법의 理解 不足에 따른 표기 방법의 오류는 본 연구자가 標準된 학급의 담임 선생님에게 사례별로 자세히 설명을 한 뒤, 담임 선생님의 협조하에 檢査 方法을 충분히 설명하게 한

뒤, 7월 1일부터 7월 10일 사이에 실시하였다.

D. 資料의 分析

研究 問題 1), 2), 3)의 분석 방법은 응답자의 빈도수에 의한 백분율(%)로 통계 처리를 하였으며, 研究 問題 4)는 문제를 해결하기 위한 문제 풀이 過程을 분석하여 誤概念을 類型別로 조사하였다.

結果 및 論 證

A. 結 果

1. 중학생들의 수학적 問題解決에 대한 信念은 어떠한가?

학생들의 信念은 數學의 領域에 관계 없이 거의 비슷하게 나타나고 있는데, 공통된 특징은 問題를 解決할 수 있건 없건 간에 83.86%의 학생들이 문제 해결을 經驗에 따른 記憶에 의존하려는 경향이 뚜렷했으며, 問題 解決에 대한 信念은 풀 수 있다는 학생이 52.95%, 풀 수 없다는 학생이 47.05%로 兩極化 현상을 나타내어 학생들의 半 정도가 문제를 解決하기 전부터 自信感을 잃고 있었다.

2. 수학적 問題解決에 대한 信念에 따른 態度는 어떠한가?

제시된 문제에 대하여 긍정적인 信念을 갖고 있는 학생은 態度도 적극적이고 이미同一한 문제 또는 비슷한 문제를 재미가 있어 많이 풀어보았다는 학생이 55.9%, 재미는 없지만 많이 풀었다는 학생이 25.6%로 전체의 81.5%로 대부분이 상당한 自信感을 갖고 있었다.

문제를 풀어본 經驗은 있으나 푸는 方法이 즉각 생각나지 않지만 努力하면 풀 수 있다는 信念을 가진 학생은 문제를 해결하고 난 뒤의 態度로 처음의 肯定的인 信念에 비해 自信이 없다는 否定的인 態度를 보였으며, 그 원인으로 풀이 방법을 記憶을 못하기 때문으로 들리고 있는 학생이 52.9%로 半 上이 차지하였으며, 문제를 풀고 난 후의 態度로 73.0%가 자신이 없다는 態

度를 보여 문제 해결을 經驗에 의한 記憶에 의존하려는 경향이 뚜렷했다.

類似 문제를 풀어본 經驗이 전혀 없으나 努力하면 풀 수 있다는 매우 긍정적인 信念을 갖고 있었던 학생도 問題 解決 思考 過程을 겪고 난 뒤의 態度는 풀이 방법을 記憶하지 못해서 자신이 없다는 학생이 31.2%, 시험을 보면 항상 성적이 좋지 못해서 자신이 없다는 학생이 13.2%, 편찬을 받아 많이 풀어보지 않아서 자신이 없다는 학생이 12.2%, 평소에 수학을 잘 못한다는 信念이 강해 많이 풀어보지 않아서 자신이 없다는 학생이 16.1%로 약 72.7%가 자신이 없다는 態度를 나타내어 문제 해결에 필요한 다양한 思考力 培養이 시급함을 알 수 있었다.

수학 문제 해결을 항상 記憶에 의존하여 해결한다는 信念을 가진 학생은 어떤 문제에 부딪혔을 때 풀이 방법을 記憶하지 못해서 문제를 풀 자신이 없다는 학생이 59.4%로 나타났으며, 평소에 수학을 잘 못한다는 信念을 갖고 있어서 자신이 없다는 학생이 21.4%가 되는 등 97%의 학생이 스스로 問題 解決 方法을 찾으려 하지 않고 쉽게 포기하는 등 自信感이 없다는 부정적인 態度를 보였다.

처음부터 문제 해결에 대해 經驗이 없어 풀 수 없다는 信念을 가진 학생은 문제를 대할 때 무기력한 態度로 쉽게 포기하며 自信感 없는 態度를 보였다.

3. 수학에 대한 信念 體系가 問題 解決 遷行에 미치는 影響은 어떠한가?

제시된 문제와同一한 문제 또는 類似한 문제를 풀어본 經驗이 있고 풀이 방법을 記憶하고 있어 자신이 있다는 信念을 갖고 있는 학생들은 올바른 풀이 過程으로 正答을 도출한 경우가 66.1%로 問題 解決 遷行 能力이 비교적 높았다.

제시된 문제와同一한 문제 또는 類似한 문제를 문 經驗은 있으나 푸는 방법이 즉각 생각나

지 않지만 努力하면 풀 수 있다는 信念을 가진 학생들은 正答을 도출해낸 경우(33.8%)보다 풀이 과정이 틀리거나 內容 자체를 잘 理解하지 못하는 경우(66.2%)가 훨씬 많아 다양한 問題 解決 能力 신장이 요망되었다.

제시된 문제와同一한 문제 또는 類似한 문제를 풀 經驗이 전혀 없으나 努力하면 풀 수 있다는 긍정적인 信念을 가진 학생도 올바른 풀이 과정으로 正答을 도출해낸 경우가 26.4%에 불과해 問題 解決 能力은 낮은 편이었다.

제시된 문제와同一한 문제 또는 類似한 문제를 풀어본 經驗은 있으나 푸는 方法이 즉각 생각나지 않기 때문에 풀 수 없을 것 같다는 부정적인 信念을 가진 학생들은 올바른 풀이 과정으로 正答을 도출해낸 경우가 12.2%로 問題 解決 遷行 能力은 매우 낮았다.

제시된 문제와同一한 문제 또는 類似한 문제를 풀어본 經驗이 전혀 없기 때문에 처음부터 풀 수 없다는 信念을 가진 학생들은 매우 소극적으로 문제 해결에 임했으며, 91.1%가 문제를 해결하지 못하는 등 問題 解決 遷行 能力이 매우 낮았다.

4. 수학적 問題 解決 遷行에 나타나고 있는 誤概念은 어떠한가?

문제 1. 눈금 사이의 길이가 1 cm인 자로 어떤 학생의 키를 재어 근사값 160 cm를 얻었다.

- (1) 이 근사값의 유효숫자를 말하여라.
- (2) 참값 a의 범위와 오차의 한계를 구하여라.

(1) 유효숫자

유효숫자에 관해서는 27.8%가 정답을 나타냈으나 28.1%가 무응답, 44.1%가 오답자였다. 오답자들이 보인 誤概念을 類型別로 보면 (가) 유효숫자(1, 6, 0)와 수(160)를 구별하지 못하는 경우가 36.2%로 가장 많았으며, (나) 일의 자리의 수 0을 유효숫자로 보지 않고 1, 6만을 유효숫자로 보려는 경우가 25.4%, (다) 유효숫자와 오

차의 한계를 혼동하는 경우가 11.6%, (라) 기타가 26.8%로 나타났다.

(2) 참값의 범위와 오차의限制

참값의 범위와 오차의限制는 유효숫자를 몇 자리의 수까지 보느냐에 따라 참값의 범위와 오차의限制에 대한誤概念이 나타났는데 오차의 한계에 대한誤concept을 알아보면 (가) 참값의 범위를 잘못 구해 오차의 한계가 틀린 경우가 72.3%, (나) 오차의限制를 구하는 방법을 몰라 참값의 범위의 큰수에서 작은수를 빼는 경우가 16.2%, (다) 오차의 개념을 모르는 경우가 11.5%로 나타났다.

문제 2. A, B 두 지점 사이에 고개 P가 있는데, A에서 P를 거쳐 B까지의 거리는 11 km이다. A에서 고개 P까지 올라갈 때에는 시속 3 km, 고개 P에서 B까지 내려갈 때에는 시속 5 km로 걸어서 3시간 걸렸다. A에서 P까지, P에서 B까지의 거리를 각각 구하여라.

연립방정식에 관한 문제의 정답자는 35.6%였으며, 9.5%가 무응답, 54.9%가 오답자였다. 오답자들이 보인誤concept을 유형별로 보면 (가) 두 지점 사이의 거리의 합을 式으로 나타내지 못하는 경우가 24.5%, (나) 속력과 걸린 시간과의 관계를 잘 못 이용하여 式을 세운 경우가 70.5%, (다) 연립 方程式의 풀이과정의 오개념이 5.0%로 나타났다.

문제 3. 어떤 공장의 제품 중에서 불량품이 총 생산품의 1%를 차지한다고 한다. 합격품 한 개에 30원의 이익을 얻고, 불량품 한 개에 200 원의 손해가 난다면, 이 공장의 제품 한 개에 대한 이익의 기대값은 얼마인가?

기대값에 관한 문제의 정답자는 36.3%였으며, 13.9%가 무응답, 49.8%가 오답자였다. 오답자들이 보인誤concept을 유형별로 보면 (가) 확률의 개념을 모르는 경우가 12.4%, (나) 기대값 구하는 방법을 모르는 경우가 32.5%, (다) 기타 꼽셈이나 덧셈의 계산 착오도 무려 55.1%나 되었

다.

문제 4. 1인당 500원씩인 축구 경기 입장 요금을 45명 이상의 단체에 대해서는 3할 할인해 준다고 한다. 몇 명 이상이면 45명의 단체요금을 주고 입장하는 것이 유리한가?

일차 不等式에 관한 문제는 의외로 정답자가 8.8%에 불과했으며, 17.6%가 무응답, 73.6%가 오답자였다. 오답자들이 보인誤concept을 유형별로 보면 (가) 단체요금의 할인에 대한 개념을 모르는 경우가 28.7%, (나) 문제의 뜻에 맞는不等式을 세우지 못하는 경우가 71.3%였다.

문제 5. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭지점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 할 때 $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ 임을 증명하여라.

닮음에 관한 문제의 정답자는 37.3%, 무응답이 6.4%, 오답자가 56.3%였다. 오답자들이 보인誤concept을 유형별로 살펴보면 (가) 角 A가 직각인 삼각형을 제대로 作圖하지 못하는 경우가 8.2%, (나) 점 A에서 변 BC에 수선의 발을 제대로 긋지 못하는 경우가 38.7%, (다) 닮음을 활동으로 착각하는 경우가 15.3%, (라) 닮음의 조건을 정확히 이해하지 못하는데서 생기는 경우가 37.8%였다.

문제 6. 직육면체의 물통에 수도물을 채우고 있다. 오후 1시에 이미 밑에서 몇 cm만큼 물이 차 있었다. 그후 10분 후에 물의 높이가 밑에서부터 25 cm가 되었고, 25 분 후는 밑에서부터 55 cm가 되었다고 한다. 수도물이 일정하게 나오는다고 할 때 물의 높이가 65 cm가 되는 것은 몇 시인가?

일차 함수에 관한 문제는 정답자가 33.9%, 무응답이 10.5%, 오답자가 55.6%였다. 오답자들이 보인誤concept을 유형별로 보면 (가) 이미 고여 있는 물을 전혀 생각하지 않는 경우가 51.6%, (나) 일정한 시간에 나오는 물의 양의 비율을 모르는 경우가 37.3%, (다) 일차함수의 관계식의 이해 부족이 11.1%로 나타났다.

문제7. 기서와 영수가 어느 장소에서 만나기로 약속을 하였다. 기서와 영수가 그 장소에 나 가지 않을 확률이 각각 $1/5$, $1/3$ 일 때 두사람이 약속장소에서 만날 확률을 구하여라.

배반 사상이 동시에 일어날 확률을 계산하는 문제는 정답자가 44.4%, 無應答이 7.5%, 오답자가 48.1%였다. 오답자가 보인 誤概念을 類型별로 분류하면 (가) 만날 確率을 구하는데 나가지 않을 確率을 그대로 곱하는 경우가 35.9%, (나) 나갈 確率을 그대로 더해 確率이 1이 넘는 경우가 18.3%, (다) 나가지 않을 確率을 더한 값을 전체에서 빼는 경우가 16.7%, (라) 분수의 계산의 착오가 29.1%였다.

문제 8. 한개의 원가가 70원인 물건을 100원에 팔면, 매월 3000개가 팔린다고 한다. 한 개당 값을 X원 올리면 매월 팔리는 개수는 $20X$ 개 감소한다고 할 때, 한달의 총 판매액을 최대가 되게 하려면, 한개에 얼마씩 팔면 되는가?

이차함수에 관한 문제의 완전한 정답자는 4.7%에 불과했으며, 21.4%가 무응답, 73.9%의 학생이 오답자였다. 오답자가 보인 誤概念을 유형별로 보면 (가) 판매 이익에 대한 개념을 잘못 이해하고 있는 경우가 76.0%, (나) 2차 함수 관계식에 대한 경우가 16.6%, (다) 최대값의 개념에 대한 오개념이 7.4%였다.

문제 9. 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한점(내심)에서 만나며, 이 점에서 각 변에 이르는 거리는 같음을 증명하여라.

도형의 합동에 관한 문제의 정답자는 12.5%, 무응답은 15.6%, 오답자는 71.9%였다. 오답자가 보인 誤concept을 유형별로 보면 (가) 각의 이등분선의 개념을 모르는 경우가 18.7%, (나) 내심에서 세 변에 이르는 거리를 모르는 경우가 21.1%, (다) 합동의 증명방법을 모르는 경우가 60.2%였다.

문제 10. 반지름의 길이가 4 cm, 6 cm인 두

원이 있다. 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 가지는 원의 반지름의 길이는 얼마로 하면 되겠는가? 소수 첫째 자리까지 구하여라.

제곱근에 관한 문제는 28.1%가 정답을 나타냈으나, 11.9%가 무응답, 60.0%가 오답자였다. 오답자들이 보인 誤concept을 유형별로 보면 (가) 원의 넓이의 합을 구하지 못하는 경우가 28.3%, (나) 제곱근의 풀이 방법을 모르는 경우가 30.5%, (다) 합의 제곱근의 개념을 이해하지 못한 경우가 41.2%로 나타났다.

B. 論 證

1. 수학적 문제 해결에 대한 信念

본 연구의 결과에서는 수학적 문제 해결에 대한 信念은 수학의 영역에 관계없이 거의 비슷하게 나타나고 있는데, 공통된 특징은 문제 해결을 經驗에 따른 記憶에 의존하려는 경향이 뚜렷했으며 학생들의 半정도가 문제를 해결하기도 전에 自信感을 잃고 있었다. 이것은 Kruteskii(1976)와 Silver(1979, 1981)의 연구 결과와一致하는 것으로 문제 해결 能力이 높은 학생은 전에 풀었던 문제의 構造에 대하여 情報를 생각해 내는 경향이 있고, 能力이 낮은 학생은 문제의 構造가 아니고, 표면적인 文章(cover story)이나 内容을 생각해 내는 경향이 있다고 하였다. 이것은 본 연구의 信念 문항을 작성하기 위하여 事前 調査를 하였을 때 학생들이 수학적 문제 해결에 관한 생각은 제시된 문제를 본 순간 자신이 풀었던 문제였는가가 제일 큰 비중을 차지하였고, 그 다음이 풀이 방법을 記憶하고 있는가였다. 그러나 선정된 문제들은 檢認定 數科書로서 문제의 構造는 모두 배운 내용이었다. 따라서 학생들의 信念은 문제의 構造보다는 표면적인 文章이나 内容에 따라 自信感이 左右된다고 할 수 있다.

2. 문제 해결에 대한 信念에 따른 態度

본 연구의 결과는 肯定的인 信念을 갖고 있는 학생들은 自信感 있는 態度를, 否定的인 信念을 갖고 있는 학생들은 문제 해결에 대하여 自信感 없는 態度를 보였다. 이 결과는 Aiken(1976)과

Fennema과 Sherman(1977)의 연구 결과와一致하며, Schoenfeld(1981)의 信念에 따른 態度와도 같은 경향을 나타낸다.

3. 수학에 대한 信念體系가 문제 해결 수행에 미치는 影響

본 연구의 결과는 문제를 풀어본 經驗은 모두 같으나 풀이 방법을 記憶에 의존하는 학생보다는 풀이 방법을 記憶하지는 못하지만 노력하면 풀 수 있다는 학생들의 문제 解決力이 더 높게 나타났다. 이 결과는 Silver의 결과와 일치하는 것으로 努力하면 풀 수 있다는 학생들은 주어진 문제의 수학적 構造를 이해하고 類似한 構造를 갖는 몇 개의 문제를 概括하는 能力이 뛰어나다고 할 수 있다.

結論 및 提言

A. 結論

첫째, 중학교 3학년 학생들의 문제 해결에 대한 信念은 努力하면 풀 수 있다는 信念(52.95%)과 풀 수 없다는 信念(47.05%)이 거의 半半인兩極化 현상을 나타내어 학생들의 半程度가 문제를 보는 순간부터 自信感을 잃고 있었다. 따라서 自信感을 갖도록 생활소재로부터 일어진 수학적인 문제로 흥미 유발과, 個人差를 고려한 수업이 이루어질 필요가 있다.

둘째, 문제 해결을 쉽게 할 수 있다는 信念을 가진 학생의 態度는 항상 自信感에 차 있는데 그 원인으로 문제 풀이가 재미있어 많이 풀었기 때문이 55.9%, 재미는 없지만 중요한 교과이므로 많이 풀었기 때문이 25.6%로 전체 81.5%가 연습량에 있다고 하였다. 그러나 문제를 풀 수 없을 것 같다는 信念을 가진 학생은 자신없는 態度를 보였는데 그 원인으로는 풀어본 經驗은 있으나 記憶하지 못하기 때문이 59.4%, 평소에 자기 스스로 수학을 잘 못한다고 생각하기 때문에 많이 풀어 보지 않았다는 학생이 21.4%로 전체

80.8%가 鑄因의 所在를 内的으로 들렸다. 따라서 肯定的인 信念을 갖을 수 있도록 認知的인 학습과 병행하여 情意的인 학습이 이루어져야 한다.

셋째, 信念에 따른 문제 解決력은 문제를 풀어본 經驗은 같으나 풀이 方法을 記憶에 의존하는 학생보다는 풀이 方法을 記憶하지는 못하지만 努力하면 풀 수 있다는 학생들의 문제 解決력이 더 높게 나타나 單純 記憶에 依存하는 문제보다는 問題 解決 戰略을 사용할 수 있는 문제를 개발할 필요가 있다.

넷째, 調概念 조사에서 나타난 결과들은 학생들이 문제를 해결하려고 할 때 문제의 내용을理解한 뒤 해결하려고 하기 보다는 公式이나 機械的인 計算에 의존하려는 경향이 매우 강하였다. 이러한 경향은 問題 解決 過程에 전반적으로 나타나므로 概念의 정확한 지도와 다양한思考를 요하는 문제의 개발이 요구되었다.

B. 提言

본 연구의 과정에서 나타난 결함과 제한점을 보완하여 보다 나은 후속 연구를 위하여, 다음과 같은 提言을 하고자 한다.

첫째, 교과 관련 情意的 特性은 학생들이 성장함에 따라 變化될 가능성이 많기 때문에 수학적 문제 해결에 대한 信念을 學年別로 연구할 필요가 있다.

둘째, 본 연구에서는 信念이 수학적 문제 解決력에 미치는 영향을 수학과 全領域를 대상으로 폭넓게 조사하였는데 좀더 범위를 좁혀 領域別로 구체적인 연구가 필요하다.

세째, 信念이 態度에 미치는 영향을 조사하기 위한 具體的인 문항 개발이 필요하다.

참 고 문 헌

- 곽기상 (1992). 교육심리학, 서울:재동문화사.
- 민영순 (1979). 교육심리학, 서울 :교육출판사.
- 손충기 (1987). 중,고등학생의 정의적 행동특성,
원광대학교 논문집 제 21-1집.원광대학교.
- 신임철 (1987). 수학 태도,성격,수학 성취도와 수학 불안과의 관계, 부산대 석사학위 논문.
- 신현성 (1992). ICME 연구 활동의 전망, 수학교육 제31권 제4호, 한국수학교육학회지.
- 이상백 (1985). 현대 교육 심리학, 서울: 교육출판사.
- 이영희 (1989). 인지 양식,정의적 특성과 학업 성취도와의 관계, 숙명여대 석사학위 논문.
- 이종승 (1980). 학교학습의 결정요인, 행동과학 연구, 서울: 행동과학연구소. pp. 22-27.
- 전평국 (1991). 정의적 특성이 수학적 문제해결에 미치는 영향, 수학교육 30권 제 1호. 한국수학교육학회.
- 정원식 (1976). 지력 및 정의의 교육, 서울: 박영사.
- 중앙교육평가원 (1991). 수학과 교수-학습 목표 상세화, 서울: 중앙교육평가원.
- 홍학표 (1989). 수학불안과 수학성취도와의 관계, 전북대 석사학위 논문.
- 황정규 (1984). 학교 학습과 교육 평가, 서울: 교육과학사. p. 656.
- Aiken, L. (1976). Update on attitudes and other affective variables in mathematics. *Review of Educational Research*, 46, 293-311.
- Allan, W. (1988). Mathematics anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of Educational Psychology*, Vol 80, No.2. pp. 210-216.
- Allport, G. W. (1935). *Attitudes*. In C. Murchison (Ed.), *Handbook of Social Psychology*. Worcester, Mass: Clark Univ. Press. pp.798-884.

- Beane, J.A. & Lipka, R. P. (1984). *Self-concept, self-esteem and the curriculum*. Boston: Allyn & Bacon.
- Bloom, B.S. (1964). *Stability and change in human characteristics*. N.Y: John Wiley and Son. p.169.
- _____. (1976). *Human characteristics and school learning*. NY: McGraw Hill.
- _____. (1980). The new direction in educational reaserch: Alterable variables, *Phi Delta Kappan*, 61.
- Bloom, B.S., & Broder, L.J. *Problem-solving processes of college students*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Campbell, P.B. (1965). *Self-concept and academic achievement in middle grade public school children*. Unpublished doctoral dissertation. Wayne State University.
- Deffenbacher, J. L. & Shelton, J. L. (1978). Comparision of anxiety management training and desensilization in reducing test and other anxieties. *Journal of Counseling Psychology*. pp 237-282.
- Driver, R.E., Guesene & Tiberghien, A.(1985). *Children's Idea in Science*. Open Univ. Press, Milton Keynes, Philadelphia.
- Fennema, E. & Sherman,T. (1977). Sex related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American on Educational Research Journal* 14. pp. 51-71.
- Fink, M.B. (1968). Self-concept as it relates to academic achievement. *Journal of Educational Research*. pp. 57-62.
- Fishbein, M. & Ajzen,I. (1975). *Belief, attitude, intention and behavior : An introductory to theory and research*. Reading, Massachusetts : Addison-

- Wesley Publishing Co, Inc.
- Fox, L. (1977). The effect of sex role socialization on mathematics participation and achievement. *NIF papers in education and work* (NO.8).
- Gagne, R.M. (1985). *The conditions of learning*(4th ed.). New York: Holt Reinhardt and Winston.
- Guilford, J.P. (1959). *Personality*. New York: McGraw Hill Book Co.
- Heider, F. (1946). Attitudes and cognitive organization. *Journal of psychology*, pp. 107-112.
- Husen,T.(Ed.). (1967). *International study of achievement in mathematics*(Vols.1). Stockholm: Almqvist & Wilsell. pp. 109-122.
- Krathwohl, D. R., Bloom, B. S. & Masis, B. (1964). *Taxonomy of educational objectives: Hand Book 2. Affective Domain*. N.Y.: Davide McKay Co., Inc.
- Mandler, G. (1975). *Mind and emotion*. New York: John Wiley & Sons.
- McLeod, D. B. (1985). Affective issues in research on teaching mathematical problem solving. In E.A. Silver(Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective* (pp. 267-279). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- _____. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematical Education*. 19(2), pp. 134-141.
- Norman,D.A. (1982). Twelve issues for cognitive science. In D.A. Norman (ed.), *Perspectives on Cognitive Science* (pp. 265-295). Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.
- Remmers, H.H & Gage, N.L. (1955) *Educational Measurement and Education*, N.Y.: Harper & Brothers p.362.
- Rosenburg, M.S. & Holand, C.I (1960). *Attitude Organization and Change*. Yale University Press.
- Rotter, J. B. (1966). *Generalized Expectancies for Internal Versus External Control of Reinforcement*. Psychological Monographs, Co.Whole No 9.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. London: Academic Press.
- Schofield, H.L. (1981). Teachers effects on cognitive and affective pupil outcomes in elementary school mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 73, pp.462-471.
- Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving:some underrepresented themes and needed directions. In E.A. Silver(ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving:Multiple research perspective* (pp. 246-266). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Smith, L.R. (1985). *Verbal Clarifying Behaviors, Student articulation, and Student Attitudes in Mathematics*.
- Thorton, J.W. & Jobcobs, P.D.(1971). Learned Helplessness in Human Subjects, *Journal of Experimental Psychology*. pp. 369-372.
- Tobias, S. (1976). Achievement treatment interactions. *Review of Educational Research* p.46.
- Wick, A.W. (1969)."Attitudes versus Ations The relationship of verbal and overt behavioral responses to attitude objects, *Journal of Social Issues*, 25, pp.41-78.

ABSTRACT

The Effect of the Belief Systems on the Problem Solving Performance of the Middle School Students

Kwon, Se Hwa(Seoul Poong-nap Middle School)

Jeon, Pyung Kook(Korea National University of Education)

The primary purpose of the present study is to provide the sources to improve the mathematical problem solving performance by analyzing the effects of the belief systems and the misconceptions of the middle school students in solving the problems.

To attain the purpose of this study, the research is designed to find out the belief systems of the middle school students in solving the mathematical problems, to analyze the effects of the belief systems and the attitude on the process of the problem solving, and to identify the misconceptions which are observed in the problem solving.

The sample of 295 students (boys 145, girls 150) was drawn out of 9th grade students from three middle schools selected in the Kangdong district of Seoul. Three kinds of tests were administered in the present study : the tests to investigate (1) the belief systems, (2) the mathematical problem solving performance, and (3) the attitude in solving mathematical problems.

The frequencies of each of the test items on belief systems and attitude, and the scores on the problem solving performance test were collected for statistical analyses.

The protocols written by all subjects on the paper sheets to investigate the misconceptions were analyzed. The statistical analysis has been tabulated on the scale of 100. On the analysis of written protocols, misconception patterns have been identified.

The conclusions drawn from the results obtained in the present study are as follows:

First, the belief systems in solving problems is split almost equally, 52.95% students with the belief vs 47.05% students with lack of the belief in their efforts to tackle the problems. Almost half of them lose their belief in solving the problems as soon as they given. Therefore, it is suggested that they should be motivated with the mathematical problems derived from the daily life which drew their interests, and the individual difference should be taken into account.

in teaching mathematical problem solving.

Second, the students who readily approach the problems are full of confidence. About 56% students of all subjects told that they enjoyed them and studied hard, while about 26% students answered that they studied hard because of the importance of the mathematics. In total, 81.5% students built their confidence by studying hard.

Meanwhile, the students who are poor in mathematics are lack of belief. Among are the students accounting for 59.4% who didn't remember how to solve the problems and 21.4% lost their interest in mathematics because of lack of belief.

Consequently, the internal factor accounts for 80.8%. Thus, this suggests both of the cognitive and the affective objectives should be emphasized to help them build the belief on mathematical problem solving.

Third, the effects of the belief systems in problem solving ability show that the students with high belief demonstrate higher ability despite the lack of the memory of the problem solving than the students who depend upon their memory. This suggests that we develop the mathematical problems which require the diverse problem solving strategies rather than depend upon the simple memory.

Fourth, the analysis of the misconceptions shows that the students tend to depend upon the formula or technical computation rather than to approach the problems with efforts to fully understand them. This tendency was generally observed in the processes of the problem solving.

In conclusion, the students should be taught to clearly understand the mathematical concepts and the problems requiring the diverse strategies should be developed to improve the mathematical abilities.