

흐름이 存在하는 緩傾斜 海域에서의 波浪變形—數值模型實驗 Transformation of Regular Waves on Currents in Water of Slowly Varying Depth—Numerical Model

鄭信澤* · 蔡璋源* · 鄭遠武*

Shin Taek Joeng*, Jang Won Chae* and Weon Mu Jeong*

要 旨 : 海底面 傾斜가 비교적 緩慢한 海域에서 흐름 및 水深變化에 의한 波浪變形現象을 效率的으로 解析할 수 있는 橢圓形 有限差分 數值模型을 樹立하였다. 基本方程式은 鄭(1990), 蔡 等(1989)의 結果를 利用하였으며, 解析解 및 水理模型 實驗結果(Ito and Tanimoto, 1972)와 本 數值模型 結果를 比較하여 만족할 만한 結果를 얻었다. 本 模型은 格子間隔 選擇을 제한하는 數值 安定條件이 없고 計算速度가 빠르기 때문에, 넓은 海域을 대상으로 反射波를 무시한 波浪變形을 計算하는 경우 매우 經濟的이다. 本 數值模型을 흐름이 存在하는 곳에 적용하여 그 效用性을 立證하였다.

Abstract □ An elliptic finite difference numerical model is presented for the effective calculation of wave transformation on the water of slowly varying sea bed with currents. Elliptic governing equation has been used, which is derived by Joeng(1990) and Chae *et al*(1989). Numerical results are compared with analytic solution and laboratory data(Ito and Tanimoto, 1972), and show good agreement. This model is very efficient for modelling large area, because of no numerical stable condition and high calculation speed. The capability and utility of the model are illustrated by application to current co-existing area.

1. 緒 論

構造物을 沿岸域에 設置하는 경우, 設置 豫定海域에서의 波浪狀態를 精確히 豫測하는 것이 必要하다. 특히, 地形이 복잡한 곳에서는 屈折은 물론 廻折現象도 波浪變形의 主要因子가 된다. 흐름의 영향을 무시한 緩傾斜 領域에서 波浪의 屈折 및 廻折을 동시에 다룰 수 있는 模型은 Berkhoff(1972)에 의해 유도되었으며, 이는 橢圓形方程式 이른바 緩傾斜方程式이다. 이 方程式은 여러 형태로 변형되어 다양한 용도로 사용되고 있다. 緩傾斜方程式은 대부분의 경우 解析解를 구할 수가 없으므로 有限要素法 또는 有限差分法 數值模型을 利用하여 解를 구한다.

有限要素法(Berkhoff, 1976 ; Houston, 1981 ; Tsay and Liu, 1983)은 境界處理, 反射波 處理가 비교적 容易하기 때문에 港灣이나 構造物 주위에서 波浪變形 豫測에 많이 사용된다. 그러나, 開放 海域에서는 計

算時間이 많이 걸리기 때문에 다음과 같은 有限差分法을 많이 사용하고 있다.

첫번째 方法은 反射波를 무시하여 유도된 拋物形方程式을 利用하여 經濟的으로 解를 구할 수 있다 (Radder, 1979 ; Booij, 1981 ; Kirby, 1986). 그러나, 이 方程式을 利用하는 경우 計算된 波向이 처음에 假定한 波浪의 主 進行方向으로부터 크게 벗어나지 않아야 한다. 두번째 方法은 Ito and Tanimoto(1972), Copeland(1985a, b), Watanabe and Maruyama(1986) 등에 의해 研究된 方法으로 緩傾斜方程式을 淺海 長波方程式과 같은 형태로 각각 線流量과 水面變位를 나타내는 2개의 1차 線形方程式系로 構成된 雙曲形方程式을 유도한 뒤, 有限差分法을 利用하여 固定境界에서 임의의 反射率을 고려한 解를 구하였다. 이 方法은 反射를 고려할 수 있는 長點이 있으나, 計算時間이 많이 걸리는 短點이 있다. 세번째 方法으로 Ebersole(1985), Ebersole 等(1986)은 緩傾斜方程式을

*韓國海洋研究所 沿岸工學研究室(Coastal Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan, P.O. Box 29, 425-600, Korea)

實數部와 虛數部로 분리한 뒤, 有限差分法을 이용하여 解를 구하였다. 이 方法은 格子間隔의 選擇에 制限이 없기 때문에 開放 海域에서의 波浪變形 計算에 많이 사용하고 있으나 計算結果가 平滑化되는 傾向이 있다. 네번째 方法으로는 Roache(1976), Panchang 等(1988) 이 제안한 Error Vector Propagation(EVP) 方法이 있다.

本 研究에서는 鄭(1990), 蔡 等(1989)에 의해 유도된 흐름이 존재하는 定常狀態의 波動方程式을 세번째 方法을 이용하여 넓은 沿岸 海域에 效率的으로 適用할 수 있는 數值模型을 수립하고, 이를 解析解와 比較, 檢證한 後 흐름과 水深變化에 의한 規則波의 屈折·廻折現象을 分析하였다.

2. 基本方程式

Fig. 1에 圖示된 座標系 및 變數를 이용하여, 흐름이 포함된 緩傾斜方程式(Kirby, 1984 : 鄭, 1990)으로부터 定常狀態의 波動方程式을 유도하면 다음과 같다.

- 移送方程式(Transport equation) :

$$\nabla \cdot \left\{ U \frac{a^2}{\sigma^2} (\omega - U \cdot \nabla S) + CC_g \frac{a^2}{\sigma^2} \nabla S \right\} + \omega W \frac{a^2}{\sigma^2} = 0 \quad (1a)$$

- 아이코널 方程式(Eikonal equation) :

$$CC_g \frac{a}{\sigma} (\nabla S)^2 - (-\omega + U \cdot \nabla S)^2 \frac{a}{\sigma} + (2\sigma^2 - \omega^2 - k^2 CC_g) \frac{a}{\sigma} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \frac{a}{\sigma}) + (\nabla \cdot U) \left(U \cdot \nabla \frac{a}{\sigma} \right) + U \cdot \nabla \left(U \cdot \nabla \frac{a}{\sigma} \right) = 0 \quad (1b)$$

여기서,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j}$$

U = Current velocity vector (= $u\hat{i} + v\hat{j}$)

σ = Relative angular frequency ($\sigma = \omega - k \cdot U$)

ω = Absolute angular frequency (= $2\pi/T$)

k = 波數벡터 (= $k_1\hat{i} + k_2\hat{j}$)

C = 波速

C_g = 群速度 (= $\partial\sigma/\partial k$)

$a(x,y)$ = 振幅(Amplitude)

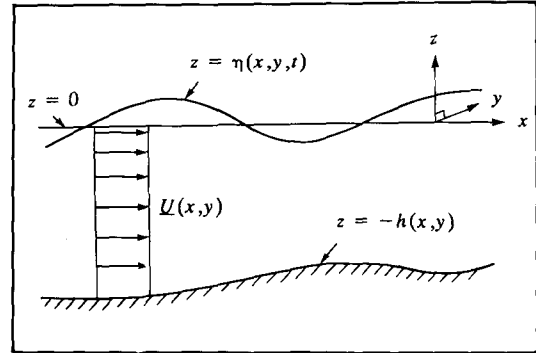


Fig. 1. Definition sketch of fluid domain

S(x,y) = 位相(Phase)

W = 에너지 減衰率

g = 重力加速度

h = 水深

T = 週期

\hat{i}, \hat{j} = x, y 方向의 單位벡터

式 (1a, b)를 x, y 方向成分으로 표시하면 3개의 未知數, 즉 振幅(a), 波數벡터(∇S), 그리고 波向(θ)이 포함되어 있으므로 이 式의 解를 구하기 위해서는 1개의 式이 추가로 필요하다. 일반적으로 導函數의 Curl은 零이 되므로 다음 式과 같이 나타낼 수 있으며 이 식은 波數벡터의 非回轉性을 나타내고 있다.

$$\nabla \times (\nabla S) = 0 \quad (2)$$

式 (1a, b)에 $U = (0, 0)$, $W = 0$ 을 代入하면 Berkhoff (1976), Ebersole(1985) 등이 제시한 바와 같은 다음 式들이 된다.

$$\nabla \cdot (CC_g a^2 \nabla S) = 0 \quad (3a)$$

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla a) + CC_g a \{k^2 - (\nabla S)^2\} = 0 \quad (3b)$$

本 研究에서는 式 (1a, b), (2)를 基本方程式으로 使用하였으며, 에너지 減衰效果는 무시하였다.

3. 基本方程式의 差分化

基本方程式을 差分化하기 위해 Fig. 2와 같은 좌표 계를 사용하였다. 여기서, M은 x 方向의 격자점수, N은 y 方向의 격자점수이며, θ_0 는 深海波 入射角이다. 座標系의 x축을 沿岸에서 深海方向으로, y축을 海岸線을

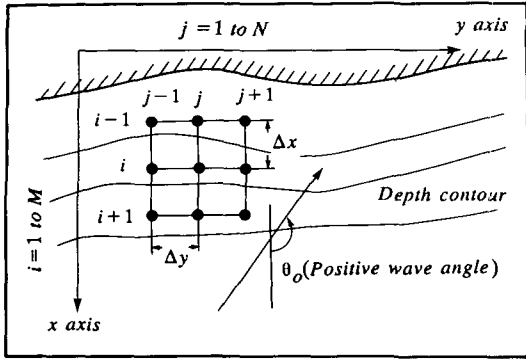


Fig. 2. Definition of coordinate system, grid cell and wave angle conventions

따라 x축과 直交하게 잡으며 海岸에서 深海쪽을 바라볼 때 왼쪽을 陽의 方向으로 취한다. 計算領域을 Δx , Δy 의 格子網으로 構成하여 格子點에서 變數들을 정의한다.

基本方程式 (1a, b), (2)를 x방향으로 前方差分法, y방향으로는 中央差分法을 이용하여 差分化하였다.

3.1 式 (1a)의 差分式

편의상 x, y의 위치는 첨자 i, j를 이용하여 다음 식으로 나타낸다. 즉,

$$a_j^i = a(i\Delta x, j\Delta y) \quad (4)$$

를 의미한다.

式 (1a)를 Euler기법을 이용하여 差分式으로 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\frac{(PB-PA)}{\Delta x} + \frac{(PC-PD)}{2\Delta y} = 0 \quad (5)$$

단,

$$PA = \left[\frac{a^2}{\sigma^2} [CC_g |\nabla S| \cos\theta + u(\omega - u) |\nabla S| \cos\theta - v |\nabla S| \sin\theta] \right]_j^i$$

$$PB = \left[\frac{a^2}{\sigma^2} [CC_g |\nabla S| \cos\theta + u(\omega - u) |\nabla S| \cos\theta - v |\nabla S| \sin\theta] \right]_{j+1}^{i+1}$$

$$PC = \left[\frac{a^2}{\sigma^2} [CC_g |\nabla S| \sin\theta + v(\omega - u) |\nabla S| \cos\theta - v |\nabla S| \sin\theta] \right]_{j+1}^i$$

$$PD = \left[\frac{a^2}{\sigma^2} [CC_g |\nabla S| \sin\theta + v(\omega - u) |\nabla S| \cos\theta - v |\nabla S| \sin\theta] \right]_{j-1}^i$$

3.2 式 (1b)의 差分式

式 (1b)는 $|\nabla S|$ 에 대한 2차식으로 계수들의 미분항을 차분화하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$CE1 \{ |\nabla S|^2 \}_j^i + CE2 \{ |\nabla S| \}_j^i + CE3 = 0 \quad (6)$$

윗 식의 CE1, CE2, CE3는 鄭(1990)에 자세히 수록되어 있다.

3.3 式 (2)의 差分式

式 (2)를 전개하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (|\nabla S| \sin\theta) - \frac{\partial}{\partial y} (|\nabla S| \cos\theta) = 0 \quad (7)$$

윗 식은 計算值의 안정된 값을 얻기 위해 Abbott (1979)의 Dissipative interface scheme을 이용하면 다음과 같은 差分式으로 나타낼 수 있으며, τ 는 加重因子이다.

$$CE5 + \frac{\Delta x}{2\Delta y} (CE9 - CE10) = (1 - \tau)CE6 + \frac{1}{2}\tau (CE7 + CE8) \quad (8)$$

단,

$$CE5 = (|\nabla S| \sin\theta)_j^i$$

$$CE6 = (|\nabla S| \sin\theta)_j^{i+1}$$

$$CE7 = (|\nabla S| \sin\theta)_{j-1}^{i+1}$$

$$CE8 = (|\nabla S| \sin\theta)_{j+1}^{i+1}$$

$$CE9 = (|\nabla S| \cos\theta)_{j+1}^i$$

$$CE10 = (|\nabla S| \cos\theta)_{j-1}^i$$

3.4 數值 安定性

基本式이 定常狀態의 波浪傳播를 나타내므로 計算의 일반적인 安定條件을 제시하기는 어렵다(Roache, 1976). 따라서, 格子間隔의 크기는 波浪特性보다는 海底地形의 變化를 漸進的으로 나타낼 수 있는 정도로 취하여 계산상 波의 급격한 變化가 없도록 한다.

3.5 初期 · 境界條件

計算의 初期條件으로는 各 格子點에서의 水深(h),

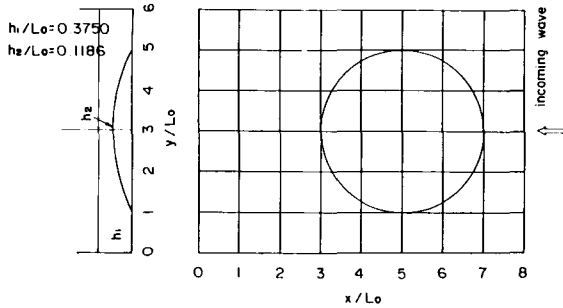


Fig. 3. Experimental configuration(Ito and Tanimoto, 1972)

陸地 및 外海境界 設定, 그리고 外海境界面에서 進入波高(H)와 週期(T), 波向(θ_0)을 정의한다. 入射波는 深海의 外海境界面을 따라 일정하다고 가정하였다.

側面境界에서는 波가 反射하지 않고 境界面 밖으로 통과되고(즉, $\partial/\partial y=0$), 陸地境界에서는 에너지가 反射되지 않고 완전히 消滅된다고 가정한다.

3.6 計算順序

模型의 基本式은 橢圓形式이나, 進行波는 定常波이고 反射波를 無視하므로 計算은 拋物形式의 계산방법을 적용하여 深海쪽에서 海岸쪽(x-방향)으로 進行해 나가면서 수행한다. 따라서, 全 領域에 대한 反復計算이 필요없다. 그러나, 基本方程式 3개를 한 格子點에서 동시에 近似的으로 만족시킬 수 있는 값을 구하기 위해 각 列에서는 反復計算을 한다.

4. 模型의 檢證

數值模型의 計算 Scheme의 安定性과 境界條件 等의 적합여부를 파악하기 위하여 흐름의 영향을 무시한 경우와 고려한 경우에 대해 檢討하였다.

4.1 흐름이 없는 경우

흐름의 影響을 무시한 경우, Ito and Tanimoto (1972)는 水理模型實驗을 통하여 波가 球面形 水中 暗礁를 전파할 때 생기는 波向線의 集中現象과 波高의 平面分佈를 分析하였다. 水理模型實驗의 條件은 Fig. 3과 같으며 主要 人力 및 計算條件은 다음과 같다.

- 水深 ; 15 cm(h_1), 5 cm(h_2)
- 入射波의 波長(L_0) ; 40 cm
- 入射波의 波高(H_0) ; 1.0 cm

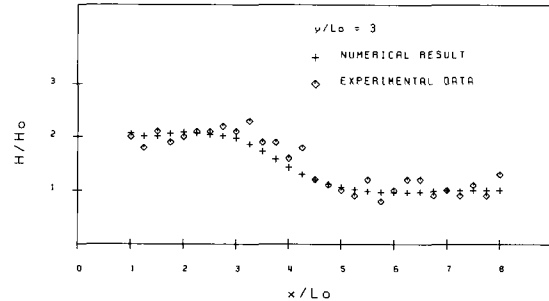
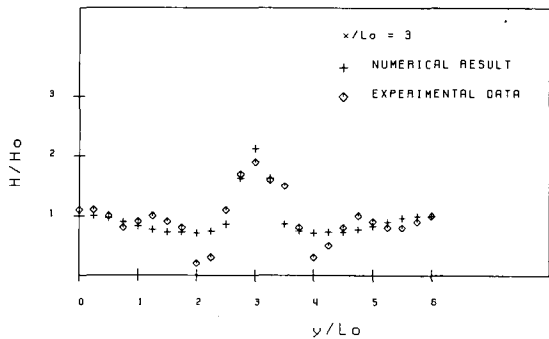
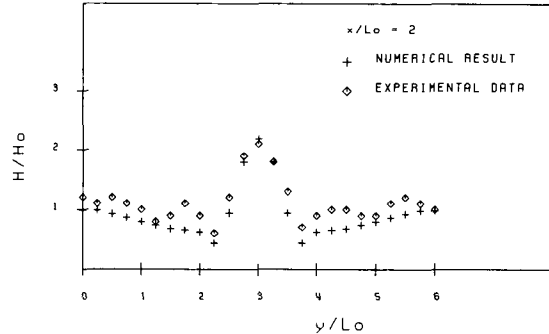


Fig. 4a. Comparisons between present model results and laboratory data(Case 1, $\Delta x=L_0/4$)

入射波의 波向(θ_0) ; y축에 直角方向

(a) Case 1

差分間隔($\Delta x = \Delta y$) ; $L_0/4$

格子數 ; $M=33, N=25$

(b) Case 2

差分間隔($\Delta x = \Delta y$) ; $L_0/8$

格子數 ; $M=65, N=49$

(c) Case 3

差分間隔($\Delta x = \Delta y$) ; $L_0/16$

格子數 ; $M=129, N=97$

(d) Case 4

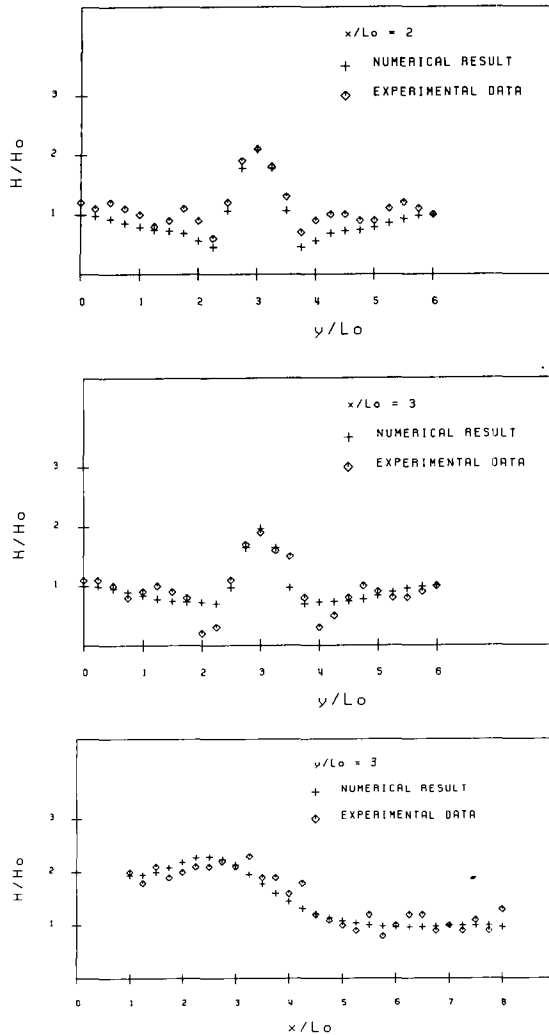


Fig. 4b. Comparisons between present model results and laboratory data(Case 2, $\Delta x=L_o/8$)

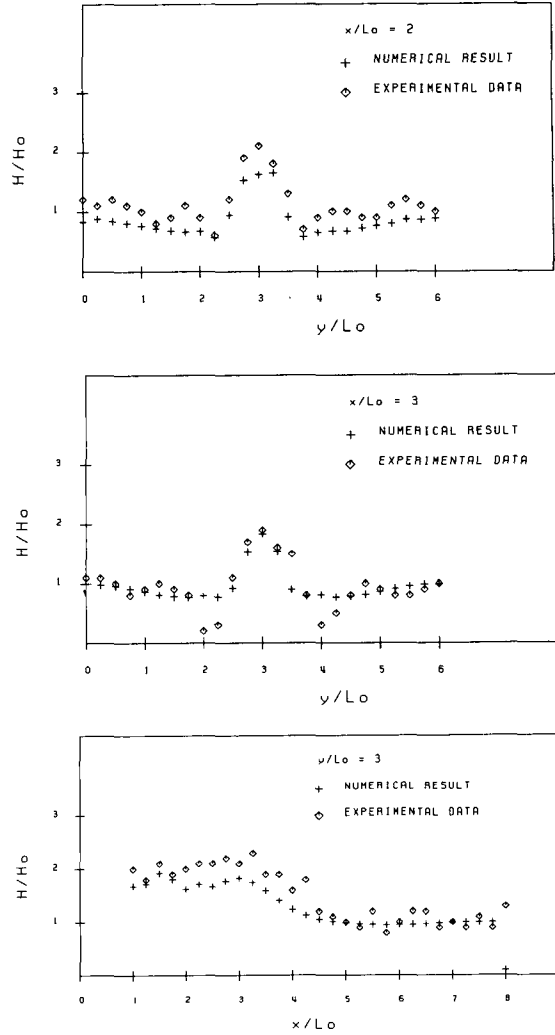


Fig. 4c. Comparisons between present model results and laboratory data(Case 3, $\Delta x=L_o/16$)

差分間隔($\Delta x = \Delta y$) ; $L_o/32$
 格子數 ; $M = 257, N = 193$

위의 條件으로 計算한 數值模型 結果와 水理模型 實驗值를 Fig. 4a, b, c, d에 圖示하였다. 計算結果가 部分的으로 平滑化(Smoothing)되기도 하나, 加重因子 τ 를 調節하여 波高變化를 상당히 精確하게 計算할 수 있음을 확인하였다. 計算時間은 IBM PC 386-33 호 환기종을 사용하여 각각 23초, 46초, 2분 40초, 14분 20초가 소요되었다. 波長에 비해 格子間隔이 작아지면 計算時間이 기하급수적으로 增加하나 계산치의 精確도는 비례하지 않는다. 따라서, 格子間隔이 $L_o/4$ 정

도로도 충분한 精確도를 가지면서 他模型에 비해 計算時間이 훨씬 적게 걸리기 때문에 넓은 海域에서의 波浪變形計算에 적합하다.

4.2 흐름이 있는 경우

海底面의 경사가 일정한 海域(기울기 ; 0.05)에서 흐름狀態를 $U(x, y)$ 로 가정하면 $\frac{\partial k_1}{\partial y} = \frac{\partial k_2}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} = 0$ 이므로 $\frac{\partial k_2}{\partial x} = 0$, 즉 $k \sin \theta = k_o \sin \theta_o$ 이다. 이 關係式과 式 (1a)를 變形한 다음 式을 이용하여 解析解를 구하였다.

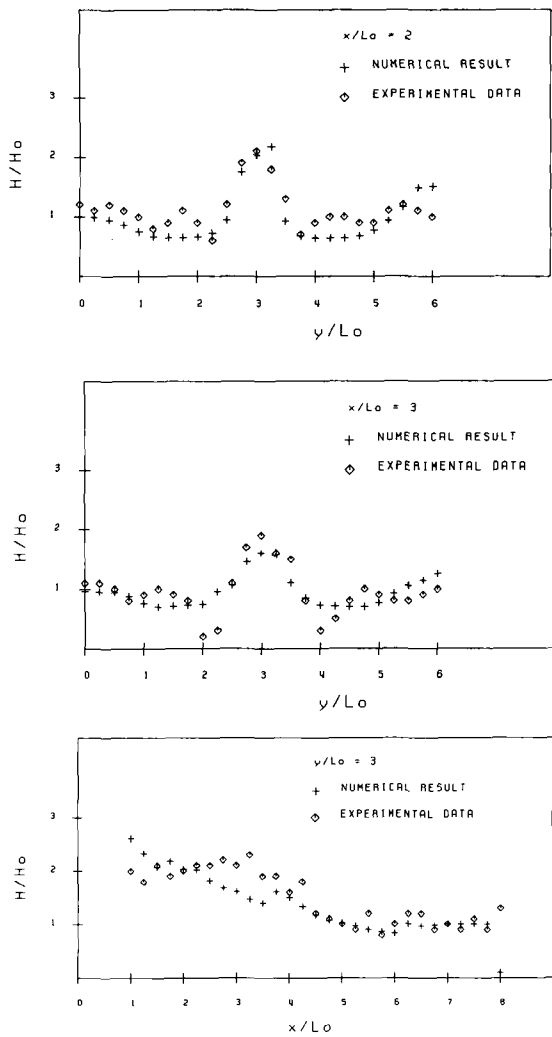


Fig. 4d. Comparisons between present model results and laboratory data(Case 4, $\Delta x=L_o/32$)

$$\frac{a^2}{a_0^2} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \left[\frac{C_{g0} + v}{C_g + v} \right] \quad (9)$$

첨자 0는 深海波 條件을 意味한다.

計算結果를 Fig. 5에 圖示하였다. 波高比나 計算結果는 本 模型에 의한 數值解가 解析解보다 약간 작게 나타나며, 入射波向이 x軸에 平行할 수록 波向 計算結果는 向上되고 있음을 알 수 있다.

5. 模型의 適用

海岸 및 河口에서는 波가 진파할 때 水深의 變化와

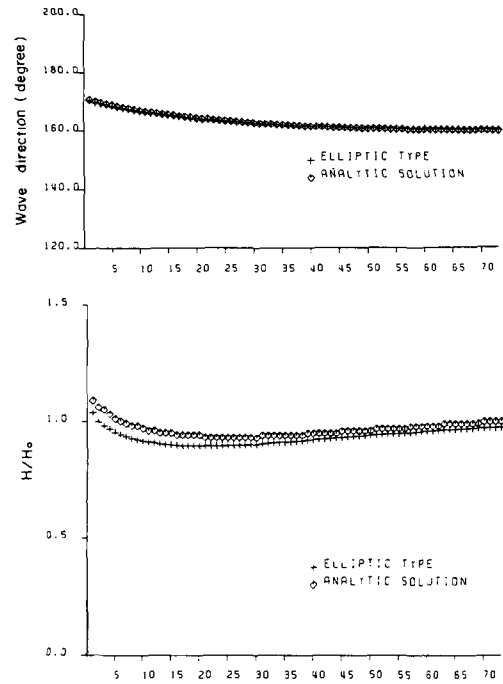


Fig. 5a. Comparisons between present model results and analytic solution($H_o=5m, T=7 \text{ sec}, \theta_0=135^\circ$)

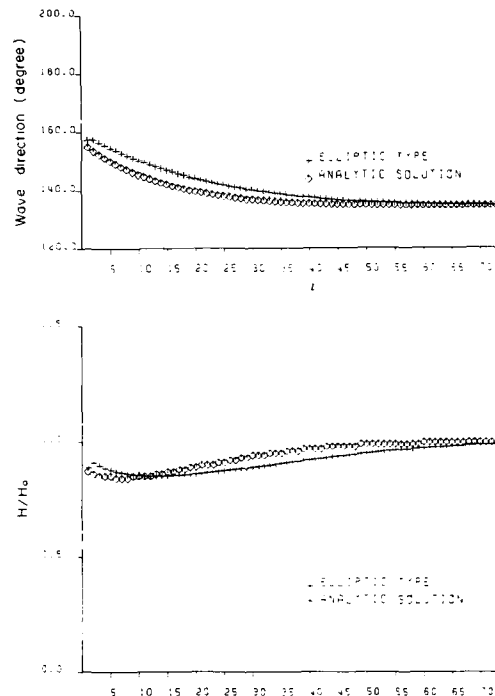


Fig. 5b. Comparisons between present model results and analytic solution($H_o=5m, T=8 \text{ sec}, \theta_0=160^\circ$)

Monochromatic Wave Height in Case 2(M=65, N=49)

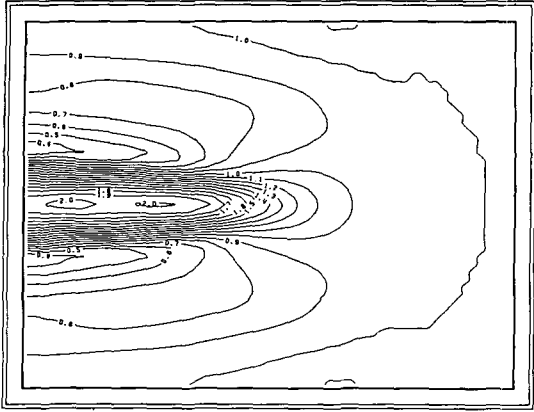


Fig. 6a. Calculated wave heights contours(no current)

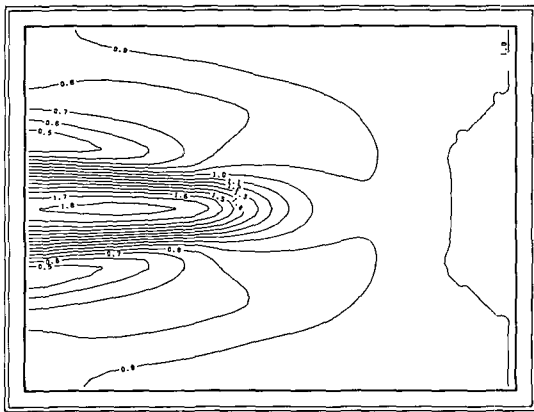


Fig. 6b. Calculated wave heights contours(following current)

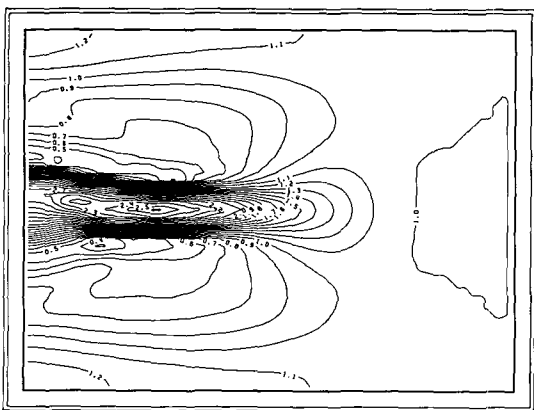


Fig. 6c. Calculated wave heights contours(opposing current)

海流, 潮流 또는 海濱流 등에 의해 복합적으로 영향을 받으면서 變形된다. 本 數值模型을 적용하기 위하여 제 4절의 Case 3과 같은 地形에서의 흐름상태를 Flather and Heaps(1975) 模型으로 재현하였다. 흐름이 없을 때의 結果를 Fig. 6a에, 波浪과 흐름의 진행방향 이 일치할 때 結果를 Fig. 6b, 그리고 반대방향일 때 結果를 Fig. 6c에 圖示하였다.

波浪과 흐름의 進行方向이 반대일 때, 流速이 큰 곳에서는 波가 모여서 에너지의 密度, 즉 波高가 커지고 양옆은 상대적으로 波高가 작아지나 波高의 平面 分布傾斜가 커져 a_{yy}/a 가 陰이 되어 $|∇S|$ 가 작아진다. 따라서, 波長이 커지고 이곳의 波가 빨리 進行하여 波峯線이 휘어지는 效果가 발생한다. 즉, 波向이 변해서 에너지는 波高가 작은 쪽으로 進行하는데 이를 廻折現象이라 한다. 波峯線의 波高가 작은 곳에서는 위와 반대의 現象이 나타나며 이상과 같이 波浪은 水深變化는 물론 흐름에 의해서도 크게 變形되는 것을 알 수 있다.

6. 結論 및 討議

緩傾斜 海域에서 水深變化 및 흐름에 의한 規則波의 屈折 및 廻折現象을 再現할 수 있는 數值模型을 有限差分法을 이용하여 수립하였다. 本 數值模型에 의한 計算結果를 水理模型 實驗結果 및 解析解와 비교하여 良好한 일치를 나타냄을 확인하였다.

i방향 격자수가 M일 때, 有限要素法을 이용하는 경우 M^4 , 雙曲形模型(Ito and Tanimoto, 1972)은 M^3 , 그리고 拋物形模型(Radder, 1979)을 이용하는 경우 M^2 의 計算過程이 必要하다(Booij, 1981).

本 數值模型은 拋物形模型과 동일한 計算過程이 필요하나 格子間隔 選擇을 제한하는 數值 安定條件이 없고 計算速度가 빠르기 때문에, 넓은 海域을 대상으로 反射波를 무시한 波浪變形을 計算하는 경우 매우 經濟的이다. 拋物形模型을 이용하는 경우 波向計算이 어렵고, 模型의 精確도 向上을 위해 波長의 1/8 이하로 格子間隔을 選擇하여야 한다. 本 波浪變形 數值模型은 흐름 및 水深變化에 의한 屈 · 廻折만을 고려하였으나, 차후 底面摩擦과 碎波, 그리고 Source 및 Sink項 등을 포함하도록 改善되어야 할 것이다.

謝 辭

本 研究는 韓國海洋研究所의 1991年度 基本研究費에 의해서 遂行한 研究結果이다.

參考文獻

- 鄭信澤, 1990. 흐름이 존재하는緩傾斜海域에서의波浪變形, 서울大學校, 博士學位論文.
- 蔡璋源, 鄭信澤, 廉器大, 安守漢, 1989. 흐름이 존재하는緩傾斜 海域에서의波浪變形-理論的 考察, 韓國海岸·海洋工學會誌, 1(1): 1-7.
- Abbott, M.B., 1979. Computational hydraulics, Pitman.
- Berkhoff, J.C.W. 1972. Computation of combined refraction and diffraction, Proc. 13th Conf. on Coastal Engineering, pp.471-490.
- Berkhoff, J.C.W. 1976. Mathematical models for simple harmonic linear water waves: Wave diffraction and refraction, Delft Hydraulics Lab., Publication No. 163.
- Booij, N., 1981. Gravity waves on water with nonuniform depth and current, Rep. 81-1, Dep. of Civ. Eng., Delft Univ. of Technol., Delft.
- Copeland, G.J.M., 1985a. A numerical model for the propagation of short gravity waves and the resulting circulation around nearshore structures, Ph.D. Thesis, University of Liverpool.
- Copeland, G.J.M., 1985b. A practical alternative to the "mild-slope" wave equation, Coastal Eng., 9, pp. 125-149.
- Ebersole, B.A. 1985. Refraction-diffraction model for linear water waves, J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, 111(6), pp.939-953.
- Ebersole, B.A., Cialone, M.A. and Prater, M.D., 1986. Regional coastal processes numerical modeling system; Report 1, RCPWAVE - A linear wave propagation model for engineering use, Technical Report CERC-86-4.
- Flather, R.A. and Heaps, N.S., 1975. Tidal computations for Morecambe Bay, Geophys. J. Royal Astro. Soc., 42, pp.489-517.
- Houston, J.R. 1981. Combined refraction and diffraction of short waves using finite element methods, Appl. Ocean Res., 3(4), pp.163-170.
- Ito, Y. and Tanimoto, K., 1972. A method of numerical analysis of wave propagation-Application to wave diffraction and refraction, Proc. 13th Int. Conf. Coastal Eng., pp.503-522.
- Kirby, J.T., 1984. A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography, J. Geophys. Res., 89(C1), pp.745-747.
- Kirby, J.T., 1986. Higher-order approximations in the parabolic method for water waves, J. Geophys. Res., 91(C1), pp.933-952.
- Panchang, V.G., Cushman-Roison, B. and Pearce, B.R., 1988. Combined refraction-diffraction of short-waves in large coastal regions, Coastal Eng., 12, pp.133-156.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation, J. Fluid Mech., 95, pp.159-176.
- Roache, P.J., 1976. Computational fluid dynamics, Hermosa Publishers.
- Tsay, T.-K. and Liu, P.L.-F., 1983. A finite element model for wave refraction and diffraction. Appl. Ocean Res., 5(1), pp.30-37.
- Watanabe, A., and Maruyama, K., 1986. Numerical modeling of nearshore wave field under combined refraction and diffraction and breaking, Coastal Eng. in Japan, 29, pp.19-39.