마모 수준에 의거한 예방 정비 모형

- A Preventive Maintenance Model Based on the level of item degradation -

구 자 항*

김 원 중**

ABSTRACT

This paper is concerned with preventive maintenance model for the items whose failures are dependent on their wear level. The previous maintenance models have used time as their decision variable, but it is not appropriate for the case which have wear dependent processes for their failures.

In this paper, we consider an operating item which is under periodic review and which is subject to degradation. The scheduled maintenance (overhaul) is based on the level of item degradation rather time.

A functional equation for the total expected cost over an infinite horizon period is formulated and solved.

1. 서 론

최근에 들어 급속한 과학 기술의 발달에 의한 기술혁신을 통해 설비나 시스템 또는 부품등 모든 아이템들의 복잡화, 정교화가 급속도로 진전되고 있다. 이러한 상황하에서 모든 아이템들의 성능을 정상적으로 유지하기 위해서는 고도의 기술 습득과 많은 정비비용이 필요하게 되었다. 일반적으로 대부분의 아이템들은 사용기간이 경과함에 따라 점차 노후화되거나 고장이 발생하는데 만일 아이템 운영 도중 고장이 발생되었을때 이로부터 큰 비용이 발생되거나 또는 위험이 초래되는 경우, 사전에 아이템의 고장을 예방하는 것은 대단히 중요한 문제가 될 것이다. 따라서 최소의 비용으로 아이템의 신뢰도를 향상시키기 위한 정비문제에 관하여 관심도가 크게 높아졌으며 이에 관한 연구도 활발히 진행되어 왔다.

아이템의 정비 방식으로 적용될 수 있는 모형중 가장 기본적인 교체정책은 아이템이 고장나거나 또는 고장이 발생하지 않더라도 설치후 일정시간이 경과 했을 때에는 아이템을 무조건 교체하는 수명 교체정책을 비롯하여 정기 교체정책 또는 일제 교체정책, 수리 사용후 교체정책을 들 수 있는데 최근까지 이러한 교체정책을 기본으로 진행된 대부분의 연구는 아이템의 고장시간을 결정변수로 하는 함수의 경우에만 국한되어 왔다.그러나 이와는 달리 아이템의 고장은 시간변수 이외의 다른 여러가지 요인에 의존하여 발생되는 경우가 많다. 예를들어 자동차 타이어의 경우는 그 고장율이 타이어의 사용 시간보다는 오히려 사용에 의해 발생되는 타이어의 마모량에 더 직접적인 관계를 갖고 있다. 수명 교체정책에 있어서는 이러한 경우 타이어의 실제적인 마모상태에 관계없이 사전에 지정된 시점에서 교체를 시행함으로써 마모에 의한 고장을 예방하려하나 이것은 타이어를 유용하게 사용할 수 있는 기회를 포기함으로써 필요이상으로 자주 교체를 시행하는 결과를 가져온다. 이에 비하여 상태관측에 의한 교체정책(Condition Based Replacement)은 타이어의 트레드 깊이를 측정하고 이의 마모패턴을 파악하여 이를 바탕으로 교체시기를 결정함으로써 타이어의 사용가능한 전 기회를 모두 이용하는 것이 된다. 이러한 개념을 기본으로하여 Mercer[8], Geurts[6]는 아이템의 고장이 마모의 변수로 표시되는 과정에 있어서 수명 교체정책과 마모수준에 의한 교체정책 사이의 경제적 우열성을 비교하여 두가지 정책이 같은 비율의 예방교체를 시행할 경우에는 마모수준에 의한 교체정책이 수명 교체정책에 비하여 우수한 정책임을 보

* 대림 전문대학 공업경영과

** 아주 대학교 산업공학과

접수 : 1992. 10. 27.

확정 : 1992. 11. 5.

였다. 따라서 아이템의 고장이 마모량이나 피로도 또는 부식등에 더 직접적인 관계를 갖고 이들의 상태가 측정 가능하다면 시간을 기준으로 하는것 보다는 아이템의 마모상태에 관한 정보를 이용하는 것이 보다 효율적인 예방정비 정책이 될수 있을 것이다. Park[10]은 고장을 의미하는 마모한계(Break-down Threshold)가 사전에 설정되어 있는 상태에서 주기적 검사를 시행하는 경우 아이템의 마모상태가 고장한계를 넘어서면 언제라도 즉각 교체를 시행하는 정비모형을 제시하였다. 그는 이 모형에서 단위 시간당 총 평균비용을 최소화하는 마모의 예방교체 수준을 구하였다. 그후 Park[11]은 아이템의 고장율이 마모에 종속되고 마모의 상태가 연속적으로 관측가능하다는 가정하에서 아이템의 마모가 교체수준을 벗어나거나 또는 고장이 발생됐을 경우의 아이템 교체를 위한 최적 마모수준을 구하였다. 또한 Sivazilian[12]은 아이템의 마모가 진행됨에 따라 운영비용이 증가할 때 정기적으로 각 기간 말에서 마모를 측정하여 측정된 마모량이 분해·수리를 시행해야 할 마모수준에 도달하지 않았으면 또다시 다음기간 말까지 아이템 운용을 지속한 후 다시 마모량을 측정하여 분해·수리 여부를 결정하기 위한 최적 마모수준을 결정하였다. 아이템 교체를 위한 마모수준을 구하는 또 다른 모형으로는 타격을 받아 마모가 발생되는 경우의 교체모형을 생각할 수 있다. Luss[7]는 아이템의 마모단계가 유한한 상태의 마코브 과정을 이루며 오직 검사를 통해서만 마모상태가 어느단계에 도달되 있는가를 알 수 있을때 고장발견 즉시 이를 교체하거나 또는 교체수준에 이르면 아이템 교체를 시행하는 정책에 관하여 연구하였다. 그는 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적 교체수준과 검사시간 간격을 구하였다. Taylor[13]는 포아손 분포에 따라 아이템에 타격이 도래하고 각 타격에 의해 확률적 마모량이 발생하는 경우의 교체정책을 연구하였다. 그는 누적된 마모량은 항상 관측 가능하다는 조건하에서 타격에 의한 고장확률이 마모량의 함수로서 증가함수일때 최적 교체수준을 구하였다. 한편, Nakagawa[9]는 Taylor와 유사한 모형으로서 각 타격발생의 시간간격과 타격에 의한 마모량 모두를 확률변수로 간주할 때 만일 아이템의 총 마모량이 사전에 지정된 고장역을 초과하면 고장이 발생하는 경우, 단위시간당 총 비용을 최소화하는 최적교체 수준을 구하였다. 그러나 Feldman[5]은 타격발생 시간간격이 임의의 분포를하며 또한 누적된 마모량에 종속된다는 모형을 제시함으로써 Nakagawa와 Taylor의 모형을 일반화 시켰다. 그는 누적적인 마모는 비감소의 성질을 지니는 쎄미 마코브과정에 따른다는 가정하에 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적 교체수준을 구하였다. 이의 모델은 오직 타격이 발생한 시점에서 사후교체나 예방교체를 시행하는 것으로 하였으나 이의 확장된 모형으로 Aven과 Gaarder[1]은 마모 진행과정에 따른 조건부 확률하에 아이템 고장이 임의의 시점에서 발생하는 경우의 모델을 제시하였다. 이들은 아이템의 조건부 고장률이 비 감소함수 일때 단위시간당 총 비용을 최소화하는 최적 교체수준을 구하였다. Bergman[4]은 증가형태의 상태변수 즉, 타격에 의한 누적적인 마모변수를 기준으로한 최적교체에 관한 일반 모델을 제시하였다. 그는 오직 마모과정이 비 감소함수라는 것만을 가정하여 단위시간당 비용을 최소화하는 교체수준을 구하였다. 그러나 이 모델에서는 교체비용을 일정한 상수로 가정하였는데 Nakagawa는 Bergman과 똑같은 모형하에서 예방교체 및 사후교체 비용이 아이템의 상태에 종속되는 확률변수라 가정하여 Bergman의 모델을 좀더 확장시켰다.

본 논문은 아이템의 사용에 따라 점진적으로 마모가 발생하고 고장을 일으키는 결정적 요인이 마모와 밀접한 관계를 지니는 정비 모형에 관하여 생각한다. 여기서 제시한 정비 모형은 아이템을 가동시킨 후 한 단위시간이 경과한뒤 누적된 마모량을 측정하여 분해 수리여부를 결정하는 것이다. Sivazlian[12]은 이러한 모형에 관한 정비정책을 제시하였는데 그는 마모수준에 관계없이 아이템의 분해·수리비용은 일정한 것으로 가정하였다. 그러나 실제로 많은 아이템은 그 마모량이 사전에 지정된 한계 수준을 초과할 경우는, 그 수준을 초과하기 전의 마모수준에서 분해·수리를 시행하는 것보다 더 많은 비용을 필요로하는 것이 현실적일 것이다. 이러한 예로는 기계 엔진의 분해수리 작업에서 실린더 마모의 한계치가 주어져 있는 경우를 들 수 있다.따라서 본 논문은 마모의 수준이 일정수준을 넘어서면 그때의 분해·수리비용이 변화되어 크게 발생하는 경우, 분해·수리를 시행하는데 기준이 되는 아이템의 최적 마모수준을 구한다.

2. 모형의 가정 및 기호

<u>가정</u>

1) 분해·수리에 소요되는 시간은 무시할 수 있을만큼 작다.
2) 분해·수리후 아이템의 기능은 설치 초기와 같아진다.

3) 정비계획기간은 무한이다.
4) 마모가 진행됨에 따라 운용비용은 증가된다.
5) 단위시간동안 발생된 마모의 양은 누적적, 안정적, 독립적인 성질을 지닌다.

기호

w	기간초에 측정된 아이템 마모량 $0 < w < \infty$
u	분해·수리를 필요로하는 아이템의 마모수준
b	아이템의 마모 한계치
α	할인율 (Discount factor), $0 < \alpha < 1$
$L(w)$	기간 초에서 아이템의 마모가 w일때 한 기간동안 소요되는 총 기대 운용비용
$C(w)dw$	아이템의 마모 w 와 $w+dw$ 사이의 운용비용
$g(\cdot), G(\cdot)$	한 기간동안 발생된 마모의 확률 밀도함수, 분포함수
$\bar{G}(\cdot)$	: $1 - G(\cdot)$
C_1	: 마모 수준 b를 초과하기 전에 시행된 분해 수리비용
C_2	: 마모 수준 b를 초과한 후 시행된 분해 수리비용
$S(w)$	: 초기의 마모가 w일때 무한 기간에 걸쳐 기대된 총 할인비용

3. 정비모형의 결정

여기서 사용된 정비 정책은 기간 말에서 측정된 마모량이 수준 u를 초과 했을 때에는 아이템의 분해·수리를 시행하는 정책으로 무한 기간에 걸쳐, 할인된 총 분해·수리 비용을 최소로하는 마모수준을 구하였다.

이 모형에서는 각 기간동안 발생한 마모량은 과거의 마모량에 관계없이 독립적으로 발생하는 확률변수로 간주하고 마모가 누적적으로 증가함에 따라 아이템의 운용비용은 증가하는 것으로 하였다. 이때 각 기간말에서 측정된 마모량이 분해수리를 시행해야 할 마모수준(u)를 초과하지만 마모한계치(b)를 초과하지 않은 경우에는 정해진 분해수리 비용 C_1이 발생하나 만일 마모한계치를 초과했을 때는 C_1보다 큰 C_2비용이 발생한다. 또한 각 기간에서 발생된 비용은 무한 기간에 걸쳐 기간초로 할인되며 분해수리후 아이템의 성능은 기간초에 설치된 아이템의 성능과 동일해 진다. 위에서 언급한 가정과 기호를 사용하여 분해 수리를 필요로 하는 최적마모수준을 다음과 같이 구한다.

$$S(w) = L(w) + \alpha \int_w^u S(y)\, g(y-w)\, dy + \alpha\, [C_1 + S(0)] \int_u^b g(y-w)\, dy + \alpha\, [C_2 + S(0)] \int_b^\infty g(y-w)\, dy \qquad (1)$$

여기서

$$t(w) = L(w) + \alpha\, [C_1 + S(0)] \int_u^b g(y-w)\, dy + \alpha\, [C_2 + S(0)] \int_b^\infty g(y-w)\, dy$$
$$= L(w) + \alpha C_1 \bar{G}(u-w) - \alpha C_1 \bar{G}(b-w) + \alpha S(0) \bar{G}(u-w) + \alpha C_2 \bar{G}(b-w) \qquad (2)$$

라고 하면 식 (1)은 다음과 같다.

$$S(w) = t(w) + \alpha \int_w^u S(y)\, g(y-w)\, dy \qquad (3)$$

식 (3)에서 convolution을 연차적으로 시행하여 해를 구하면

$$S(w) = t(w) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \int_w^u t(r)\ g^{(n)}\ (r-w)\ dr \tag{4}$$

이다.

식 (4)에 식 (2)를 대입하면

$$S(w) = L(w) + \alpha\ C_1\ [\bar{G}(u-w)-\bar{G}(b-w)] + \alpha\ S(0)\ \bar{G}(u-w) + \alpha\ C_2\ \bar{G}(b-w)$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \int_w^u [\ L(r) + \alpha C_1\{\bar{G}(u-r)-\bar{G}(b-r)\} + \alpha S(0)\bar{G}(u-r) + \alpha C_2\bar{G}(b-r)]$$
$$\times\ g^{(n)}(r-w)\ dr \tag{5}$$

식 (5)에서 $w = 0$ 이면

$$S(0) = L(0) + \alpha\ C_1\ [\bar{G}(u)-\bar{G}(b)] + \alpha\ S(0)\ \bar{G}(u) + \alpha\ C_2\ \bar{G}(b)$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \int_0^u [\ L(r) + \alpha C_1\{\bar{G}(u-r)-\bar{G}(b-r)\} + \alpha S(0)\bar{G}(u-r) + \alpha C_2\bar{G}(b-r)]$$
$$\times\ g^{(n)}(r)\ dr$$

이다. 이를 S(0)에 관해 정리하면

$$S(0)\ [1-\alpha\bar{G}(u)-\alpha \sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n \int_0^u \bar{G}(u-r)g^{(n)}(r)dr] = L(0) + \alpha C_1[G(u)-G(b)] + \alpha C_2\bar{G}(b)$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \int_0^u [L(r) + \alpha C_1\{\bar{G}(u-r)-\bar{G}(b-r)\} + \alpha C_2\bar{G}(b-r)]\ g^{(n)}(r)\ dr \tag{6}$$

이다. 여기서

$$M(w) = G(w) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \int_0^w \bar{G}(w-r)\ g^{(n)}(r)\ dr\ ,\ \ 0 \le w < \infty$$

$\tau(w) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n\ g^{(n)}(u)$ 라면 식 (6)은

$$S(0)[1-\alpha M(u)] = L(0) + \alpha\ C_1\ M(u) + \alpha\ \bar{G}(b)(C_2-C_1) + \int_0^u L(r)\ \ \tau(r)\ dr$$
$$+ \alpha\ \ (C_2-C_1) \int_0^u \bar{G}(b-r)\ \ \tau(r)\ dr \tag{7}$$

이 된다. 이때 $M(w)$와 $\tau(w)$의 Laplace 변환은

$$\tilde{\tau}(s) = \frac{\alpha\ \tilde{g}(s)}{1 - \ \alpha\ \tilde{g}(s)}$$

$$\tilde{M}(s) = \frac{1}{s} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{1}{s}\ \ \frac{\alpha\ \tilde{g}(s)}{1- \ \alpha\ \tilde{g}(s)}$$

이다. 따라서 이들의 역 변환으로부터 다음식을 구한다.

$$1 - \alpha\ M(u) = 1 - \alpha\ [\ 1 - \{(1 - \alpha) \ /\ \alpha\ \} \int_0^u \tau(r)\ dr]$$
$$= (1 - \alpha)[1+ \int_0^u \tau(r)\ dr]$$

식 (7)로 부터

$$S(0)+C_1 = \frac{1}{(1-\alpha)[1+\int_0^u \tau(r)\,dr]}[L(0)+C_1+\alpha\bar{G}(b)(C_2-C_1)+L(r)\int_0^u \tau(r)\,dr$$

$$+\alpha(C_2-C_1)\int_0^u \bar{G}(b-r)\ \tau(r)\,dr] \qquad (8)$$

식 (8)을 u에 관해 미분하고 이를 0으로 놓고 정리하면

$$\int_0^u L'(r)[1+T(r)]\,dr + \alpha(C_2-C_1)\int_0^u \bar{G}'(b-r)[1+T(r)]\,dr = C_1 \qquad (9)$$

단 $T(r) = \int_0^r \tau(v)\,dv$ 이다.

식 (9)에서 $L(r)$과 $\bar{G}(b-r)$은 증가함수이므로 u에 관한 유일한 해를 지닌다.
이때 식 (9)를 만족시키는 해는 보조정리로부터 $S(w)$를 최소화시키는 유일한 해임을 알 수 있고 이때의 최적해 u^*는 다음을 만족시킨다.

$$(1-\alpha)[S^*(0)+C_1] = L(u^*)+\alpha(C_2-C_1)\,G(b-u^*) \qquad (10)$$

<u>보조정리</u> $S(0)$를 최소화시키는 u^*는 또한 $S(w)$를 최소화하는 유일한 해이다.

증명 >

$$S(w) = L(w)+\alpha C_1[\bar{G}(u-w)-\bar{G}(b-w)]+\alpha S(0)\bar{G}(u-w)+\alpha C_2\bar{G}(b-w)$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n\int_w^u [L(r)+\alpha C_1\{\bar{G}(u-r)-\bar{G}(b-r)\}+\alpha S(0)\bar{G}(u-r)+\alpha C_2\bar{G}(b-r)]$$

$$\times g^{(n)}(r-w)\,dr$$

위 식에서 $v=r-w$라하고 이를 치환하면

$$S(w) = L(w)+\alpha[C_1+S(0)]\,\bar{G}(u-w)+\alpha(C_2-C_1)\,\bar{G}(b-w)$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n\int_w^{u-w} L(v+w)g^{(n)}(v)\,dv+\alpha[C_1+S(0)]\sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n\int_0^{u-w}\bar{G}(u-w-v)g^{(n)}(v)\,dv$$

$$+\alpha(C_2-C_1)\sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n\int_0^{u-w}\bar{G}(b-w-r)\,g^{(n)}(v)\,dv$$

$$= L(w)+\alpha[C_1+S(0)][1-(1-\alpha)/\alpha\int_0^{u-w}\tau(u)\,du]+\alpha(C_2-C_1)\,\bar{G}(b-w)$$

$$+\int_0^{u-w} L(v+w)\ \tau(v)\,dv+\alpha(C_2-C_1)\int_0^{u-w}\bar{G}(b-w-v)\ \tau(v)\,dv \qquad (11)$$

식 (11)을 u에 관하여 $S(w)$를 미분하고 이를 0으로 놓고 정리하면

$$\alpha\frac{dS(0)}{du}[1-(1-\alpha)/\alpha\int_0^{u-w}\tau(u)\,du] = \tau(u-w)[\{C_1+S(0)\}(1-\alpha)-L(u)$$

$$-\alpha(C_2-C_1)\,\bar{G}(b-u)] \qquad (12)$$

여기서 $\left.\frac{dS(0)}{du}\right|_{u^*} = 0$ 이므로 $u = u^*$는 식 (12)를 만족시킨다.

따라서 $S(0)$를 최소화하는 u^*는 또한 $S(w)$를 최소화시킨다.

4. 수치 예제

엔진의 실린더가 마모되면 실린더와 피스톤의 간극이 커져 압축압력이 떨어지고 엔진의 출력이 저하된다. 그러므로 실린더의 마모량이 일정한 수준에 도달하면 분해수리 작업을 시행해야 하는데 비용문제에 있어서, 아이템의 마모량이 한계수준(b)을 초과했을 때에는 초과하기 전의 분해수리 비용보다 크게 발생한다.

또한 단위 기간당 발생되는 아이템의 마모량 분포는 감마분포를 하며 운용비용함수 및 추정된 모수가 $\alpha = 0.6$, $C_1 = 30$, $C_2 = 70$, $b = 5$ 로 주어졌을때 분해 수리를 위한 최적마모 수준을 구한다.

$$g(z) = \frac{1}{\Gamma(v) \cdot \beta^v} z^{v-1} \exp(-z/\beta), \quad v = 2,\ \beta = 1$$

$$c(x) = 2x, \quad x > 0$$

$$L(w) = \int_0^\infty \int_w^{w+z} [\ c(x)\ dx\ ]\ g(z)\ dz$$

$$\tau(w) = \frac{1}{2}\sqrt{\alpha}\left[\exp[(\sqrt{\alpha} - 1)w] - \exp[-(\sqrt{\alpha} + 1)w]\right]$$

$$T(r) = \frac{\sqrt{\alpha}}{2(\sqrt{\alpha} - 1)} \exp[(\sqrt{\alpha} - 1)r] + \frac{\sqrt{\alpha}}{2(\sqrt{\alpha} + 1)} \exp[-(\sqrt{\alpha} + 1)r] - \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$\bar{G}'(b-r) = (b-r) \cdot \exp(-[b-r]) > 0, \qquad b - r > 0$$

이때 분해수리를 위한 최적마모 수준은 $u^*=3.125$임을 알 수 있고, 이는 각 기간 말에서 측정한 마모량이 이수준을 초과했을 때는 한계수준에 도달하지 않았더라도 분해수리는 시행한다

5. 결 론

본 연구는 아이템의 마모가 사용에 따라 누적적으로 발생하며 고장을 일으키는 결정적 요인이 마모와 직접적인 관계가 있는 경우 이 마모량을 관측하여 예방정비의 기준으로 사용할 수 있는 모형을 연구하였다. 이를 위해 마모가 증가함에 따라 운영비용이 증가할 때 정기적으로 각 기간말에서 마모량을 측정하고 이 마모량이 일정한 수준을 초과하면 분해수리를 시행하는 모형을 연구하였다. 이 모형은 분해수리 비용에 있어서 만일 마모량이 사전에 설정된 특정수준을 초과했을 때에는 초과하지 않았을 때에 시행되는 분해수리 비용보다 큰 비용이 소요되는 것으로 하였다. 본 모형에 관한 최적해로서 무한기간에 걸쳐 할인된 총비용을 최소화시키는 아이템의 마모수준을 구하였다.

참 고 문 헌

1. Aven, T., and Gaarder, S., "Optimal Replacement in a shock Model: Discrete Time," *J. of Applied probability*, Vol.24, pp.281-287, 1987.
2. Barlow, R.E. and Hunter, L.C., "Optimum Preventive Maintenace Policies," *Operations Research*, Vol.8, No.1, pp.90-100, 1960.
3. Barlow, R.E. and Proschan, F., Mathmatical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, New York, 1965.
4. Bergman, B., "Optimal Replacement Under a General Failure Model," *Advances in applied probability*, Vol.10, pp.431-451, 1978.
5. Feldman, R.M., "Optimal Replacement with Semi-Markov Shock Models," *J. of Applied probability*,

Vol.13, pp.108-117, 1976.

6. Geurts.J.H.J., "Optimal Age Replacement Versus Condition Based Replacement:Some Theorectical and Practical Consideration," *J.Quality Technology*, Vol.15, pp.171-179, 1983.
7. Luss,H.,"Maintenance Policies When Deterioration can be observed by Inspection," *Operations Research*, Vol.24, pp.359-366, 1976.
8. Mercer,A.,"Some Simple Wear-dependent Renewal Process,"*J. of Roy. Stat.Soc.*,B.23,No.2,1961.
9. Nakagawa "On a Replacement Problem of a Cumulative Damage Model," *J.of the Oper.Res.Soc.*, Vol.27, pp.895-900, 1976.
10. Park,K.S.,"Optimal Continuous-Wear Limit Replacement Under Periodic Inspections," *IEEE Trans. Rel.*,Vol.R-37, No.1, pp.97-102, 1988.
11. Park,K.S.,"Optimal Wear-Limit Replacement With Wear-Dependent Failures," *IEEE Trans. Rel.*, Vol.R-37, No.3, pp.293-294, 1988.
12. Sivazilian,B.D. "Optimum Scheduling of a New Maintenance Program Under Stochastic Degradation," *Microelectron.Rel.*, Vol.29, No.1, pp.57-71, 1989.
13. Taylor,H.M. "Optimal Replacement Under Additive Damage and Other Failure Models," *NRLQ*, Vol.22, pp.1-18, 1975.