

---

## 論 文

---

大韓造船學會論文集  
第29卷第4號 1992年11月  
Transactions of the Society of  
Naval Architects of Korea  
Vol. 29, No.4, November 1992

### 多應力集中部을 가진扳에 依한 疲勞龜裂 發生壽命 分布 推定

강성원\*, 엄동석\*, 이지현\*\*

Estimation of Fatigue Crack Initiation Life  
Distribution by Multi-notched Specimen

by

S.W. Kang\*, D.S. Uom\* and J.H. Lee\*\*

#### 要 著

각종 구조물, 기계요소의 破壞에 있어서 상당수는 疲勞破壞가 그 원인인 것이 많고, 그 설계 및 안전성 평가를 위해 信賴性解析法을 도입함에 있어서 疲勞壽命의 確率分布를 파악하는 것은 구조물에 작용하는 외력의 推定과 함께 중요하다. 疲勞壽命의 確率分布를 구하는데는 對數正規分布 혹은 Weibull分布 등이 제안되어 있지만, Weibull分布가 그 뛰어난 응용성과 정확성 때문에 疲勞壽命分布에 가장 자주 쓰이고 있다. 따라서, 본 연구에서는 응용범위가 넓고, 데이터의 특성을 가장 잘 표현하는 것으로 알려진 Weibull分布를 사용하였다.

어떤 응력상태 하에서의 疲勞龜裂發生壽命의 確率分布를 구하기 위해서는 일반적으로 수십개의 疲勞試驗을 행하여 많은 데이터를 얻어야 한다.

그러나, 그러한 많은 시험은 시험시간, 경비등의 면에서 어려움이 있다. 따라서, 본 연구에서는 피로균열발생수명분포를 구하기 위하여 적은 시험편으로 보다 많은 데이터를 얻을 수 있는 100개의 應力集中部을 가진 變斷面의 팔보형 試驗片을 개발하였다.

疲勞試驗은 一定振幅完全兩振 굽힘피로하중에서 실시하였고, 疲勞龜裂發生壽命의 確率分布를 推定하는데에는 여러가지 방법들이 있으나, 본 연구에서는 未知의 母數推定에 그 유용성이 확인된 Bayesian 信賴性解析法, Skewness법과 최소자승법을 사용하여 그 정도를 비교하였다.

#### Abstract

Fatigue crack initiation life has a wide scatter and this makes the fatigue design of structural members difficult.

---

발 표 : 1992년도 대한조선학회 춘계연구발표회('92. 4. 18.)

접수일자 : 1992년 5월 21일, 재접수일자 : 1992년 7월 23일

\* 정회원, 부산대학교 조선공학과

\*\* 정회원, 현대중공업(주) 선박해양연구소

In order to make the fatigue life distribution clear, it is required to prepare a large number of specimens and repeat the fatigue tests under the same loading condition. Such fatigue tests usually take much time and cost.

In this study, a fatigue testing method using a multi-notched test specimen for the purpose of estimating the distribution function of fatigue crack initiation life by small number of fatigue tests is used.

The purpose of this study is to verify the above fatigue testing method of a multi-notched specimen by using Bayesian reliability analysis, Least square method and Skewness method for the determination of unknown Weibull parameters. The multi-notched specimen is a specimen in which several tens of statistically identical notches are prepared.

## 1. 서 론

공학적으로 불확실한 현상을 정량적으로 규명하기 위해 確率, 統計의 수학적 개념을 도입한 信賴性概念이 광범위하게 적용되고 있다[1~6].

疲勞強度 부분에 있어서도 龜裂의 發生, 전파거동을 파악하기 위해 확률, 통계의 수학적 개념을 도입한 연구가 많이 수행되고 있으며[7~14], 그 기본적인 단계로서 실험 결과에서 얻어진 데이터의 성격을 규명하기 위해 가정된 分布函數로 부터 母數를 推定하여 데이터를 분석하고 있다.

특히, 각종 구조물, 기계요소의 破壞에 있어서 상당수는 疲勞破壞가 그 원인인 것이 많고, 그 설계 및 안전성 평가를 위해 信賴性 解析法을 도입함에 있어서 疲勞壽命의 確率分布를 파악하는 것은 구조물에 작용하는 외력의 推定과 함께 중요하다. 疲勞壽命의 確率分布를 구하는 대는 對數正規分布[10] 혹은 Weibull分布 등이 제안되어 있지만, Weibull分布가 그 뛰어난 응용성과 정확성 때문에 疲勞壽命分布에 가장 자주 쓰이고 있다[7~9]. 따라서, 본 연구에서는 응용범위가 넓고, 데이터의 특성을 가장 잘 표현하는 것으로 알려진 Weibull分布를 사용하였다.

어떤 응력상태 하에서의 疲勞龜裂發生壽命의 確率分布를 구하기 위해서는 일반적으로 수십개의 疲勞試驗을 행하여 많은 데이터를 얻어야 한다. 그러나, 그러한 많은 시험은 시험시간, 경비등의 면에서 어려움이 있다. 그래서 이러한 종래의 시험방법을 개선하기 위해서 H., Itagaki[7], Y., Fusimoto[8, 9]등은 인장하중하에서 적은 시험편으로 보다 많은 데이터를 얻을 수 있는 均一斷面의 다용력집중부를 갖는 시험편을 사용하여 시험을 실시하여 그 유용성을 확인한 바 있다. 따라서, 본 연구에서는 굽힘하중하

에서의 피로균열발생수명분포를 구하기 위하여 100개의 應力集中부를 갖는 變斷面 외팔보형 굽힘피로시험편을 채용하였다.

疲勞試驗은 一定振幅完全兩振 굽힘피로하중하에서 실시하였고, 疲勞龜裂發生壽命의 確率分布를 推定하는데에는 여러가지 방법들[5]이 있으나, 본 연구에서는 未知의 母數推定에 그 유용성이 확인된 Bayesian 信賴性 解析法[7~9], Skewness法[15]과 최소자승법을 사용하여 정도를 비교하였다.

## 2. Weibull분포와 母數 推定을 위한 방법들

### 2.1 Weibull 分布

지금 疲勞壽命分布가 2母數 Weibull分布와 3母數 Weibull分布로 나타낼 수 있다고 가정한다. 이 確率分布函數  $F(N)$  및 確率密度函數  $f(N)$ 는, 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

#### 2-母數 Weibull 分布:

$$F(N) = 1 - \exp\{-(N/\beta)^\alpha\} \quad (1)$$

$$f(N) = \alpha/\beta(N/\beta)^{\alpha-1} \exp\{-(N/\beta)^\alpha\} \quad (2)$$

#### 3-母數 Weibull 分布:

$$F(N) = 1 - \exp\{-(N-\gamma)/\beta\}^\alpha \quad (3)$$

$$f(N) = \alpha/\beta(N-\gamma)^{\alpha-1} \exp\{-(N-\gamma)/\beta\}^\alpha \quad (4)$$

여기에서,  $N$ 은 하중반복수를 나타낸다. 또,  $\alpha$ 는 Weibull분포의 形狀母數,  $\beta$ 는 치수母數,  $\gamma$ 는 位置母數라 부른다.

그리고, 이들 분포의 평균과 분산은 다음과 같다.

### 2-母數 Weibull 分布:

$$\text{평균 : } E(N) = \int N f(N) dN = \beta \Gamma(1+1/\alpha) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{분산 : } V(N) &= E(N^2) - [E(N)]^2 \\ &= \beta^2 [\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)] \end{aligned} \quad (6)$$

### 3-母數 Weibull 分布:

$$\text{평균 : } E(N) = \int N f(N) dN = \beta \Gamma(1+1/\alpha) + \gamma \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{분산 : } V(N) &= E(N^2) - [E(N)]^2 \\ &= \beta^2 [\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)] \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.2 Weibull 분포의 모수추정을 위한 방법들

#### 2.2.1 Bayesian 신뢰성 해석법

Bayesian 신뢰성 해석은 Bayes 정리의 응용이며, 경험이나 직관적 예측을 신뢰성해석의 가운데 정량적으로 집어넣은 것으로, 데이터 부족이란 현실을 극복하기 위한 수법으로 태어났다. 통상의 통계학에서는 분포의 파라미터를 확정치로 생각하고, 그 값을 데이터에서 추정하며, 추정이 불확실한 부분은 신뢰 구간이라는 형으로 나타낸다. 이에 반해, Bayes 통계학에서는 파라미터자신을 확률변수로서 취급한다. 즉, 미지의 파라미터에 대해서 먼저 사전에 어떤 분포를 가정하고, 그 사전분포와 데이터에서 파라미터분포(사후확률)를 결정한다.

Fig.1은 피로균열발생수명분포를 나타낸 것으로서  $P_i (i=1,2,3,\dots,k)$ 는 반복수  $N_{k-1}$ 에서  $N_k$  사이의 기간 동안 균열이 발생할 확률을 나타낸다. 다항분포를 적용하여 사건 E가 일어날 확률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{M!}{m_1! m_2! m_3! \cdots m_k! q!} \\ &\times P_1^{m_1} \cdot P_2^{m_2} \cdot P_3^{m_3} \cdots P_{k-1}^{m_{k-1}} \cdot P_k^{m_k} \cdot (1 - \sum_{i=1}^k P_i)^q \end{aligned} \quad (9)$$

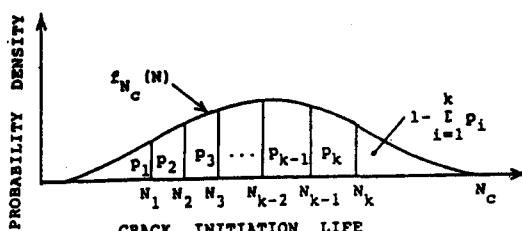


Fig.1 Probability density function of crack initiation life

$$\text{여기서, } q = M - \sum_{i=1}^k m_i$$

M은 용력집중부 총개수로 100,  $m_i$ 는 균열발생갯수이다. 피로균열발생수명에 (1)식의 2모수 Weibull분포로 가정하고, 확률  $P(E)$ 은 Weibull 모수가 주어졌다 고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P(E|\alpha, \beta) &= F_{NC}(N_1|\alpha, \beta)m_1 \\ &\cdot \left[ \prod_{i=2}^k \{F_{NC}(N_i|\alpha, \beta) - F_{NC}(N_{i-1}|\alpha, \beta)m_i\} \right] \\ &\cdot \{1 - F_{NC}(N_k|\alpha, \beta)\}^q \end{aligned} \quad (10)$$

Weibull분포의 파라미터  $\alpha, \beta$ 를 확률변수로 보고, 그 사전확률밀도를  $f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 라 한다. Bayes 정리를 Weibull 파라미터  $\alpha, \beta$  추정에 적용하면, 사후확률은 (11)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{\alpha, \beta}(X, Y) = \frac{\prod_i P(E_i|\alpha=x, \beta=y) f_{\alpha, \beta}(X, Y)}{\int \int (P(E_i|\alpha=x, \beta=y) f_{\alpha, \beta}(X, Y)) dx dy} \quad (11)$$

$f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 에 의해 표시된  $(\alpha, \beta)$ 의 사전밀도는 이산 균일분포로 주어진다. 먼저, 사전분포를 대강주고 사후밀도함수  $f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 를 계산한다.

다용력집중부를 가진 시험편에서는 먼저 발생한 균열에 의해 균열이 발생하지 않은 노치부의 피로균열발생수명에 영향을 미칠 수 있으므로, 이러한 경우에는 영향을 받는 용력집중부는 유효노치에서 제외시킨다. 이 경우에 (9)식의 q는 다음과 같이 수정된다.

$$q = M - \sum_{i=1}^{k-1} (m_i + r_i) - m_k \quad (12)$$

여기서  $r_i$ 는 먼저 발생한 균열에 의해 영향을 받은 용력집중부 갯수로서 유효균열에서 제외된 숫자이다.

#### 2.2.2 최소자승법

(1)식의 2모수 Weibull 분포함수의 양변에 로그를 두번 취하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\log \log(1/(1-F(X))) = \alpha \cdot (\log X - \log \beta) \quad (13)$$

(13)식을 (14)식과 같이 치환하면, (15)식과 같은 직선식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Y &= \log \log \{1/(1-F(X))\} \\ X &= \log X \\ B &= -\alpha \cdot \log \beta \end{aligned} \quad (14)$$

$$Y = \alpha \cdot X + B \quad (15)$$

여기서  $X$ 와  $Y$  직선 식으로 표현되므로, 최소자승법을 이용하여 아래와 같이  $\alpha$ 와  $B$ 의 값을 구할 수 있다.

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2 \cdot n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2}} \quad (18)$$

치수모수  $\alpha$ 와 형상모수  $\beta$ 를 구하기 전에 (18)식을 이용하여 상관계수  $\gamma$ 의 값이 최대가 되는 위치모수  $\gamma$ 를 먼저 구하여, (16)식과 (17)식, 그리고 (14)식으로부터 치수모수  $\alpha$ 와 형상모수  $\beta$ 를 얻는다.

### 2.2.3 Skewness법

이는 제3종 최대치점근분포의 모수  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 구하는 데 있어서 데이터의 Skewness 계수를 이용하는 방법이다. (19)식은 제3종 최대점근분포의 분포함수를 나타내고 있다.

$$F(N) = \exp\left(-\left(\frac{\gamma-N}{\gamma-\beta}\right)^\alpha\right) \quad (19)$$

특히 Skewness 계수는 모수  $\alpha$ 만의 함수로 나타낼 수 있다. 데이터에 의한 Skewness 계수는 (20)식과 같다.

$$\theta = \frac{E[(N-\mu)^3]}{\sigma^3} \quad (20)$$

여기서,  $\sigma$ : 표준편차

$\mu$ : 평균

$$\theta = -\{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma(1+2/\alpha)\Gamma(1+1/\alpha) + 2\Gamma(1+1/\alpha) \cdot \{1/\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+2/\alpha)/2\}\} \quad (21)$$

$$\mu = \gamma - (\gamma - \beta) \cdot \Gamma(1+1/\alpha) \quad (22)$$

$$\sigma = (\gamma - \beta)^2 \cdot \{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)\} \quad (23)$$

(21)식에서  $\alpha$ 를 구하여 (22)식과 (23)식에서 연립방정식을 풀어서  $\beta, \gamma$ 의 해를 구할 수 있다.

### 3. 시험편 및 실험방법

본 실험에 사용된 시험편은 통계적으로 동일하다고 가정한 100개의 노치를 가진 변단면 외팔보 시험편을 사용하였으며, 시험편의 형상 및 치수는 Fig. 2와 같고, 사용강재의 화학성분 및 기계적 성질은 Table 1과 같다. 그리고 구멍사이의 평균간격은 6.78mm, 구멍의 평균 크기는 3.11mm이고, 두께는 6mm며, 응력집중계수는 1.72이다. 시험편의 연마는 연마지 100번부터 1200번까지 차례로 연마하였다. 사용한 시험기는 번위제어식 굽힘疲勞試驗機이다.

疲勞試驗은 굽힘응력진폭이  $20\text{kg/mm}^2, 17\text{kg/mm}^2$ 와  $15\text{kg/mm}^2$ 의 3가지 일정진폭양진굽힘의 응력상태에서 반복속도 3Hz에서 疲勞試驗을 행하였다. 각 시험편의 윗면 A열과 B열, B열과 C열, D열과 E열, 그리고 아랫면 B'열과 C'열 사이에 5mm 스트레인 게이지를 부착하여 하중상태를 확인하였다. 스트레인 게이지는 일본 Kyowa Electronic Co. 제품을 사용하였으며, 사용한 게이지의 gage factor는 2.16, gage resistance는  $120.0\Omega$ 이다. 시험방법은 먼저 하중을 처음에서부터 어떤  $N_1$  cycle까지 가하여

Table 1 Chemical compositions and mechanical properties of test specimen

Material	Chemical Compositions(%)				Mechanical Properties		
	C	Si	Mn	S	Y.S. (kg/mm <sup>2</sup> )	T.S. (%)	EL. (%)
KP Grade A (SS41)	0.15	0.04	0.08	0.015	26.2	44.1	23

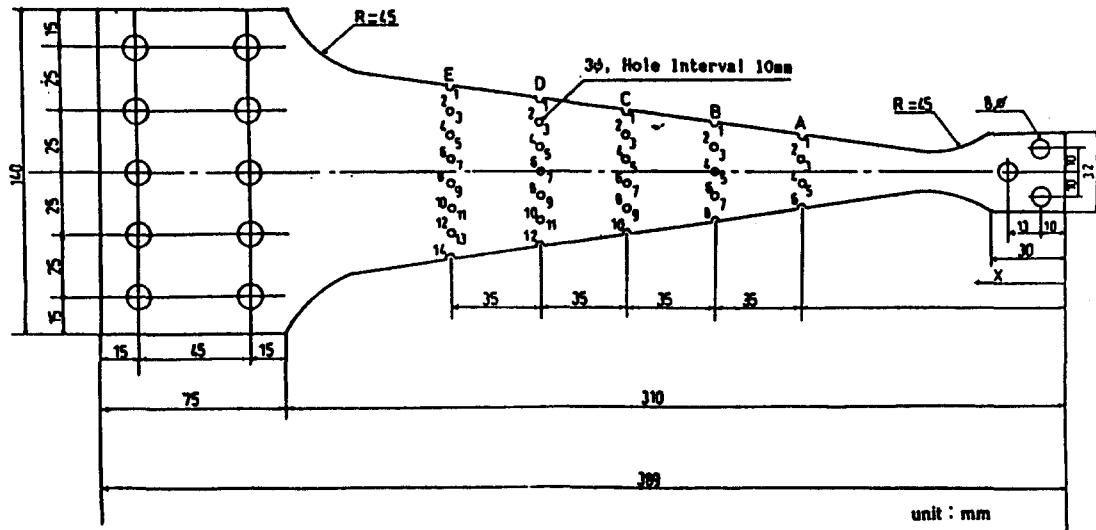


Fig.2 Specimen geometry and notch number

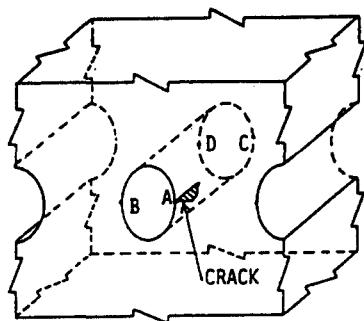


Fig.3 Effects of fatigue crack on uncracked notches

microscope와 레프리카 필름으로 측정하여 疲勞龜裂發生數  $m_i$ 을 얻는다. 다시 어떤 cycle  $\Delta N$ 까지 하중을 가하여 疲勞龜裂發生位置 및 길이를 측정한다. 그리하여  $\Delta N_k$  cycle 동안 발생한 疲勞龜裂중 제일 긴 것이 먼저 정의한 길이에 달할 때까지 시험을 계속하여 疲勞試驗 데이터를 얻는다. 본 시험에서는 각 용력집중부에서 발생한 피로균열 길이가 0.5mm에 도달했을 때의 반복수를 피로균열 발생수명  $N_c$ 로 하였고 이미 발생한 피로 균열중 최대의 균열이 2.2mm에 도달했을 때 시험을 종료하였다. 그리고 다용력 집중부를 갖는 시험편에서는 각각의 應力集中部 상호간의 영향을 무시할 수가 없으므로 Fig. 3와 같이 다음 세가지로 나누어 고려하였다.

CASE 1: 각각의 應力集中부가 서로 영향을 받지 않는다고 가정할 경우.

CASE 2: 임의의 곳에 균열이 발생했을 때 그 반대면 만이 영향을 받는다고 가정할 경우. A점에서 균열이 발생했을 때 C점을 유효균열에서 제외시킨다.

CASE 3: A점의 균열의 영향을 고려하여 B, C, D를 유효균열에서 제외시킨 경우.

#### 4. 실험결과의 해석 및 고찰

일반적으로 疲勞破壞에 대한 설계기준을 설정하기 위하여 疲勞壽命曲線인 S-N선도가 사용되어지고 있지만, 피로시험결과의 scatter를 고려하기 위하여서는 破壞確率疲勞壽命曲線인 P-S-N선도가 요구된다 [10, 19].

본 연구에서는 다용력집중부를 갖는 시험편을 사용하여 피로시험을 행하여 피로시험데이터를 얻고, 이 데이터를 Weibull분포에 따른다고 가정하여, 이것의 모수를 Bayesian 信賴性 解析法, 최소자승법, Skewness법을 이용하여 구하였으며, 이들의 결과를 비교하였다.

실험결과로 부터 얻어진 데이터의 예를 Case 1,2,3에 대하여 Table 2에 정리하였다. 여기서,  $N_i$ 는 균열발생을 확인한 반복수이며, 균열위치(crack location)에는 Fig.2에서 나타낸 바와 같이 각 용력집중부에서의 매 반복수마다 발견된 균열발생위치를 나타내었으며, Case 1,2,3의  $m_i$ 는 매 반복수마다

Table 2 Fatigue Test Results(SP 15)

No. of Cycles ( $N_i$ )	Cracked Locations	CASE1		CASE2		CASE3	
		$m_i$	$r_i$	$m_i$	$r_i$	$m_i$	$r_i$
$N_1 = 65000$	A <sub>1</sub> , B <sub>7</sub> , B' <sub>3</sub>	3	0	3	3	3	7
$N_2 = 75000$	B <sub>5</sub> , B' <sub>1</sub> , B' <sub>7</sub> , D' <sub>5</sub>	4	0	3	3	2	7
$N_3 = 85000$	A' <sub>4</sub> , B <sub>3</sub> , C <sub>9</sub> , D <sub>3</sub> , E <sub>4</sub>	5	0	4	4	4	12
$N_4 = 95000$	A <sub>4</sub> , A <sub>5</sub> , B <sub>4</sub> , B' <sub>5</sub> , C <sub>2</sub> , C <sub>5</sub> , C' <sub>4</sub> , D <sub>2</sub> , D <sub>4</sub> , D <sub>6</sub> , D <sub>9</sub> , E <sub>11</sub>	12	0	10	10	5	15
$N_5 = 105000$	A' <sub>5</sub> , C <sub>8</sub> , D <sub>10</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>5</sub> , E <sub>6</sub> , E <sub>7</sub> , E' <sub>3</sub> , E' <sub>6</sub>	9	0	8	4	5	7
$N_6 = 115000$	B <sub>2</sub> , C <sub>7</sub> , B' <sub>2</sub> , C' <sub>6</sub> , E' <sub>3</sub> , E' <sub>6</sub>	6	0	4	2	1	3
$N_7 = 125000$	A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> , C <sub>3</sub> , C <sub>4</sub> , C <sub>6</sub> , E <sub>8</sub> , E <sub>10</sub> , A' <sub>2</sub> , C' <sub>7</sub> , C' <sub>9</sub> , D' <sub>9</sub> , D' <sub>12</sub>	12	0	7	5	4	8
$N_8 = 135000$	C <sub>1</sub> , D <sub>5</sub> , D <sub>8</sub> , E <sub>13</sub> , C' <sub>8</sub> , D' <sub>7</sub> , D' <sub>9</sub> , D' <sub>10</sub> , E' <sub>9</sub>	9	0	5	5	2	4
$N_9 = 145000$	A <sub>6</sub> , B <sub>6</sub> , E <sub>2</sub> , E <sub>9</sub> , A' <sub>1</sub> , A' <sub>6</sub> , B <sub>6</sub> , C' <sub>3</sub> , D' <sub>1</sub> , D' <sub>8</sub> , E' <sub>7</sub> , E' <sub>8</sub> , E' <sub>10</sub>	13	0	4	4	2	2
$N_{10} = 155000$	A' <sub>3</sub>	1	0	0	0	0	0
$N_{11} = 165000$	B <sub>1</sub> , D <sub>1</sub> , C' <sub>3</sub> , D' <sub>3</sub> , D' <sub>4</sub>	5	0	2	0	0	0
$N_{12} = 175000$	E <sub>1</sub> , E <sub>14</sub> , E' <sub>1</sub>	3	0	3	1	3	1

Table 3 Three parameters of 3 parameter Weibull distribution for each cases by least square method

Type of Load	Case 1			Case 2			Case 3		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
SP 20	3.44	22657	2000	2.84	19548	2000	2.66	18894	2000
SP 17	3.26	29799	32500	2.94	28176	32500	2.68	26331	32500
SP 15	2.64	83139	42000	2.41	76806	42000	1.98	73792	42000

Table 4 Three parameters of 3 parameter Weibull distribution for each cases by Bayesian reliability analysis

Type of Load	Case 1			Case 2			Case 3		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
SP 20	3.56	25500	2000	2.90	20000	2000	2.77	21000	2000
SP 17	3.27	32300	32500	3.06	31300	32500	2.80	29500	32500
SP 15	2.76	84400	42000	2.55	79200	42000	2.11	77500	42000

Table 5 Three parameters of 3 parameter Weibull distribution for each cases by Skewness method

Type of Load	Case 1			Case 2			Case 3		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
SP 20	3.21	53280	69355	3.6	22000	0	2.90	38589	56520
SP 17	2.93	58125	84093	3.41	43204	68954	3.05	65652	86475
SP 15	3.67	109519	211579	3.28	97862	120040	2.73	89878	105289

발생한 균열수를 나타내었다.  $r_i$ 는 각 Case마다 영향을 받았다고 가정되어 전체 유효균열에서 제외된 갯수를 나타낸다.

이상의 실험결과를 이용하여 각 응력 레벨에서의 3母數 weibull분포의 母數  $\alpha, \beta, \gamma$  중에서 먼저 상관계수를 이용하여 그 값이 최대가 되는 위치모수  $\gamma$ 를 구하고나서, Bayesian 信賴性解析法과 최소자승법을 이용하여 형상모수  $\alpha$ 와 치수모수  $\beta$ 를 각각 추정하였다. Fig.4에는 위치모수  $\gamma$ 의 값의 변화에 따라 직선화되는 모양을 보여주고 있다. Fig.5과 Fig.6에서의 응력레벨 20kg/mm<sup>2</sup>에서 Bayesian 신뢰성해석법에

의한 모수 추정과정을 보여주고 있다. 推定한 결과는 Table 3와 Table 4에 나타내었다. Fig.7에서는 Bayesian 신뢰성해석법과 Skewness법에 의한 추정된 누적분포의 결과들을 나타내었고, Fig.8은 최소자승법에 의한 추정 결과이다. Fig.9~Fig.11은 이상의 세가지 방법에 의하여 추정된 결과의 예를 히스토그램과 확률밀도함수로 나타내었다. 최소자승법과 Bayesian 信賴性解析法에 의한 결과는 비슷한 값을 보여주고 있다. 그러나, Skewness법에 의한 결과는 Table 5에 나타내었고, Fig.9~Fig.11에 나타난 바와 같이 Skewness법은 약간의 차이를 보여주고 있다.

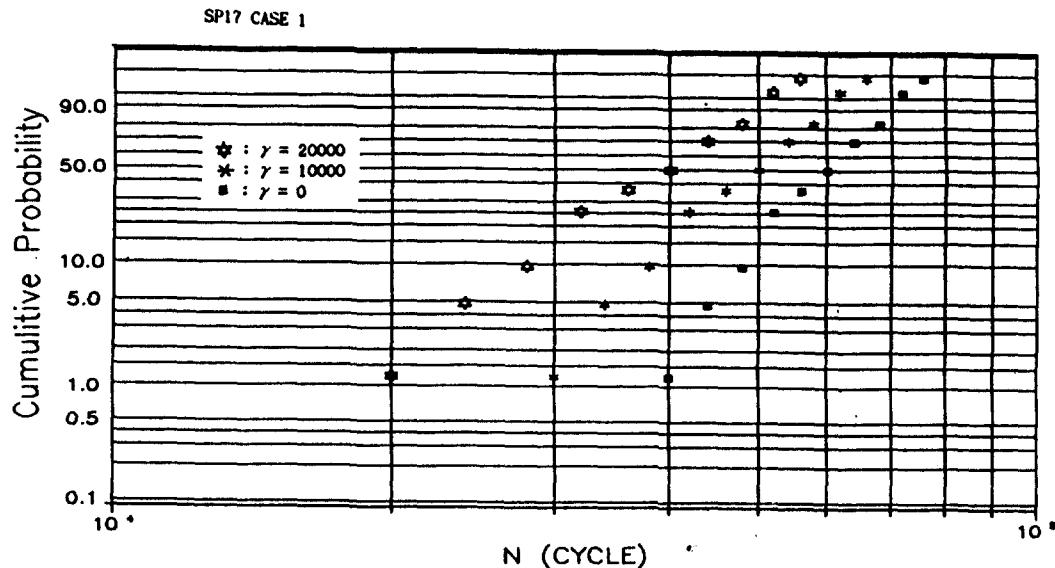
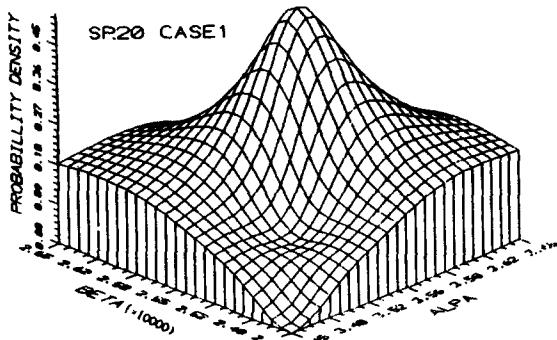
Fig.4 Comparison of location parameter  $\gamma$  effect

Fig.5 Posterior joint probability density of scale and shape parameter

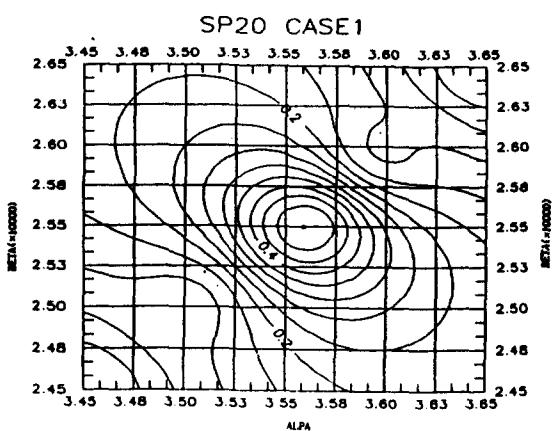


Fig.6 Profile of Fig.5

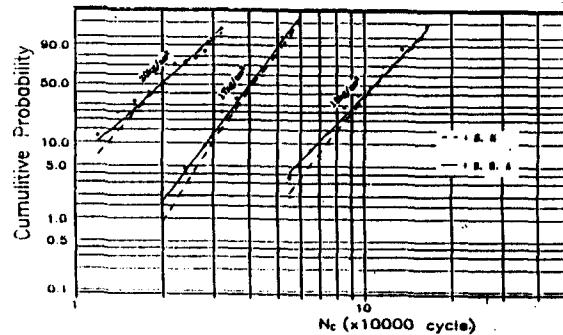


Fig.7 Cumulative probability of crack initiation lives by Bayesian reliability analysis and Skewness method

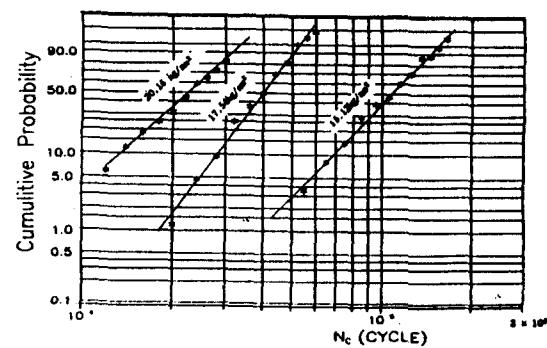


Fig.8 Probability of fatigue crack initiation lives of Case 1 plotted by Least square method

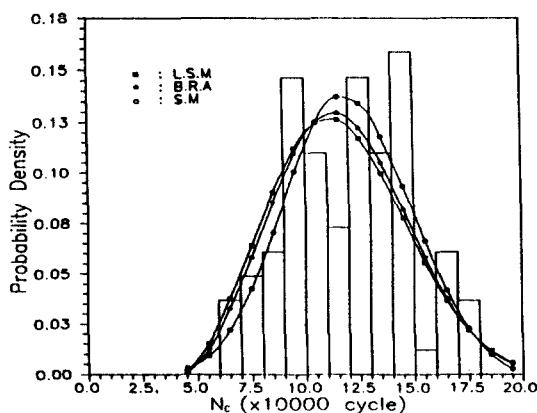


Fig.9 Frequency distribution and probability density function SP15 CASE 1

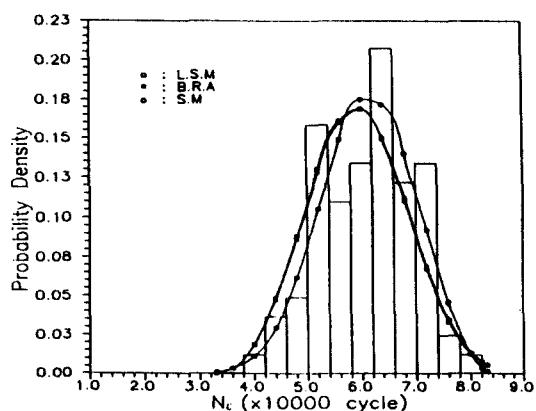


Fig.10 Frequency distribution and probability density function SP17 CASE 1

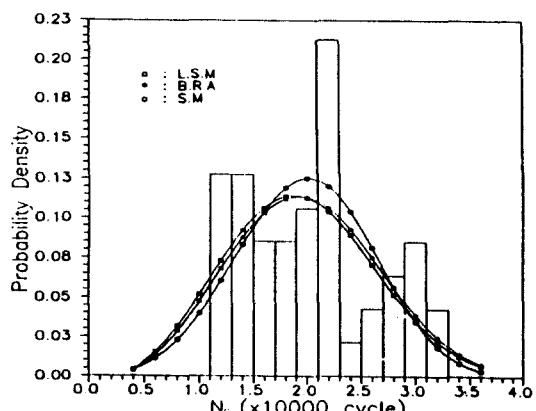


Fig.11 Frequency distribution and probability density function SP20 CASE 2

이는 Skewness법의 경우에 있어서는 세가지 모수 중 형상모수  $\alpha$ 부터 추정하여  $\beta, \gamma$ 를 추정하기 때문인 것으로 생각된다.

어떤 데이터가 어떤 확률분포에 잘 따르는가하는 하나의 판정기준은 Fig.7 혹은 Fig.8과 같이 그 확률분포를 확률지에 그려보았을 때 확률값이 직선적으로 되면, 그 확률분포 함수에 적합한 것으로 생각할 수 있다. 그러나 대부분의 데이터는 하측확률부분에서 휘어지는 경향을 보여주는 것이 일반적이다. Weibull 분포에서도 이러한 경우가 예외가 아니어서 데이터에 따라서 하측확률부분에서 휘어지는 경향을 볼 수 있다. 이때, Fig.4와 같이 위치모수  $\gamma$ 는 확률값이 변하지 않게 이 휘어지는 부분을 직선화시켜 보다 Weibull분포에 잘 따르도록 하는 일종의 수정계수의 역할을 한다. 이 위치모수  $\gamma$ 때문에 상당히 불규칙한 데이터를 잘 표현할 수 있는 것이다. 특히 괴로 강도분포에 있어서 불규칙한 데이터가 많아서 Weibull 분포가 자주 사용되는 것도 이러한 이유때문일 것이다.

Skewness법에 있어서 식 자체만으로 볼 때 이론적으로 문제가 없지만, 각 모수의 기하학적 특성을 무시함으로써 잠재적으로 오차를 내재하고 있다. 데이터 자체가 직선적으로 따를 경우 즉, 위치모수  $\gamma$ 가 0인 2모수 Weibull분포만으로 잘 표현될 경우는 오차가 적겠지만, 하측확률부분이나 상측확률부분에서 휘어질 경우에는 상당한 오차를 가지게 된다. 왜냐하면, Skewness법에서는 3모수 Weibull 분포의 최대의 특성인 위치모수  $\gamma$ 를 먼저 추정하여 오차를 줄여서 데이터를 표현하는 것이 아니라, Skewness 계수로 부터 형상모수  $\alpha$ 를 먼저 추정하고나서 치수모수  $\beta$ 와 위치모수  $\gamma$ 를 순차적으로 추정하기 때문이다.

Bayesian해석법의 경우에는 추정과정에 있어서 maximum likelihood method와 같은 점추정법보다는 상당히 개선된 방법이지만, Fig.5, Fig.6과 같은 과정을 거쳐야하는 불편함을 갖고 있다. 따라서, Weibull 분포함수의 모수추정에 있어서는 상관관계가 최대가 되는 위치모수  $\gamma$ 를 추정한 다음, 최소자승법에 의해 나머지 모수들을 추정하는 것이 가장 추천할만한 방법이다.

Weibull 분포함수를 사용하여 괴로균열 발생수명분포를 추정할 경우 세가지 모수를 추정하는 방법에 따라 그 결과가 상당한 차이를 보이므로 모수 추정 방법에 세심한 주의를 기울여야 한다.

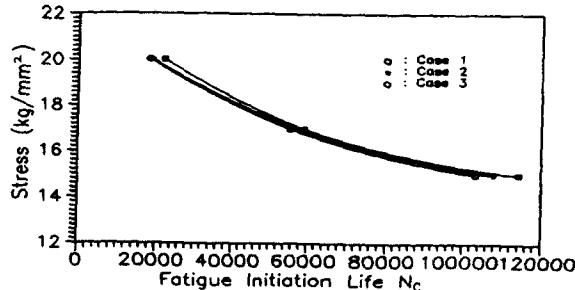


Fig.12 Comparison of P-S-N curve for each case at 50% confidence

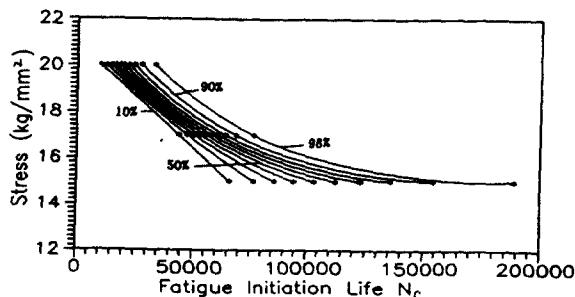


Fig.13 P-S-N curve for CASE 3 by Least square method

본 연구에서 채용한 시험편에 대한 일정진폭 완전 양진굽힘피로시험 결과로부터 균열 상호간의 영향을 고려하는 3가지 경우에 대하여, 상관계수를 이용하여 위치모수  $\gamma$ 를 구한 후 형상모수  $\alpha$ 와 치수모수  $\beta$ 를 최소자승법으로 추정한 모수들을 이용하여 50%의 파괴확률을 갖는 S-N곡선을 Fig.12에 나타내었다. 역시 CASE 3이 비교적 안전측으로 나타났다. 그리고, Fig.12의 피로수명분포의 결과를 볼 때 응력집중부 상호간에 크게 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 그리고, 다응력집중부를 가진 시험편을 사용하여 피로시험데이터를 얻고자 할 경우 Case 3의 방법으로 데이터를 정리하는 것이 안전성 면에서 유리하다고 하겠다. Fig.13에는 최소자승법에 의하여 추정된 결과를 P-S-N 선도로 나타내었다. 이상의 실험결과에서 다응력집중부를 가진 시험편의 유용성을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 적은 시험편으로 많은 데이터를 얻을 수 있는 변단면 외팔보형 다응력집중부를 가진

시험편을 개발하였다. 疲勞龜裂發生壽命을 推定하기 위하여 피로수명의 확률분포를 Weibull分布로 써 가정하였고, Bayesian 信賴性解析法, 最小自乘法과 Skewness 법을 사용하여 3母數 Weibull分布函數의 母數  $\alpha, \beta, \gamma$ 의 값을 推定하였다. 또한, 본 연구결과로 부터 疲勞現象 分析에 있어서 Weibull分布의 정확성과 유용한 추정방법을 제시하였다.

이상의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 시험시간과 경비를 절약하면서 많은 데이터를 얻을 수 있는 다응력집중부를 가진 변단면외팔보형 시험편을 이용하여 피로균열발생수명을 추정함에 있어서 그 유용성을 입증하였다.
- 2) Weibull분포함수를 사용하여 그 모수를 추정할 경우에 추정방법에 따라 결과가 상당히 차이가 있을 수 있음을 유의해야 한다.
- 3) 일정진폭의 완전굽힘 피로하증하의 疲勞龜裂發生壽命確率分布는 2파라미터, 3母數 Weibull 分布函數로서 推定이 가능하며, 가장 추천할 만한 방법은 상관계수를 이용한 최소자승법이다.
- 4) 疲勞龜裂發生壽命確率分布에 미치는 應力集中部의 상호간의 영향은 별로 없음을 확인하였다.
- 5) 2母數 Weibull분포 보다는 3母數 Weibull 분포가 보다 정도가 높음을 알 수가 있었다.
- 6) 다응력집중부를 가진 시험편을 사용할 경우 Case 3이 가장 안전측 데이터를 제시하고 있다.

## 参 考 文 献

- [1] Martz, H.F., Waller, R.A., Bayesian Reliability Analysis, John Wiley & Sons, Inc, 1982.
- [2] Ang, A. H-S., Tang, W.H., Probability Concepts in Planning and Design, Wiley & Sons, Inc, 1984.
- [3] Siddall, J.N., Probabilistic Engineering Design, Marcell Dekker, INC, 1983.
- [4] 市川昌弘, 構造 信賴性 工學, 海文堂, 1988.
- [5] 岡村弘之, 板恒 浩, 強度の統計的 取扱い, 培風館, 1979.
- [6] 真壁 駿, ウィブル 率紙の使い方, 日本規格協会, 1970.
- [7] Itagaki, H., Ogawa, T., Yamamoto, S: "Bayesian Approach for the Estimation of the Probability Distribution of Fatigue Life", *J.of The Society of Naval Architecture of Japan*, Vol.

- 141, pp.244–249, 1977.
- [8] Fujimoto, Y., Iwata, M., Zheng, Y.L.: "Application of Multi-Notched Specimen to Fatigue Test Acceleration", *Proceedings of the First (1990) Pacific/Asia OFFSHORE Mechanics Symposium*, Vol.3, pp.13–19, 1990.
- [9] Fujimoto, Y., Iwata, M., Nagai, K.: "Fatigue Test Using Multi-Notched Specimen and Its Reliability Analysis", *5th International Conference on Structural and Reliability*, Vol.2, pp. 1603–1610, 1989.
- [10] 永井欣一, 岩田光正, 康 聖原: “船體構強度部材の溶接部における疲労強度の統計的推定について”, 關西造船協會誌, 第182號, pp.65–71, 1981.
- [11] 황운봉, 한경섭., “복합재료 疲勞壽命分布에 관한 고찰”, 대한기계학회논문집, 제12권 4호, pp.790–805, 1988.
- [12] Toshio Tanimoto, Hiroshi Ishikawa, Hidetoshi Ishikawa., "Fatigue Design Reliability Analysis of CFRP Composites", *5th International Conference on Structural and Reliability*, Vol. 2, pp.1571–1578, 1989.
- [13] Cho, H-N., Kim, D-H., Aan, H-S., "Fatigue Reliability of Steel Structures in Presence of Residual Stresses", *5th International Conference on Structural and Reliability*, Vol.2, pp.1579–1586, 1989.
- [14] 石川 浩, “實動荷重下における機械構造物疲労壽命の信頼性解析”, 材料, 24, pp.259–266, 1975.
- [15] 이태일, 권순홍, 정영기, “극한과고계산에 있어서 Type III 분포의 응용”, 대한조선학회 추계 연구 발표회 Proceeding, pp.118–126, 1989.
- [16] 山口勇男, “疲労における溶接構造物の損傷例”, 日本溶接學會誌, 第42卷3號, pp.96–100, 1973.
- [17] 的場正明, “船體構造の疲労設計線圖に関する一考察”, 日本造船學會論文集, Vol.143, 1987.
- [18] 山本義秋, 河本實, “疲労試験結果における S-N 曲線式的表示について”, 材料, 第29卷 316號, pp.53, 1980.
- [19] Little, R.E., Jebe, E.H., Statistical Design of Fatigue Experiments, Applied Science Publishers LTD, 1975.