
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 29 卷第 4 號 1992 年 11 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No.4, November 1992

船體構造解析 및 設計를 위한 一般化 傾斜 처짐法 開發에 관한 研究

張昌斗*, 羅昇洙**

On the Development of the Generalized Slope Deflection Method for the Analysis and Design of Ship Structures

by

Chang Doo Jang* and Seung Soo Na**

요 약

船體의 橫強度 部材를 設計하기 위해서는 必須的으로 橫強度 解析을 隨伴하여야 하며 이에 따라 많은 作業 時間 및 計算 時間이 必要하게 된다.

船體의 橫強度 解析을 위해 從來에는 傾斜 처짐법을 利用한 解析의 方法이 使用되어 왔지만 部材의 伸縮을 無視함에 따라 解의 精度가 상당히 낮을 뿐아니라 層方程式을 表現하기가 까다로워 프로그램 構成이 어렵다. 또한 最近 computer의 發達과 함께 急速度로 發展하고 있는 有限要素法을 利用하여 船體의 橫強度 解析을 遂行하고 있지만 아직도 構造 設計 및 最適 構造 設計를 遂行하기에는 計算 時間의 克服이 어려운 實情이다.

本 研究에서는 船體의 構造 解析 및 設計를 위해 bracket이 붙은 부분을 span point 概念을 導入하여 處理하고, 既存의 傾斜 처짐법에서 無視하였던 部材의 伸縮에 따른 軸方向의 變位를 考慮하여 各 節点에서의 平衡方程式으로만 解를 구할 수 있도록 하고 matrix method와 結合하여 2次元 및 3次元에 대한 一般化 傾斜 처짐법을 誘導하였으며 既存의 傾斜 처짐법 및 有限要素法과 計算 時間 및 精度를 比較하여 本 解析 方法의 優秀성을 立證하였다.

Abstract

For the analysis and design of ship structures the generalized slope deflection method (GSDM) taking account of axial elongation effect as well as the bending and shearing deformation is developed.

Using the span point concept, the existing slope deflection method is easy to transform

접수일자: 1992년 3월 16일, 재접수일자: 1992년 6월 12일

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

** 정회원, 해사기술연구소(연구당시 대우조선(주))

the variable section to the equivalent uniform one under the bending moment and the shear force, but it is difficult to analyze the web frame with inclined members because the axial deformation effect is not considered.

In the present method, the equilibrium conditions including all force components(i.e. axial force, shear force, bending moment) are formulated at the both ends of the variable section beam, such that the usual space frame stiffness equation which can be solved easily by the matrix method is derived. The accuracy and applicability of the present method is demonstrated by analyzing the ship web frame structures.

1. 緒 言

船體의 橫強度 解析을 위해 從來에는 傾斜 처짐법 등을 利用한 解析의 方法이 使用되어 왔으나 最近에는 Computer의 發達과 함께 有限要素法등을 利用한 數值的 方法이 널리 使用되고 있다. 有限要素法은 어떤 形狀의 構造物도 解析할 수 있는 方法이지만 構造物을 正確하게 解析하기 위해서는 많은 mesh로 分割해야하기 때문에 船體와 같은 複雜한 構造物을 解析하는데는 Computer 容量의 大型化 및 莫大한 data 入力 作業이 隨伴되어야하며 많은 計算 時間이 必要하게 된다. 더구나, 有限要素法을 利用하여 橫強度 解析에 의한 橫強度 部材의 最適 設計를 한다면 엄청난 計算 時間이 必要하게 될 것이다.

그러므로 船體의 橫強度 部材의 最適 設計를 위해서는 前述한 有限要素法의 非效率성을 排除하고 簡便한 data로 正確한 解를 구할 수 있으며 計算 時間을 줄일 수 있는 새로운 解析 方法의 開發이 절실히 要求된다.

Steneroth[1]는 油槽船의 transverse web frame과 같은 部材 길이에 비해 깊이가 깊은 bracket이 붙은 變斷面部的 影響을 考慮한 傾斜 처짐법(SDM)을 船體의 橫強度 解析에 適用하여 그 可能性을 보여주었다.

그 후 Nishimaki[2, 3], Yamaguchi[4, 5] 등이 實驗을 통하여 전단 처짐과 變斷面部的 影響을 考慮한 傾斜 처짐법의 妥當성과 正確성을 比較 檢討하였다.

그러나 지금까지 考慮되어온 傾斜 처짐법은 Rahmen 構造같이 軸 剛성이 큰 構造物에 適用하였기 때문에 部材의 伸縮을 無視함에 따라 一般的인 傾斜角을 갖는 構造物을 解析할 수 없을 뿐 아니라 節點 方程式과 層 方程式에 의해 解를 구하고 있어 program을 構成하는데 상당히 어려운 점이 많다 [2, 3, 6-9].

本 研究에서는 이러한 短點을 克服하고 program 構成이 容易한 새로운 解法으로서 既存의 傾斜 처짐법에서 無視하였던 部材의 伸縮에 다른 軸 方向의 變位를 考慮하여 各 節點에서의 平衡 方程式으로만 解를 구할 수 있는 2次元 및 3次元에 대한 一般化 傾斜 처짐법[10]을 誘導하였으며 既存의 傾斜 처짐법 및 有限要素法과 計算 時間 및 精度를 比較하여 本 解析 方法의 優越성을 立證하고자 한다.

2. Span Point 決定

bracket이 붙은 보를 等價의 均一 斷面보로 置換하기 위해서는 bracket 附近의 剛성을 크게 주어 剛성이 無限帶인 剛體部와 均一 斷面部와 같은 材質의 彈性部로 나눈다. 이때 剛體부와 彈性部の 境界點을 span point라 定義한다.

2次元에서의 span point 種類로는 z軸에 관한 굽힘 變形에 의한 bending span point, y軸에 관한 剪斷 變形에 의한 shear span point 및 軸 變形에 의한 axial span point로 나눌 수 있다.

또한 3次元에서의 span point 種類로는 앞에서 言及한 2次元에서의 span point外에 3次元 解析時에 만 必要한 y軸에 관한 굽힘 變形에 의한 bending span point, z軸에 관한 剪斷 變形에 의한 shear span point 및 비틀 變形에 의한 torsion span point로 나눌 수 있다.

그러나 위에서 言及한 3次元 解析時에 만 必要한 span point는 bracket이 y軸에 관한 굽힘 變形, z軸에 관한 剪斷 變形 및 비틀 剛性 變化에 거의 影響을 주지 않아 剛體部가 存在하지 않는다고 볼 수 있으므로 考慮하지 않아도 될 것이다.

2.1 굽힘 變形에 의한 Bending Span Point[5]

Fig.1에서 보인 것 같이 bracket이 붙은 보의 兩端

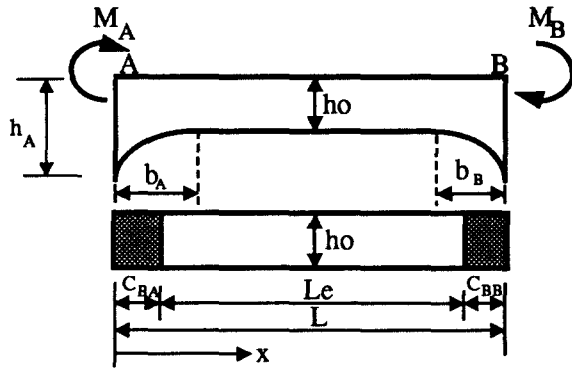


Fig.1 Bending span point

에 각각 M_A, M_B 가 작용할 때 A端에서 x 만큼 떨어진 위치에서의 굽힘 moment를 M_x 라 하면 bracket이 붙은 보의 兩端 回轉角(θ_{A0}, θ_{B0})과 置換된 보의 兩端 回轉角(θ_{A1}, θ_{B1})을 Castigliano 定理를 사용하여 구하고 bracket이 붙은 보와 置換된 보의 兩端에서 回轉角이 같다고 假定하면 다음과 같은 條件式을 구할 수 있다.

$$\int_0^{b_A} \frac{M_x}{I_x} (1 - \frac{x}{L}) dx + \tag{1}$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{M_x}{I_x} (1 - \frac{x}{L}) dx$$

$$= \int_{C_{BA}}^{b_A} \frac{M_x}{I_o} (1 - \frac{x}{L}) dx +$$

$$\int_{L-b_B}^{L-C_{BB}} \frac{M_x}{I_o} (1 - \frac{x}{L}) dx$$

$$\int_0^{b_A} \frac{M_x}{I_x} (-\frac{x}{L}) dx +$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{M_x}{I_x} (-\frac{x}{L}) dx \tag{2}$$

$$= \int_{C_{BA}}^{b_A} \frac{M_x}{I_o} (-\frac{x}{L}) dx +$$

$$\int_{L-b_B}^{L-C_{BB}} \frac{M_x}{I_o} (-\frac{x}{L}) dx$$

여기서, I_o 는 中央部 均一 斷面部的 慣性 모우먼트이며 I_x 는 bracket 임의점에서의 慣性 모우먼트이다.

(1), (2) 式에서 보듯이 span point C_{BA}, C_{BB} 를

구하기 위해서는 M_x 및 I_x 의 分布를 알아야하는데 M_x 는 C_{BA}, C_{BB} 의 函數로 表現되므로 trial and error 方式을 使用하여야 한다. 하지만 이 過程은 상당히 複雜하고 計算 時間이 많이 所要되므로 本 論文에서는 쉽게 近似시키는 方法으로서 Yamaguchi[5] 등이 提案한 다음의 實驗式을 使用하고자 한다.

1) 三角形 bracket를 使用한 경우

$$C_{BA} = b_A (1 - \frac{h_o}{h_A}) \tag{3}$$

2) 圓弧 bracket를 使用한 경우

$$C_{BA} = b_A (0.724 - \frac{0.724 h_o}{0.724 h_A + 0.276 h_o}) \tag{4}$$

여기서, h_o, h_A 는 각각 보의 均일단면부와 A端에서의 web 깊이를, b_A 는 bracket end까지의 距離를 나타낸다.

2.2 전단 變形에 의한 Shear Span Point[5]

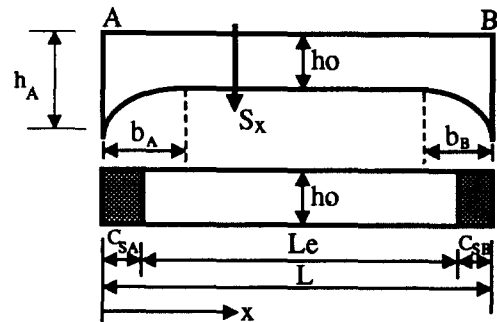


Fig.2 Shear span point

Fig.2에서 보인 바와 같이 bracket이 붙은 보가 A端에서 x 만큼 떨어진 위치에서 S_x 의 剪斷力을 받고 있는 경우 bracket이 붙은 보와 置換된 보의 兩端에서의 相對 처짐角이 各各 같다는 條件을 利用하여 다음과 같은 條件式을 구할 수 있다.

$$\int_0^{b_A} \frac{S_x}{G A_{sx}} dx = \int_{C_{BA}}^{b_A} \frac{S_x}{G A_w} dx \tag{5}$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{S_x}{G A_{sx}} dx = \int_{L-b_B}^{L-C_{BB}} \frac{S_x}{G A_w} dx \tag{6}$$

여기서, G 는 剪斷剛성을 나타내며 A_w, A_{sx} 는 中央部 및 bracket 임의점에서의 剪斷面積을 각각 나타낸다.

span point C_{SA}, C_{SB} 의 位置를 구하기 위해서는 S_x 및 A_{sx} 의 分布를 알아야 하는데 만약 bracket 附近의 剪斷力이 一定하고 均一 斷面部的 web 두께와 bracket 附近의 web 두께가 같다고 假定하면 (5), (6)式은 다음과 같이 간단히 整理된다.

$$\int_0^{b_A} \frac{dx}{h_x} = \frac{b_A - C_{SA}}{h_o} \quad (7)$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{dx}{h_x} = \frac{b_B - C_{SB}}{h_o}$$

(7)式을 利用하여 아래와 같은 경우에 대해 span point를 구하면 다음과 같다.

i) 三角形 bracket을 사용한 경우

$$C_{SA} = b_A \left\{ 1 - \frac{h_o}{b_A} \ln \left(1 + \frac{b_A}{h_o} \right) \right\} \quad (8)$$

ii) 圓弧 bracket을 사용한 경우

$$C_{SA} = b_A \left\{ 1 + \frac{\pi}{2} \frac{h_o}{R} - \frac{2(h_o/R)(1+h_o/R)}{\sqrt{(h_o/R)^2 + 2h_o/R}} \tan^{-1} \sqrt{1 + \frac{2R}{h_o}} \right\} \quad (9)$$

2.3 軸變形에 의한 Axial Span Point

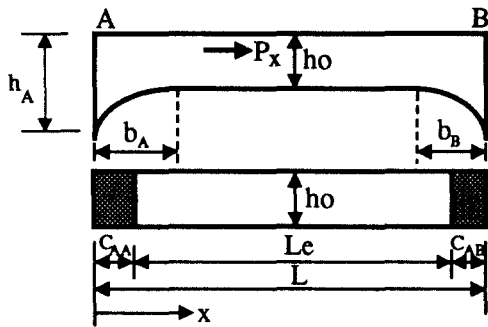


Fig.3 Axial span point

Fig.3에서 보는 바와 같이 bracket이 붙은 보가 A端에서 x 만큼 떨어진 位置에서 P_x 의 軸力을 받고 있는 경우 bracket이 붙은 보와 置換된 보의 兩端에서의 相對 軸變形量이 各各 같다는 條件을 利用하여

다음과 같은 條件式을 구할 수 있다.

$$\int_0^{b_A} \frac{P_x}{EA_x} dx = \int_{C_{AA}}^{b_A} \frac{P_x}{EA_o} dx \quad (10)$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{P_x}{EA_x} dx = \int_{L-b_B}^{L-C_{AB}} \frac{P_x}{EA_o} dx \quad (11)$$

여기서, E 는 Young's Modulus이며, A_o, A_x 는 中央部 및 bracket 임의점에서의 斷面積을 각각 나타낸다.

span point C_{AA}, C_{AB} 의 位置를 구하기 위해서는 P_x 및 A_x 의 分布를 알아야 하는데 만약 bracket 附近의 軸力이 一定하고 均一 斷面部的 web 두께와 bracket 附近의 web 두께가 같다고 假定하면 (10), (11)式은 다음과 같이 간단히 整理된다.

$$\int_0^{b_A} \frac{dx}{h_x} = \frac{b_A - C_{AA}}{h_o} \quad (12)$$

$$\int_{L-b_B}^L \frac{dx}{h_x} = \frac{b_B - C_{AB}}{h_o}$$

(12)式은 剪斷力을 받고 있는 경우인 (7)式과 같은 式이므로 軸力에 의한 span point는 剪斷力에 의한 span point와 같다고 할 수 있다. 즉,

$$C_{AA} = C_{SA}, C_{AB} = C_{SB} \quad (13)$$

이 된다.

3. 一般化 傾斜 처짐法 開發

3.1 2次元에서의 一般化 傾斜 처짐 方程式 誘導
一般化 傾斜 처짐法은 bracket 有無에 관계없이 等價의 均一 斷面보로 置換할 수 있는 構造物이면

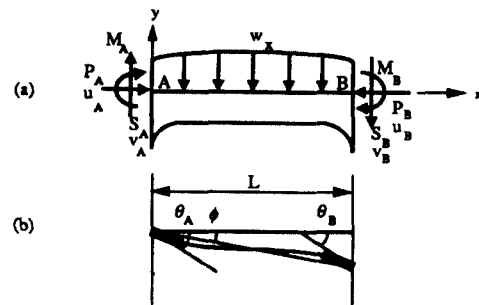


Fig.4 Bracketed beam for GSDM(2-D)

모두 適用이 可能하다. bracket이 없는 構造物인 경우 一般化 傾斜 처짐법은 보 要素를 使用한 有限 要素法의 경우와 同一함으로 bracket이 있는 경우의 一般化 傾斜 처짐법의 誘導 過程만을 說明하고자 한다.

Fig.4(a)에서 보인 바와 같이 bracket이 붙은 보가 兩端에서 굽힘 moment M_A, M_B , 剪斷力 S_A, S_B 및 軸力 P_A, P_B 가 作用하고 部材 길이에 걸쳐 分布 荷重 $w(x)$ 가 作用하게 되면 Fig.4(b)에서 보인바와 같이 彈性 變形을 하게 된다.

여기서 ϕ 는 部材 回轉角을 나타내며 u_A, u_B 는 軸 變位를 나타낸다.

Fig.5에서 보인 것같이 任意의 거리 x 에서의 굽힘 moment, 剪斷力 및 軸力은 平衡 條件을 利用하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

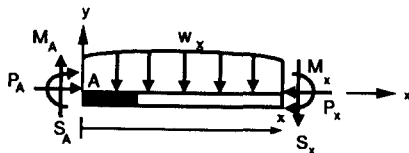


Fig.5 Beam element with rigid part for 2-D analysis

$$M_x = -M_A(1 - \frac{x}{L}) + M_B \frac{x}{L} - \bar{M}_x$$

$$S_x = -\frac{1}{L}(M_A + M_B) + \bar{S}_x, P_x = P_A \quad (14)$$

여기서 \bar{M}_x, \bar{S}_x 는 각각 分布 荷重에 의한 굽힘 moment 및 剪斷力으로서 다음과 같다.

$$\bar{M}_x = \frac{W(L-a)}{L} x - x \int_0^x w(x) dx + \int_0^x w(x) x dx \quad (15)$$

$$\bar{S}_x = \frac{W(L-a)}{L} - \int_0^x w(x) dx$$

여기서, $W = \int_0^L w(x) dx, a = \int_0^L w(x) x dx / W$

이것으로부터 2次元에서 bracket이 붙은 보의 變形 에너지를 U 를 구하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2EI_0} \int_{CBA}^{L-CBB} M_x^2 dx + \frac{1}{2GA_w} \int_{CSA}^{L-CSB} S_x^2 dx + \frac{1}{2EA} \int_{CAA}^{L-CAB} P_x^2 dx \quad (16)$$

Fig.4에서 보는 바와 같이 兩端에서 軸力, 전단력 및 굽힘 moment를 받고 部材 길이에 걸쳐 分布 荷重을 받는 경우 兩端에서의 變形角 θ_A, θ_B 는 (16) 式으로부터 Castigliano 定理를 利用하여 구하면 다음과 같다.

$$\theta_A = \frac{\partial U}{\partial M_A} = \frac{M_A L}{3EI_0} (f_A^b + f_A^s) \quad (17)$$

$$- \frac{M_B L}{6EI_0} (g_A^b - g_A^s) + \phi + \gamma_A^b + \gamma_A^s$$

$$\theta_B = \frac{\partial U}{\partial M_B} = -\frac{M_A L}{6EI_0} (g_A^b - g_A^s) \quad (18)$$

$$+ \frac{M_B L}{3EI_0} (f_B^b + f_B^s) + \phi + \rho_B^b + \rho_B^s$$

여기서,

$$f_A^b = (1 - \frac{C_{BA}}{L})^3 - (\frac{C_{BB}}{L})^3,$$

$$f_B^b = (1 - \frac{C_{BB}}{L})^3 - (\frac{C_{BA}}{L})^3$$

$$g_B^b = 3(1 - \frac{C_{BB}}{L})^2 - 2(1 - \frac{C_{BB}}{L})^3$$

$$- 3(\frac{C_{BA}}{L})^2 + 2(\frac{C_{BA}}{L})^3$$

$$g_A^b = 3(1 - \frac{C_{BA}}{L})^2 - 2(1 - \frac{C_{BA}}{L})^3$$

$$- 3(\frac{C_{BB}}{L})^2 + 2(\frac{C_{BB}}{L})^3 \quad (19)$$

$$f_A^s = f_B^s = \frac{3EI_0}{GA_w L^2} \frac{L_s}{L}, g_A^s = g_B^s = 2f_A^s$$

$$\gamma_A^b = (\frac{\partial U}{\partial M_A}) m_A = 0, m_B = 0 = \int_0^L \frac{\bar{M}_x}{EI_x} (1 - \frac{x}{L}) dx$$

$$\rho_B^b = (\frac{\partial U}{\partial M_A}) m_A = 0, m_B = 0 = \int_0^L \frac{\bar{M}_x}{EI_x} (-\frac{x}{L}) dx$$

$$\gamma_A^s = \rho_B^s = -\frac{1}{GA_w L} \int_0^L \bar{S}_x \frac{A_w}{A_{sx}} dx$$

또한 兩端에서의 相對 軸 變形量 δ 는 다음과 같다.

$$\delta = u_A - u_B = \frac{P}{EA} L_A \quad (20)$$

(17), (18), (20)式으로부터 M_A, M_B, P_A, P_B 를 구하고 이를 利用하여 兩端에서의 剪斷力 S_A, S_B 를 구하

면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_A &= k_o(2F_A\theta_A + G_A\theta_B - (2F_A + G_A)\phi) - m_A \\
 M_B &= k_o(2F_B\theta_B + G_B\theta_A - (2F_B + G_B)\phi) + m_B \\
 P_A &= \frac{EA}{L_A}(u_A - u_B), \quad P_B = P_A \\
 S_A &= -\frac{1}{L}(M_A + M_B) + \frac{W}{L}(L - a) \\
 S_B &= S_A - W
 \end{aligned} \tag{21}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \phi &= \frac{v_A - v_B}{L}, \quad k_o = \frac{EA}{L} \\
 F_A &= \frac{3(f_B^b + f_B^s)}{4(f_A^b + f_A^s)(f_B^b + f_B^s) - (g_A^b - g_A^s)^2} \\
 F_B &= \frac{3(f_A^b + f_A^s)}{4(f_A^b + f_A^s)(f_B^b + f_B^s) - (g_A^b - g_A^s)^2} \\
 G_A = G_B &= \frac{3(g_A^b - g_A^s)}{4(f_A^b + f_A^s)(f_B^b + f_B^s) - (g_A^b - g_A^s)^2} \\
 m_A &= k_o(2F_A(\gamma_A^b - \gamma_A^s) + G_A(\rho_B^b + \rho_B^s)) \\
 m_B &= k_o(2F_B(\rho_B^b + \rho_B^s) + G_A(\gamma_A^b - \gamma_A^s))
 \end{aligned} \tag{22}$$

Table 1 Calculation of loading term

	$ \begin{aligned} \gamma_A^s &= \frac{wL^2}{6EI} \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] - \frac{wL^2}{8EI} \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \\ \rho_A^s &= -\frac{wL^2}{6EI} \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] + \frac{wL^2}{8EI} \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \\ \gamma_A^s = \rho_A^s &= \frac{L}{2GA} \left[\left(\frac{C_m}{L} - \frac{C_m}{L}\right) \left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{C_m}{L}\right) \right] \end{aligned} $
	$ \begin{aligned} \gamma_A^s &= \frac{L^3}{360EI} \left\{ w \left[20 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] - 12 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right\} \\ &\quad + w \left[40 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 - 45 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \\ &\quad + 12 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right\} \\ \rho_A^s &= -\frac{L^3}{360EI} \left\{ w \left[40 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 - 45 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 12 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right\} \\ &\quad + w \left[20 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 - 12 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right\} \\ \gamma_A^s = \rho_A^s &= -\frac{L^3}{6GA} \left\{ w \left[3 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] - 2 \left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{C_m}{L}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. + w \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] - \left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{C_m}{L}\right) \right\} \end{aligned} $
	$ \begin{aligned} \gamma_A^s &= \frac{wL^3}{360EI} \left\{ 20 \left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - 15 \frac{m}{L} \left[\left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - 12 \left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 \right\} \left(1 - \frac{m}{L}\right) \\ \rho_A^s &= -\frac{wL^3}{360EI} \left\{ 30 \left(1 - \frac{m}{L}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - 20 \left(1 - \frac{m}{L}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{C_m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - 15 \left(1 - \frac{m}{L}\right) \left[\left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 12 \left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 \right\} \left(1 - \frac{m}{L}\right) \\ \gamma_A^s = \rho_A^s &= \frac{wL^3}{6GA} \left\{ \left[\left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 - \left(\frac{C_m}{L} - \frac{m}{L}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \frac{m}{L}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{C_m}{L} - \frac{C_m}{L}\right) \right] \right\} \left(1 - \frac{m}{L}\right) \end{aligned} $

또한, 각 load case별로 (19)식을 利用하여 γ_A^b , ρ_B^b , γ_A^s , ρ_B^s 를 구하고 그 結果를 Table 1에 나타내었다.

3.2 3次元에서의 一般化 傾斜 처짐 方程式 誘導

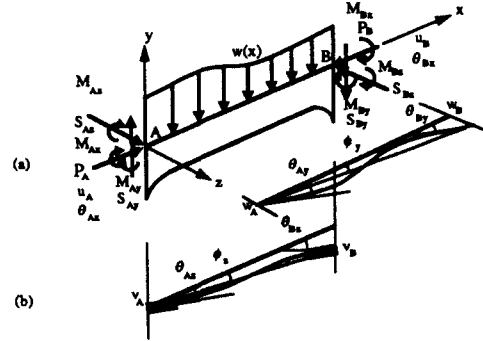


Fig.6 Bracketed beam for GSDM(3-D)

Fig.6(a)에서 보는 바와 같이 bracket이 붙은 보가 兩端에서 軸力 P_A , P_B , 剪斷力 S_{Ay} , S_{Az} , S_{By} , S_{Bz} 및 굽힘 moment M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Az} , M_{Bx} , M_{By} , M_{Bz} 가 作用하고 部材에 걸쳐 分布荷重 $w(x)$ 가 作用하게 되면 Fig.6(b)와 같이 彈性 變形을 하게된다.

여기서, ϕ_1 , ϕ_2 는 部材 回轉角을 나타내고 u_A , u_B 는 軸 變位를 나타내며, θ_{Ax} , θ_{Bx} 는 비틀각을 나타낸다.

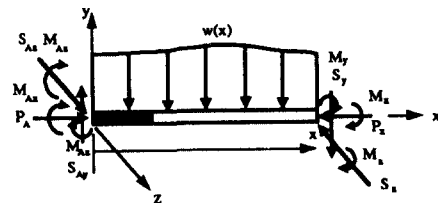


Fig.7 Beam element with rigid part for 3-D analysis

Fig.7에서 보인 것같이 任意의 거리 x에서의 굽힘 moment, 剪斷力 및 軸力은 平衡條件을 利用하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_x &= M_{Ax} \\
 M_y &= -M_{Ay} \left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_{By} \frac{x}{L} \\
 M_z &= -M_{Az} \left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_{Bz} \frac{x}{L} - \bar{M}_z \\
 P_x &= P_A
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$S_y = -\frac{1}{L} (M_{Az} + M_{Bz}) + \bar{S}_y$$

$$S_z = -\frac{1}{L} (M_{Ay} + M_{By})$$

여기서, \bar{M}_z, \bar{S}_y 는 分布 荷重에 의한 moment 및 剪斷力으로서 다음과 같다.

$$\bar{M}_z = \frac{W(L-a)}{L} x - x \int_0^x w(x) dx + \int_0^x w(x)x dx \quad (24)$$

$$\bar{S}_y = \frac{W(L-a)}{L} - \int_0^x w(x) dx$$

여기서,

$$W = \int_0^L w(x) dx, a = \int_0^L w(x)x dx / W$$

이것으로부터 3次元에서의 bracket이 붙은 보의 變形 에너지 U 를 구하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2EI_o} \int_{CBA}^{L-CBB} M_z^2 dx + \frac{1}{2GA_{wy}} \int_{CSA}^{L-CSB} S_y^2 dx + \frac{1}{2EA} \int_{CAA}^{L-CAB} P_x^2 dx + \frac{1}{2EI_{oy}} \int_0^L M_y^2 dx + \frac{1}{2GA_{wz}} \int_0^L S_z^2 dx + \frac{1}{2GJ} \int_0^L M_x^2 dx \quad (25)$$

(25)式으로부터 兩端에서의 變形角 $\theta_{Az}, \theta_{Bz}, \theta_{Ay}, \theta_{By}$ 는 Castigliano 定理를 利用하여 구하면 다음과 같다.

$$\theta_{Az} = \frac{\partial U}{\partial M_{Az}} = \frac{M_{Az}L}{3EI_{oz}} (f_{Az}^b + f_{Az}^s) - \frac{M_{Bz}L}{6EI_{oz}} (g_{Az}^b - g_{Az}^s) + \phi_z + \gamma_{Az}^b + \gamma_{Az}^s \quad (26)$$

$$\theta_{Bz} = \frac{\partial U}{\partial M_{Bz}} = -\frac{M_{Az}L}{6EI_{oz}} (g_{Az}^b - g_{Az}^s) + \frac{M_{Bz}L}{3EI_{oz}} (f_{Bz}^b + f_{Bz}^s) + \phi_z + \rho_{Bz}^b + \rho_{Bz}^s \quad (27)$$

$$\theta_{Ay} = \frac{\partial U}{\partial M_{Ay}} = \frac{M_{Ay}L}{3EI_{oy}} (1 + f_{Ay}^s) - \frac{M_{By}L}{6EI_{oy}} (1 - g_{Ay}^s) + \phi_y \quad (28)$$

$$\theta_{By} = \frac{\partial U}{\partial M_{By}} = -\frac{M_{Ay}L}{6EI_{oy}} (1 - g_{Ay}^s) + \frac{M_{By}L}{3EI_{oy}} (1 + f_{Bz}^s) + \phi_y \quad (29)$$

여기서,

$$f_{Az}^b = (1 - \frac{C_{BA}}{L})^3 - (\frac{C_{BB}}{L})^3 \quad (30)$$

$$g_{Bz}^b = 3(1 - \frac{C_{BB}}{L})^2 - 2(1 - \frac{C_{BB}}{L})^3 - 3(\frac{C_{BA}}{L})^2 + 2(\frac{C_{BA}}{L})^3$$

$$f_{Bz}^b = (1 - \frac{C_{BB}}{L})^3 - (\frac{C_{BA}}{L})^3$$

$$g_{Az}^b = 3(1 - \frac{C_{BA}}{L})^2 - 2(1 - \frac{C_{BA}}{L})^3 - 3(\frac{C_{BB}}{L})^2 + 2(\frac{C_{BB}}{L})^3$$

$$f_{Ay}^s = f_{By}^s = \frac{3EI_{oy}}{GA_{wz}L^2}, g_{Ay}^s = g_{By}^s = 2f_{Ay}^s$$

$$\gamma_A^b = (\frac{\partial U}{\partial M_{Az}}) m_{Az} = 0, m_{Bz} = 0 = \int_0^L \frac{\bar{M}_z}{EI_{zx}} (1 - \frac{x}{L}) dx$$

$$\rho_B^b = (\frac{\partial U}{\partial M_{Bz}}) m_{Az} = 0, m_{Bz} = 0 = \int_0^L \frac{\bar{M}_z}{EI_{zx}} (-\frac{x}{L}) dx$$

$$\gamma_A^s = \rho_B^s = -\frac{1}{GA_{wy}L} \int_0^L \bar{S}_x \frac{A_{wy}}{A_{sx}} dx$$

또한 兩端에서의 相對 軸 變形量 δ 는 다음과 같다.

$$\delta = u_A - u_B = \frac{P_A}{EA} L_A \quad (31)$$

兩端에서의 相對 비틀 變形角 θ_x 는 다음과 같다.

$$\theta_x = \theta_{Ax} - \theta_{Bx} = \frac{M_x L}{GJ} \quad (32)$$

(26), (27), (28), (29), (31), (32)式으로부터 M_{Az} , M_{Bz} , M_{Ay} , M_{By} , M_{Ax} , M_{Bx} , P_A , P_B 를 구하고 이를 利用하여 兩端에서의 剪斷力 S_{Ay} , S_{By} , S_{Az} , S_{Bz} 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_{Az} &= k_z \{ 2\theta_{Az} F_{Az} + \theta_{Bz} G_{Az} - (2F_{Az} + G_{Az}) \phi_z \} - m_A \\
 M_{Bz} &= k_z \{ 2\theta_{Bz} F_{Bz} + \theta_{Az} G_{Bz} - (2F_{Bz} + G_{Bz}) \phi_z \} + m_B \\
 M_{Ay} &= k_y \{ 2\theta_{Ay} F_{Ay} + \theta_{By} G_{Ay} - (2F_{Ay} + G_{Ay}) \phi_y \} \\
 M_{By} &= k_y \{ 2\theta_{By} F_{By} + \theta_{Ay} G_{By} - (2F_{By} + G_{By}) \phi_y \} \\
 M_{Ax} &= \frac{GJ}{L} (\theta_{Ax} - \theta_{Bx}), \quad M_{Bx} = -M_{Ax} \\
 P_A &= \frac{EA}{L} (u_A - u_B), \quad P_B = P_A \\
 S_{Ay} &= -\frac{1}{L} (M_{Az} + M_{Bz}) + \frac{W}{L} (L - a), \\
 S_{By} &= S_{Ay} - W \\
 S_{Az} &= -\frac{1}{L} (M_{Ay} + M_{By}), \quad S_{Bz} = S_{Az}
 \end{aligned} \tag{33}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \phi_z &= \frac{v_A - v_B}{L}, \quad \phi_y = \frac{w_A - w_B}{L} \\
 k_z &= \frac{2EI_{oz}}{L}, \quad k_y = \frac{2EI_{oy}}{L} \\
 F_{Az} &= \frac{3(f_{Bz}^b + f_{Bz}^s)}{4(f_{Az}^b + f_{Az}^s)(f_{Bz}^b + f_{Bz}^s) - (g_{Az}^b - g_{Az}^s)^2} \\
 F_{Bz} &= \frac{3(f_{Az}^b + f_{Az}^s)}{4(f_{Az}^b + f_{Az}^s)(f_{Bz}^b + f_{Bz}^s) - (g_{Az}^b - g_{Az}^s)^2} \\
 G_{Az} = G_{Bz} &= \frac{3(g_{Az}^b - g_{Az}^s)}{4(f_{Az}^b + f_{Az}^s)(f_{Bz}^b + f_{Bz}^s) - (g_{Az}^b - g_{Az}^s)^2} \\
 F_{Ay} &= \frac{3(1 + f_{By}^s)}{4(1 + f_{Ay}^s)(1 + f_{By}^s) - (1 - g_{Ay}^s)^2} \\
 F_{By} &= \frac{3(1 + f_{Ay}^s)}{4(1 + f_{Ay}^s)(1 + f_{By}^s) - (1 - g_{Ay}^s)^2} \\
 G_{Ay} = G_{By} &= \frac{3(1 - g_{Ay}^s)}{4(1 + f_{Ay}^s)(1 + f_{By}^s) - (1 - g_{Ay}^s)^2} \\
 m_A &= k_z \{ 2F_{Az}(\gamma_A^b - \gamma_A^s) + G_{Az}(\rho_B^b + \rho_B^s) \} \\
 m_B &= k_z \{ 2F_{Bz}(\rho_B^b + \rho_B^s) + G_{Az}(\gamma_A^b - \gamma_A^s) \}
 \end{aligned} \tag{34}$$

4. 一般化 傾斜 처짐法의 Matrix로의 定式化

(21), (23)式에서 보인 각 部材당 一般化 傾斜 처짐法에 의한 方程式을 matrix로 나타내면 다음과 같다.

$$\{P_R^e\} = [K^e]\{\delta^e\} - \{P_A^e\} \tag{35}$$

여기서, $\{P_R^e\}$ 는 部材에 發生하는 部材力이며 $\{P_A^e\}$ 는 分布 荷重에 의한 實際 部材에 걸리는 外力이고 $\{\delta^e\}$ 는 部材의 變位를 나타낸 것으로 다음과 같은 matrix가 된다.

또한, $[K^e]$ 는 部材의 剛性を 나타내며 2次元, 3次元에 해당하는 matrix를 Table 2, 3에 나타내었다.

i) 2次元인 경우

$$\begin{aligned}
 \{P_R^e\}^T &= \{P_A, S_{Ay}, M_A, P_B, S_B, M_B\} \\
 \{P_A^e\}^T &= \{0, \frac{m_B - m_A}{L} - \frac{W(L-a)}{L}, -m_A, \\
 &\quad 0, \frac{m_B - m_A}{L} + \frac{Wa}{L}, -m_B\} \\
 \{\delta^e\}^T &= \{u_A, v_A, \theta_A, u_B, v_B, \theta_B\}
 \end{aligned} \tag{36}$$

ii) 3次元인 경우

$$\begin{aligned}
 \{P_R^e\}^T &= \{P_A, S_{Ay}, S_{Az}, M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}, \\
 &\quad P_B, S_{By}, S_{Bz}, M_{Bx}, M_{By}, M_{Bz}\} \\
 \{P_A^e\}^T &= \{0, \frac{m_B - m_A}{L} - \frac{W(L-a)}{L}, \\
 &\quad 0, 0, 0, m_A, 0, \frac{m_B - m_A}{L} + \frac{Wa}{L}, \\
 &\quad 0, 0, 0, -m_B\}
 \end{aligned} \tag{37}$$

Table 2 Stiffness matrix(2-D)

$\frac{EA}{L_A}$			$-\frac{EA}{L_A}$		
	$\frac{2k_1}{L^2}(F_A + F_B + G_A)$	$-\frac{k_1}{L}(2F_A + G_A)$		$-\frac{2k_1}{L^2}(F_A + F_B + G_A)$	$-\frac{k_1}{L}(2F_B + G_B)$
		$2k_1 F_A$		$-\frac{k_1}{L}(2F_A + G_A)$	$k_1 G_A$
			$\frac{EA}{L_A}$		
	SYM.			$\frac{2k_1}{L^2}(F_A + F_B + G_A)$	$-\frac{k_1}{L}(2F_B + G_B)$
					$2k_1 F_B$

Table 3 Stiffness matrix(3-D)

EA/L _A						-EA/L _A					
	$2k_x(F_{Ay} + F_{By} + G_{Ay})/L$					$k_x(2F_{Ay} + G_{Ay})/L$		$-2k_x(F_{Ay} + F_{By} + G_{Ay})/L$			$k_x(2F_{By} + G_{Ay})/L$
		$2k_y(F_{Az} + F_{Bz} + G_{Az})/L$		$-k_y(2F_{Az} + G_{Az})/L$				$-2k_y(F_{Az} + F_{Bz} + G_{Az})/L$		$-k_y(2F_{Bz} + G_{Az})/L$	
			GJ/L							-GJ/L	
				$2k_y F_{Az}$				$k_y(2F_{Az} + G_{Az})/L$		$k_y G_{Az}$	
					$2k_x F_{Ay}$			$-k_x(2F_{Ay} + G_{Ay})/L$			$k_x G_{Ay}$
						EA/L _A					
								$2k_x(F_{Ay} + F_{By} + G_{Ay})/L$			$-k_x(2F_{By} + G_{Ay})/L$
		SYM.						$2k_y(F_{Az} + F_{Bz} + G_{Az})/L$		$k_y(2F_{Bz} + G_{Az})/L$	
									GJ/L		
										$2k_y F_{Bz}$	
											$2k_x F_{By}$

$$\{\delta^e\}^T = \{u_A, v_A, w_A, \theta_{Ax}, \theta_{Ay}, \theta_{Az}, u_B, v_B, w_B, \theta_{Bx}, \theta_{By}, \theta_{Bz}\}$$

각 部材當 構成된 方程式을 全體 座標系에서 組合 시키면 다음과 같이 構成된다.

$$\{P_A\} = [K]\{\delta\} \tag{38}$$

여기서, NE를 全要素數라고 하면

$$\sum_{i=1}^{NE} \{P_R^e\}_i = 0, \{P_A\} = \sum_{i=1}^{NE} \{P_A^e\}_i$$

$$[K] = \sum_{i=1}^{NE} [K^e]_i, \{\delta\} = \sum_{i=1}^{NE} \{\delta^e\}_i$$

5. 他 解法과 比較 및 考察

既存의 傾斜 처짐법의 解를 구하기 위해서는 各 節点에서의 moment의 平衡 條件을 利用하여 節点 方程式을 構成하여야하며 層別로 전단력의 平衡 條件을 利用하여 層 方程式을 構成하여야 한다. 또한, 部材의 軸 方向의 變形이 없음을 나타내는 條件式인 TODD 方程式을 構成하여야 한다. 한편 3次元의 경우 解를 구하기 위해서는 앞에서 구한 方程式 外에 縱方向 部材들의 처짐 關係, 종격벽과 側板의 처짐 關係 및 종격벽과 中心線 girder 사이의 처짐 關係등을 利用하여 복잡한 方程式을 構成하여야 한다.

Fig.8은 船體 web frame의 構造 解析을 위한 各 解析法의 modeling 方法을 比較하고 있는데 전단력, 축력 및 굽힘 moment에 의한 span point의 位置가 同一한 경우 置換된 보에 有限要素法을 適用

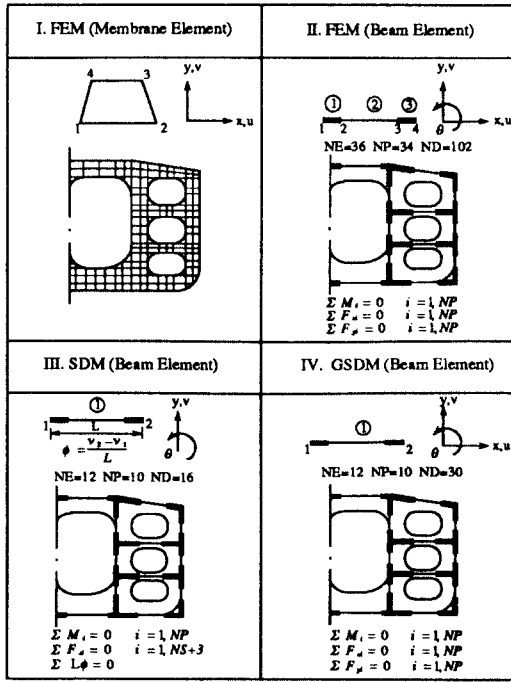
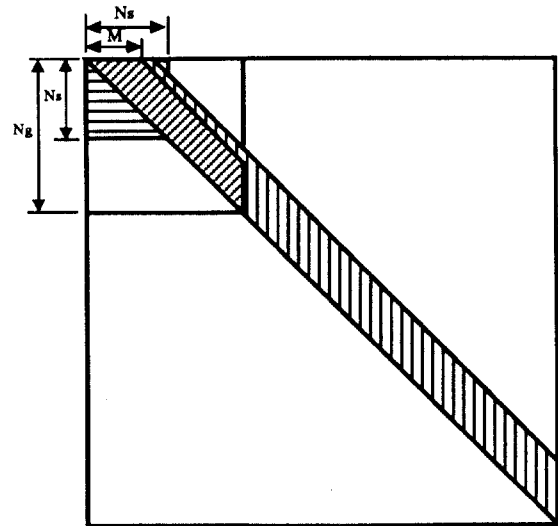


Fig.8 Comparison of modeling methods for transverse web frame analysis

하여 解를 구하기 위해서는 兩端의 節点 및 span point 位置가 모두 節点이 되지만 傾斜 처짐법이나 一般化 傾斜 처짐법을 適用하면 兩端에서의 節点만 必要하므로 節点數 및 部材數를 대폭 줄일 수 있다. 그러나, 위에서 言及한 各各의 span point의 位置가 다를 경우 有限要素法을 適用하면 span point에 의한 節点を 정하기가 어려워 解析이 곤란하지만 傾斜 처짐법이나 一般化 傾斜 처짐법을 適用하면 span point 位置에 관계없이 兩端에서의 節点만으로 解析이 可能하다.

Fig.9은 各 解析 方法의 강성 matrix의 크기 및 元素 갯수를 보여주고 있는데 既存의 傾斜 처짐법의 경우 N_s 元 1次 聯立 方程式이 되며 이 聯立 方程式을 matrix로 構成하면 band幅이 N_s 인 $N_s \times N_s$ 非對稱 matrix가 된다. 이 matrix는 一般的으로 非對稱이므로 構成하기가 까다로울 뿐 아니라 軸 方向의 變位를 無視하여 自由度數는 줄였지만 matrix를 푸는데 더 많은 時間이 걸리게 된다.

이와같은 短點을 없애기 위해 既存의 傾斜 처짐법에 軸 方向의 變位를 考慮하여 自由度數를 늘리면 TODD 方程式 代身에 軸 方向의 平衡 條件을 構成



	Method	Matrix Size	Band Width	NEL
	FEM	102	12	1158
	SDM	16	16	256
	GSDM	30	9	234

Notes) N_g : Matrix Size (GSDM)
 M : Band Width (GSDM)
 N_s : Matrix Size (SDM)
 NEL : Numbers of Matrix Element

Fig.9 Comparison of matrix sizes for each analysis method

할 수 있다. 따라서, 一般化 傾斜 처짐법은 各 節点에서의 軸 變位, 처짐 및 變形角 모두를 考慮할 수 있으므로 各 節点에서 힘 및 moment에 대한 平衡 方程式을 세우면 構成된 方程式은 N_g 元 1次 聯立 方程式이 되며 이것을 matrix로 構成하면 band幅이 M 인 $N_g \times M$ 對稱 matrix가 된다. 이 matrix는 一般性이 있어 容易하게 構成되며 軸 方向의 變位를 考慮하여 解의 精度를 높일 뿐 아니라 matrix의 元素 갯수면에서 볼 때 既存의 傾斜 처짐법보다 元素 갯수가 적으므로 matrix를 푸는데도 時間이 작게 걸리게 된다.

本 解法의 優秀性을 確認하기 위해 Fig.10에서 보인 Test Model을 對象으로 하여 各 解法에 의한 構造 解析을 遂行하여 그 結果를 Fig.11에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 一般化 傾斜 처짐법 (GSDM)의 結果는 膜要素를 이용한 有限要素法 (FEM)의 結果와 거의 일치한 반면 既存의 傾斜 처짐법(SDM)의 結果와 差異를 보이고 있는데 이것은 SDM의 경우 軸 方向의 變位를 無視하였기 때문

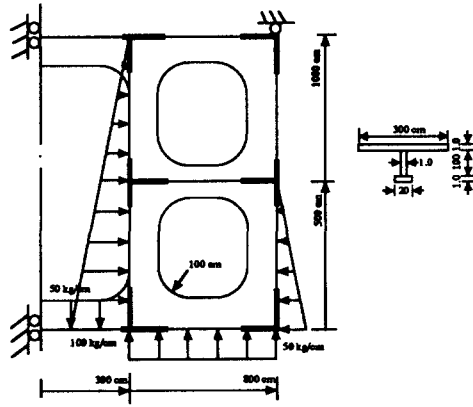


Fig.10 Test model

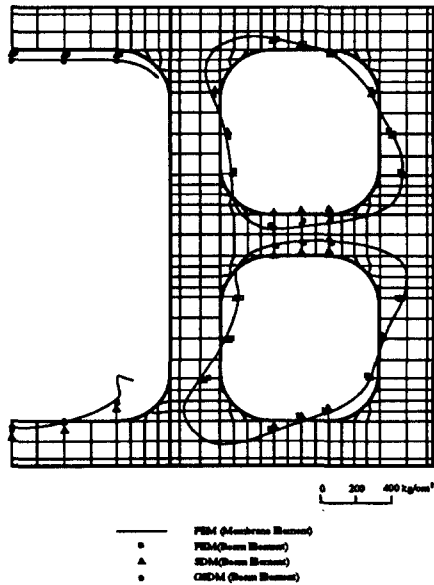


Fig.11 Comparison of stress distribution(Test model)

에 생긴 誤差라 생각된다.

Table 4는 各 解析法에 所要된 計算時間을 보여주고 있다. 本 研究에서 提案한 一般化 傾斜 처짐법에 의하면 汎用 有限要素 프로그램인 SAP6의 膜要素나 膜要素를 이용한 경우에 비해 약 1/40~1/160의 짧은 時間內에 精度 높은 해를 效率的으로 구할 수 있음을 알 수 있다.

Table 5는 위에서 言及한 內容을 要約하여 各 解析 方法의 特性 및 長·短點을 보여주고 있는데 一般化 傾斜 처짐법의 경우 短點이 거의없이 長點만이 浮刻되어 他 方法과 比較해 볼 때 越等히 優秀한 方法이라 할 수 있을 것이다.

Table 4 Comparison of running time(CPU)

	FEM (Membrane)	FEM (Beam)	SDM	GSDM
cpu(sec)	650	164	5	4

Table 5 Comparison of structural analysis method (Web Frame Model)

	Characteristics	Merits	Demerits
FEM	Membrane Element Equilibrium Equation Symmetric Banded Stiffness Matrix	High Generality for Programming High Accuracy	Much Input Time Much Computing Time Same Location of Bending and Shear Span Point Difficult Modeling of Corner Part
	Beam Element Equilibrium Equation Symmetric Banded Stiffness Matrix	Easy Input Little Computing Time High Generality for Programming High Accuracy	Same Location of Bending and Shear Span Point Difficult Modeling of Corner Part
SDM	Neglecting Axial Deformation Moment and Shear Equation Unsymmetric Full Stiffness Matrix	Different Location of Bending and Shear Span Point Easy Modeling of Corner Part Easy Input Little Computing Time	Low Accuracy Low Generality for Programming Difficult Representing Boundary Conditions
GSDM	Considering Axial Deformation Equilibrium Equation Symmetric Banded Stiffness Matrix	Different Location of Bending and Shear Span Point Easy Modeling of Corner Part Easy Input Little Computing Time High Generality for Programming High Accuracy	

Note) FEM : Finite Element Method
SDM : Slope Deflection Method
GSDM : Generalized Slope Deflection Method

6. 結 言

船體의 橫強度 解析을 위해 既存의 傾斜 처짐법에서 無視하였던 部材의 伸縮에 따른 軸 方向의 變位를 考慮한 一般化 傾斜 처짐법을 誘導하였다.

그 結果 節點 方程式과 層 方程式 代身에 節點에서의 平衡 方程式으로만 解를 구할 수 있게되어 matrix法의 適用이 可能하여 解의 精度面에서나 計算 時間面에서 他 解析 方法보다 월등히 優秀함을 立證하였으며 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1) 從來의 처짐법의 非效率性을 배제하여 誘導된 一般化 傾斜 처짐법은 web frame modeling시 有限要素法보다 要素數가 훨씬 작으며 軸 方向의 變位를 考慮하여 傾斜 처짐법보다 精度가 優秀하다.

2) 굽힘 및 전단에 의한 span point의 位置가 다를 경우 有限要素法으로는 處理가 困難하나 傾斜 처짐법이나 一般化 傾斜 처짐법은 處理가 容易하다.

3) 강성 matrix의 特性面에서 볼 때 一般化 傾斜

처짐법과 有限要素法은 band 幅을 갖는 對稱 matrix가 되며 傾斜 처짐법은 非對稱 full matrix가 된다.

4) 강성 matrix의 元素 갯수면에서 볼 때 一般化 傾斜 처짐법은 既存의 傾斜 처짐법보다 matrix의 크기는 크지만 band 幅을 갖는 對稱 matrix이므로 方程式을 푸는데 所要되는 計算時間은 오히려 적다.

參 考 文 獻

[1] Steneroth, E., "On the Transverse Strength of Oil Tankers", Trans. Royal Inst. of Tech., Stockholm, 1955.

[2] Nishimaki, K., "On the Measurement of Stress Distribution of the Transverse Strength Members of Oil Tankers", SNAJ., vol.105, 1959.

[3] Nishimaki, K., "Some Examples of the Calculations of Transverse Strength of Oil Tankers", SNAJ., vol.108, 1960.

[4] Inokuty, T. and Yamaguchi, I., "On the Distribution of Bending Moment of Bracketed Structures", SNAJ., vol.103, 1959.

[5] Yamaguchi, I., "On the Tests of Fixed Beam with Brackets", SNAJ., vol.102, 1958.

[6] Yamaguchi, I., "Approximate Method of the Calculation of Transverse Strength of Ship (2nd Report)", SNAJ., vol.109, 1961.

[7] 姜聲俊, "Slope-Deflection Method에 의한 橫強度 解析", 서울大學校 碩士學位論文, 1985.

[8] 金地鎬, "傾斜-처짐법에 의한 油槽船의 立體強度 解析", 서울大學校 碩士學位論文, 1986.

[9] 寺澤一雄, 船體構造力學, 海文堂, 1974.

[10] 羅昇洙, "一般화된 傾斜 처짐법에 의한 船體의 橫強度 解析 및 最小重量 設計에 관한 研究", 서울大學校 博士學位論文, 1988.