

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 29 卷 第 4 號 1992 年 11 月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 29, No.4, November 1992

## 패널법을 이용한 유한수심에서의 조파저항 계산

이승준\*

### Computation of Wave Resistance in the Water of Finite Depth Using a Panel Method

by

Lee, S.-J.\*

#### 요 약

유한수심의 해역에서 운동하는 잠수체 혹은 부유체의 조파저항을 계산하기 위하여 Hess & Smith(1962)와 Dawson(1977)류의 패널법을 개발하였다. 수면상에서의 경계조건은 소위 Poisson 식을 사용하였는데, 비슷한 문제에 대해 Yasukawa(1989)는 이중물체유동을 기본유동으로 하는 Dawson식을 사용한 바 있다. 수저면에서의 경계조건을 자동적으로 만족시키기 위하여 Rankine 쌍오스와 수저면에 대한 경상 쌍오스의 합을 Green 함수로 취하였으며, 따라서 특이점은 선체와 자유표면 상에만 분포시키면 되므로 필요한 패널의 수는 Yasukawa의 방법에 비해 절반이하로 감소되었다. 계산에로서는 잠수한 구와 Wigley선형을 택하였으며, 기존의 해석해 및 수치해와 비교하여 잘 일치하는 결과를 얻었다.

#### Abstract

A panel method in the spirit of Hess & Smith(1962), and also of Dawson(1977) was developed to compute the wave resistance of a submerged, or a surface piercing, body moving in the water of finite depth. As a boundary condition on the free surface what is called the Poisson equation is used, while Yasukawa(1989) chose the Dawson equation for which the double-body flow is regarded as the basic one. In order to satisfy the boundary condition on the bottom surface automatically, the sum of a Rankine source and its image with respect to the bottom surface is chosen as the Green function, and hence the singularity is distributed only on the body and on the free surface thereby decreasing the required number of panels dramatically, compared to that of Yasukawa, without the consequential loss of accuracy. Calculations were done for a submerged sphere and for the Wigley hull, and the results are compared with other existing analytical and numerical data.

발 표 : 1992년도 대한조선학회 추계연구발표회('92. 4. 18.)

접수일자: 1992년 5월 19일, 재접수일자: 1992년 7월 20일

\* 정희원, 충남대학교 선박해양공학과

1. 서 론

비점성유체를 가정할 경우 유체의 운동방정식은 Euler 방정식이 되며, 비회전성 유동장에 대해서는 적분가능하므로, 비압축성유체일 때에는 연속방정식인 Laplace 방정식이 지배방정식이 된다. Laplace 방정식은 선형 편미분방정식이므로 일견 매우 쉽게 풀 수 있는 문제인 것처럼 보이나, 자유표면을 경계면으로 하는 문제에 있어서는 자유표면의 변위가 해의 일부이며 동시에 자유표면이 경계면이 되므로 소위 본질적으로 비선형인 경계조건을 만족하는 해를 구해야 하는 어려움이 있다. 또 선박의 조파저항계산시 물체표면상의 경계조건은 Neumann 형태로 주어지는 비침투조건이 되어, 이 조건 또한 일견 별 어려움없이 만족시킬 수 있을 것처럼 보이나, 물체의 형상이 기하학적으로 단순한 형태를 갖지 않을 경우 결국은 수치계산에 의존해야 하며, 더욱 선박의 침하 및 종경사를 고려해야 하는 경우에는 물체의 침수 표면자체가 해의 일부이며, 동시에 경계조건을 적용시켜야 하는 경계면이 되므로, 엄밀해를 구하는 것은 대단히 힘들어진다.

따라서 조파저항을 구하는 문제는, 상기 두가지의 경계조건을 어떻게 풀 수 있는 형태의 것으로 "잘" 바꾸어 놓을 수 있느냐 하는 문제로 귀결되며, 이에 대한 최초의 이론적 시도는 Michell(1898)의 얇은배 이론(thin ship theory)으로 볼 수 있다. 또한 얇은배 이론에 의한 Michell 적분은 Sretenski(1937), Lunde (1951) 등에 의해서 구해진 바 있고 Kirsch(1966) 등에 의해 실제선박에 적용된 바 있다.

패널법은, 무한유체중에서 운동하는 물체의 경우를 예로 들면, Laplace 방정식을 만족하는 Rankine 쏘오스를 Green 함수로 사용하여 물체표면에 이들을 분포시키고, 물체표면상의 비침투 경계조건으로부터 쏘오스의 세기에 대한 제2종 Fredholm 적분방정식을 유도하고, 이를 이산화하여 얻어지는 등가선형방정식을 풀어서 수치근사해를 구하는 방법이라고 할 수 있다.

선박이 받는 조파저항을 구하고자 할 경우에는 자유표면이 추가적인 경계면이 되어 자유표면경계조건을 어떻게 만족시켜주느냐 하는 문제에 봉착하게 되는 데, Dawson(1977)은 새로운 선형자유표면경계조건(Dawson식)을 유도하고 그식의 이산화에 있어 4점 상류차분법을 사용하여 조파저항계산의 수치계산에 유력한 한 방법을 제시하였다. Dawson의 방법

이 정량적으로도 비교적 정확한 조파저항치를 준다고 하는 사실은 Bai(1979, 1980)에 의한 일종의 "조파저항계산 경진대회"를 통하여 널리 알려지게 되었으며, 이후 많은 연구가 그의 방법을 중심으로 이루어지고 있다. 본 연구에서는 Dawson 조건식과 Poisson 조건식을 사용할 경우 그 결과에 큰 차이가 없다는 Raven(1990)의 연구결과를 따라 Poisson식의 이산화에 4점 상류차분법을 사용하여 조파저항을 계산하는 수치코드를 개발하였다. 한편 Yasukawa (1989)는 유한수심에서의 조파저항 계산에 관한 연구결과를 발표하였으나, 그는 Dawson 조건식을 사용하였고, 유한수심의 경우 추가적으로 등장하는 수저경계조건을 만족시키기 위해, 수저표면에도 Rankine 쏘오스를 분포시키는 방법을 채택하였다. 본 논문에서는 수저에 대한 경상 쏘오스를 물체 및 자유표면에 분포시킴으로써 수저표면에는 쏘오스를 분포시킬 경우가 없는 방법을 개발하였으며, 이것은 자유표면조건을 Poisson식을 채택함으로써 보다 쉽게 구현될 수 있었다.

2절에서는 본 연구에서 사용한 패널법에 대해 논의의 한뒤, 3절에서는 수치계산 결과에 대해 검토하기로 한다.

2. 패널법

2.1 경계치문제와 Green함수

전산기의 발달에 따라 해석해를 구하기 어려운 문제에 대해서는 수치해법이 더욱 매력적인 도구로 등장하게 되었으며, Hess & Smith(1962)의 소위 패널(panel)법은 가장 기본적인 도구의 하나가 되어가고 있다. 좌표계는 Fig.1에 나타낸 바와 같고, 다음과 같은 무차원 변수를 사용하기로 한다. 모든 길이는 물체의 길이 L로 무차원화하고, 모든 속도는

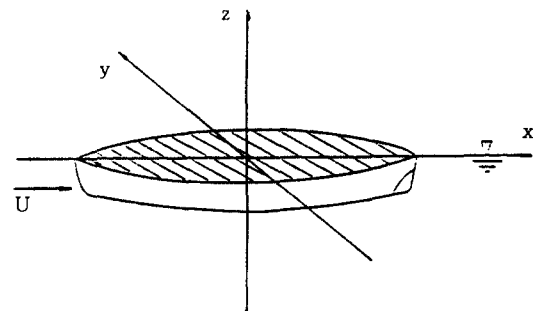


Fig.1 Coordinate system

물체의 속도 U로 무차원화 한다. 즉 무차원량은 \*를 상첨자로 써서 나타내면

$$(x,y,z)=(x^*,y^*,z^*)L, (B,T,H)=(B^*,T^*,H^*)L, (\phi, \underline{u})=(\phi^*L, \underline{u}^*)U, Fn=U/(gL)^{1/2}, Fh=\bar{u}/\sqrt{gH} \quad (1)$$

인데 여기서 (B,T,H)=(형폭, 형홀수, 수심),  $\phi(x,y,z)$ 는 교란속도장함수,  $\underline{u}=(u,v,w)=(\phi_x, \phi_y, \phi_z)$ , g는 중력가속도이고, 하첨자는 그방향으로의 편미분을 뜻하며, 이하에서는 편의상 무차원변수의 상첨자\*는 생략하기로 한다.

유한수심에서는 조파저항에 관한 경계치문제를 고려하기 위해 먼저 전체 속도장함수  $\Phi$ 를 다음과 같이 쓰면

$$\Phi(x,y,z)=x+\phi(x,y,z) \quad (2)$$

교란 속도장함수  $\phi$ 는 다음과 같은 경계치문제를 만족해야 한다.

$$\nabla^2 \phi=0, \text{ 유체영역에서,} \quad (3a)$$

$$\phi_{xx}+Fn^{-2}\phi_z=0, z=0(S_F)\text{에서,} \quad (3b)$$

$$\phi_n=-n_1, \text{ 물체표면}(S_B)\text{상에서,} \quad (3c)$$

$$\phi_z=0, z=-H\text{에서,} \quad (3d)$$

$$\text{과동있음,(없음), } x \rightarrow \infty(-\infty). \quad (3e)$$

단  $\underline{n}=(n_1, n_2, n_3)$ 는 물체 표면상에서 유체쪽을 향하는 단위법선 벡터이다.

위에서 논한 경계치문제의 해를 구하는 데 있어 편미분방정식인 경계치문제를 미지 함수에 대한 적분방정식으로 변환하여 푸는 방법은 오래전부터 알려져 왔고(참조 Hildebrand 3장, 1972), 특히 적분방정식을 이산화하여 등가선형 연립방정식으로 변환할 수 있게 되면, 전산기를 사용하여 풀기에 가장 적합한 문제로 된다고 할 수 있다. 주어진 경계치문제를 적분 방정식으로 변환하는 경우, 핵함수(kernel function)로 사용되는 함수를 Green 함수라고 부르며, 점 P(x,y,z)에서의 미지함수  $\phi(P)$ 를 다음과 같이 가정한다.

$$\phi(P)=\int_s^{\sigma(Q)} G(P,Q)dS(Q), S=S_B+ S_F \quad (4)$$

여기서 점 Q의 좌표를 (a,b,c)라고 하면, Green 함수 G(P,Q)는 수저표면에서의 경계조건을 만족시키기 위해 Rankine 쏘오스와 수저면에 대해 경상위치에 있는 쏘오스의 합으로 취한다.

$$G(P,Q)=r^{-1}+r_2^{-1}, \quad (5)$$

$$r^2=(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2,$$

$$r_2^2=(x-a)^2+(y-b)^2+(z+2H+c)^2,$$

Yasukawa(1989)는 Green함수를 Dawson(1977)의 방법에 따라 Rankine쏘오스와 정수면에 대해 경상위치에 있는 쏘오스의 합으로 취하고, 물체표면과 수저표면에 특이점을 분포하였으므로 무한수심의 경우에 비해 훨씬 많은 수의 패널을 사용해야 한다. 본 논문에서처럼 자유표면과 물체표면상에 모두 수저면에 대해 경상위치에 있는 쏘오스를 같이 분포하면 자유표면경계조건을 만족시키기 위해 영향계수  $W_{ij}$ (2.2에서 정의함)를 자유표면상에서도 구해주어야 하는 것을 제외하면 무한수심의 경우와 동일한 수의 패널로 계산할 수 있다는 장점이 있다.

Green함수가 Laplace 방정식과 수저표면경계조건만을 만족하므로, 위에서 가정한 형태의 속도장함수는 자유표면경계조건과 물체표면경계조건을 만족해야 하며 다음에서는 물체표면상의 경계조건에 대해 먼저 생각해 보기로 한다.

### 2.2 물체표면경계조건

점 P가 쏘오스가 분포되어 있는 경계면에 속하게 되면 쏘오스의 특이성을 고려하여 물체표면상의 경계조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다(Hess & Smith, 1962).

$$2\pi\sigma(P)+\int_s^{\sigma(Q)} \partial G(P,Q)/\partial n(P) dS(Q)=-n_1, \quad P \in S_B. \quad (6)$$

윗식은  $\sigma$ 에 대한 제2종 Fredholm 적분방정식이며, 근사적인 등가선형연립방정식으로 치환하여 푸는 것이 일반적이다. 가장 간단한 방법중의 하나가 경계표면을 패널(평면사변형요소)의 집합으로 근사하고, 한 패널상에서의  $\sigma$ 는 일정하다고 가정하는 Hess & Smith의 최저차 근사법이다. 본 논문에서도 그러한 근사방법을 따르기로 하면 윗식은 다음과 같은 선형연립방정식으로 변환한다.

$$2\pi\sigma\phi_{ij}+\sum_{j=1}^N A_{ij}\phi_j=-n_{1i}, \quad i=NF+1, \dots, NF+NB=N. \quad (7)$$

여기서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker의  $\delta$ -함수이며, NB, NF는 각각 물체 표면과 정수면상에 분포된 패널의 갯수이고,

$$A_{ij}=(n_{1i},n_{2i},n_{3i}) \cdot (U_{ij},V_{ij},W_{ij}), \quad (8a)$$

$$U_{ij}=\int_{A_i} \partial G(P_i,Q)/\partial x(P_i) dS(Q), \quad (8b)$$

$$V_{ij}=\int_{A_i} \partial G(P_i,Q)/\partial y(P_i) dS(Q), \quad (8c)$$

$$W_{ij}=\int_{A_i} \partial G(P_i,Q)/\partial z(P_i) dS(Q), \quad (8d)$$

여기서  $(U_{ij}, V_{ij}, W_{ij})$ 는 영향계수(influence coefficient)라고 불리며, 패널  $A_i$ 상에 분포된 단위세기의 소오스에 의해 점  $P_i$ 에 유기되는 속도 벡터이다. 점  $P_i$ 는 패널  $A_i$ 상의 제어점으로 불리며, 패널  $A_i$ 의 도심에 잡는 것으로 한다. 영향계수의 계산법에 대해서는 Hess & Smith(1962)에 자세히 다루어져 있고, 본 논문에서도 그들의 방법을 그대로 따랐다. 문제의 대칭성을 고려함에 있어서는, 선박의 통상 좌우대칭성을 가지므로  $y \geq 0$ 인 영역에 대해서만 계산을 수행하였다.  $xz$ 평면에 대해 대칭인 위치와 수저표면에 대해 경상인 위치에 놓여진 패널들에 대한 기하학적 자료들을 계산함에 있어서는 패널의 절점(node) 번호들을 다시 정의해 주어야 하며, 이에 대한 주의가 필요하다. 또한 영향계수의 계산시, 전체좌표계(global coordinate system)와 국부좌표계 사이의 좌표변환에 주의해야 하며, 자기 패널에 의한 영향계수( $i=j$ )의 계산에도 특별한 주의를 요한다.

### 2.3 자유표면경계조건의 이산화

본 논문에서는 자유표면경계조건으로 Poisson식을 사용하였으며, 먼저 Dawson(1977)식과 비교하여 어떠한 장단점이 있나 살펴 보기로 한다. Dawson식의 특징은 이중모형유동을 기본유동으로 택하는 것과 이 기본유동의 정수면상에서의 유선에 의한 편미분계수를 사용한다는 점을 들 수 있다. 이중모형유동은 정수면이 강제로 된 벽면이거나, 혹은 전진속도가 영일 때의 정수면 상에서의 경계조건을 만족하므로 이중모형유동을 기본유동으로 택하는 방법은 통상 저속이론(low speed theory)이라고도 불리우며, 또한 저속에서 Poisson식 보다 개선된 결과를 줄것이라고 일반적으로 기대되고 있다. 이러한 기대에 대해서는 아래와 같이 상반된 연구결과들이 보고되고 있어 보다 정밀한 연구가 요구되고 있다고 생각된다. 즉 2차원 문제에 대해서는 Dawson(1977), Lee

(1991b)등에 의해 밝혀진 바와 같이 Dawson식이 실험치에 보다 가까운 결과를 주고 있으나, 3차원문제의 경우에는 아주 뚱뚱한 형태의 배를 제외하고는 Poisson식과 거의 같은 결과를 준다고 알려져 있다 [Raven(1990)]. 한편 Reven(1988) 등에 의한 Dawson식의 근사정도 및 오류에 관한 연구들이 있어 왔으나, Lee(1991b)에 의하면 Dawson식은 수치적으로 비선형 자유표면경계조건을 엄밀하게 만족시키기 위해 반복법을 사용할 때의 제1차 반복연산자와 등가이므로 섭동법에 의한 급수전개등과는 다른 관점에서 보아야 할 필요가 있다. Dawson식을 사용하면 유한수심의 경우에는 전체유동(혹은 교란유동)뿐만 아니라, 기본유동을 구할 때도 수저면에서의 경계조건도 동시에 만족하게 하기 위해 수저면에도 패널을 배치해야 하는데, 이는 전산코드의 실행을 위한 RAM의 필요량( $N^2$ 에 비례)과 계산시간( $N^3$ 에 비례)을 대단히 증가시키는 난점이 있다. 따라서 본 논문에서는 위와 같은 점들을 해결하기 위하여, Poisson식을 사용하기로 하였으며, 이하에서는 Poisson식의 이산화에 대해 생각해 보기로 한다. Poisson식은 다음과 같으며,

$$u_x + Fn^{-2}w = 0, \quad z=0 \text{에서}, \quad (9)$$

전절에서 구한 영향계수를 사용하면,  $(u,w)$ 는 쉽게 구할 수 있으므로 큰 문제가 없으나,  $u_x$ 를 구하는 데는 특수한 고려가 필요하다. 왜냐하면 우리가 생각하는 경계치문제의 해는 무한원방에서의 조건을 만족해야만 물체의 상류쪽으로 전파해가는 파동이 없는 일의적인 해를 구할 수 있기 때문이다. Dawson(1977)은 4점 상류 차분법(upstream differencing)을 사용하여  $u_x$ 를 구함으로써 무한원방조건을 만족 시킴과 동시에 자유표면 경계조건을 이산화하였다. 이하에서는 4점상류 차분법에 대해 잠시 생각해 보기로 한다. 편의상 정수면 상에서의 패널크기가  $h$ 로 일정한 2차원문제를 생각하기로 하면,  $u^{ii}, u^{iv}$ 에 비례하는 오차를 갖지 않는 4점 상류차분법(제1종 4점 상류차분법)은 다음과 같다.

$$u_{xj}=(10u_j-15u_{j-1}+6u_{j-2}-u_{j-3})/6h+h^2u^{iii}/6 \quad (10)$$

여기서 상첨자  $iii$ 는 3계미분을 뜻하며,  $x_0$ 를 계산 영역의 제일 상류에 위치한 패널의 도심의  $x$ 좌표라고 하면  $u_j=u(x_j=jh+x_0)$ 를 나타낸다. 또 다음과 같은 기호를 도입하면

$$Du_j = (10u_j - 15u_{j-1} + 6u_{j-2} - u_{j-3})/6h, \quad (11)$$

위의  $u_{xj}$ 에 대한 식은  $h$ 에 대한 고차항의 오차를 포함시켜

$$u_{xj} = Du_j + h^2 u'''/6 + 7h^4 u^{(5)}/12 + h^6 u^{(7)}/12 \quad (12)$$

와 같이 쓸 수 있고, 따라서 이산화된 자유표면 조건 식은

$$Du_j + Fn^{-2} w_j = 0, \quad z=0 \text{에서} \quad (13)$$

로 쓸 수 있다. 이 식에  $Du_j$ 에 대한 관계식을 대입하고  $u$ 의  $n$ 차 미분계수를  $(iK)^n u$ 로 가정하면

$$u_{xj} + Fn^{-2} w_{j-1} (-h^2 K^3/6 + 7h^4 K^5/12) u_j + h^6 K^6 u_j/12 = 0, \quad (14)$$

을 얻는다(윗식에서  $i$ 는 허수  $\sqrt{-1}$ ,  $K$ 는 특성파수). Van(1988)은 윗식의 마지막 항이 소위 Rayleigh의 가상점성과 같은 역할을 하게 되어 무한원방조건을 자동적으로 만족시키게 된다고 주장하였다. 그러나 Dawson(1977)에 의하면 4점 상류차분법중에서도  $u''$ ,  $u'''$ 에 비례하는 오차를 갖지않는 제2종 4점 상류차분법을 사용하면 물체후방에 생성되는 파도의 진폭이 너무 커지는 증폭효과가 나타난다고 하였는데, 이 경우에 대해 위와 같은 해석을 가하면 음의 Rayleigh계수를 가지게되어, 만약 Van의 견해가 맞다면 상류로 전파하는 파동이 발생하여야 하나, 실제로는 그런 결과를 얻지 않으므로 상기한 Van의 해석은 좀더 고찰해볼 필요가 있을 것으로 생각된다. 4점 상류차분법의 사용이 무한원방조건을 만족시키는 결과를 주는 것은 이산화오차가 가상점성의 역할을 하는 것보다는 Dawson(1977)이 원래 주장한대로 이산화에 있어 '상류'차분법을 사용한다는 대단히 단순한 이유에 기인하는 것으로 생각된다. '상류'차분법을 사용할 경우, 물체에서 상당히 먼 상류에서의 균일유동상태를 하류쪽의 유동이 파동의 형태로 교란할 수 없으므로 무한원방조건을 자동적으로 만족시키게 된다는 것이다. 이러한 단방향(one-sided) 차분법의 사용은, 쌍곡선형(hyperbolic type) 편미분 방정식을 풀 때 특성곡선(characteristic curve)을 따라서 한 방향으로만 전파하는 파동량을 구하는 것과 유사한 개념으로 이해되어야 한다.

이산화된 자유표면경계조건을 정수면상 계산영역의 최상류 패널에서 만족시키기 위해서는 그 앞쪽에

위치한 3개의 추가적인 패널에 대해서도 영향계수를 계산해야 한다. 그리고 자유표면의 변위, 압력계수등의 계산시에는 이들 패널에 의한 영향은 고려하지 않는다.

$x$ 방향으로 연속인 패널들의 도심사이의  $x$ 방향 간격이 일정하지 않은 점을 고려해 주기 위해 우선 Dawson이 사용한 4점 상류차분법을 사용하여 Poisson 식을 이산화하면

$$\delta u_i + \alpha u_{i-1} + \beta u_{i-2} + \gamma u_{i-3} + Fn^{-2} w_i = 0, \quad i=1, \dots, NF, \quad (15)$$

$$\delta = (a+b+c)/\Delta, \quad \alpha = -a/\Delta, \quad \beta = -b/\Delta,$$

$$\gamma = -c/\Delta,$$

$$\Delta = l_1 l_2 l_3 (l_2 - l_1)(l_3 - l_1)(l_3 - l_2)(l_1 + l_2 + l_3),$$

$$a = (l_3^2 - l_2^2) l_3^2 l_2^2,$$

$$b = (l_1^2 - l_3^2) l_3^2 l_1^2,$$

$$c = (l_2^2 - l_1^2) l_2^2 l_1^2,$$

을 얻는다. 여기서  $l_j(j=1,2,3)$ 는 경계조건이 적용되는 패널의 도심  $P_i$ 로부터 이 패널과 동일한 두개의 종분할선내에 있으며 그 왼쪽으로 첫번째, 두번째, 세번째에 놓여 있는 패널들의 도심,  $P_{i-1}, P_{i-2}, P_{i-3}$ 까지의  $x$ 방향 거리이다. 또 3차원 문제를 풀 때는 정수면상의 패널형태가 배의 존재때문에 직사각형이 될 수 없으므로  $P_i$ 의  $y$ 좌표와  $P_{i-j}(j=1,2,3)$ 의  $y$ 좌표가 동일하지 않은 점을 고려해 주어야 한다.  $P_{i-j}$ 와 같은  $x$ 좌표를 가지며  $P_i$ 와 동일한  $y$ 좌표를 갖는 점들에서의  $x$ 방향속도는  $P_{i-j}$ 를 포함하는 패널과  $y$ 방향으로 그 윗쪽에 있는 패널의 도심  $P'_{i-j}$ 에서의 속도들로부터 선형내삽(혹은 외삽)에 의해 구하기로 하면 최종적인 이산화된 자유표면에서의 경계조건식은 다음과 같다.

$$\delta u_i + \alpha(1-s_{i-1}) u_{i-1} + \beta(1-s_{i-2}) u_{i-2} + \gamma(1-s_{i-3}) u_{i-3} + \alpha s_{i-1} u_{i-1+M} + \beta s_{i-2} u_{i-2+M} + \gamma s_{i-3} u_{i-3+M} + Fn^{-2} w_i = 0, \quad i=1, \dots, NF, \quad (16)$$

$$s_{i-j} = h_{i-j}/m_{i-j}, \quad j=1,2,3,$$

여기서  $i-j+M$ 은  $P'_{i-j}$ 를 포함하는 패널들의 번호이며,  $h_{i-j}$ 는  $P_i$ 의  $y$ 좌표에서  $P_{i-j}$ 의  $y$ 좌표를 뺀 값,  $m_{i-j}$ 는 점  $P'_{i-j}$ 와 점  $P_{i-j}$  사이의  $y$ 방향 거리이다. 또  $u_i, w_i$ 는 다음식에 의해 얻는다.

$$u_i = \sum_{j=1}^N U_{ij} \sigma_j, \quad i=1, \dots, NF, \quad (17a)$$

$$w_i = \sum_{j=1}^N W_{ij} \sigma_j, \quad i=1, \dots, NF. \quad (17b)$$

2.2절에서 물체표면 상에서의 경계조건으로 부터 구한 NB개의 방정식과, 위에서 논의한 바와같이 자유표면상에서의 경계조건으로부터 구한 NF개의 방정식에 의해 N개의 미지수  $\sigma_1, \dots, \sigma_N$ 을 일의적으로 결정할 수 있다.

2.4 자유표면의 변위와 조파저항

일단  $\sigma$ 를 구하면 물체 표면상의 압력은 Bernoulli 방정식으로 부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$C_p = p / (\rho \bar{u}^2 / 2) = 1 - u_t^2, \tag{18}$$

여기서  $u_t$ 는 무차원화된 양으로서 물체표면상에서 구한 접선방향의 속도이며  $t = (t_1, t_2, t_3)$ 를 물체표면상에서의 접선방향 단위벡터라고 하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_t = (t_1, t_2, t_3) \cdot (1 + u, v, w), \tag{19}$$

또 물체표면상의 제어점  $P_i$ 에서의 속도성분  $u_i, v_i, w_i$ 는

$$u_i = \sum_{j=1}^N U_{ij} \sigma_j, \quad i = NF+1, \dots, N, \tag{20a}$$

$$v_i = \sum_{j=1}^N V_{ij} \sigma_j, \quad i = NF+1, \dots, N, \tag{20b}$$

$$w_i = \sum_{j=1}^N W_{ij} \sigma_j, \quad i = NF+1, \dots, N, \tag{20c}$$

로 주어지므로 연립방정식을 만들 때 구한 영향계수들을 그대로 사용할 수 있다. 또한 조파저항을  $R$ , 침수표면적을  $S_w$ , 물체표면상의 j번째 패널의 면적을  $A_j$ 라고 하면 조파저항계수  $C_w$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_w = R / (\rho \bar{u}^2 S_w / 2) = - \int_{S_b} C_p n_1 dS / S_w \simeq - \sum_{j=1}^{NB} C_{pj} n_{1j} A_j / S_w. \tag{21}$$

3. 수치계산 및 토론

3.1 잠수한 구의 운동

우선 개발된 코드의 적합성을 알아보기 위해 반경 = 0.5인 구가 중심이  $z = -d$ 인 평면상에서 x축을 따라 일정속도로 운동하는 경우에 대한 계산을 수행하였다. 이 경우에는 정수면과 물체표면이 만나지 않으므로 정수면상의 패널모양을 직사각형으로 할 수 있으며, Table 1에는 계산에서 사용된  $F_n =$

Table 1 Data of the panel arrangement for a submerged sphere

$F_n$	0.4	0.5	0.6	0.7
(xup, xdn)	(-2., 2.)	(-2., 4.)	(-2., 6.)	(-2., 6.)
y <sub>max</sub>	2.	3.	3.	3.
dx=dy	0.1	0.15	0.2	0.2
Ncol*Nrow	40*20	40*20	40*15	40*15
NF	800	800	600	600

xup=min. of x-coordinate for the computational window.  
 xdn=max. of x-coordinate for the computational window.  
 ymax=max. of y-coordinate for the computational window.  
 Ncol=number of columns of panels on the free surface.  
 Nrow=number of rows of panels on the free surface.

0.4, 0.5, 0.6, 0.7인 때의 패널배치에 관한 자료를 제시하였다. 구의 속도를 위상속도로 가지는 2차원 특성파의 파장은  $2\pi F_n^2$ 이므로, 상기의  $F_n$ 에 대해서 특성파의 한파장에 해당하는 길이에 정수면상에는 10개 이상의 패널을 사용하고자 하였다. 또 물체표면은 xy-평면상에서 x축으로 부터 젠 각도를  $\alpha$ , yz-평면상에서 y축으로 부터 젠 각도를  $\beta$ 라고 하면, 대칭성 때문에  $\alpha \in [0, \pi]$ ,  $\beta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 이며,  $\Delta\alpha = \Delta\beta = \pi/16$ 로 택하여 각각 16등분하였다. Havelock (1971)에 의하면 정수면 상에서 Poisson식을 만족시키고, 물체경계조건 또한 근사적으로 만족시키는 선형근사에 의한 이론해는

$$C_w = (1/16) \sqrt{\pi/2d} F_n^{-7} \exp(-\alpha) \{1 + 3/(4\alpha) + 9/(32\alpha^2) + O(\alpha^{-3})\}, \tag{22}$$

$$\alpha = 2dF_n^{-2} \gg 1,$$

으로 주어진다. Fig.2에  $d=1.0$ 일 때에 대해 Havelock의 이론해와 본 논문의 계산결과를 비교, 도시하였다. 전반적으로 두 결과가 잘 일치하고 있으나,  $F_n \leq 0.5$ 인 구역에서는 두 결과가 차이를 보이고 있으며, 단지 이 구역에서의  $C_w$  값이 대단히 작으므로 Fig.2에서는 그 차이가 잘 나타나고 있지 않다. 높은  $F_n$ 에 대해서는 두 결과가 잘 일치하고, 낮은  $F_n$ 에 대해서는 약간의 차이를 보이는 경향은 2차원 원주에 대해 Poisson식을 적용하고 패널법을 사용하여 얻는 Lee(1991b)의 결과와 아주 흡사하다.

수심이 유한한 경우의 계산에 있어서는 무한수심의 경우보다 특성파의 파장이 증가하므로 패널의 크기를 크게할 수도 있으나, 본 논문에서는 무한수심의 경우와 동일한 패널배치를 사용하였다. 수심이 2.0, 4.0, 10.0인 때의 계산결과를 Table 2와 Fig.

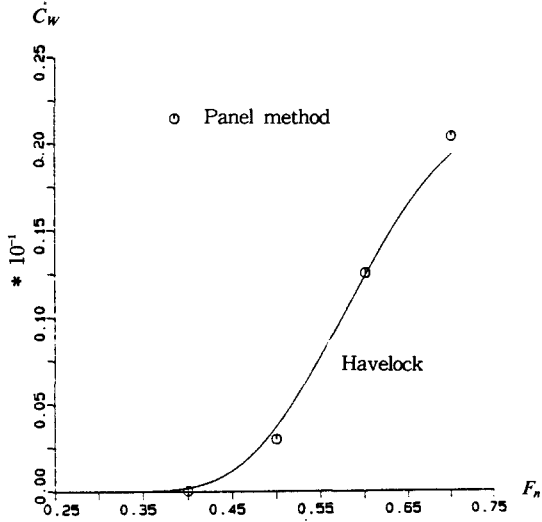


Fig.2 Comparison of the computed  $C_w$  of a submerged sphere( $d=1.0$ ) in the water of infinite depth with the analytical results by the linear theory of Havelock(1917)

Table 2 Wave resistance coefficient of a submerged sphere in the water of finite depths

H Fn	0.4	0.5	0.6	0.7
10	$4.53 \cdot 10^{-5}$	$2.656 \cdot 10^{-3}$	$1.168 \cdot 10^{-2}$	$2.066 \cdot 10^{-2}$
4	$4.64 \cdot 10^{-5}$	$2.655 \cdot 10^{-3}$	$1.170 \cdot 10^{-2}$	$2.072 \cdot 10^{-2}$
2	$5.18 \cdot 10^{-5}$	$2.746 \cdot 10^{-3}$	$1.205 \cdot 10^{-2}$	$2.205 \cdot 10^{-2}$

3에 각각 제시하였다.  $H=2.0$ 인 경우에 대해서는 Kinoshita & Inui(1953)의 이론적 근사해와 비교하였는데 계산된  $F_n$ 의 범위에 대해서는 두 결과가 잘 일치하고 있다.

3.2 Wigley선형

무차원 변수를 사용하여 나타낸 Wigley선형은 다음과 같다.

$$f(x,z)=0.05(1-x^2/4)(1-z^2/T^2),$$

$$T=0.0625, S=0.14836. \tag{23}$$

Wigley선형에 대한 전형적인 패널배치를 Fig.4에 보였으며, Fig.5에는 무한수심인 경우에 대한 계산결과를 얇은배 이론에 의한 결과(Lee(1991a))와 비교, 도시하였는데, 이는 Dawson(1977)이 약간 다른 형태의 Wigley선형에 대해 구한 Dawson의 결과 Fig.7과 대단히 유사한 경향을 나타내고 있다.

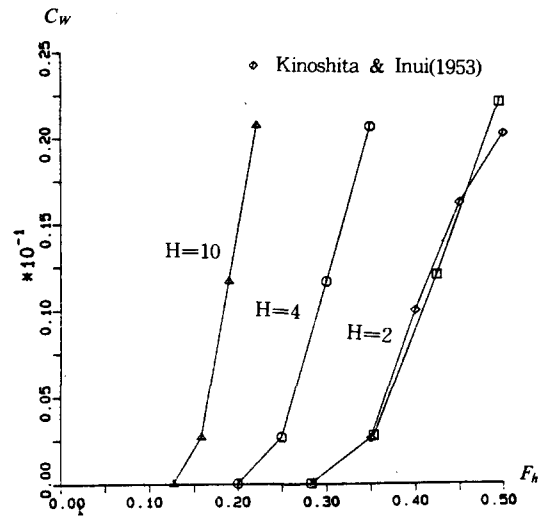


Fig.3 Variation of  $C_w$  of a submerged sphere( $d=1.0$ ) with  $F_h$  for  $H=2, 4,$  and  $10,$  along with the analytical results of Kinoshita & Inui (1953).

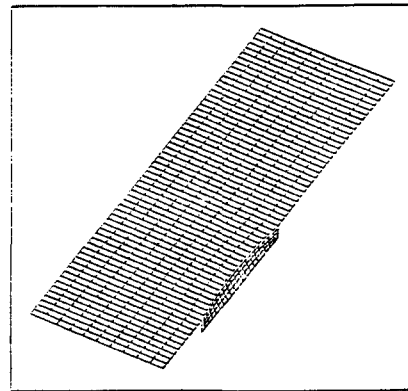


Fig.4 Typical arrangement of panels for the Wigley hull

즉  $F_n$ 의 전 구간에 걸쳐 얇은배 이론에 의한 결과보다 패널법에 의한  $C_w$  값이 약간 작은 값을 주고 있다. Table 3에는 Fig.5를 작성하기 위해 계산을 수행한 경우에 대해 패널배치에 관한 자료를 보여주고 있다.  $F_n=0.3$ 을 경계점으로  $F_n$ 가 작은 구역에서는 패널배치 1을, 큰 구역에서는 패널배치 2를 사용하였다. 특성파의 한파장에 해당하는 길이에 10개 이상의 패널을 배치하는 원칙은 그대로 고수하였다. 수상선의 경우에는 정수면과 물체표면이 만나게 되므로 물체에 인접한 구역에서의 패널형상은 직사

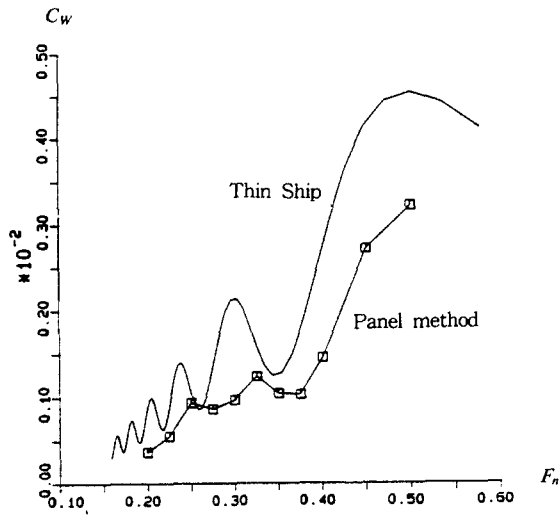


Fig.5 Comparison of  $C_w$  of the Wigley hull in the water of infinite depth with the analytical results by the thin ship theory

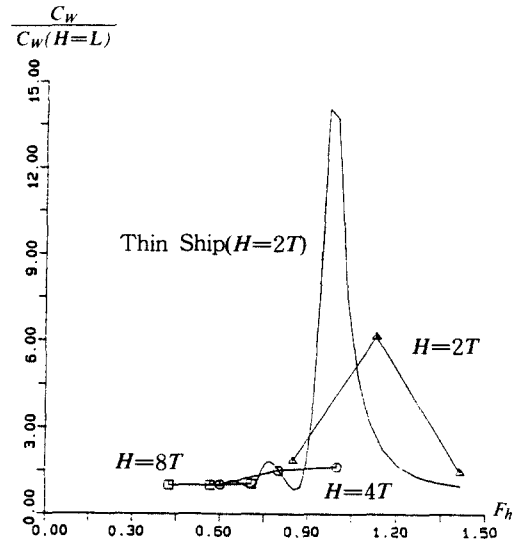


Fig.6 Ratio of  $C_w$  at a specific depth and that at  $H=L$  vs.  $F_h$  for  $H=2T$ ,  $4T$  and  $8T$  for the Wigley hull along with the thin ship theory

Table 3 Data of the panel arrangement for the Wigley hull

	Type 1	Type 2
$F_n$	$< 0.3$	$\geq 0.3$
(xup, xdn)	(-1.0, 1.0)	(-1.0, 2.0)
y <sub>max</sub>	0.5	1.0
Ncol*Nrow	70*10	60*10
NF	700	600
Nlon*Ndra	40*4	20*4
NB	160	80

Nlon=number of columns of panels on the hull.  
Ndra=number of rows of panels on the hull.

Table 4 Wave resistance coefficient of the Wigley hull in the water of finite depths

H $F_n$	0.3	0.4	0.5
8T	$6.709 \cdot 10^{-4}$	$1.055 \cdot 10^{-3}$	$2.449 \cdot 10^{-3}$
4T	$6.852 \cdot 10^{-4}$	$1.606 \cdot 10^{-3}$	$3.825 \cdot 10^{-3}$
2T	$1.253 \cdot 10^{-3}$	$6.528 \cdot 10^{-3}$	$3.394 \cdot 10^{-3}$

각형이 될 수 없다. 패널형상의 급격한 변화를 피하기 위해 y방향으로의 패널크기인 h가 일정하다면,  $x \in [-0.5, 0.5]$ ,  $y \in [0, 5h]$ 인 구역에서는 패널을 나누는 중분할선의 곡률이 선각의 곡률로부터 직선으로 점진적으로 변화하도록 패널을 배치하였다.

유한수심에 대해서도 무한수심의 경우와 같은 패널배치를 사용하였으며,  $H=2T$ ,  $4T$ ,  $8T$ 인 경우에

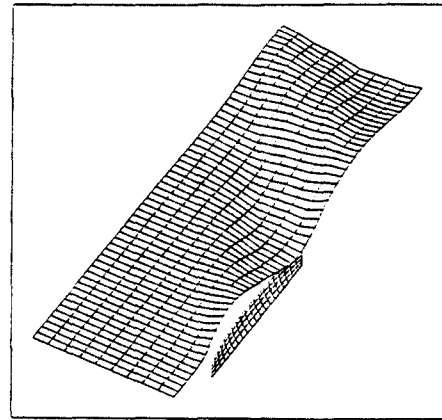


Fig.7 Surface elevation due to the Wigley hull moving at  $F_n=0.5$  in the water of infinite depth

대한 계산결과를 Table 4 및 Fig.6에 각각 제시하였다. Fig.6에서는  $C_w$ 의 상대적 변화를 보기 위해 종축을  $H=L$ 에서의  $C_w$ 에 대한 유한수심에서의  $C_w$ 의 비, 횡축을  $F_h$ 로 취하였다.  $H=2T$ 인 경우에 대해서는 유한수심에 대한 얇은배 이론에 의한(Lee(1991 a)) 결과와 같이 나타내었는데, 계산된  $F_n$ 값들에 대해서는 비교적 좋은 일치율을 보여주고 있다.

Fig.7에는 무한수심에서  $F_n=0.5$ 일 때의, Fig.8에는  $H=2T$ 에서  $F_n=0.4(F_h \approx 1.13)$ 일 때의 자유표면의



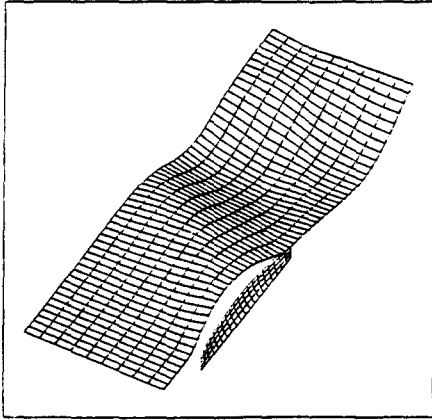


Fig.8 Surface elevation due to the Wigley hull moving at  $F_n=0.4$  in the water of  $H=2T(F_n=1.13)$

변위를 각각 보였다. Fig.7에서는 Kelvin 파계가 비교적 뚜렷하게 나타나고 있으며, Fig.8에서는 물체 후방에 비교적 큰 음의 변위를 갖는 파동이 형성된 것을 관찰할 수 있다.

결론적으로, Poisson식을 적용하여 패널법을 사용한 코드를 개발하여 유한수심에서의 조파저항, 자유표면의 변위등을 계산할 수 있게 되었다. 계산시간은 주어진 한( $F_n, H$ )에 대해 IBM486 P/C(33MHz)를 사용할 경우 약 10분 정도 소요되므로, 배가 주어진 경우, ( $F_n, H$ )-평면에 대한 계산을 미리 수행하여 두면, 내삽법을 사용하여 주어진 한( $F_n, H$ )에서의 저항증가, 소요마력증가등을 운항중에도 매우 쉽게 구할 수 있으므로 실제적인 사용 또한 기대된다.

#### 4. 후 기

본 연구는 한국과학재단의 1990년도 일반기초연구 과제료 수행되었으며, 당 재단에 심심한 사의를 표한다.

#### 참 고 문 헌

[1] Bai, K.J., Overview of results, Proc. Workshop Ship Wave-Res. Comp(USA), 1979.  
 [2] Bai, K.J., Overview of results, Proc. Workshop Ship Wave-Res. Comp.(Japan), 1980.  
 [3] Dawson, C.W.; A practical computer method

for solving ship-wave problems, Proc. 2nd Int. Conf. Num. Ship Hydro., 1977.

- [4] Havelock, T.H., Some cases of wave motion due to a submerged obstacle, Proc. Royal Soc. A.93, 1917.  
 [5] Hess, J.L. & Smith, A.M.O.; Calculation of non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies, Rpt. E.S. 4622, Douglas Aircraft Co., 1962.  
 [6] Hildebrand F.B., *Methods of applied mathematics*, 2nd ed., Prentice-Hall, 1972.  
 [7] Kinoshita, M. & Inui, T., Wave-making resistance of a submerged spheroid, ellipsoid and a ship in a shallow sea, J.S.N.A. Japan, 75, 1953(read in 1944).  
 [8] Kirsch, M., Shallow water and channel effects on wave resistance, J.S.R. 10-4, 1966.  
 [9] Lee, S.-J.; A computational method of wave resistance of ships in water of finite depth, Proc. Korea-Japan Joint Workshop on Hydrodynamics in Ship Design, 1991a.  
 [10] Lee, S.-J., Comparative study on nonlinear wave resistance theories, 학술진흥재단 1990년도 연구보고서, 1991b.  
 [11] Lunde, J.K., On the linearized theory of wave resistance for displacement ships in steady and accelerated motion, Tr. SNAME. 59, 1951.  
 [12] Michell, J.H.; The wave resistance of a ship, Phil. Mag. (5) 45, 1898.  
 [13] Raven, H.C.; Variations on a theme by Dawson, Proc. 17th Symp. Naval Hydro., 1988.  
 [14] Raven, H.C.; Adequacy of free surface conditions for the wave resistance problem, Proc. 18th Symp. Naval Hydro., 1990.  
 [15] Sretenski, L.N., Theoretical investigation of wave resistance, Tr. TsAGI, 319, 1937.  
 [16] Van, S.; Rankine sources 분포를 이용한 선체주위 유동의 수치 계산, 한국기계연구소 연구보고서, UDC629. 112, 1988.  
 [17] Yasukawa, H.; Calculation of free-surface flow around a ship in shallow water by Rankine source method, Proc. 5th Int. Conf. Num Ship Hydro., 1989.