

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 29 卷 第 3 號 1992 年 8 月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 29, No.3, August 1992

## 2차원 자유표면파 문제에서의 방사조건 처리에 관한 고찰

김용환\*

### A Study on the Treatment of Open Boundary in the Two-Dimensional Free-Surface Wave Problems

by

Y.H.Kim\*

#### 요 약

자유표면파 문제에서의 방사조건을 위해 두가지 기법을 적용하여 보았다. 우선, 가상감쇠의 개념을 적용하여 일정한 구간에서 파를 감쇠시킴으로써 열린경계면(open boundary)에서 반사파를 제거하는 방법을 적용하여 보았다. 또 다른 방법으로는 Orlandi의 방법을 변형하여 적용함으로써 단방향 파동에 대한 방사조건 처리기법을 다루었다. 몇가지의 전형적인 자유표면파문제에 대해 이들 기법을 적용하여 그 유용성을 고찰하였는데, 이들 기법은 그 적용방법이 간단하고 비선형문제에서도 사용될 수 있을 것으로 사료된다. 문제의 해법으로 기본 쏘오스 분포법이 사용되었고 비선형의 자유표면파 경계조건이 적용되었다.

#### Abstract

This paper deals with the open boundary problems, and two numerical schemes are used for the implementation of open boundary condition. One is to add the artificial damping term to dynamic free-surface boundary condition. Determination of suitable damping coefficient and the damping zone is the most important in this scheme. The other scheme is a modified Orlandi's method. This will be useful for the problems with unidirectional waves. A few typical free-surface wave problems are modeled for the numerical test. Method of solution is fundamental source-distribution method and the fully nonlinear boundary conditions are applied. The computed results are compared with those of others for the proof of practicality of these schemes.

---

발표 : 1991년도 대한조선학회 추계연구발표회('91.11.16)

접수일자 : 1992년 1월 6일, 재접수일자 : 1992년 5월 1일

\* 대우조선공업(주) 기술연구소

1. 서 론

무한원방의 자유표면을 가지는 문제들의 해석에 있어서 유한한 계산영역의 설정과 적절한 경계조건의 적용은 대단히 힘든 문제 중의 하나이다. 이러한 방사조건의 해결을 위한 노력들은 Bai[1], Dommermuth와 Yue[2], Chan[3], Baker와 Orszag[4], Kim[5] 등의 연구를 통해 여러 방법들이 개발되어 왔고, 이러한 방법들은 크게 몇가지의 형태로 분류될 수 있다. 이 가운데, 특히 선형해(linear solution)와의 정합법(matching technique)은 가장 널리 사용되고 있으며 그 기법의 차이에 따라 또 다시 많은 방법들로 세분될 수 있을 것이다. 그런데, 선형해와의 정합법은 선형해를 구하는데 있어 많은 노력을 필요로 하고-예를 들어 Green 함수의 계산 등-대진폭의 비선형 자유표면파에 대한 적용이 어려우며, 선형이론이 적용될 수 있을 정도로 정합면이 물체 혹은 유동의 발생지점으로 부터 멀리 떨어져 있어야 하기 때문에 계산영역이 충분히 커야한다는 문제들이 있어 모든 문제에 적용할 수 없는 아쉬움이 있다.

본 논문에서는 이러한 방사조건의 처리를 위한 두 가지 방법을 언급하고자 한다. 첫번째 방법으로는 Baker와 Orszag[4], Coite[6] 등이 적용한 바와 같이 일정구간사이에서 가상감쇠를 가하여 자유표면의 파를 없애는 방법을 적용하였다. 이를 위해 가상 감쇠의 역할과 그 적용방법들을 우선 언급하고 이를 적용하여 계산한 결과에 대해 논의한다. 두번째 방법으로는, Chan[3], Yen과 Hall[7] 등이 사용한 바 있으며 최근에도 많이 적용되고 있는 Orlanski[8]의 방법이다. 유체장 내의 자유경계치문제의 해는 소오스(source)분포법을 이용하여 구하였고, 자유표면의 시간별 변위를 계산하기 위해 semi-Lagrangian time stepping 기법을 적용하였다.

2. 가상감쇠(Artificial Damping)의 적용

이상유체와 비회전성을 가정함으로써 정의될 수 있는 유체장 내의 속도 포텐셜을, 각 경계조건을 만족시키는 적절한 세기의 특이점을 경계면에 분포시킴으로써 표현할 수 있다는 이론적 배경에 기초하여 경계요소법(Boundary Element Method)이 자유표면파 문제의 해결에 많이 사용되고 있다.

경계요소법에서는 공간과 시간을 분할함으로써 발생하는 수치감쇠가 존재하며 이러한 감쇠는 수치안정성과 밀접한 관계를 맺고 있다. 그런데, 이러한 수

치감쇠와는 달리 자유표면파에 강제적인 감쇠를 가하고자 할 때는 다음과 같은 형태의 동역학적 자유표면 경계조건을 적용할 수 있다.

$$\Phi_t + 1/2 |\nabla \Phi|^2 + g\eta + \mu\Phi = 0 \tag{2.1}$$

이때,  $\Phi$ ,  $g$ ,  $\eta$ 는 속도포텐셜, 중력가속도, 자유표면의 변위를 각각 의미하고,  $\mu$ 는 가상감쇠계수(fictitious damping coefficient)이다. 그리고, 하첨자는 미분을 나타낸다. 이러한 속도에 비례하는 가상감쇠의 적용은 비록 실제 점성에 의한 감쇠와는 다른 형태이지만 자유표면파의 크기를 조절할 수 있다. 또한, Dawson[9]이 조파저항해석을 위해 사용한 Rankine 소오스 분포법에서의 수치감쇠는 이산화 오차에 의한 것이나, 본 논문에서 다루고자 하는 것은 표면파의 의도적인 감쇠를 어떻게 효율적으로 수행할 수 있는가 하는 것이다. 한편, 조파저항의 고전적인론해석에서의 감쇠계수의 역할은 방사조건의 만족에 있으나, 본 논문에서는 유한한 값의 감쇠계수를 적용함으로써 자유표면을 원하는 구간에서 감쇠시키고자 하는 것이다.

한 가지 간단한 예로 Fig.2-1과 같은 유한 수심에서의 피스톤형 조파기(wave-maker)문제를 생각해 보자.

유체영역(D) 지배방정식

$$\nabla^2 \Phi = 0 \tag{2.2}$$

동역학적 자유표면 경계조건( $y = \eta$ )

$$\Phi_t + 1/2 |\nabla \Phi|^2 + g\eta + \mu\Phi = 0 \tag{2.3}$$

기하학적 자유표면 경계조건( $y = \eta$ )

$$\eta_t + \Phi_x \eta_x - \Phi_y = 0 \tag{2.4}$$

해저면 조건( $y = -d$ )

$$\Phi_y = 0 \tag{2.5}$$

물체표면의 경계조건( $S_M$  &  $t \geq 0$ )

$$\Phi_x = A \cos(\omega t) \tag{2.6}$$

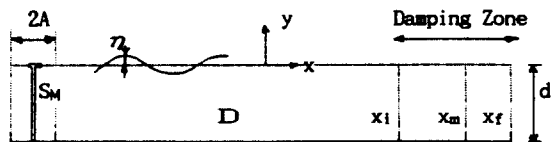


Fig.2-1 Coordinate system of wave-maker problem

그리고, semi-Lagrangian time stepping의 기법을 적용하기 위해 두 자유표면 경계조건은 아래와 같이 유체 입자에 대한 조건식으로 바꾸어 사용한다.

$$\frac{D\Phi}{Dt} = 1/2 |\nabla \Phi|^2 - g\eta - \mu\Phi \quad (2.7)$$

$$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \nabla \Phi \quad (2.8)$$

혹은, 고정된 x좌표에 대해

$$\left. \frac{D\Phi}{Dt} \right|_{x=fix} = -1/2 |\nabla \Phi|^2 - g\eta - \mu\Phi + \Phi_y \frac{D\eta}{Dt} \quad (2.9)$$

$$\left. \frac{D\eta}{Dt} \right|_{x=fix} = \Phi_y - \eta_x \Phi_x \quad (2.10)$$

기하학적 경계조건은 Baker와 Orszag[4], Cointe [6] 등의 조건식과는 다른 것으로, 그들의 경우 가상 감쇠를 기하학적 자유표면 경계조건에도 포함을 시켰다. 그러나, 기하학적 자유표면 경계조건에까지 가상감쇠를 주는 것은 특별한 물리적 의미에 근거한 것이라고 믿어지지 않으며, 본 연구에서는 동역학적 경계조건에만 가상감쇠를 적용하였다.

본 연구에서는 이러한 초기치-경계치문제(initial boundary value problem)를 풀기 위해 특이점분포법의 일종인 기본 소오스(fundamental source) 분포법을 이용하였다. 한편, 식(2.7) - (2.10)의 수치적분에서는 Adams-Bashforth-Moulton의 예측-수정(predictor-corrector) 방법을 적용하여 수치안정성을 높였으며, filtering 기법을 적용하여 수치계산상 발생하는 단파(short wave)를 제거하였다. 잘 알려진 바와 같이 filtering 기법의 사용에 있어서도 수치감쇠의 역할을 기대할 수 있으나, 그 근본적인 개념은 다르며 이에 대해서는 부록 A를 참조하기 바란다.

가상 감쇠는 Fig.2-1에 나타나 있는 바와 같이 조파기로부터 어느 정도 떨어진 영역의 일정구간에서 가해지게 되는데, 본 연구에서는 아래와 같은 형태의 감쇠계수를 사용하였다.

$$\mu = \begin{cases} 0 & x < x_1 \text{ 구간} \\ \mu_{max} \sin^2\{\pi(x_m - x)/(x_m - x_1)\} & x_1 \leq x \leq x_m \\ \mu_{max} & x_m \leq \text{구간} \end{cases} \quad (2.11)$$

감쇠계수의 결정에 있어 가장 중요한 것은 최대값

$\mu_{max}$ 로서 이 값의 결정에 따라 표면파와의 동조(tuning)여부가 결정된다. 즉, 너무 작은 값을 주게 되면 경계면에서의 반사파 발생이 초래되고, 너무 큰 값을 사용하는 경우에는 수치적인 반사파가 감쇠영역에서 발생하여 원래의 계산영역에 영향을 미치는 결과를 낳게된다. 기초적인 진동이론을 도입하면 자유표면파와의 동조를 일으켜 파를 줄어들게 하는 적절한 감쇠계수값을 예측할 수 있는데(Faltinsen [10]), 예를 들어  $\sigma$ 인 주파수의 파에 대한 임계(critical) 감쇠계수는 다음과 같다(부록 B 참조).

$$\mu_{cr} = 2\sigma \quad (2.12)$$

감쇠영역의 크기도 적절히 결정되어야 하는데, 그 영역은 감쇠계수의 크기 및 파장(wave length)과 밀접한 관계가 있다는 것은 쉽게 짐작할 수 있다.

Fig.2-2는 감쇠계수와 감쇠영역을 바꾸어가며  $\omega = 4.16$ 의 주파수를 가지는 경우에 대한 조파기문제를 계산한 결과인데, 이 그림으로부터 가상감쇠의 역할을 잘 이해할 수 있다. 즉, 우측으로 진행하는 파가

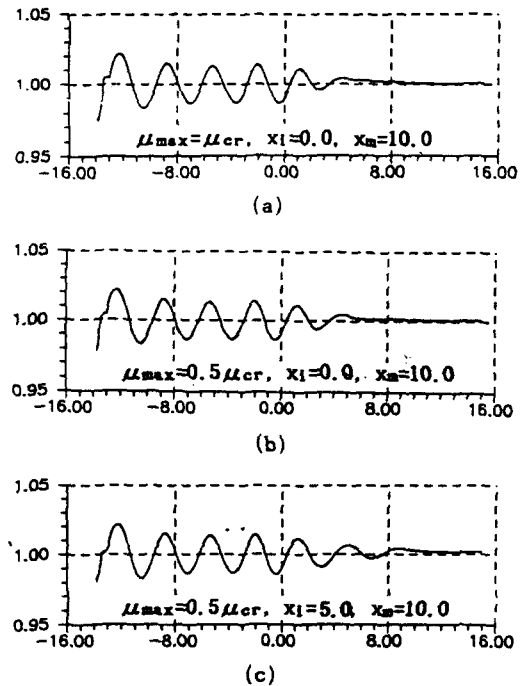


Fig.2-2 Surface elevations generated by wave maker with various damping zone( $\mu_{cr}=8.38, d=1.0$ )

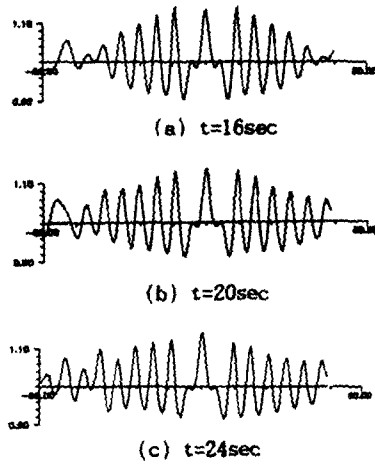


Fig.2-3 Surface elevation generated by pulsating pressure patch  
 ( $\mu_{max} = \mu_{cr}$ ,  $\sigma = \pi$ ,  $d = 1.0$ ,  $L = 5.0$ ,  $p_{max} = 5.0$   
 Damping Zone = 40-50)

감쇠영역에서는 파동의 특성이 점차 사라짐을 볼 수 있다. (a)와 (b)는  $x/d=0.0$ 에서부터 감쇠를 가하기 시작하여  $x/d=10.0$ 부터는  $\mu_{max} = \mu_{cr}$ 과  $0.5\mu_{cr}$ 의 값을 적용한 경우로 파동이 이 감쇠영역을 지나면서 급격히 감쇠되고 있고, (c)는 짧은 감쇠영역과 비교적 적은 감쇠계수로 인해 파가 (a), (b)의 경우에 비해 천천히 감쇠됨을 볼 수 있다. 그러나, 만일 너무 짧은 감쇠영역을 주거나 혹은 감쇠계수가 너무 작으면 올바른 해를 기대할 수 없게 될 것이다.

또 다른 예로서, Fig.2-3은 양쪽이 모두 막힌 유체 장의 자유표면에서 다음과 같이 시간에 따라 변화하는 압력분포를 가지는 경우에 대한 해석결과를 보여 준다.

$$p(x, t) = \begin{cases} p_{max} \cos(\pi x/L) \sin(\omega t) & -L < x < L \text{ 구간} \\ 0 & -L > x, L < x \text{ 구간} \end{cases} \quad (2.13)$$

이 계산에서는 한쪽면에서는 감쇠를 가하고 다른 한쪽면에서는 감쇠를 가하지 않고 계산하여 그 결과를 비교하고 있다. 감쇠를 가하지 않는 쪽에서는 벽면에서 파가 반사하는 것을 볼 수 있고, 감쇠영역이 존재하는 쪽에서는 파가 계속 일정한 상태로 유지하고 있음을 볼 수 있다. 그리고, Fig.2-4에서는 시간별로 파의 진행과정을 도시하고 있다. 그런데, 가상감쇠의 적용에 따른 문제점이 없는 것은 아니다. 감쇠영역을

넓게 해야 한다든가 혹은 여러 성분의 파가 동시에 진행되는 경우에는 감쇠계수값을 결정하기 힘들다든가 하는 몇가지 문제점들이 지적될 수 있으며, 이들의 해결방안이 계속 연구되어야 할 것이다.

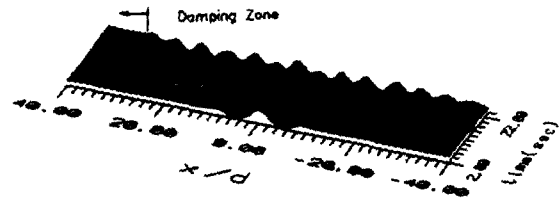


Fig.2-4 Wave evolution by pulsating pressure patch  
 (Same condition with Fig.2-3, Damping Zone = 30-40)

### 3. 변형된 Orlandi 방법의 적용

무한 유체영역으로의 방사조건으로 많이 사용되는 것 가운데 하나는 Sommerfeld의 방사조건을 사용하는 것이다. 이 방법은 쌍곡선형(hyperbolic-type)의 파동방정식을 무한영역과의 정합면(matching boundary)에서 적용하는 것으로 파가 일정한 방향으로만 진행하는 경우에 대해 효과적으로 사용될 수 있는데, Orlandi(8)가 두가지의 파동문제에 적용하여 그 유용성을 확인한 이후 Chan[3], Yen과 Hall[7], Wu와 Wu[11], Yang[12] 등에 의해 사용된 바 있다. 특히, 이 방법은 비선형성이 강한 문제에 대해서도 좋은 결과를 기대할 수 있을 것으로 생각된다.

이 방법은 정합면에서의 유동이 파동의 특성을 가지고 다음과 같은 Sommerfeld의 방사조건을 만족한다는 가정을 기본으로 하고 있다.

$$Q_t + C Q_x = 0 \quad (3.1)$$

이때,  $Q$ 는  $x$ 방향으로 진행하는 파동의 특성을 갖는 물리량으로 속도포텐셜 혹은 자유표면의 변위가 될 것이며,  $C$ 는 파동의 속도를 의미한다. 물론, 하나의 성분만 가지는 파에 대해서는  $C$ 가 하나의 값으로 정의가 될 것이며, 그렇지 않는 경우에 대해서는  $C$ 가 시간별로 변화하는 국부위상속도(local phase velocity)가 될 것이다.

본 연구에서는 Chan이 제안한 바와 같이 다음의 식으로부터 계산되는  $C$ 의 값을 사용하였다.

$$C = \begin{cases} \Delta x / \Delta t & \text{if } C^* > \Delta x / \Delta t \\ C^* & \text{if } 0 \leq C^* \leq \Delta x / \Delta t \\ 0 & \text{if } C^* < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

$$C^* = \frac{\Delta x}{2\Delta t} \frac{Q_{nf-1}^n + Q_{nf-2}^{n-1} - Q_{nf-1}^{n-1} - Q_{nf-2}^{n-2}}{Q_{nf-2}^{n-1} - Q_{nf-1}^{n-1}} \quad (3.3)$$

윗첨자 n은 n번째 시간단계를 의미하고 아래첨자 nf-i는 정합면으로 부터 i번째로 떨어져 있는 지점을 의미한다.

일반적으로 Orlanski의 방법을 사용하는 경우에는 정합면에서의 속도 포텐셜과 자유표면의 변위를 식 (3.3)과 같은 차분식을 사용하여 예상하지만, 본 연구에는 이러한 차분식의 개념을 도입하지 않고 아래와 같은 조건을 사용하여 문제를 해석하였다.

$$\begin{aligned} \Phi(t+\Delta t, x_{nf}) &= \Phi(t, x_{nf} - C \Delta t) \\ \eta(t+\Delta t, x_{nf}) &= \eta(t, x_{nf} - C \Delta t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

차분식을 이용하여 정합면에서의 물리량들을 예측하는 기존의 방법은 사실상의 외삽법(extrapolation)을 사용하는 것인데, 이 경우 정합면에서의 외삽법 적용을 위한  $x_{nf-1}$ ,  $x_{nf-2}$  등의 점들이 대진폭변위의 파에 대해 유동영역 바깥에 위치하게 되는 경우가 생길 가능성이 있는 등 몇가지 난점들이 남게 된다. 그러나, 위의 식(3.4)와 같은 조건을 사용하는 경우에는 그러한 난점들의 처리가 용이하게 된다.

본 논문에서는 이러한 기법의 유용성을 확인하고자 천수파의 대표적인 형태인 고립파(solitary wave)에 대해 해석을 시도하여 보았다. 이를 위해 Fig.3-1과 같이 초기에 자유표면의 변위가 있는 문제를 생각해보자. 초기변위는 다음과 같이 가정하였고,

$$\eta = 0.5\eta_0(1 + \cos(\pi x / 2x_r)) \quad t \leq 0 \text{인 경우} \quad (3.5)$$

시간이 지남에 따라 자유표면에서의 변위가 어떤 형태로 변화하는가를 살피기 위해 2절에서와 같이 semi-Lagrangian time stepping 기법을 사용하여 유체입자들을 추적하였다.

우선,  $x_{nf}$ 에서 벽면조건을 주어 고립파의 발생여부를 확인한 결과가 Fig.3-2, Fig.3-3에 도시되어 있다. 특히, Fig.3-3에서는 수치계산에서 구한 고립파



Fig.3-1 Coordinate system of solitary wave problem

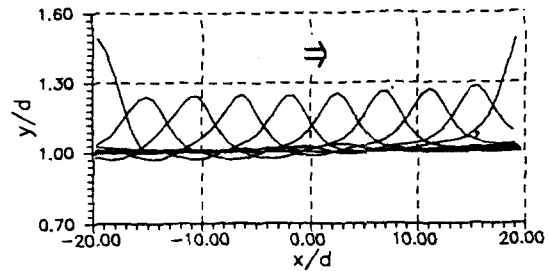


Fig.3-2 Generation of solitary waves from initial hump  $x_{nf}/d=40.0$ ,  $a/d=0.5$ ,  $x_r/d=5.0$ ,  $\Delta t=3.92$

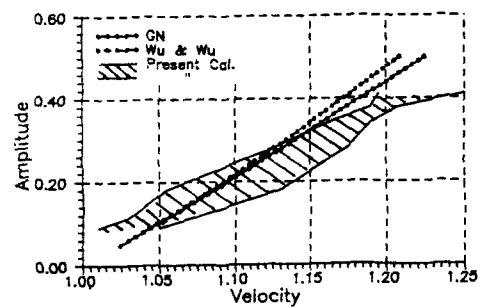


Fig.3-3 Speed vs. amplitude of solitary waves

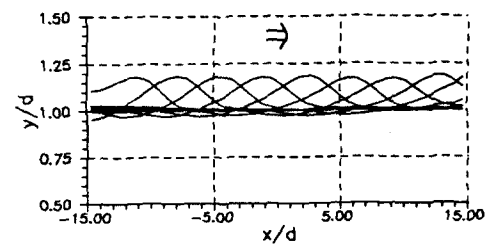


Fig.3-4 Propagation of solitary wave in open-boundary domain  $a/d=0.4$ ,  $x_r/d=5.0$ ,  $\Delta t=3.136$

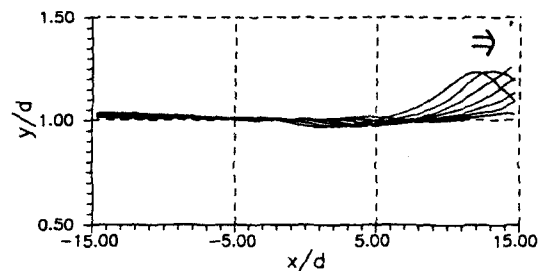


Fig.3-5 Wave passing-through on open boundary  $a/d=0.5$ ,  $x_r/d=5.0$ ,  $\Delta t=0.44$

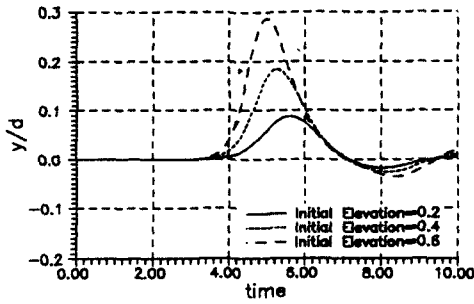


Fig.3-6 Time Variation of Elevation at Fixed X-Coordinate  $x_{nt}/d=40.0$ ,  $a/d=0.2, 0.4, 0.6$ ,  $x_r/d=5.0$

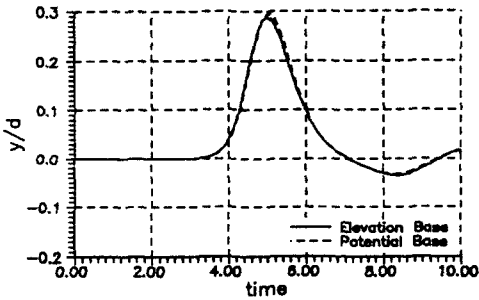


Fig.3-7 Time variation of elevation at fixed X-coordinate  $x_{nt}/d=40.0$ ,  $a/d=0.6$ ,  $x_r/d=5.0$

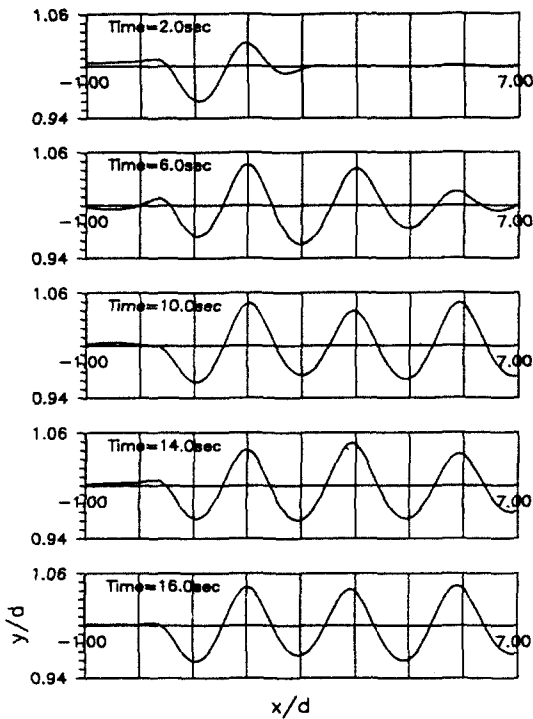


Fig.3-8 Wave evolution near the pressure patch in uniform stream(matching at  $x/d=9.5$ )

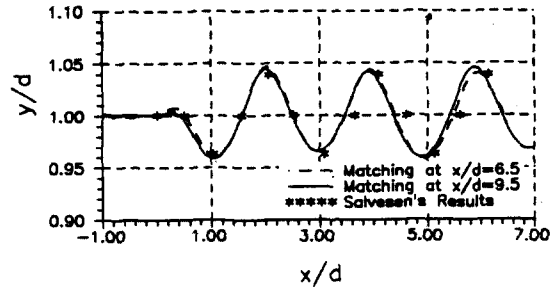


Fig.3-9 Comparison of wave elevation with Salvesen's result

의 무차원화된 속도와 파고와의 관계를 Green-Naghdi 이론 및  $W_u$ 의 결과와 비교하였는데, 이들 이론은 파고가 낮다는 가정에 기초한 것으로 본 계산에서의 결과영역이 그들 이론에 비해 약간 완만한 기울기를 보여주고 있다. 이러한 차이는 본 계산에서 충분한 계산영역을 선정하지 않아 완전한 고립파를 발생시키지 못한 이유에 기인하는 것이 아닌가 추정되며, 계산결과를 영역으로 도시한 것은 파의 속도를 추정하기 위해 선택한 여러 관찰지점의 결과가 수치적인 오차로 인해 일정한 값을 주지 않고 약간의 차이를 보였기 때문에 이를 영역으로 나타낸 것이다.

Fig.3-4에서부터 Fig.3-7까지는  $x_{nt}$ 에서의 조건을 식(3.4)와 같이 주어 계산한 결과이다. Fig.3-4는 파가 벽면에서 반사하지 않고 시간이 지남에 따라 정합면을 잘 통과하고 있음을 보여주고 있고, 파가 정합면을 통과할 때의 파형은 Fig.3-5에서 볼 수 있다. Fig.3-6은 여러 초기 변위의 크기에 따라 고정된 x 좌표에서 시간별로 자유표면의 변위를 관찰한 것이고, Fig.3-7은 식(3.3)을 이용해 정합면에서의 국부 속도(local velocity)를 계산할 때 자유표면의 변위를 기준으로 한 경우와 속도포텐셜로 한 경우의 계산결과를 비교한 것으로 결과에 큰 차이가 없음을 알 수 있다.

또 다른 적용예로서 균일류를 가진 유체장의 자유표면상에 어떠한 시간부터 일정구간 압력을 분포하였을 경우에 발생하는 비정상 유동해에 대해 위의 방법을 적용하여 보았다. 이러한 문제는 Salvesen[13] 등의 많은 학자들에 의해 다루어진 바 있고, 최근 완충영역(buffer region)의 개념을 도입하여 Lee[14] 등이 FEM을 적용한 결과를 발표한바도 있다. 본 계산에서 사용한 자유표면 경계조건으로는 식(2.9), (2.10)에 대응하여 아래 조건식을 사용하였다.

$$\frac{D\Phi}{Dt} |_{x=fix} = -1/2 |\nabla \Phi|^2 - g\eta - U\Phi_x + \Phi_y \frac{D\eta}{Dt} \quad (3.6)$$

$$\frac{D\eta}{Dt} |_{x=fix} = \Phi_y - \eta_y - \eta_x(\Phi_x + U) \quad (3.7)$$

특히, 파의 기울기를 계산하는 방법에 따라 조금씩 다른 결과를 얻을 수도 있는데, 본 계산에서는 다음과 같은 꼴의 미분을 취하였다.

$$\eta_x = (1-\alpha)(-\eta_{i+2} + 8\eta_{i+1} - 8\eta_{i-1} + \eta_{i-2}) / (12\Delta x) + \alpha(\eta_{i-2} - 4\eta_{i-1} - 3\eta_i) / (2\Delta x) \quad (3.8)$$

이때,  $\alpha$ 는 한쪽방향만으로의 미분치에 대한 가중치(weight)이다. 그리고, 정합면에서 반사파가 발생하는 것을 최대한 억제하기 위해 정합면 근처의 몇지점에서 감쇠가 큰 Shapiro의 3점 filtering 기법을 적용하였고(부록 A 참조), 자유표면상의 압력분포는 다음과 같이 가정하여 Salvesen의 계산결과와 비교하였다.

$$p(x, t) = \begin{cases} P_{\max} \cos^2(\pi x / L) & -L < x < L \text{ 구간} \\ 0 & -L > x, L > x \text{ 구간} \end{cases} \quad (3.9)$$

Fig.3-8, Fig.3-9는  $L/d=0.525$ ,  $P_{\max}/\rho g d=0.0145$ , depth  $F_n=0.572$ ,  $\alpha=0.5$ 의 조건을 적용한 결과인데,  $\rho$ 는 유체의 밀도를 의미한다. Fig.3-8은 시간이 지남에 따라 파가 하류(downstream)로 전파되어 가는 과정을 보여주고 있는데, 특별히 큰 반사파는 나타나고 있지 않은 것으로 보인다. Fig.3-9는 본 수치계산의 결과와 Salvesen의 결과를 비교한 것으로 본 계산에서의 결과가 파장이 짧은 것을 볼 수 있다. 사실, 이러한 계산은 여러 계산조건에 따라 그 결과가 조금씩 차이가 날 수 있기 때문에 체계적인 계산을 수행하여야 할 것이나, 본 논문에서는 정합면에서의 유동에만 관심을 두고 한가지 예만 도시하였다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 가상감쇠의 개념을 도입하여 일정한 영역내에서 파를 감쇠시킴으로써 무한영역을 가지는 경우에 대한 방사문제를 처리하는 방법과 변형

된 Orlandi의 방법을 이용하여 정합면에서 큰 반사파의 발생없이 파를 통과시키는 방법에 대해 논의하였다. 이러한 적용을 통해 다음과 같은 몇가지 결론을 내리고자 한다.

첫째, 가상감쇠를 이용하여 파를 소멸하는 여러 자유표면과 문제에서 광범위하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

둘째, 가상감쇠의 적용을 위해서는 적절한 감쇠계수값과 감쇠영역의 선정에 있어 주의가 필요하며 이들의 결정을 위해 몇가지 난점들에 대한 연구가 있어야 할 것이다.

셋째, 변형된 Orlandi의 방법을 이용하여 파를 통과시키는 방법은 단방향 파동의 경우에 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 생각되며, 본 연구의 계산에 의하면 비선형파의 해석에서도 좋은 결과를 주는 것으로 보인다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Bai, K.J. & Yeung, R.W., "Numerical solutions to free-surface flow problems", *Proc. of 10th Sym. on Naval Hydro.*, 1974.
- [2] Dommermuth D.G. & Yue D.K., "The non-linear three dimensional waves generated by a moving surface disturbance", *Proc. of 17th Sym. Naval Hydro.*, 1988.
- [3] Chan, Robert, K.C., "Finite difference simulation of the planar motion of a ship", *Proc. of 2nd Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1977.
- [4] Baker, G.R., Meiron, D.I. & Orszag, S.A., "Applications of a generalized vortex method to nonlinear free-surface flows," *Proc. of 3rd Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1981.
- [5] 김장환, "비선형 조파현상의 수치해법", 박사학위논문, 서울대학교, 1991.
- [6] Cointe, R., "Nonlinear simulation of transient free surface flows", *Proc. of 5th Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1989.
- [7] Yen, S.M. & Hall, D.R., "Implemenation of open boundary conditions for nonlinear free-surface wave problems", *Proc. of 3rd Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1981.
- [8] Orlandi, L., "A simple boundary condition

for unbounded hyperbolic flows”, *Jour. of Computational Physics*, Vol.21, 1976.

[9] Dawson, C.W., “A practical computer method for solving ship-wave problems”, *Proc. of 2nd Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1977.

[10] Faltinsen, O.M., “Numerical nonlinear method of sloshing in tanks with two dimensional flow”, *Jour. of Ship Research*, Vol.22, No.3, 1978.

[11] Wu, D.M. & Wu, T.Y., “Three dimensional nonlinear long waves due to moving surface pressure”, *Proc. of 14th Sym. on Naval Hydor.*, 1982.

[12] Yang, C., Liu, Y.Z. & Takagi, N., “Time domain calculation of the nonlinear hydrodynamics of wave-body interaction”, *Proc. of 5th Int. Con. on Numerical Shiphydro.*, 1989.

[13] Von Kerczek, C.H. & Salvesen, N., “Numerical solutions of the two-dimensional nonlinear wave problems”, *Proc. of of 10th Sym. on Naval Hydro.*, 1974.

[14] 이한성, “2차원 자유표면파 문제의 수치해석”, 석사학위논문, 서울대학교, 1990.

[15] Longuet-Higgins, M.S. & Cokelet, E.D., “The deformation of steep surface waves on water I”, *Proc. of Royal Soc.*, Vol.350, 1976.

[16] Shapiro, R., “Linear filtering”, *Mathematics of Computation*, Vol.29, No.132, 1975.

[17] 김용환, 박용진, “수치기법을 이용한 sloshing 해석”, 대한조선학회 1990년 추계 연구발표회, 1990.

**부록 A. 자유표면파의 Filtering**

자유표면파문제를 수치계산을 통해 해석할 때, 원래의 의도와는 다른 파들이 수치오차로 인해 발생하게 된다. 이러한 현상을 제거하고자 하는 목적으로 사용되는 방법 가운데 잘 알려진 것은 Longuet-Higgins와 Cokelet[15]이 사용한 smoothing방법이다. 이 방법은 근본적으로 filtering의 개념을 이용한 것으로 볼 수 있으며, 이러한 방법의 사용은 Shapiro[16]의 연구 등에서 자세한 내용을 찾아볼 수 있다.

한가지 예로서 Shapiro가 제한한 기초적인 filtering 식으로 다음과 같은 차분식을 생각해보자.

$$\eta_i^f = 1/4(\eta_{-1} + 2\eta_i + \eta_{i+1}) \tag{A.1}$$

이때,  $\eta_i^f$ 는 자신의 위치  $x_i$ 에서의 변위  $\eta_i$ 와 주위의 지점  $x_i - \Delta x$ ,  $x_i + \Delta x$ 에서의 변위  $\eta_{-1}$ ,  $\eta_{i+1}$ 을 평균한 값이다. 이  $\eta_i^f$ 이 원래의  $\eta_i$ 과 어떠한 차이가 나지지를 살펴보기 위해 다음과 같은 형태로  $\eta_i$ 를 가정하면,

$$\eta_i = \sum A_n \cos n(x_i - \phi_i) \tag{A.2}$$

진폭율(amplitude ratio), R은 다음의 값을 가지게 된다.

$$R = \left| \frac{A_n^f}{A_n} \right| = \frac{1}{2}(\cos n\Delta x + 1) \tag{A.3}$$

만일, 파장이  $2\Delta x$ 인 파에 대해 위의 filtering을 한번 적용한다면  $n = \pi / \Delta x$ 의 관계로부터 파가 사라짐을 알 수 있다. 아래에 몇가지 대표적인 식과 진폭율을 정리하였다.

(i) 5점 filtering: Method 1

$$\eta_i^f = 1/16(-\eta_{-2} + 4\eta_{-1} + 10\eta_i + 4\eta_{i+1} - \eta_{i+2})$$

$$R = 1 - \sin^4(2\pi\Delta x / \lambda)$$

(ii) 5점 filtering: Method 2

$$\eta_i^f = 1/32(-\eta_{-3} + 9\eta_{-1} + 16\eta_i + 9\eta_{i+1} - \eta_{i+3})$$

$$R = 1/16(-\cos(6\pi\Delta x / \lambda) + 9\cos(2\pi\Delta x / \lambda) + 8)$$

(iii) 7점 filtering

$$\eta_i^f = 1/64(\eta_{-3} - 6\eta_{-2} + 15\eta_{-1} + 44\eta_i + 15\eta_{i+1} - 6\eta_{i+2} + \eta_{i+3})$$

$$R = 1 - \sin^6(2\pi\Delta x / \lambda)$$

(iv) 9점 filtering

$$\eta_i^f = 1/256(-\eta_{-4} + 8\eta_{-3} - 28\eta_{-2} + 56\eta_{-1} + 186\eta_i + 56\eta_{i+1} - 28\eta_{i+2} + 8\eta_{i+3} - \eta_{i+4})$$

$$R = 1 - \sin^8(2\pi\Delta x / \lambda)$$

비정상문제의 경우 이러한 filtering 기법을 몇 시 간단계마다 적용함으로써 수치안정성을 높일 수 있고 더우기 적절한 감쇠의 역할도 기대할 수 있다.



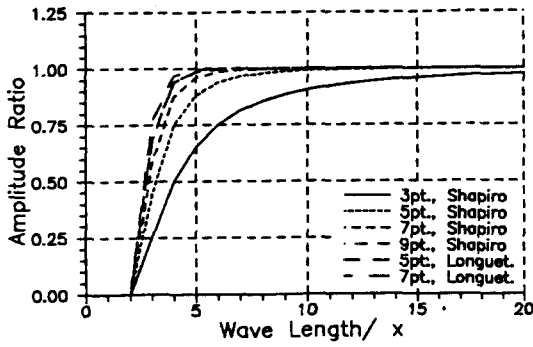


Fig. A-1 Amplitude ratio vs. wave length

그러나, filtering의 지나친 적용이나 부적절한 사용은 오히려 잘못된 해를 줄 수도 있음에 주의하여야 한다. Fig.A-2는 이러한 경우를 잘 보여주는 적용예로서 자유진동하는 탱크내의 자유표면파에 몇가지 filtering 기법을 적용한 경우로 식(A. 1)의 3점 filtering 기법이 지나친 감쇠를 주고 있음을 잘 보여주고 있다. 특히, 비정상문제의 경우는 시간단계가 늘어남에 따라 반복하여 filtering을 하게 되는데, 이 경우 파의 위상까지도 변할수 있으므로 더욱 주의하여야 한다.

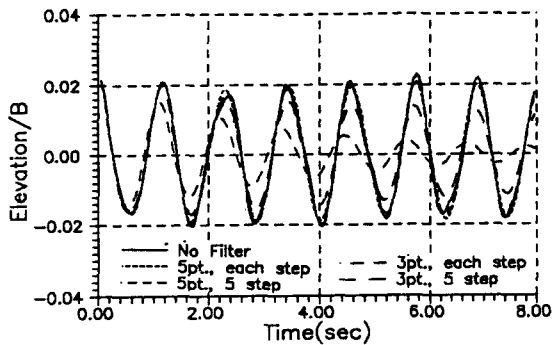


Fig. A-2 Effect of filtering (free oscillation test)  $h/B=0.5$ , linear initial elevation, maximum height/ $B=0.1$

부록 B. 선형자유표면파문제와 가상감쇠

선형자유표면파에 대한 가상감쇠의 영향은 기초적인 진동이론으로부터 쉽게 알 수 있다. 이를 위해 다음과 같이 표현되는 선형 자유표면파 문제를 생각해보자.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{유체영역 내부} \quad (B.1)$$

$$\Phi_{tt} + \mu \Phi_t + g \Phi_y = 0 \quad \text{자유표면상}(y=0) \quad (B.2)$$

$$\Phi_y = 0 \quad \text{해저경계}(y=-d) \quad (B.3)$$

변수분리법을 적용해 다음과 같은 형태의 속도 포텐셜을 가정할 경우에

$$\Phi = X(x)Y(y)T(t) \quad (B.4)$$

시간에 대한 항  $T(t)$ 는 우리가 잘 알고 있는 바와 같이 다음의 상미분방정식을 만족해야 한다.

$$T_{tt} + \mu T_t + \sigma^2 T = 0 \quad (B.5)$$

이때,

$$\sigma^2 = gk_i \tanh(k_i d) \quad (B.6)$$

이고,  $k$ ,  $\sigma$ 는 자유표면에서 발생하는 파의 파수 (wave number)와 진동수이다. 따라서,  $T(t)$ 는 다음 꼴로 표현될 수 있으며, 이때  $s_1$ ,  $s_2$ 는 파의 시간별 증폭정도를 결정하는데 결정적인 기여를 하게 됨을 알 수 있다.

$$T(t) = C_1 \exp(s_1 t) + C_2 \exp(s_2 t) \quad (B.7)$$

$$s_{1,2} = 1/2(\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4\sigma^2}) \quad (B.8)$$

즉, 임계감쇠계수(critical damping coefficient),  $\mu_c$ 는

$$\mu_c = 2\sigma \quad (B.9)$$

이고, 이때  $\sigma$ 인 파는 진동하는 성질을 잃게된다.

예를 들어, 폭이  $B$ 이고 깊이가  $d$ 인 탱크 내부의 유동에 대해서 최저차 진동수는 다음의 식에서 구해진다.

$$\sigma = \sqrt{g\pi \tanh(\pi d/B)} / B \quad (B.10)$$

Fig.B-1에는 탱크내에서 초기 자유표면의 변위를 가지는 경우에 대한 자유진동 (free oscillation)을 계산한 결과로서 자유표면의 한점에서 시간에 따라 관

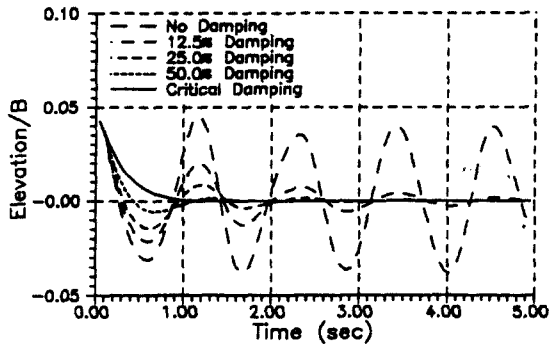


Fig. B-1 Free oscillation test in rectangular tank  $d/B=0.5$ , linear initial elevation, maximum height/ $B=0.2$

찰한 범위이다. 이 경우, 비선형자유표면 경계조건을 적용했음에도 불구하고 정확하게 위의 해석과 일치하고 있음을 볼 수 있다.

Fig.B-2는 탱크 내 유동이 가상감쇠에 어떠한 영향을 받고 있는 지를 잘 보여준다. 이 계산에서는 좌우조화운동(sway harmonic)을 가정하였고 이러한

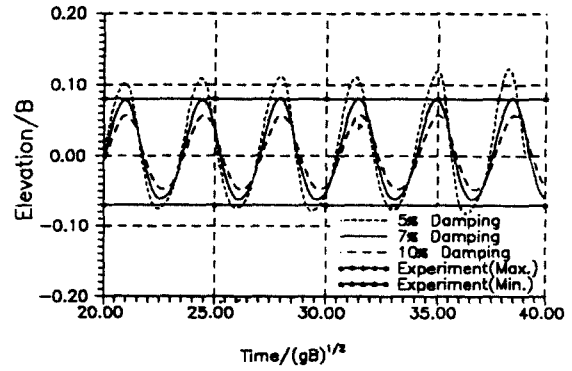


Fig. B-2 Free-surface elevation in rectangular tank sway motion, 50% filling, motion amplitude/breadth=0.0083 exciting frequency/ $\sigma_n=1.018$

문제에 대한 자세한 내용은 Kim(17)의 논문을 참조하기 바란다. 가상 감쇠를 적용하지 않은 경우는 비정상영향을 그대로 유지하고 있는 반면에 가상감쇠를 적절하게 가한 경우에는 비교적 실험치와 잘 일치되는 결과를 보여주고 있다.