論　文

大韓造船學會論文集
第 29 卷 第 3 號 1992 年 8 月
Transactions of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 29, No.3, August 1992

B-Spline 곡면기법을 이용한 곡면형상 도출

김수영*, 우일국*

Surface Creation using B-Spline Surface Method

by

Kim, Soo-Young* and Woo, Il-Guk*

요　약

본 논문에서는 형상의 기하학적 특성을 나타내는 형상계수들로부터 B-spline 곡면식으로 표현되는 3차원 자유곡면의 생성을 시도하고 있다. 이것은 형상계수들의 결정과 이들 형상계수들의 Coons 곡면 및 B-spline 곡면과의 결합으로 이루어진다.

본 방법의 유용성 확인을 위해서 구상선수 형상에 유사한 곡면의 생성을 시도해 보았다.

Abstract

Using form parameters representing geometric characteristics of the form, this paper attempts the generation of 3-D free surface given in terms of B-spline surface equation. This is achieved by coupling the form parameter decision, Coons surface of the form parameters, and B-spline.

To check the validing of the present method, a analogous surface to the bulbous bow was generated.

1. 서　론

자유형상 물체인 선형의 정확한 표현은 설계자의 의도가 건조과정에서 바르게 구현될 수 있도록 한다는 점에서 매우 중요하다. 즉, 형상정보의 표현과 전달 및 해석을 통한 입체화라는 과정에서 선형의 보다 정확한 표현은 모호함 또는 해석의 주관성을 배제할 수 있게 하고, 설계에서 생산 전반에 걸치는 공수의 절감을 가능하게 한다. 초기설계시 선형을 생성하는 단계에서 선형을 표현하는 방법은 다음의 두가지로 크게 분류할 수 있다.

(1) 2차원 곡선군에 의한 선형 표현

발　표 : 1991년도 대한조선학회 추계연구발표회('91. 11. 16.)
접수일자 : 1991년 12월 12일, 재접수일자 : 1992년 4월 13일
* 정회원, 부산대학교 조선공학과

(2) 자유형상 곡면에 의한 선형 표현

선체를 2차원 곡선군으로 표현하는 방법은 사용과 이해가 쉽고, 적은 정보로 선형을 표현하는 장점이 있다. 반면에 선체가 평면, 원통면 등의 초등기하형상이 아닌 자유곡면이라는 점에서 선형을 전체적으로 정확하게 표현하지 못한다는 단점이 있다. 특히, 선수미부의 곡률변화가 심한부분에서는 이러한 단점이 두드러지며, 부정확한 형상정보는 설계공정과 생산공정에서 기하학적 정보처리에 있어 큰 문제점으로 대두된다.

자유형상 곡면에 의한 선형표현 방법은 2차원 곡선군의 조합에 의한 선형표현 방법보다 수학적 표현이 복잡하지만, 3차원 자유형상인 선형을 3차원 자유형상 곡면으로 표현한다는 점에서 2차원 곡선군에 의한 선형 표현시의 단점들을 개선할 수 있다. 또한 유체정력학적 및 동력학적 계산시에 필요할 선체표면의 기하학적 성질들(곡면의 법선벡터, 곡면의 곡률 등)을 곡면식으로 부터 쉽게 계산할 수 있다는 장점을 갖는다.

초기설계단계의 선형생성시 선형의 기하학적 형상특징인 형상계수들로부터 선형을 생성하는 여러방법들 중에서 B-spline 형상계수 방법이 가장 무난한 것으로 생각된다.[1, 2, 3] 그러나 이 방법은 B-spline 곡선식에 형상계수를 결합시킨 것으로, 도출된 선형은 2차원 곡선군으로 얻어져서 3차원 곡면으로 다시 표현되기 때문에 곡선군에 의한 선형표현 방법의 근본적인 문제점을 여전히 내포하고 있다.

한편, 곡면표현 기법은 Coons[4, 5], Bezier[6, 7], Riesenfeld[7, 8, 9] 등에 의해 Coons 곡면과 Bezier 곡면, B-spline 곡면 등으로 발전되어 왔다.

여기서 이와같은 곡면표현 기법과 3차원 자유형상의 기하학적 특징을 나타내는 형상계수들을 직접 연결시켜, 형상계수들로부터 곡면 생성을 할 수 있다면, 이것은 곧바로 선형생성의 새로운 방법이 될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 설계자가 원하는 형상계수들과 Coons 곡면 및 B-spline 곡면을 결합시켜 B-spline 곡면식으로 표현되는 3차원 자유형상의 생성을 시도하였다. 이를 위해 곡면의 네 모서리점에 대한 형상계수들(점 및 미분형 parameter－모서리점의 좌표값, 접선벡터의 크기 · 각도, 접평면 위치결정을 위한 각도, 접평면에서의 곡률)로부터 경계곡선을 생성하고, 경계곡선과 곡면에 대한 다른 형상계수(적분형 parameter－곡면의 체적)를 본 방법에서 정의한 blending 함수와 결합시켜 곡면에 대한 지지정점(control vertex)들을 결정한다.

2. 형상계수에 의한 B-spline 곡면 생성

형상의 기하학적 특성을 나타내는 형상계수들에 의해 선형을 표현하는 종래의 B-spline 형상계수 방법은 Periodic B-spline 곡선식과 형상계수들을 결합시킨 것으로, 다른 선형표현 방법과 마찬가지로 곡선군에 의해 선형이 표현된다. 따라서 이 방법에도 선형의 형상정보에 대한 정확성의 문제가 여전히 내포되어 있다.

본 논문에서는 형상정보에 관한 이러한 문제점을 개선하기 위해 형상계수들로부터 직접 자유형상 곡면의 생성을 시도한다.

선형을 표현하는 자유형상 곡면으로는 Table 1에서 비교된 것처럼 다른 곡면들보다 장점이 있다고 생각되는 B-spline 곡면을 택하고, 형상계수들을 B-spline 곡면과 결합시키기 위해 Coons 곡면이론의 곡면생성 기법을 도입하여 blending 함수를 정의했다.

Table 1 Comparision of various surfaces

	장 점	단 점	형상계수 적용
Coons 곡 면	경계곡선과 곡면의 4개 모서리점에 대한 정보만으로 곡면 생성, 제한된 경계조건만 만족하면 설계자의 임의로 Blending 함수정의 가능	형상제어가 어려움.	제한된 범위내에서 적용 가능.
Bezier 곡 면	폴리곤 형상에 의해 형상의 예측 가능, 형상의 global 조정 용이, 충분한 연속성 보장.	Local 형상조정이 안됨, 곡면 전체의 지지정점에 대한 정보가 곡면 생성을 위해 필요	적용이 힘듦.
B-spline 곡 면	Global 및 local 형상 제어가 용이, 폴리곤 형상에 의해 형상 예측 가능, 충분한 연속성 보장.	곡면 전체의 지지정점에 대한 정보가 곡면 생성을 위해 필요	B-spline 곡선에서는 적용가능[7, 8, 9] 하나, 곡면에서는 직접적으로 적용이 힘듦.

2.1 형상계수의 정의

형상계수란 형상의 기하학적 특성을 나타내는 것으로 크게 다음의 세 형태로 분류할 수 있다.

(1) 점 parameter : 점의 위치 좌표

(2) 미분형 parameter : 접선벡터, 곡률 등

(3) 적분형 *parameter* : 체적, 모멘트 등

형상 정의에 사용되는 형상계수는 그 수가 많을수록 정확하게 형상을 표현할 수 있지만, 형상계수 수의 증가에 따라 형상에 대한 결정식의 정의가 매우 어려워지므로, 설계자는 원하는 정확성을 지니는 범위내에서 가능한 최소의 형상계수들로부터 형상을 표현하도록 하여야 한다.

2.2 점 및 미분형 parameter에 의한 3차원 B-spline 경계 곡선 생성

형상계수들로부터 최종적으로 B-spline 곡면을 생성하기 위해, 3차원 Periodic B-spline 경계곡선을 형상계수들로부터 도출한다.

경계곡선으로 사용되는 *B-spline* 곡선은 *order* 4, 정점수 7인 Standard B-spline 곡선[1]을 택하였다. Order 4인 B-spline 곡선식은 다음과 같다.

$$\bar{Q}_i(t)=\frac{1}{6}[t^3\ t^2\ t\ 1]\begin{bmatrix}-1 & 3 & -3 & 1\\ 3 & -6 & 3 & 0\\ -3 & 0 & 3 & 0\\ 1 & 4 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{P}_{i-1}\\ \bar{P}_i\\ \bar{P}_{i+1}\\ \bar{P}_{i+2}\end{bmatrix}$$

$$i\in[1,\ n-2] \qquad (1)$$

여기서, n : 지지정점에 대한 span 수

t : 매개변수(parameter)

$\bar{P}_i$: 곡선의 지지정점(control vertex)

B-spline 곡선식과 결합시키기 위해 다음과 같은 3차원 곡선에 대한 점 및 미분형 형상계수들을 사용했다.

양끝점 좌표 : (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1)

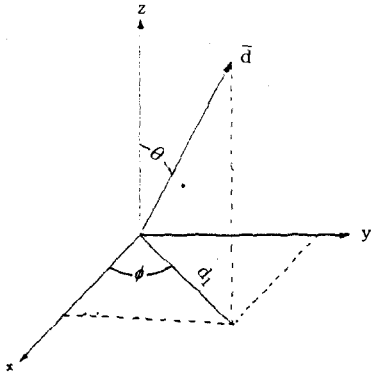
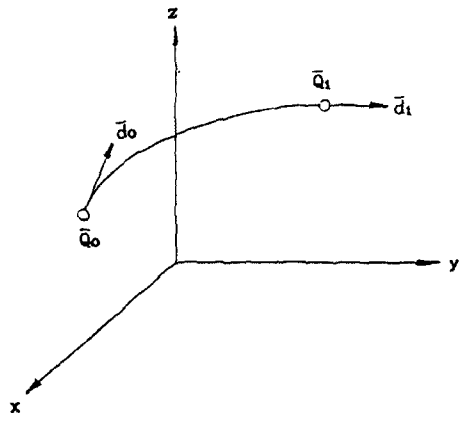
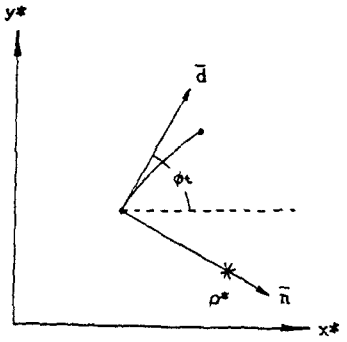


Fig. 1 Coordinate system



(a) Offset points & tangent vector for 3-D curve



(b) Curvature & tangent angle at 3-D curve's nodal point

Fig. 2 Set of form parameters used here

양끝점 접선벡터의 크기 : d_0, d_1

양끝점 접선각 : θ_0, ϕ_0, θ_1, ϕ_1

양끝점에 대한 접평면에서의 곡률 : η_0^*, η_1^*

접평면의 위치결정을 위한 각도 :

ϕ_0^*, θ_0^*, ϕ_1^*, θ_1^*

Fig. 1과 Fig. 2에서는 여기서 사용된 좌표계와 3차원 곡선에 대한 형상계수들을 보여준다.

2.2.1 경계곡선결정을 위한 점 및 미분형 parameter

3차원 곡선을 매개변수(parameter) t를 이용해서 나타내면, x=x(t), y=y(t), z=z(t)로 표시된다. Fig. 1에서와 같은 좌표계에서 xy평면에 투영된 접선벡터와 x축 각도를 $\phi(0°\leq\phi\leq360°)$, 접선벡터와 z축 사이의 각도를 $\theta(0°\leq\theta\leq180°)$라 할 때, x=dx/dt, y=dy/dt, z=dz/dt라 하면

$$\tan\phi=\frac{y}{x}$$
$$\sin\phi=\frac{y}{d_1} \quad (2)$$
$$\cos\phi=\frac{x}{d_1}$$
$$\cos\phi=\frac{z}{d}$$

여기서, d : 끝단에서의 접선벡터 크기
$=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
d_1: xy평면에 투영된 접선벡터 크기
$=\sqrt{x^2+y^2}$
$=d\cdot\cos(\pi/2-\theta)$
$=d\cdot\sin\theta$

따라서

$$x=d\cdot\cos\phi\cdot\sin\theta$$
$$y=d\cdot\sin\phi\cdot\sin\theta \quad (3)$$
$$z=d\cdot\cos\theta$$

3차원 경계곡선 끝단에서의 접평면에 대한 직교좌표계는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 x^*, y^*이고 이 평면에 직교하는 좌표축을 z^*축이라 하고, 곡선의 접평면에 대한 위치 결정 각도 ϕ^*, θ^*와 접평면에서의 곡률 η^*가 주어진다고 가정할 때, 접평면의 위치는 Fig. 3에서와 같이 회전된 좌표계의 위치 결정을 위해 사용되는 Euler각도 [10, 11] $\gamma(0°\leq\gamma\leq180°)$, $\beta(0°\leq\beta\leq360°)$, $\alpha(0°\leq\alpha\leq360°)$를 θ^*와 ϕ^*로 정의함으로써 줄 수가 있다.

여기서, 경계곡선을 보다 간편히하기 위해 $\alpha=0°$라 가정하면

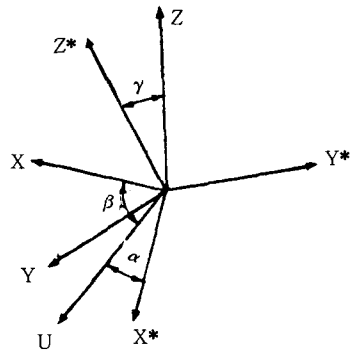


Fig. 3 Euler Angles

$$\gamma=\theta^*,\ \beta=\phi^*+90° \quad (4)$$

접평면과 z^*축은 서로 직교하므로

$$\bar{e}_t\cdot\bar{e}_z^*=0 \quad (5)$$

여기서, $\bar{e}_t$: 접선방향의 단위벡터
$\bar{e}_z^*$: z^*축 방향의 단위벡터
로 된다.

Fig. 1과 Fig. 2의 좌표계로부터 $\bar{e}_t$와 $\bar{e}_z^*$는 식(6)같이 정의되면

$$\bar{e}_t=\cos\phi\cdot\sin\theta\cdot\bar{e}_t+\sin\phi\cdot\sin\theta\cdot\bar{e}_y+\cos\theta\cdot\bar{e}_z$$
$$\bar{e}_z^*=\sin\theta^*\cdot\sin\beta\cdot\bar{e}_x-\sin\theta^*\cdot\cos\beta\cdot\bar{e}_y+\cos\theta^*\cdot\bar{e}_z \quad (6)$$

식(5)에 식(6)을 대입하여 γ에 대해 정리하면

i) $\theta\neq90°$인 경우

$$\gamma=\cos^{-1}\left[\frac{\sin\theta\cdot\sin(\beta-\phi)}{\sqrt{1-\sin^2\theta\cdot\cos^2(\beta-\phi)}}\right] \quad (7.a)$$

ii) $\theta=90°$인 경우

$$\beta=\phi$$
$$\cos\gamma=-C,\ -1\leq C\leq1 \quad (7.b)$$

로 된다.

γ와 β로부터 Fig.2에서 보여주는 각도 ϕ_t를 식(8)으로 얻을 수 있다.

$$\cos\phi_t=l_1\cdot\sin\theta\cdot\cos\phi+m_1\cdot\sin\theta\cdot\sin\phi$$
$$\sin\phi_t=l_2\cdot\sin\theta\cdot\cos\phi+m_2\cdot\sin\theta\cdot\sin\phi+n_2\cdot\cos\theta \quad (8)$$

여기서, $l_1=\cos\beta$, $m_1=\sin\beta$, $n_1=0$
$l_2=-\cos\gamma\cdot\sin\beta$, $m_2=\cos\gamma\cdot\cos\beta$, $n_2=\sin\gamma$
$\beta=\phi^*+90°$, $\gamma=\theta^*$

그리고 접평면에서의 매개변수 t에 대한 이차미분 x^*와 y^*는 평면곡선에서와 동일[1, 7, 9]하게 결정할 수 있으므로 식(9)로 된다.

$$\ddot{x}^*=-\sin\phi_t\cdot d^2\cdot\eta^*$$
$$\ddot{y}^*=\cos\phi_t\cdot d^2\cdot\eta^* \quad (9)$$

매개변수(t)에 대한 3차원 경계곡선의 이차 미분값은

$$\begin{aligned}\ddot{x}&=l_1\cdot\ddot{x}^*+l_2\cdot\ddot{y}^*\\ \ddot{y}&=m_1\cdot\ddot{x}^*+m_2\cdot\ddot{y}^*\\ \ddot{z}&=n_1\cdot\ddot{x}^*+n_2\cdot\ddot{y}^*\end{aligned}\qquad(10)$$

여기서, $l_1=\cos\beta$, $m_1=\sin\beta$, $n_1=0$

$l_2=-\cos\gamma\cdot\sin\beta$, $m_2=\cos\gamma\cdot\cos\beta$, $n_2=\sin\gamma$

$\beta=\phi^*+90°$, $\gamma=\theta^*$

2.2.2 3차원 B-spline 경계곡선 생성

3차원 B-spline 경계곡선의 시작점 $t=t_0$에서의 좌표 및 일·이차 미분을 (1)식으로 부터 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{Q}_0&=1/6\cdot\bar{P}_0+2/3\cdot\bar{P}_1+1/6\cdot\bar{P}_2\\ \dot{\bar{Q}}_0&=-1/2\cdot\bar{P}_0+1/6\cdot\bar{P}_2\\ \ddot{\bar{Q}}_0&=\bar{P}_0-2\cdot\bar{P}_1+\bar{P}_2\end{aligned}\qquad(11)$$

이것을 행렬식으로 표현하면

$$[Q]=[U][P]$$

역변환을 시키면

$$[P]=[U]^{-1}[Q]$$

따라서 3차원 B-spline 지지정점은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{P}_0&=\bar{Q}_0-\dot{\bar{Q}}_0+1/3\cdot\ddot{\bar{Q}}_0\\ \bar{P}_1&=\bar{Q}_0-1/6\cdot\ddot{\bar{Q}}_0\\ \bar{P}_2&=\bar{Q}_0+\dot{\bar{Q}}_0+1/3\cdot\ddot{\bar{Q}}_0\end{aligned}\qquad(12)$$

여기서, $\bar{Q}_0=[x_0, y_0, z_0]$

$\dot{\bar{Q}}_0=[(dx/dt)_0, (dy/dt)_0, (dz/dt)_0]$

$=[d_0\cdot\cos\phi_0\cdot\sin\theta_0,$

$d_0\cdot\sin\phi_0\cdot\sin\theta_0, d_0\cdot\cos\theta_0]$

$\ddot{\bar{Q}}_0=[(d^2x/dt^2)_0, (d^2y/dt^2)_0,$

$(d^2z/dt^2)_0]$

d_0 : 접선벡터의 크기

동일한 방식으로 다른 끝점($t=t_{max}$)에서도 이와 유사한 방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned}\bar{P}_4&=\bar{Q}_1-\dot{\bar{Q}}_1+1/3\cdot\ddot{\bar{Q}}_1\\ \bar{P}_5&=\bar{Q}_1-1/6\cdot\ddot{\bar{Q}}_1\\ \bar{P}_6&=\bar{Q}_1+\dot{\bar{Q}}_1+1/3\cdot\ddot{\bar{Q}}_1\end{aligned}\qquad(13)$$

$\bar{Q}_1=[x_1, y_1, z_1]$

$\dot{\bar{Q}}_0=[(dx/dt)_1, (dy/dt)_1, (dz/dt)_1]$

$=[d_1\cdot\cos\phi_1\cdot\sin\theta_1,$

$d_1\cdot\sin\phi_1\cdot\sin\theta_1, d_1\cdot\cos\theta_1]$

$\ddot{\bar{Q}}_0=[(d^2x/dt^2)_1, (d^2y/dt^2)_1,$

$(d^2z/dt^2)_1]$

d_0 : 접선벡터의 크기

한편, 2차원 B-spline 곡선 결정시 적분형 parameter 에 의해 결정되는 3차원 B-spline 경계곡선에서 지지정점 P_3은 식(14)으로 결정한다[1].

$$\text{i)}\ \bar{P}_3=\frac{1}{2}(\bar{P}_2+\bar{P}_4)$$

$$\text{ii)}\ \frac{\bar{P}_3-\bar{P}_2}{\bar{P}_2-\bar{P}_1}=\frac{\bar{P}_4-\bar{P}_3}{\bar{P}_5-\bar{P}_4}\qquad(14)$$

$$\bar{P}_3=\frac{(\bar{P}_2-\bar{P}_1)\bar{P}_4+(\bar{P}_5-\bar{P}_4)\bar{P}_2}{(\bar{P}_2-P_1)+(P_5-P_4)}$$

2.2.3 형상계수 값의 변경에 따른 B-spline 경계곡선 형상

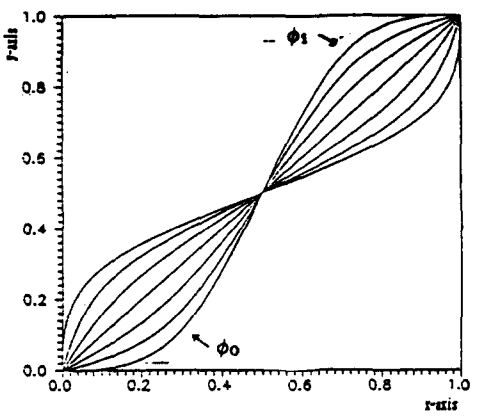
경계곡선 결정방법이 확정된 후, 사용하는 형상계수들의 값에 따른 경계곡선형상의 비교는 다음 단계의 곡면생성을 예측할 수 있다는 점에서 중요하다. Fig. 4의 (a), (b) 및 (c)는 이들 형상계수들의 값에 따른 경계곡선형상의 도출 결과를 보여주고 있다.

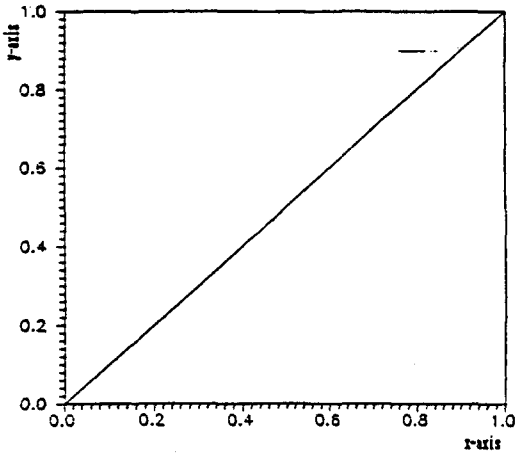
Fig. 4는 점 및 미분형 parameter들을 변경시켰을 경우, 만들어지는 B-spline 경계곡선의 형상을 보여주고 있다.

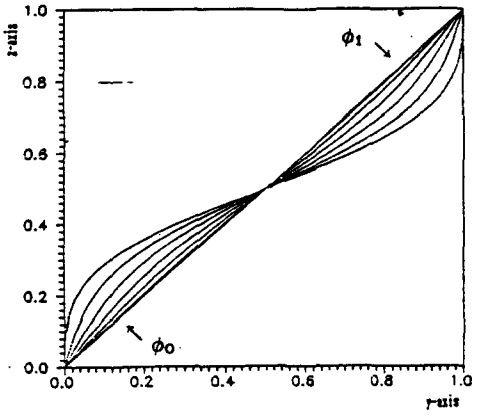
2.3 경계곡선 및 적분형 parameter에 의한 B-spline 곡면 생성

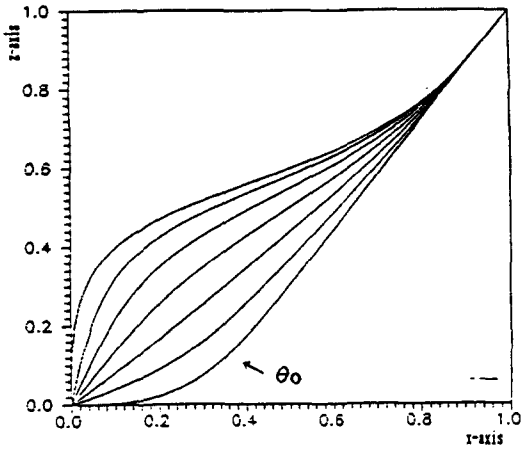
경계곡선들로 부터 곡면을 생성하기 위해서는 곡면에 대한 경계곡선들의 영향도를 결정할 blending 함수를 먼저 정의할 필요가 있다. Blending 함수가 정의되면 경계곡선에 대한 blending 함수의 결합으로 부터 B-spline곡면의 지지정점을 결정하게 된다.

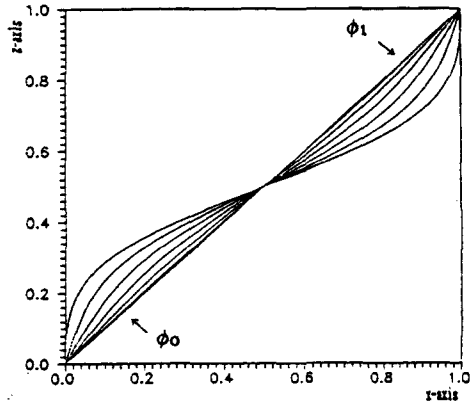
이렇게 결정된 B-spline 곡면의 지지정점들은 점 및 미분형 parameter들로 부터 얻어지는 것으로

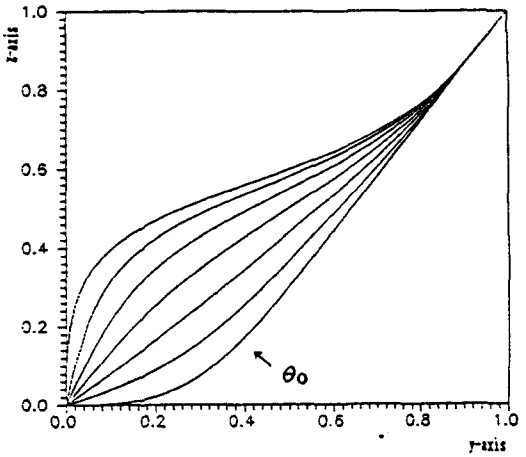






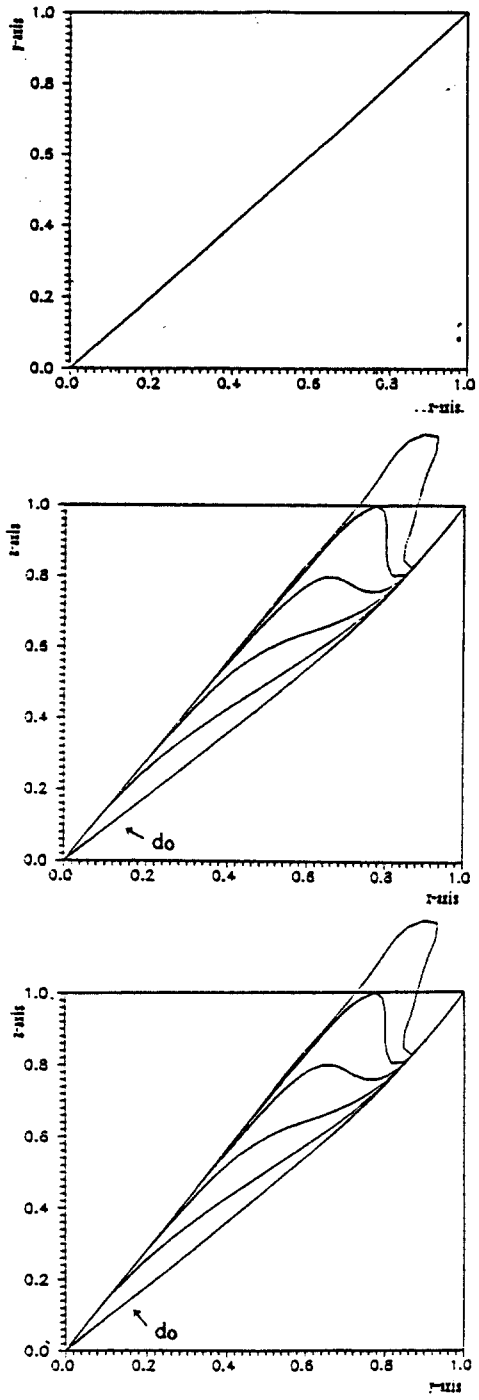






(a) Variation of Angle ϕ_0, ϕ_1
$\{\phi_0=0,15,30,45,60,75,90°$
$\phi_1=0,15,30,45,60,75,90°\}$

(b) Variation of Angle θ_0
$\theta_0=0,15,30,45,60,75,90°$



(c) Variation of Tangent vector magnitude d_0
d_0=0.0,0.4,0.8,1.2,1.6,2.0

Fig. 4 3-D curves with modified differential parameters

설계자는 이것 외에 적분형 parameter(곡면의 체적, 모멘트, 체적의 중심위치 등)의 도입을 생각할 수 있다.

적분형 parameter들중 체적을 택하여 곡면에 대한 중간 지지정점($P_{3,3}$)을 결정하고, 이것에 의해 원하는 자유형상을 order 4, 지지정점수 7×7인 B-spline 곡면으로 만들어 준다.

Fig. 5는 형상계수들로 부터 B-spline 곡면을 직접 생성하는 과정의 흐름도이다.

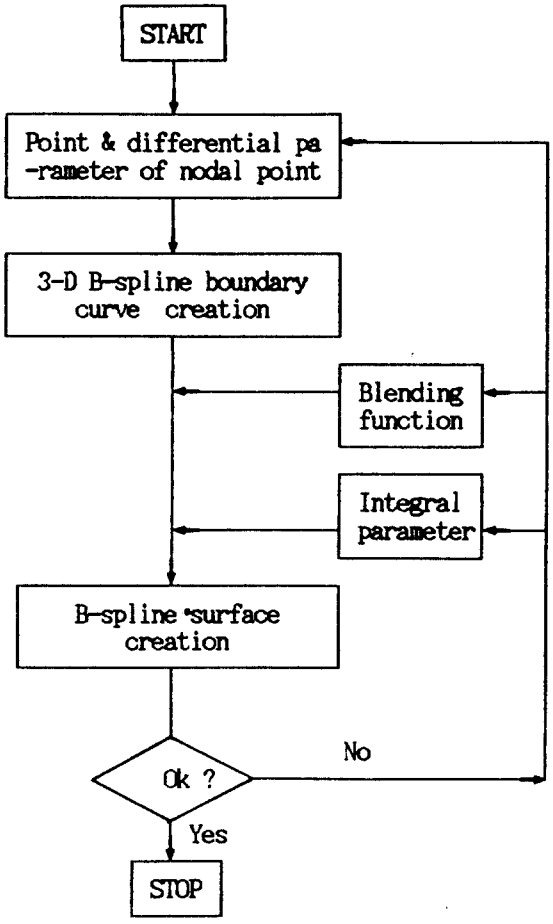


Fig. 5 Flow chart : B-spline surface creation by form parameter

2.3.1 Blending 함수

주어진 조건(data)들로부터 설계자가 원하는 형상을 결정하기 위해, 이들 조건들을 적절히 결합시킬 blending 함수의 정의가 필요하다.

Coons[4, 5, 12]에 의하면 모서리점과 경계곡선들의 정보로부터 blending 함수를 이용하여 식(2.3.1)의 곡면 S(u,v)을 만들어낼 수 있다.

$$S(u,v)=S_1(u,v)+S_2(u,v)-S_3(u,v)$$
$$=[F_0(u)\ F_1(u)\ 1]\begin{bmatrix}-\bar{S}(0,0) & -\bar{S}(0,1) & \bar{S}(0,v)\\ -\bar{S}(1,0) & -\bar{S}(1,1) & \bar{S}(1,v)\\ \bar{S}(u,0) & \bar{S}(u,1) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_0(v)\\ F_1(v)\\ 1\end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, $F_0(u)$, $F_0(v)$, $F_1(u)$, $F_1(v)$: Blending 함수
$\bar{S}(u,0)$, $\bar{S}(u,1)$, $\bar{S}(0,v)$, $\bar{S}(1,v)$: u,v방향의 경계곡선
u,v : 곡면에 대한 매개변수($0\leq u,v\leq 1$)

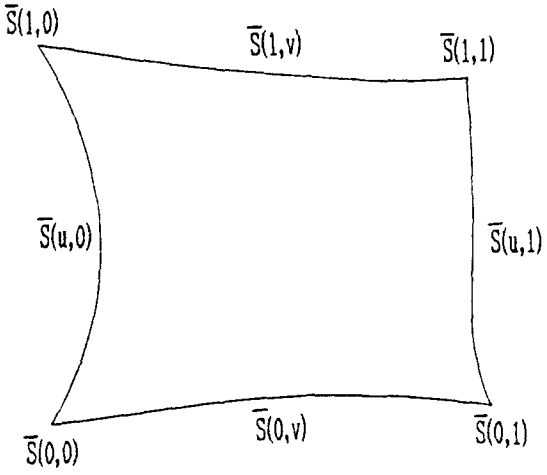


Fig. 6 Boundary curves & nodal points of 3-D Coons surface

Coons [13]에 의하면 식(16)와 같은 경계조건만 만족되면 어떤 함수도 blending 함수가 될 수 있다. 따라서 (16)의 경계조건만 만족되면 B-spline 함수 역시 blending 함수가 될 수 있게 된다.

$$[F_i\ F_i'\ F_i'']=[\delta_{i,j}\ 0\ 0] \quad (16)$$

여기서, F_i : u,v 방향의 Blending 함수
', '' : 매개변수에 대한 일·이차 미분
$\delta_{i,j}$: Kronecker의 $\delta=0(i\neq j)$
$1(i=j)$

Fig. 7은 식(16)의 경계조건에 맞는 u,v방향이 blending 함수의 한 예를 나타내고 있다.

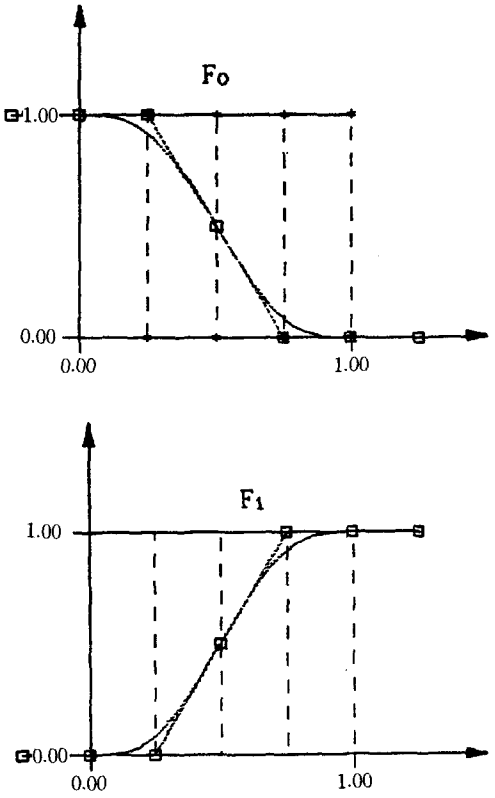


Fig. 7 Blending function of u, v direction

Coons 곡면을 B-spline곡면으로 전환시킬 경우, Coons가 제안했던 order 4이고 지지정점수가 6인 B-spline blending 함수의 지지정점은 식(17)과 같다.

$$(F^0)=(1,1,1,0,0,0)$$
$$(F^1)=(0,0,0,1,1,1) \quad (17)$$

여기서, F^0: $F_0(t)$에 대한 지지정점
F^1: $F_1(t)$에 대한 지지정점
t : u 또는 v

이러한 지지정점을 갖는 order 4인 B-spline 함수는 blending 함수의 경계조건을 만족한다.

한편 Creutz[1]에 의하면 blending 함수를 식

(17)과 같은 Coons가 제안한 B-spline blending 함수의 지지정점보다 더 많은 지지정점을 첨가시킬 수 있다고 하였다. Creutz가 제안한 지지정점은 다음과 같다.

$$(F^0)=(1,1,1,a^0,0,0,0)$$
$$(F^1)=(0,0,0,a^1,1,1,1) \quad (18)$$

여기서, a^0, a^1 : Blending 함수의 중간 지지정점 임의의 상수

본 논문에서는 Creutz와 마찬가지로 7개의 지지정점을 갖는 B-spline 곡선으로 blending 함수를 정의하여 설계자가 a^0, a^1 값을 임의로 결정하므로서 경계곡선에는 영향을 미치지 않고 곡면내부형상을 제어할 수 있도록 하였다. 이것은 적분형 parameter의 이용 및 경계곡선의 곡면에 대한 영향을 최소화하는데 필요한 최소한의 지지정점수로서 결정될 것이다. 이때 중간 지지정점 a^0, a^1의 제한범위는 다음과 같다.

$$0\leq a^0\leq 1$$
$$0\leq a^1\leq 1$$

a^0과 a^1을 설계자 임의로 결정할 수 있으나 곡면에 대한 경계곡선의 영향을 쉽게 알 수 있도록 blending 함수로 사용되는 B-spline 곡선이 직선형태를 이루도록 하는 것이좋다. B-spline을 이러한 형태로 만들기 위해서는 중간 지지정점 $a^0=a^1=1/2$로 취하여 지지정점들이 동일 직선상에 위치하도록 하면 된다. 또한 곡면 내부에서 경계곡선의 영향을 최소화하기 위해 $a^0=a^1=0$로 하는 방법도 가능하다.

2.3.2 경계곡선에 의한 B-spline 곡면식의 결정

경계곡선과 blending 함수가 동일한 order와 같은 갯수의 지지정점을 갖는 B-spline 곡선으로 정의되면 Coons 곡면이 B-spline 곡면으로 전환된다.

Order 4인 B-spline 곡면식이 다음과 같을 때

$$\bar{F}(u,v)=\sum_{l=0}^{n-4}\sum_{i=0}^{m-4}\sum_{k=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}\bar{P}_{l+k,i+j}\cdot U_{l,k}(v)\cdot U_{i,j}(u) \quad (19)$$

여기서, $\bar{P}_{l+k,i+j}$: 곡면의 지지정점

$U_{i,j}(u)$: u방향의 B-spline 기본함수

$U_{l,k}(v)$: c방향의 B-spline 기본함수

n, m : u, v방향의 지지정점의 갯수

u, v : 매개변수

이 식을 Coons 곡면식 (15)과 비교하여 곡면에 대한 지지정점을 결정한다. Order 4인 B-spline 곡면식과 Coons 곡면식을 비교하여 얻은 지지정점은 식(20)과 같이 결정된다.

$$\bar{P}_{l+k,i+j}=[\bar{F}_{i+j}{}^0\bar{F}_{i+j}{}^1\ 1]\begin{bmatrix}-\bar{S}(0,0) & -\bar{S}(0,1) & \bar{P}_{l+k}{}^{0v}\\ -\bar{S}(1,0) & -\bar{S}(1,1) & \bar{P}_{l+k}{}^{1v}\\ \bar{P}_{i+j}{}^{u0} & \bar{P}_{i+j}{}^{u1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{F}_{l+k}{}^0\\ \bar{F}_{l+k}{}^1\\ 1\end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서, $\bar{P}^{0v}$: 경계곡선 S(0,v)의 지지정점

$\bar{P}^{1v}$: 경계곡선 S(1,v)의 지지정점

$\bar{P}^{u0}$: 경계곡선 S(u,0)의 지지정점

$\bar{P}^{u1}$: 경계곡선 S(u,1)의 지지정점

$\bar{F}^0$: Blending 함수 $F_0(t)$에 대한 지지정점

$\bar{F}^1$: Blending 함수 $F_1(t)$에 대한 지지정점

t : u 또는 v

2.3.3 적분형 parameter에 의한 B-spline 곡면 생성

• 적분형 parameter의 계산

적분형 parameter들로는 체적, 모멘트, 도심들을 생각할 수 있다. B-spline 곡면식 결정을 위한 중간 지지정점을 찾기 위해서는 적분 parameter의 이용이 필요하며 생성된 곡면의 확인－주어진 적분형 parameter 값과 생성된 곡면으로부터 계산된 적분형 parameter값과의 비교－을 위해서도 적분형 parameter 계산의 선행이 필요하다. Fig. 8과 같은 좌표계에서 B-spline 이론에 의한 체적, 도심, 모멘트 등의 적분형 parameter들은 다음식으로 주어진다.

$$\Delta A_{i,j}=0.5\cdot[(x_{i,j}-x_{i+1,j})\cdot(y_{i,j}+y_{i+1,j})+(x_{i+1,j}-x_{i+1,j+1})\cdot(y_{i+1,j}+y_{i+1,j})+(x_{i+1,j+1}-x_{i,j+1})\cdot(y_{i+1,j+1}+y_{i,j+1})+(x_{i,j+1}-x_{i,j})\cdot(y_{i,j+1}+y_{i,j})] \quad (21a)$$

$$z_{m\ i,j}=0.25\cdot(z_{i,j}+z_{i+1,j}+z_{i+1,j+1}+z_{i,j+1}) \quad (21b)$$

여기서, $\Delta A_{i,j}$: xy 평면에 투영시킨 부분곡면의 면적

$z_{m\ i,j}$: xy 평면에 대한 체적소의 높이 평균값

여기서 부분곡면의 네 모서리점으로 들어가는 좌표값은 B-spline 곡면의 지지정점의 값이다. (21a), (21b)식에 의해 부분곡면의 체적은

$$\Delta V_{i,j}=\Delta A_{i,j}\cdot z_{m\ i,j} \tag{21c}$$

부분곡면의 체적(21c)을 전체적으로 확장하면

$$V=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Delta V_{i,j} \tag{21d}$$

체적에 대한 정적 모멘트는

$$\Delta M_{q\ i,j}=q_{m\ i,j}\cdot\ \Delta V_{i,j} \tag{22a}$$

$$q_{m\ i,j}=0.25\cdot(q_{i,j}+q_{i+1,j}+q_{i+1,j+1}+q_{i,j+1}) \tag{22b}$$

$$M_q\simeq\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Delta M_{q\ i,j} \tag{22c}$$

여기서, n,m : u,v 방향의 지지정점의 span 수
q : x 또는 y 좌표축을 의미

체적의 중심위치는

$$x_y=M_x/V$$
$$y_y=M_y/V \tag{23}$$

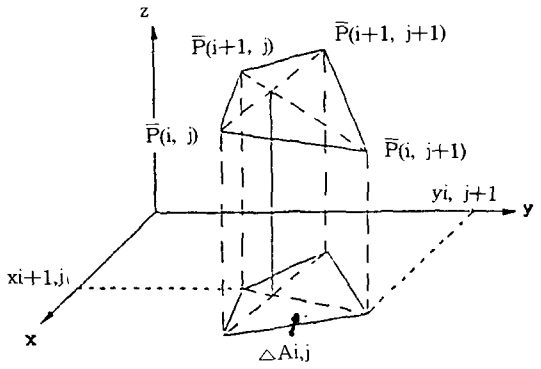


Fig. 8 Coordinate system & B-spline surface element

• 적분형 parameter에 의한 B-spline 곡면 생성

적분형 parameter에 의한 B-spline 곡면 생성은 B-spline 곡면의 중간지지정점 $\bar{P}_{3,3}$을 구함으로서 결정된다. 먼저 부분곡면의 미소체적 및 x,y 좌표축에 대한 정적 모멘트는 중간지지정점 $\bar{P}_{3,3}$의 x, y, z의 성분인$(P_{3,3})x$, $(P_{3,3})y$, $(P_{3,3})z$을 변수로 하여 다음과 같이 표현된다[1].

$$\begin{aligned}\Delta V_{i,j}=&(\Delta a_1)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta a_2)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta a_3)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta a_4)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta a_5)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x+(\Delta a_6)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta a_7)_{i,j}\cdot(P_{3,3})z+(\Delta a_8)_{i,j}\end{aligned} \tag{24a}$$

$$\begin{aligned}(\Delta M_x)_{i,j}=&\ (\Delta b_1)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_2)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta b_3)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_3)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_4)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x^2\\&+(\Delta b_5)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_6)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta b_7)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_8)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta b_9)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x+(\Delta b_{10})_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta b_{11})_{i,j}\cdot(P_{3,3})z+(\Delta b_{12})_{i,j}\end{aligned} \tag{24b}$$

$$\begin{aligned}(\Delta M_y)_{i,j}=&\ (\Delta c_1)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta c_2)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})x\\&+(\Delta c_3)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta c_4)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y^2\\&+(\Delta c_5)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta c_6)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta c_7)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta c_8)_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+(\Delta c_9)_{i,j}\cdot(P_{3,3})x+(\Delta c_{10})_{i,j}\cdot(P_{3,3})y\\&+(\Delta c_{11})_{i,j}\cdot(P_{3,3})z+(\Delta c_{12})_{i,j}\end{aligned} \tag{24c}$$

여기서, $\Delta a_1\sim\Delta a_8$, $\Delta b_1\sim\Delta b_{12}$, $\Delta c_1\sim\Delta c_{12}$
: 임의의 계수

이 식들의 계수 $\Delta a_1\sim\Delta a_8$, $\Delta b_1\sim\Delta b_{12}$, $\Delta c_1\sim\Delta c_{12}$은 적분형 parameter 계산에서의 부분곡면의 체적과 비교하여 계수를 결정하고, 모든 미소요소들의 계수를 합하여 곡면 전체에 대한 계수 $a_1\sim a_8$, $b_1\sim b_{12}$, $c_1\sim c_{12}$를 결정한다.

곡면 전체에 대해서는 체적 V, 모멘트 M_x, M_y들은 각각 식(25a)~(25c)와 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}V=&a_1\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+a_2\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+a_3\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+a_4\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+a_5\cdot(P_{3,3})z+a_8\end{aligned}\tag{25a}$$

$$\begin{aligned}M_x=&b_1\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+b_2\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})y\\&+b_3\cdot(P_{3,3})x^2\cdot(P_{3,3})z\\&+b_4\cdot(P_{3,3})x^2\\&+b_5\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+b_6\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+b_7\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+b_8\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+b_9\cdot(P_{3,3})x+b_{10}\cdot(P_{3,3})y\\&+b_{11}\cdot(P_{3,3})z+b_{12}\end{aligned}\tag{25b}$$

$$\begin{aligned}M_y=&c_1\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+c_2\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})x\\&+c_3\cdot(P_{3,3})y^2\cdot(P_{3,3})z\\&+c_4\cdot(P_{3,3})y^2\\&+c_5\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+c_6\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})y\\&+c_7\cdot(P_{3,3})x\cdot(P_{3,3})z\\&+c_8\cdot(P_{3,3})y\cdot(P_{3,3})z\\&+c_9\cdot(P_{3,3})x+c_{10}\cdot(P_{3,3})y\\&+c_{11}\cdot(P_{3,3})z+c_{12}\end{aligned}\tag{25c}$$

우리가 찾는 중간 지지정점 $P_{3,3}$은 식(25a)~(25c)으로부터 $(P_{3,3})x$, $(P_{3,3})y$, $(P_{3,3})z$가 결정되어 구해진다. 다른 한편으로는 중간 지지정점$(P_{3,3})$의 $(P_{3,3})x$, $(P_{3,3})y$이 미리 주어지고 결정하고자 하는 것은 $(P_{3,3})z$라고 생각할 수가 있다. 이 경우 $(P_{3,3})x$, $(P_{3,3})y$는 점 및 미분형 parameter에서 결정된 $(P_{3,3})x$, $(P_{3,3})y$를 이용하거나, 설계자가 임의로 줄 수가 있다. 따라서 중간 지지정점 결정하기 위한 방정식은 (25a)식만 남고 이것은 선형(linear)이므로 쉽게 그 해를 찾을 수 있다.

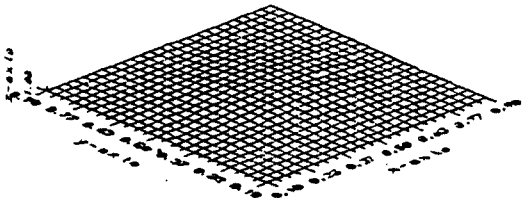
이와같이 하여 얻어진 $(P_{3,3})z$는 식(26)과 같다.

$$(P_{3,3})z=\frac{V-a_2(P_{3,3})x(P_{3,3})y-a_5(P_{3,3})x-a_6(P_{3,3})y-a_8}{a_1(P_{3,3})x(P_{y3,3})y+a_3(P_{3,3})x+a_4(P_{3,3})y+a_7}\tag{26}$$

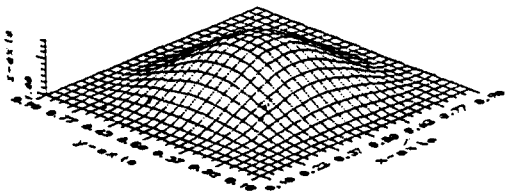
이제 중간 지지정점이 결정되면, 이들 49개의 지지정점들로 부터 order 4인 B-spline 곡면식이 얻어진다.

2.3.4 형상계수 값에 따른 B-spline 곡면 형상

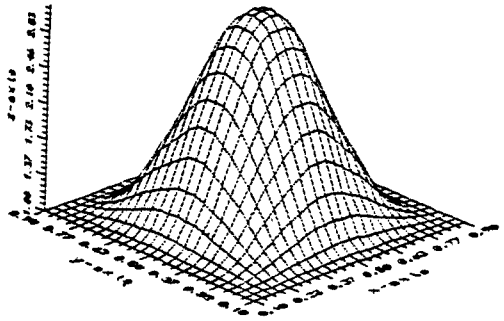
형상계수값의 변경은 생성되는 B-spline곡면형상에 직접적 영향을 미친다. 점 및 미분형 parameter들은 경계곡선의 생성에 영향을 미치고, 경계곡선과 적분형 형상계수는 B-spline 곡면형상에 영향을 준다. Fig. 9은 적분형 parameter값의 변경에 따라 변화하는 곡면형상을 보여주고, Fig. 10은 점 및 미분형 parameter 변경에 따라 변화된 경계곡선으로 부터 생성된 곡면형상을 보여주고 있다.



(a) Free form surface with rectangular boundary(V=1)



(b) Free form surface with rectangular boundary(V=1. 1)



(c) Free form surface with rectangular boundary(V=1. 8)

Fig. 9 Free form surface with boundary curves & modified integral parameter

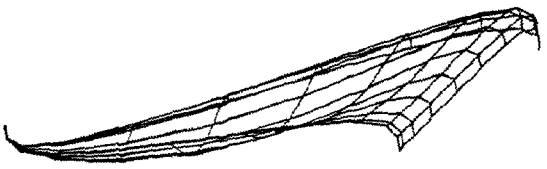


Fig. 10 Free form surface with triangle boundary

3. 곡면생성

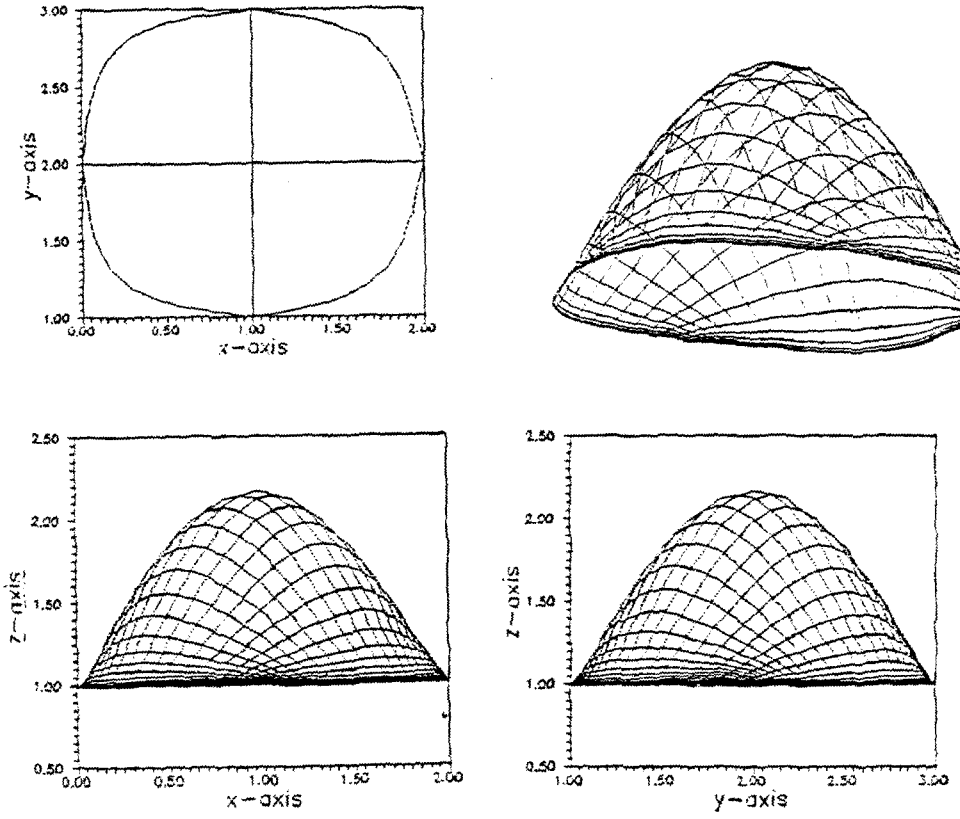
형상은 정의나 생성이 곤란한 선수미부에 본 방법을 적용하여 보기 위해, 구상선수형상과 유사한 곡면생성을 시도했다.

구상선수는 Kracht[14]에 의하면 단면형상에 따라 △형, ○형, ▽형으로 나눌 수있고, C_p곡선과의 관계로부터 additive와 implicit 구상선수로 나누어진다.

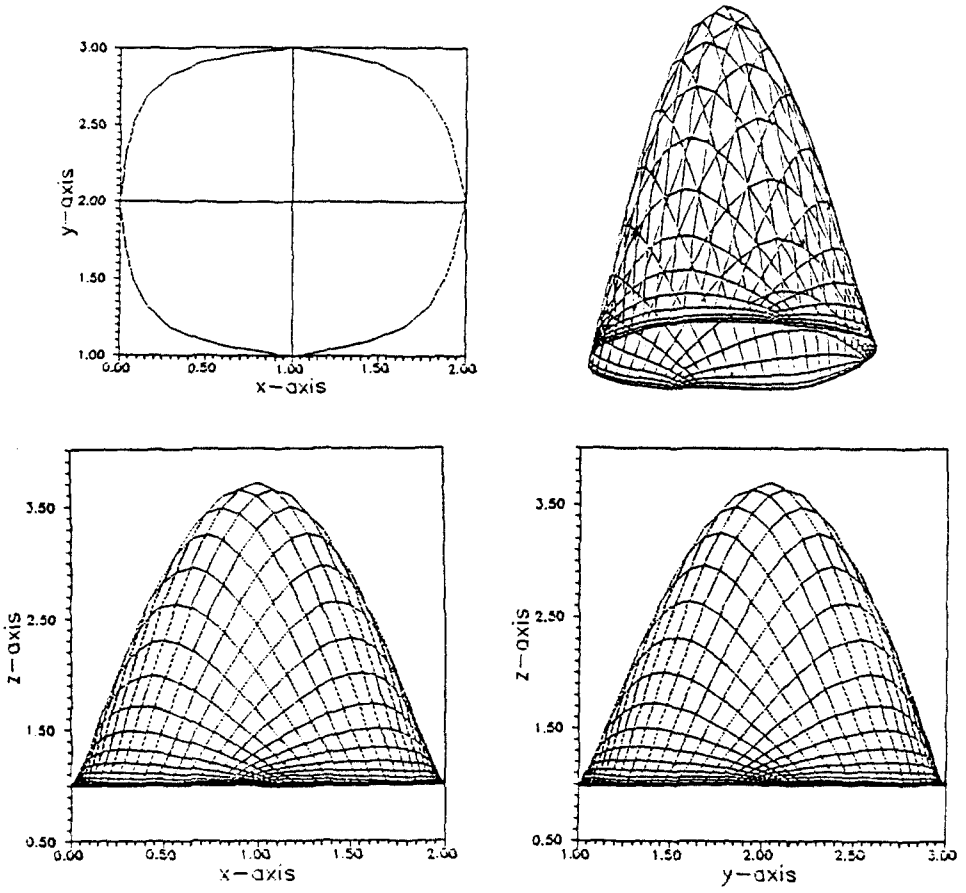
여기서는 단면형상이 ○형에 가깝고 C_p곡선과의 관계에서는 additive인 구상선수형상을 선택했다. 구상선수에 유사한 비교적 간단한 형상을 생각하여 이 형상에 대응하는 단면과 점 및 미분형 parameter들을 결정했다. 경계곡선은 점 및 미분형 parameter들로부터 생성하고[2, 3], 생성된 경계곡선과 설계자가 원하는 적절한 체적으로 형상을 만들었다. 이때 경계곡선의 영향이 생성되는 곡면에서 최소가 되도록 지지정점간의 기하학적 비율로 부터 z축 방향 위치를 조정했다.[15] Fig. 11은 이렇게 생성된 곡면형상을 보여주고 있다.

4. 결과분석

본 논문에서 제안한 방법은 Fig. 9와 Fig. 10에서 보는 것과 같은 사각형이나 삼각형 형태의 단순한 자유형상생성에는 매우 효과적이었다. 그러나 구상선수형상의 생성에는 사용되는 형상계수값의 결정에



(a) Volume : 4.5



(b) Volume : 7.5

Fig. 11 Bulbous bow creation form form parameters by means of B-spline surface

어려움이 있었다. 특히 복잡하게 변화하는 선수미 부위의 생성을 위해서는 곡면의 접속을 이용한 본 방법의 확장이 필요할 것으로 생각된다.

본 논문에서는 구상선수에 대한 자세한 자료를 얻지 못하여 많은 시행착오와 함께 실선에 바로 적용할 수 있는 구상선수를 생성하지는 못하였지만, 구상선수형상에 대한 충분한 자료 축적만 이루어진다면 본 방법에 의해 실선 적용에 무리가 없는 구상선수를 생성할 수 있으리라 본다. 또한, 곡면들 간의 접속의 문제와 곡면생성에 이용되는 형상계수의 갯수를 줄이는 문제가 해결된다면 본 논문에서 제안한 방법은 초기 설계단계시 선형생성을 위한 유용한 수단이 될 것이라고 판단된다.

5. 결 론

지금까지의 내용을 정리하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. Coons 곡면 이론의 blending 함수 이용을 통해 형상계수들로부터 B-spline 곡면으로 표현되는 구상선수형상을 직접 생성할 수 있다.
2. 본 방법에 의한 전체 선형 생성과 정의를 위해서는 증가된 곡면 patch의 결합이 요청되며, 이를 위해서는 곡면의 접속문제 해결이 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Creutz, G., "Curve and Surface Design from

Form parameters by means of B-spline"(In German), doctoral thesis, University of Berlin, 1977.

[2] 강사원, "B-spline form parameter 方法에 依한 船形設計技法 硏究", 석사학위 논문, 부산대학교, 1990.

[3] 강사원, 김수영, "B-spline form parameter방법에 의한 선형 생성", 대한조선학회 Proceeding, November 1990.

[4] Coons, S.A., "Surfaces for computer-aided design of space figures", M.I.T. ESL 944 2-M-139, January 1964.

[5] Coons, S.A., "Surfaces for Computer Aided Design of Space Form", M.I.T. Project MAC, TR-41, June 1967.

[6] Bezier, P.E., "Emploi des Machines a Commande Numerique", Masson et Cie., Paris, 1970.

[7] Rogers, D.F., Adams, J.A., "Mathematical Elements for Computer Graphics", 2nd Ed., McGraw-Hill Pub., 1990.

[8] Gordon, W.J. & Riesenfeld, R.F., "B-spline Curves and Surface" in R.E.Barnhill and R.F.Riesenfeld(eds.), Computer Aided Geometric Design, Academic, New York, 1974.

[9] 김홍수, "B-spline Surface 기법을 이용한 선체 형상의 표현에 관한 연구", 석사학위 논문, 부산대학교, 1990.

[10] 김을룡외 6인, "數學大辭典", 창원사, 서울, 1975.

[11] Goldstein, H., "Classical mechanics", Addisson-Wesley, 1959.

[12] 山口富士夫, "形狀處理工學[II]", 日刊工業新聞社, 1987.

[13] Coons, S.A., "SURFACE PATCHES AND B-SPLINE CURVES", in R.E.Barnhill and R.F.Riesenfeld(eds.), Computer Aided Geometric Design, Academic, New York, 1974.

[14] Kracht, A.M., "Design of Bulbous Bows", SNAME Transcations, Vol.86, 1978, pp.197-217.

[15] 우일국, "B-spline을 이용한 Form parameter에 의한 자유형상 설계", 석사학위 논문, 부산대학교, 1992.