
 論 文

大韓造船學會論文集
 第29卷 第2號 1992年 5月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No. 2, May 1992

항만내 파도응답과 계류선박의 운동해석 (I)

조일형*, 최항순**

Wave Responses and Ship Motions in a Harbor Excited by Long Waves(I) by

I. H. Cho* and Hang S. Choi**

요 약

본 연구에서는 항만내 파도응답과 항만에 계류된 선박의 운동응답을 선형포텐셜이론으로 해석하고 모형시험을 수행하여 항만공진문제의 물리적 특성과 항만에 계류된 선박의 운동특성을 밝혔다. 유체영역을 해양과 항만영역으로 나누어 각 영역에서 경계치문제를 독립적으로 풀 다음, 두 영역의 해를 항만입구에서 정합하여 미지수를 구함으로써 선박에 입사하는 항만내 파도응답을 유도하였다. 선박에 작용하는 파기진력을 계산하고 선체운동에 따르는 동유체력을 해석하였다. 얻어진 유체력을 이용하여 운동방정식을 풀어 선박의 운동변위를 구하였다. 사각형 항만에 계류된 선박의 운동응답에 대한 실험을 수행한 결과 계산치와 실험치는 정성적으로 서로 비슷한 경향을 보이거나 정량적으로 차이를 보이고 있음을 확인하였다. 여기서는 우선 선체운동중 대칭운동(전후동요-수직동요-종동요)만을 취급하였다. 비대칭운동(좌우동요-횡동요-선수동요)과 실험결과는 다음 기회에 발표할 예정이다.

Abstract

The motion response of a ship moored in a rectangular harbor excited by long waves has been studied theoretically and experimentally. Within the framework of potential theory, matched asymptotic expansion techniques are employed to analyze the problem. The fluid domain is divided into the ocean and the harbor regions for the analysis of wave response in a harbor without ship. The wave responses in both the ocean and the harbor sides are solved first independently in terms of Green's functions, which are the solutions of the Helmholtz equation satisfying appropriate boundary conditions. Slender body approximations are used to obtain the velocity jumps across the ship, which are associated with the symmetric motion modes of the ship. Unknowns contained in each solution are finally determined by matching at an intermediate zone between two neighboring regions. Theoretical results predict the ship motion qualitatively well. The main source of quantitative discrepancies is presumably due to real fluid effects such as separation at the harbor entrance and friction on harbor boundaries.

접수일자 : 1991년 10월 18일, 재접수일자 : 1992년 1월 8일

* 정회원, 해사기술연구소

** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

1. 서 론

세계의 교역량이 증대되면서 해상 교통량은 계속 증가하고 있으며, 후발공업국에서는 새로운 항만의 건설이 활발하게 이루어지고 있다. 우리나라의 경우에도 연안공업단지의 개발과 서해안 개발의 일환으로 기존 항만의 확충은 물론 신항만 건설이 추진되고 있다. 그러나 항만내 계류된 선박의 운동특성을 밝히는 이론이 아직 정립되어 있지 못하여 이에 대한 연구가 절실히 요구되고 있는 실정이다.

항만내 파도응답에 대한 해석은 해안공학분야에서 오랫동안 이론적 및 실험적 방법으로 연구가 수행되어 왔다. 이 분야의 선구적 연구인 Miles & Munk [1]는 사각형 항만에 대한 항만공진문제를 다루었다. 또한 Lee [2]는 체계적인 실험을 수행하여 이론치와 실험치를 비교한바 이들이 서로 잘 일치함을 보였다. Üntüata & Mei[3]는 입사파의 파장이 항만입구의 폭보다 아주 길다는 가정하에 섭동법(Perturbation)의 일종인 정합 점근 전개법(Matched Asymptotic Expansion Technique)을 이용하여 사각형 항만에 대한 해석해를 구하였다.

항만내 계류선박을 해석하는데는 여러가지 수치해법들이 있다[4]. 그러나 항만형상에 따르는 선체운동특성을 밝히기 위하여 많은 계산시간과 컴퓨터 기억용량이 요구된다. 따라서 본 논문에서는 비록 수치전개과정은 복잡하지만 간단한 해석결과를 주는 방법을 시도하였다. 항만내 계류선박의 운동을 해석하기 위하여 우선 항만내 파도응답을 밝혀야 한다. 해석방법으로는 선박유체역학분야에서 널리 사용되고 있는 Green함수 방법을 이용하였다. 우선 유체영역을 항만영역과 해양영역으로 나누어 각 영역의 경계치문제를 독립적으로 풀 다음, 항만영역의 해와 해양영역의 해를 항만입구에서 정합시켜 얻어지는 적분방정식을 변분 형태(Variational Form)로 바꾸어 완전해를 얻는 방법을 택하였다. 한편 항만내 계류된 선체운동은 Tuck[5]이 전개한 천수역 세장선 이론을 확장시켜 해석하였다. 즉, 선박에 입사하는 항만내 파를 유도하여 선박에 작용하는 파기진력을 구하고 선체운동에 따른 동유체력을 계산한다. 이를 위하여 항만영역을 다시 선체주위영역과 나머지 영역으로 세분하였다. 선박의 운동은 대칭운동과 비대칭운동으로 구분할 수 있다. 그러나 본 논문에서는 전후동요-수직동요-종동요(Surge-Heave-Pitch)의 연성으로 나타나는 대칭운동만을 취급하였다. 계류계(Mooring System)는 선형 계류삭으로 이상화하여 각 운동에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 계류삭의 인장강성에 따른 공진의 가

능성과 이로인한 동적증폭효과를 고찰하고자 하였다.

2. 항만내 파도응답

해석해를 도출하기 위해서 아래와 같은 가정이 필요하다.

- 1) 선형포텐셜 유동을 가정한다.
- 2) 입사파의 파장은 수심에 비하여 매우 같다.
- 3) 항만입구의 폭은 입사파의 파장에 비해 매우 좁다.
- 4) 안벽은 수직벽으로 완전반사가 일어난다.

이러한 가정하에 속도포텐셜을 도입하고 유동은 시간에 따라 조화운동을 한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \Phi(x,y,t) &= Re\{\phi(x,y)e^{-i\omega t}\}, \\ \zeta(x,y,t) &= Re\{\eta(x,y)e^{-i\omega t}\}, \\ \eta(x,y) &= \frac{i\omega}{g}\phi(x,y). \end{aligned} \tag{2.1}$$

입사파가 임의의 각도로 해안선과 방파제에 입사하는 경우를 생각한다. 마찰과 박리에 따른 에너지 손실은 무시한다. 또한 위의 가정에 적합한 입사파는 장파이므로 수심이 일정할 때 선형 장파에 대한 지배방정식은 2차원 Helmholtz방정식이 된다.

$$\nabla^2\eta + k^2\eta = 0. \tag{2.2}$$

주파수 ω 는 아래와 같은 천수역에서의 선형 분산식(Dispersion Relation)을 만족하여야 한다.

$$\omega^2 = gk^2h. \tag{2.3}$$

유체영역을 해양영역과 항만영역으로 나누어 각 영역에서 경계치문제를 풀어 해를 구한 다음, 항만입구에서 정합시켜 완전해를 구한다. 본 논문에서는 직사각형 항만의 경우만을 취급하였다.

2.1 해양영역

해양영역에서 파계(η^o)는 해양에서 항만으로 들어오는 입사파(η^i)와 방파제에 의하여 반사되는 반사파(η^r) 그리고 항만 입구에서 산란되는 산란파(η^s)로 구성된다.

$$\eta^o = \eta^i + \eta^r + \eta^s. \tag{2.4}$$

입사파와 반사파는 다음의 식으로 주어진다.

$$\eta^i + \eta^r = A \{ e^{-ik(x \cos \varphi - y \sin \varphi)} + e^{ik(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} \}, \quad (2.5)$$

여기서 A는 입사파의 진폭을 의미하며, φ 는 입사파가 x축과 이루는 각도를 나타낸다. 자세한 기하학적 형상은 Fig.1에 도시하였다. 산란파에 대한 경계치문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \eta^s + k^2 \eta^s &= 0, \\ \frac{\partial \eta^s}{\partial x} &= 0 \quad (|y| > a \quad x = 0), \\ \frac{\partial \eta^s}{\partial x} &= \frac{i\omega}{g} U(y) \quad (|y| < a \quad x = 0), \\ \text{radiation condition as } r \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서 U(y)는 항만입구의 폭(2a)에 따른 속도분포를 나타낸다. 위의 경계치 문제에서 지배방정식과 방파제에서의 경계조건 그리고 무한원방 조건을 만족하는 Green함수는 제1종 Hankel함수로 표현된다.

$$G^s(x, y; y_0) = -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr), \quad (2.7)$$

윗식에서 $r = \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2}$ 이며 $(0, y_0)$ 는 소오스의 위치를 나타낸다. 위에서 구한 Green함수를 이용하면 산란파는 아래식과 같은 적분형태로 얻어진다.

$$\eta^s = \frac{i\omega}{g} \int_{-a}^a U(y_0) \left[-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right] dy_0. \quad (2.8)$$

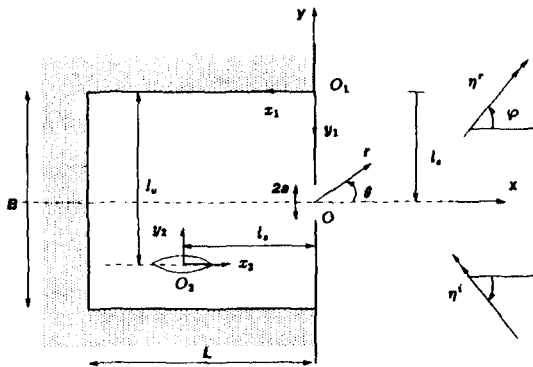


Fig.1 Definition sketch for a ship in a rectangular harbor

2.2 항만영역

항만영역문제를 해석하기 위하여 편의상 Fig.1에 도시한 좌표계 $O_1(x_1, y_1)$ 를 도입한다. 항만영역에서 파도함수 η^h 에 대한 경계치 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \eta^h + k^2 \eta^h &= 0 \\ \frac{\partial \eta^h}{\partial x_1} &= 0 \quad (x_1 = L \quad 0 < y_1 < B), \\ \frac{\partial \eta^h}{\partial y_1} &= 0 \quad (y_1 = 0, B \quad 0 < x_1 < L), \\ \frac{\partial \eta^h}{\partial x_1} &= 0 \quad (|y_1 - l_c| > a \quad x_1 = 0), \\ \frac{\partial \eta^h}{\partial x_1} &= \frac{i\omega}{g} U(y) \quad (|y_1 - l_c| < a \quad x_1 = 0), \end{aligned} \quad (2.9)$$

여기서 l_c 는 원점에서 항만입구까지의 거리를 의미한다. 이 경계치문제의 해는 역시 Green함수를 이용하여 구한다. 이때 Green함수는 Fourier급수해로 아래와 같이 표현된다 [6].

$$\begin{aligned} G^h(x_1, y_1/y_0) &= -\sum_{n=0}^{\infty} X_n(x_1) Y_n(y_1) Y_n(y_0), \\ X_n(x_1) &= \frac{\varepsilon_n \cos k_n(x_1 - L)}{k_n B \sin k_n L}, \\ Y_n(y_1) &= \cos \frac{n\pi}{B} y_1, \\ k_n &= [k^2 - (\frac{n\pi}{B})^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

여기서 ε_n 은 n이 0일때 1이고, n이 0보다 크면 2를 나타내는 Jacobi수이다. 윗식으로 표시된 Green함수를 이용하면 항만내 파형은 다음과 같다.

$$\eta^h = \frac{i\omega}{g} \int_{l_c-a}^{l_c+a} U(y_0) G^h(x_1, y_1/y_0) dy_0. \quad (2.11)$$

2.3 정합조건

지금까지 유체영역을 해양영역과 항만영역으로 나누어 각 영역에서 경계치 문제를 독립적으로 풀었다. 각 영역에서 미지수로 나타나는 항만입구에서의 속도분포를 구하기 위해 두 영역의 해를 항만입구에서 정합시켜야 한다. 이미 항만입구에서 속도분포는 같다고 놓았으므로

두 영역의 해로부터 얻어지는 항만입구에서의 파형이 서로 같아야 한다는 정합조건을 적용한다.

$$\eta^-(x,y) = \eta^+(x,y) \quad (x=0 \quad |y| < a) \quad (2.12)$$

이제 왼쪽항에는 식(2.5)와 (2.8)을 대입하고, 오른쪽항에는 식(2.11)을 대입하면 아래의 적분방정식을 얻는다.

$$\frac{i\omega}{g} \int_{-a}^a U(y) M(y/y_0) dy_0 = 2A \cos(ky \sin \phi) \quad (2.13)$$

여기서

$$M(y/y_0) = G^*(0, l_e - y/l_e - y_0) + \frac{i}{2} H_0^{(1)}(k|y - y_0|).$$

그러나 윗식으로 주어진 적분방정식을 풀어 항만입구에서의 속도분포를 구하는 것 보다는 적분방정식을 변분형태로 바꾸어 취급하는 것이 편리하다.

즉, 아래에 표시한 변분식의 극값을 구함으로써 속도함수 U(y)를 구할 수 있다[7].

$$J(U(y)) = \int_{-a}^a 4AU(y) \cos(ky \sin \phi) dy - \frac{i\omega}{g} \int_{-a}^a \int_{-a}^a U(y) M(y/y_0) U(y_0) dy_0 dy \quad (2.14)$$

이상유체문제에서 속도분포 U(y)는 항만입구의 끝단에서 특이거동(Singular Behavior)을 보이는데, 이 거동은 $(a^2 - y^2)^{-1/2}$ 로 근사시킬 수 있다[8]. 그러나 실제문제에서는 방파제의 끝단에서 박리가 발생하므로 이러한 특이현상은 사라지며, 또한 문제를 좀 더 단순화시키기 위해 항만입구에서 속도분포가 일정하다고 가정한다. 이러한 가정은 본 논문에서 도입한 다른 가정들에 비하여 그 영향력이 약하므로 정당화시킬 수 있다. 따라서 속도 U는 $dJ/dU = 0$ 으로부터 간단히 구해진다.

$$U = - \left(\frac{ig}{\omega} \right) \frac{4A \sin(ka \sin \phi) / k \sin \phi}{\int_{-a}^a M(y/y_0) dy_0} \quad (2.15)$$

윗식의 이중적분은 항만입구의 폭이 파장에 비해 작다는 가정으로부터 다음과 같이 해석적으로 근사시킬 수 있다 [7].

$$\frac{1}{4a^2} \int_{-a}^a \int_{-a}^a M dy_0 dy = \frac{i\omega}{g} \left(\frac{i}{2} + F - X - Y \right) + O(k^2 a^2 \ln(ka)), \quad (2.16)$$

여기서

$$F = -(\ln \frac{\pi \gamma k a^2}{4B} + \ln 16 - 3) / \pi,$$

$$X = \frac{\cot kL}{kB} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cot k_n L}{k_n B} + \frac{1}{n\pi} \right) \left(\frac{\sin(n\alpha) \cos(n\beta)}{na} \right)^2,$$

$$Y = \frac{l_e}{2\pi a} \ln \frac{(l_e + a)}{(l_e - a)} + \frac{1}{2\pi} \ln(l_e^2 - a^2) + \frac{1}{\pi} \left(\ln \frac{\pi}{B} - 1 \right) + \frac{B}{2a\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{B_{2k}}{(2k+1)! 4k} \left(\frac{2\pi}{B} \right)^{2k+1} [(l_e + a)^{2k+1} - (l_e - a)^{2k+1}],$$

$$\alpha = \frac{a\pi}{B}, \quad \beta = \frac{l_e \pi}{B}$$

따라서 위에서 구한 결과들을 이용하면 항만내 파도응답의 최종식을 다음과 같이 구한다.

$$\eta^+(x_1, y_1) = - \frac{2A}{i/2 + F - X - Y} \left(\frac{\sin(ka \sin \phi)}{ka \sin \phi} \right) \times \left[\frac{\cos k(x_1 - L)}{kB \sin kL} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos k_n(x_1 - L)}{k_n B \sin k_n L} \right] \times \left(\frac{\sin(n\alpha) \cos(n\beta)}{na} \right) \cos \frac{n\pi}{B} y_1 \quad (2.17)$$

3. 사각형 항만안에 계류된 선박의 운동

앞에서 구한 항만내 파도응답이 항만안에 계류된 선박의 운동을 야기시키며 선체운동에 따라 항만안의 파도분포가 달라진다. 이 장에서는 항만안에 계류된 선박에 작용하는 동유체력의 특징을 고찰하고 운동응답을 해석하였다. 선체운동은 전후동요-수직동요-종동요가 연성으로 나타나는 대칭운동만을 취급하였다. 이때 선체 운동응답은 선박의 길이가 폭과 깊이에 비해 길다는 세장선가정을 이용하였다.

선체운동에 기인한 자유표면식과 속도포텐셜은 밀침자 j로 표기한다.

$$\eta_j(x,y) = \frac{i\omega}{g} \phi_j(x,y), \quad \phi_j(x,y) = -i\omega \zeta_j \phi(x,y), \quad (3.1)$$

여기서 ζ_j 는 선박의 운동응답 변위를 나타내며, ϕ 는 정규화된 속도포텐셜을 의미한다. 또한 밀침자 $j = 1, 3, 5$ 는

각각 전후동요, 수직동요, 종동요를 나타낸다.

3.1 선체운동

선박의 운동으로 야기된 파의 대부분은 항만의 안벽에서 반사를 되풀이하면서 항만안에 남아있게 된다. 그러나 일부의 파는 항만입구를 통하여 해양으로 방사된다. 해양쪽으로 빠져나가는 파는 항만입구에 소오스를 분포하여 다음과 같은 적분식으로 표현할 수 있다.

$$\eta_1^0(x,y) = \frac{i\omega}{g} \int_{-a}^a u_j(y_0) \left[-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right] dy_0, \quad (3.2)$$

여기서 u_j 는 선체운동으로 유기된 항만입구에서의 속도이며 a 는 미지수이다.

선박을 세장선으로 가정하였기 때문에 선박에서 멀리 떨어진 위치에서 선체운동은 선박의 중심선을 따라 분포된 소오스와 다이폴로 표현된다. 편의상 선체에 고정된 좌표계 $O_2(x_2, y_2)$ 를 이용하였다(Fig.1). 항만안의 임의 위치에 소오스를 놓았을 때 Green함수 $H(x_2, y_2, x_0, y_0)$ 는 아래식으로 주어진다[7].

$$H(x_2, y_2, x_0, y_0) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n \cos k_n(x_2 - l_s) \cos k_n(x_0 + L - l_s)}{k_n B \sin k_n L} \times \cos \frac{n\pi}{B}(y_2 - l_s) \cos \frac{n\pi}{B}(y_0 - l_s), \quad (x_2 > x_0),$$

$$H(x_2, y_2, x_0, y_0) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n \cos k_n(x_0 - l_s) \cos k_n(x_2 + L - l_s)}{k_n B \sin k_n L} \times \cos \frac{n\pi}{B}(y_2 - l_s) \cos \frac{n\pi}{B}(y_0 - l_s), \quad (x_2 < x_0),$$

with $k_n = [k^2 - \frac{n^2\pi^2}{B^2}]^{1/2}$, (3.3)

여기서 l_s 는 선박에서 항만입구까지 길이방향의 거리이며, l_s 는 $y_1 = 0$ 축까지 폭방향의 거리를 나타낸다. 위에서 구한 Green함수를 이용하여 Green정리를 적용하면 선박의 운동으로 야기된 항만안에서의 파형은 다음식으로 표시된다.

$$\eta_1^0(x_2, y_2) = \frac{i\omega}{g} \left\{ \int_{-1}^1 [\Delta v_j(x_0) H(x_2, y_2, x_0, 0) - \Delta \phi(x_0) \frac{\partial H(x_2, y_2, x_0, 0)}{\partial y_0}] dx_0 - \int_{l_s-a}^{l_s+a} u_j(y_0) H(x_2, y_2, l_s, y_0) dy_0 \right\}. \quad (3.4)$$

윗식의 첫번째항은 y_2 축에 대칭인 운동에 기인하며, 두 번째항은 y_2 축에 비대칭인 운동에 대응한다. 그리고 세 번째항은 항만입구로 빠져나가는 파를 표현한다. 대칭 운동에 대한 항만내의 파는 다음과 같다.

$$\eta_1^0(x_2, y_2) = \frac{i\omega}{g} \left\{ \int_{-1}^1 [\Delta v_j(x_0) H(x_2, y_2, x_0, 0)] dx_0 - \int_{l_s-a}^{l_s+a} u_j(y_0) H(x_2, y_2, l_s, y_0) dy_0 \right\},$$

여기서

$$\Delta v_j(x) = \frac{\partial \phi_j(x, \rho^+)}{\partial y} - \frac{\partial \phi_j(x, \rho^-)}{\partial y}. \quad (3.5)$$

나중에 수행할 정합을 위하여 윗식을 선박주위로 내부 전개시키면 다음의 결과를 얻는다.

$$\eta_1^0(x_2, y_2) \sim \frac{i\omega}{g} \left\{ W_j(x_2) + \frac{\Delta v_j(x_2)}{2} |y_2| + V_j(x_2) y_2 \right\} \quad (3.6)$$

($j = 1, 3, 5$),

여기서

$$W_j(x_2) = \int_{-1}^1 \Delta v_j(x_0) H(x_2, 0, x_0, 0) dx_0 - \int_{l_s-a}^{l_s+a} u_j(y_0) H(x_2, 0, l_s, y_0) dy_0,$$

$$V_j(x_2) = \int_{-1}^1 \Delta v_j(x_0) \frac{\partial H(x_2, 0, x_0, 0)}{\partial y_2} dx_0 - \int_{l_s-a}^{l_s+a} u_j(y_0) \frac{\partial H(x_2, 0, l_s, y_0)}{\partial y_2} dy_0.$$

선체주위영역에서 최저차항만 고려하면 자유표면은 고정된 벽으로 대체된다. 따라서 선체주위영역에서의 지배방정식은 2차원 Laplace방정식이며, 자유표면과 바닥에서 벽면 조건식을 만족하며 방사조건식은 항만영역의 해를 선체주위로 내부전개시킨 식(3.6)과 같다. 상술한 경계치문제를 식으로 표현하면 다음과 같다.

($j = 1, 3, 5$)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) \phi_j = 0,$$

$$\frac{\partial \phi_j^0}{\partial N} = -i\omega \zeta_j n_j \quad \text{on ship,}$$

$$\frac{\partial \phi_j^0}{\partial z_2} = 0 \quad (z_2 = 0 \ \& \ -h),$$

$$\phi_j^0 \rightarrow W_j(x_2) + \frac{\Delta v_j(x_2)}{2} |y_2| + V_j(x_2) y_2 \quad \text{as } y_2 \rightarrow \infty. \quad (3.7)$$

위의 경계치문제를 y_2 축에 대한 대칭문제와 비대칭문제로 분리하여 정리하면 아래와 같다.

대칭문제

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right) \phi_j^1 = 0,$$

$$\frac{\partial \phi_j^1}{\partial N} = -i\omega \zeta_j n_j \quad \text{on ship,}$$

$$\frac{\partial \phi_j^1}{\partial z_2} = 0 \quad (z_2 = 0 \ \& \ -h),$$

$$\phi_j^1 \rightarrow W_j(x_2) + \frac{\Delta v_j(x_2)}{2} |y_2| \quad \text{as } y_2 \rightarrow \infty. \quad (3.8)$$

비대칭문제

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right) \phi_j^2 = 0,$$

$$\frac{\partial \phi_j^2}{\partial N} = 0 \quad \text{on ship,}$$

$$\frac{\partial \phi_j^2}{\partial z_2} = 0 \quad (z_2 = 0 \ \& \ -h),$$

$$\phi_j^2 \rightarrow V_j(x_2) y_2 \quad \text{as } y_2 \rightarrow \infty. \quad (3.9)$$

경계치문제(3.8)은 선체의 운동으로 인한 유량이 $y_2 = 0$ 축에 대칭으로 무한원방으로 빠져나가는 것을 나타내며, 경계치문제 (3.9)는 항만의 안벽이나 항만입구의 존재로 발생한 $y_2 = 0$ 축에 비대칭인 유동을 뜻한다. 항만영역에서 필요한 미지수인 $\Delta v_j(x_2)$ 는 선체의 단면을 따라 발생한 유량은 무한원방으로 빠져나가는 유량과 같다는 아래의 조건으로부터 구한다.

$$\Delta v_j(x_2) = -\frac{i\omega \zeta_j}{h} A_j(x_2),$$

$$A_j(x_2) = -\int_S n_j \, dl, \quad (3.10)$$

여기서 A_j 는 선박의 형상을 나타내는 함수들로 다음과 같다 [9].

$$A_1(x_2) = S'(x_2),$$

$$A_3(x_2) = b(x_2),$$

$$A_5(x_2) = -x_2 b(x_2). \quad (3.11)$$

$S(x_2)$ 는 선체의 길이방향에 따른 단면적을 나타내며, $b(x_2)$ 는 선폭을 표시한다. 또한 뒹침자 '는 길이방향에 따른 미분을 나타낸다. 선박의 형상함수로 표현된 $\Delta v_j(x_2)$ 를 식(3.5)에 대입하여 항만내부의 파형을 구하면

$$\eta_j^h(x_2, y_2) = \frac{\omega^2}{gh} \zeta_j \int_{-l}^l A_j(x_0) H(x_2, y_2, x_0, 0) dx_0$$

$$- \frac{i\omega}{g} \int_{l_e-a}^{l_e+a} u_j(y_0) H(x_2, y_2, l_s, y_0) dy_0 \quad (j = 1, 3, 5) \quad (3.12)$$

와 같다. 여기서 아직 미지수인 선체운동에 따른 항만입구에서의 속도분포는 (2.3)절에서와 비슷한 방법으로 항만내부영역의 해와 해양영역에서의 해를 항만입구에서 정합시켜 구한다. 이렇게 구한 항만입구에서의 속도를 식(3.12)에 대입하면 항만영역에서의 해를 얻는다[10].

$$\eta_j^h(x_2, y_2) = \frac{\omega^2}{gh} \zeta_j \left\{ \int_{-l}^l A_j(x_0) H(x_2, y_2, x_0, 0) dx_0 + D_j \right\},$$

$$D_j = \frac{1}{(i/2 + F - X - Y)} \int_{-l}^{-l_s} A_j(x_0) \left[\frac{\cos k(x_0 + L - l_s)}{kB \sin kL} \right.$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos k_n(x_0 + L - l_s)}{k_n B \sin k_n L} \times \left(\frac{\sin(n\alpha) \cos(n\beta)}{n\alpha} \right)$$

$$\left. \cos \frac{nnl_s}{B} dx_0 \times \left[\frac{\cos k(x_2 + L - l_s)}{kB \sin kL} \right. \right.$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos k_n(x_2 + L - l_s)}{k_n B \sin k_n L} \times \left(\frac{\sin(n\alpha) \cos(n\beta)}{n\alpha} \right)$$

$$\left. \left. \cos \frac{nnl_s}{B} (y_2 - l_e) \right] \right\}, \quad (j = 1, 3, 5). \quad (3.13)$$

여기서 미지수 ζ_j 는 운동방정식을 풀어 구하여야 한다.

3.2 운동방정식

선체의 운동응답을 구하기 위해 아래와 같은 운동방

정식을 풀어야 한다.

$$\sum_j (-\omega^2 M_{ij} - T_{ij} + C_{ij}) \zeta_j = F_i, \quad (i, j = 1, 3, 5) \quad (3.14)$$

여기서 $j = 1, 3, 5$ 은 전후동요, 수직동요, 종동요를 의미한다. 위의 운동방정식에서 M_{ij} 는 질량을 나타내며 다음과 같은 행렬식으로 표현한다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & Mz_G \\ 0 & M & -Mz_G \\ -Mz_G & -Mx_G & I_{55} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

M 은 선박의 질량, $(X_G, 0, Z_G)$ 는 선박의 무게중심의 위치를 나타내며, I_{55} 는 종방향의 관성모멘트이다. C_{ij} 는 정유체력과 계류제에 의한 복원력 계수를 나타내며, 0이 아닌 각 성분의 값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_{11} &= K_x, \\ C_{33} &= \rho g A_w \\ C_{35} &= C_{53} = -\rho g x_F A_w, \\ C_{55} &= \rho g K_w^2 A_w, \end{aligned} \quad (3.16)$$

여기서 K_x 는 계류삭에 의한 복원력 상수이며, A_w 는 수선면적을 뜻하며, x_F 는 부심을 나타낸다. K_w 는 수선면적에 대한 관성반경이다.

동유체력 계수는 아래 식과 같이 표현된다 [5].

$$T_{ij} = -\rho \omega^2 \int_S n_i \eta_j dS = \omega^2 a_{ij} + i \omega b_{ij} \quad (3.17)$$

여기서 a_{ij} 와 b_{ij} 는 부가질량과 감쇠계수를 뜻한다. 운동을 일으키는 기진력 F_i 는 Haskind관계식을 이용하면

$$F_i = (T_{i0} - T_{oi}) 2A, \quad (3.18)$$

와 같이 Froude-Krylov성분과 산란성분으로 구성된다. 여기서 밑첨자 0는 선박에 입사하는 파를 나타낸다. 윗식들을 이용하여 항만내 계류된 선박의 운동응답 ζ 를 구한다.

4. 결과 및 고찰

항만내 파도응답에 대한 계산으로 항만의 길이와 폭이

2000m인 사각형항만을 채택하였다. 수심은 12m로 일정하며, 항만입구의 폭은 60m인데 항만폭의 1/4에 위치한다($l_e = 500m$, Fig.1참조). Fig.2는 항만폭이 $2a/B = 0.03$ 과 $2a/B = 0.01$ 인 두가지 경우에 대하여 항만입구에서 항만안으로 들어가는 유량을 보이고 있다. 여기서 x 축은 입사파의 파장과 항만의 길이 비(kL)이며, y 축은 유량 Q 를 $2gA/\omega$ 로 무차원시킨 값이다. 닫혀진 정사각형 항만의 고유주파수는 $k_{mn}L = [(m\pi)^2 + (n\pi)^2]^{1/2}$ 이며, 고유함수는 $\eta = A_{mn} \cos(m\pi x/L) \cos(n\pi y/B)$ 이다. 이 항만에는 kL 이 0부터 8까지 변할때 5개의 공진점이 존재하며, 그 위치는 고유주파수 $(m,n) = (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,0), (0,2), (2,1), (1,2)$ 와 일치한다. 여기서 항만의 길이와 폭이 같으므로 고유모드 $(0,1), (0,2), (1,2)$ 와 $(1,0), (2,0), (2,1)$ 은 서로 같은 고유주파수에 대응하여 실제로는 공진점이 5개가 된다. 그림에서 공진점부근에서 유량이 갑자기 커지는 것을 볼 수 있으며, 항만입구의 폭이 작은 경우에 더욱 급격히 변하는 것을 확인할 수 있다. 공진주파수가 닫혀진 항만의 고유주파수보다 약간 크게 얻어진 결과는 항만입구로 빠져나가는 방사감쇠에 기인한다.

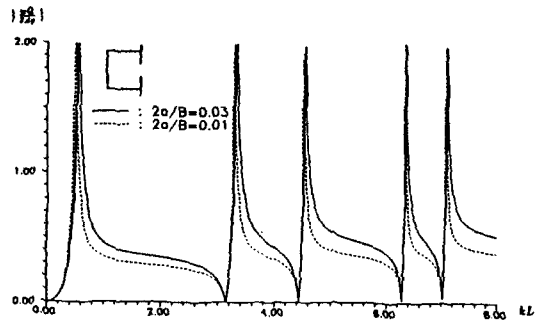


Fig.2 Normalized flux intensity for a rectangular harbor

Fig.3은 항만의 안벽($x_1 = 2000, y_1 = 0m$)에서 계산한 파도응답의 증폭비($|\eta^*/2A|$)를 보여주고 있다. 극값을 나타내는 주파수는 항만의 고유주파수와 일치하며, $kL = 0.5$ 근방에서 나타나는 Helmholtz 모드($(m,n) = (0,0)$)에서의 증폭비가 가장 크며, $kL = 4.6$ ($(m,n) = (1,1)$)에서의 증폭비는 공진점에서의 증폭비중에서 가장 작음을 볼 수 있다. 즉, 고유진동모드에 따라 증폭비가 크게 달라진다. 물론 이러한 증폭비의 변화는 항만내의 위치에 따라 변한다. 항만입구의 폭이 작을 때에는 공진점부근에서 공진폭이 좁아짐은 물론 진폭비가 더 크게

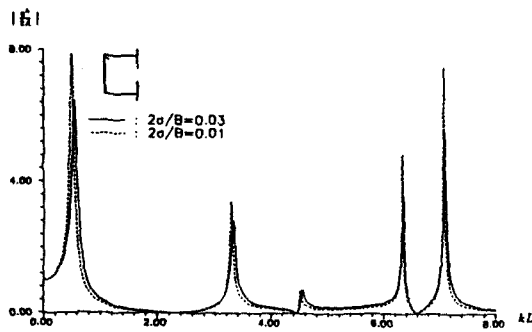


Fig.3 Amplification factor of wave response in a rectangular harbor($x_1 = 2000m, y_1 = 0m$)

나타남을 알 수 있다.

항만내 계류된 선박의 운동에 대한 수치계산으로 길이가 175m인 S7-175선형을 채택하였다. S7-175모델은 C_b 가 0.57인 컨테이너 선박으로 본 논문에서 가정한 세장선에 비교적 적합한 선형이라 할 수 있다(Table 1 참조). 계류식은 선형 계류식으로 운동방정식안에 복원력 계수로 들어가 특히 전후동요와 좌우동요에 영향을 크게 미친다.

Table 1 Particulars of S7-175 container ship

Ship Length($2l$)	175.00(m)
Beam at Midship(b)	25.40(m)
Draft at Midship(d)	9.50(m)
Displacement	24742(tons)
Center of Gravity(KG^*)	9.52(m)
Center of Gravity(LCG^{**})	90.20(m)
Center of Buoyancy(KB^*)	5.19(m)
Center of Floatation(LCF^{**})	94.31(m)
Pitch Gyration(K_w)	42.00(m)
Waterplane Area(A_w)	3155(m^2)
Block Coefficient(C_b)	0.57
Mooring Stiffness(K_r)	58000(N/m)

* Keel Reference

** F.P. Reference

Fig.4와 Fig.5에는 $2a/B=0.03$ 이며 $l_v = 1500m$ 일때 수직 운동의 부가질량과 감쇠력의 주파수에 따른 변화를 그렸다. 공진이라는 물리적 현상에 의하여 공진점부근에서 부가질량이 갑자기 음의 값을 갖으며, 감쇠력은 극값을 갖는다. 항만내 파도응답의 결과와는 달리 5개의 고유

진동모드중 4개의 진동모드(m,n) = (0,0)(0,1) 또는 (2,0),(0,2),(2,1)에서 공진현상을 보여주고 있다. 이는 선박이 항만의 길이방향의 중심에 위치하여 수직운동을 할 때 길이방향에 대한 비대칭 모드의 영향이 나타나지 않기 때문이다.



Fig.4 Heave added mass of a ship in a rectangular harbor($l_v = 1500m$)

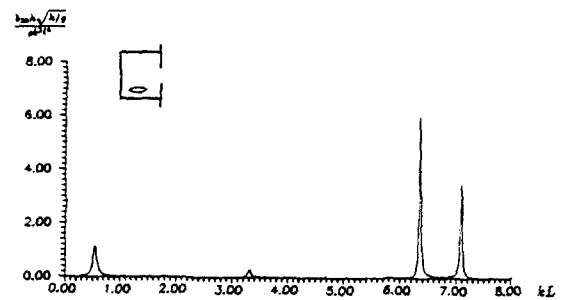


Fig.5 Heave damping coefficient of a ship in a rectangular harbor($l_v = 1500m$)

Fig.6은 앞서 보여준 두 그림에서 Helmholtz모드 근방의 부가질량과 감쇠력의 변화를 확대하여 보여주고 있다. 따라서 y축은 무차원된 부가질량 또는 감쇠력을 뜻한다. 그림에 나타나 있는 바와 같이 부가질량은 $kL = 0.6$ 에서 갑자기 음의 값을 가지며, 부가질량이 음이 되는 순간에 감쇠력은 극값을 갖는다. 이러한 특이한 현상은 계류된 선박의 주위에 공진을 유발하는 항만의 기하학적 특성에 기인한다.

Fig.7과 8은 항만내 안벽 가까이에 계류된 ($l_v = 1500m, l_s = 1000m$)선박에 작용하는 수직방향의 기진력과 그에 따른 선박의 수직운동응답을 보여주고 있다. $kL = 4.6$ 근처에 나타나는 공진모드에서의 기진력이 아주 작음을 볼 수 있다. 이는 그 위치에서의 파도응답이 다른 위치에서의 응답에 비하여 작다는 것을 의미한다. 두 그림을

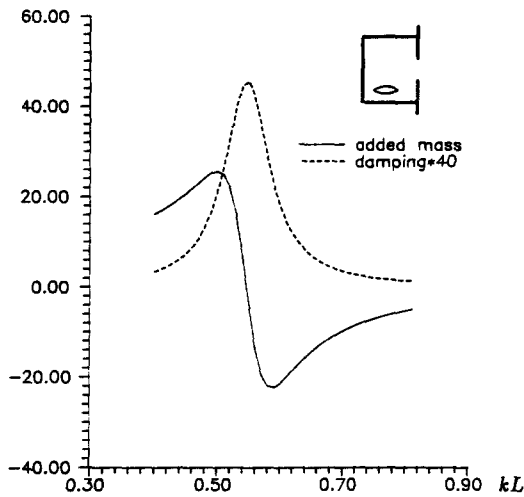


Fig.6 Hydrodynamic forces of a ship in a rectangular harbor at the Helmholtz mode

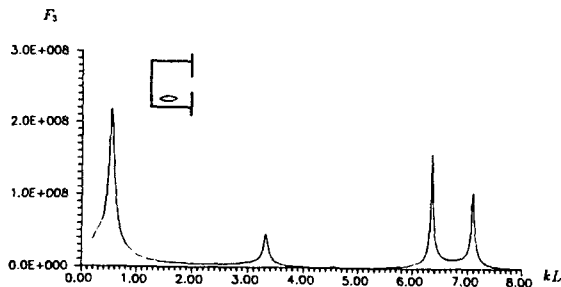


Fig.7 Heave exciting force on a ship in a rectangular harbor ($l_b = 1500m$)

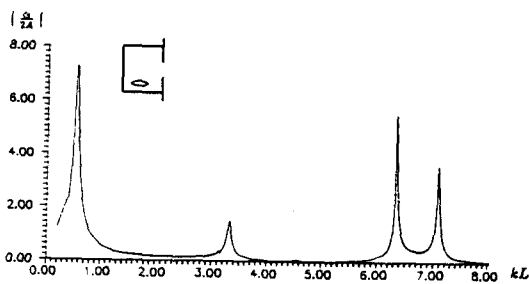


Fig.8 Heave amplitude ratio of a ship in a rectangular harbor ($l_b = 1500m$)

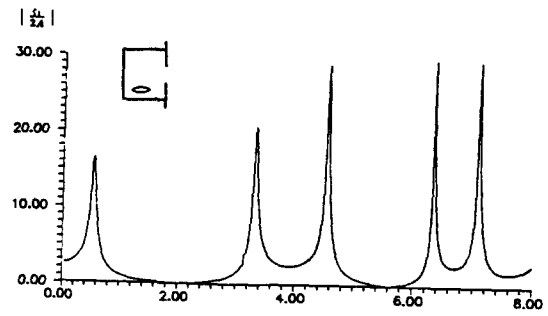


Fig.9 Surge amplitude ratio of a ship in a rectangular harbor ($l_b = 1500m$)

비교하면 선박의 수직운동은 기진력에 비례함을 알 수 있는데, 이는 장파이론 가정에 따라 항만내 선박의 운동응답은 기진력에 의하여 좌우됨을 의미한다.

Fig.9는 선박이 $l_b = 1500m$ 에 위치할 때 전후방향의 운동응답을 보이고 있다. 5개의 고유진동모드에서 큰 전후동요를 보여주고 있으며, 계류삭의 영향을 거의 받지 않는 수직방향의 운동과는 달리 선박에 설치된 계류삭에 의하여 저주파수영역에서 운동응답이 억제되어 작아짐을 보이고 있다. 그러나 본 논문에서 선택한 계류삭에 의한 고유주파수는 고주파수영역에 있으므로 이 영역에서 선박의 전후방향운동은 오히려 커짐을 알 수 있다. 장파이론에서 물입자의 운동은 수평방향성분이 지배적이기 때문에 계류삭을 설치하지 않는 경우에는 저주파수에서의 운동응답은 고주파수에 비하여 상당히 크지만 계류삭을 설치하여 이를 효과적으로 억제할 수 있다. 그러나 전술한 바와 같이 계류삭의 설치로 인하여 고주파수에서 공진이 발생되는 경우에는 오히려 운동응답이 커진다.

5. 결 론

이상의 해석 및 계산결과를 토대로 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 입사파의 주파수와 항만의 고유진동수가 일치하면 항만내 파고가 입사파의 파고보다 몇 배 이상 커지는 항만공진 현상을 확인하였다. 한편 항만내 파도응답은 위치에 따라 많은 차이를 보인다.
- 2) 항만과 같은 제한유체영역에서의 동유체력은 무한 유체영역과는 다른 특징들을 보여준다. 즉, 공진점 부

근에서 부가질량이 갑자기 음의 값으로 변하며 동시에 감쇠력은 극값을 갖는다. 이러한 특이한 현상은 물체주위의 유동장에 공진이 발생하여 다시 물체의 운동에 영향을 주기 때문이다.

3) 항만내 선박의 운동은 공진시 크게 야기됨을 확인할 수 있었고 이로인하여 선박은 주위의 선박이나 안벽에 충돌할 수 있는 가능성을 밝혔다. 또한 선박이 놓여진 위치에 따라 기진력 및 응답의 차이가 있다는 사실을 밝혔다. 이러한 계산결과는 공진시 선박의 운동이 최소가 되는 항만내에서의 위치를 찾을 수 있음을 의미한다.

끝으로 본 연구는 한국학술진흥재단의 1989년도 자유공모과제로 지원받아 수행하였음을 밝히고 상기 재단에 심심한 사의를 표한다.

참 고 문 헌

- [1] Miles, J. & Munk, W., "Harbor Paradox," *J. Waterways and Harbors Div. ASCE*, Aug., pp. 111-130, 1961.
- [2] Lee, J. J., "Wave-induced Oscillations in Harbors of Arbitrary Geometry", *JFM*, Vol. 43, pp. 375-394, 1970.
- [3] Üntüata, Ü. & Mei, C. C., "Effects of Entrance Loss on Harbor Oscillations", *J. Waterways Harbors and Coastal Eng. Div. ASCE*, Vol. 10, pp. 161-180, 1975
- [4] Bowers, E.C., "Harbor Resonance due to Set-down beneath Wave Groups", *JFM*, Vol.79, pp. 71-92, 1977.
- [5] Tuck, E.O., "Ship Motions in Shallow Water", *J Ship Research*, pp. 317-328, 1970.
- [6] Mei, C. C., *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, John Wiley & Sons, 1983.
- [7] 조일형, 항만내 파도응답과 계류선박의 운동해석, 서울대학교 박사학위논문, 1991.
- [8] Greenberg, M.D., *Foundations of Applied Mathematics*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1978.
- [9] Beck, R.F. & Tuck, E.O., "Computation of Shallow Water Ship Motions", *Proc. 9th Symp. Naval Hydrodyn. Office of Naval Research*, pp. 1543-1585, 1972.
- [10] Cho, I. H. & Choi, H.S., "The Ship Motion in a Rectangular Harbor", 10th Ocean Engineering Symposium, pp. 215-222, 1991.