
 論 文

大韓造船學會論文集
 第29卷 第1號 1992年 3月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No. 1, March 1992

접수구조물 진동의 유력탄성해석

정기태*, 김영복*, 강호승*, 노종현*

Hydroelastic Analysis of Structural Vibration in Contact with Fluid

by

K.T.Chung*, Y.B.Kim*, H.S.Kang* and J.H.Roh*

요 약

선박이나 해양구조물과 같은 접수구조물의 진동해석은 구조계와 유체계를 연성시켜 접수면에서의 적합조건을 만족시키는 해를 구하게 된다.

잘 알려진 바와 같이 이러한 유력탄성해석은 구조계는 유한요소법을, 유체계는 경계요소법을 적용하여 두 계를 연성시켜 효과적으로 풀 수 있는데, 이 방법은 부가수질량 행렬의 모든 자유도가 접수면에 완전연성되어 있기 때문에 실용화하기에는 어려움이 있다.

본 논문에서는 이와같은 단점을 보완하기 위해서 재해석방법에 기초한 유체-구조 연성진동 해석방법을 제시하였다. 이 방법은 전통적으로 보거동 진동해석에 사용해 온 2차원 부가수질량과 3차원 수정계수 J 를 이용한 비연성 진동해석 방법과 비교해 볼때, 3차원 수정계수 J 의 고려없이 보거동 진동은 물론 고차진동해석에 좋은 해석 결과를 보여 주었다. 이 방법의 타당성과 계산 효율성을 수치예를 통해 입증하였다.

Abstract

In the vibration analysis of submerged or floating bodies such as ship and offshore structures, the coupled system between structure and fluid satisfying the compatibility conditions on the wetted surface should be considered.

It is well known that the hydroelastic analysis of structural vibration in contact with fluid can be solved by applying the finite element method to structure and the boundary element method to fluid domain. However such an approach is impractical, because fluid added mass matrix is fully coupled on whole wetted

발표 : 1991년도 대한조선학회 춘계연구발표회('91. 4. 13)

접수일자 : 1991년 5월 27일, 재접수일자 : 1991년 8월 12일

* 정회원, (사) 한국선급 기술연구소

surface.

To overcome this shortcoming, an efficient approach based on reanalysis scheme is proposed in this paper. The proposed method can be applied for cases with higher modes lacking 3-D reduction factor J as well as beam-like modes of marine structures. It is well known the traditional method using 2-D added mass and J -factor is good only for beam-like modes with reliable J values. The validity and the calculation efficiency of the proposed method are proved with numerical examples.

1. 서 론

선박이나 해양구조물과 같은 접수구조물의 진동해석은 육상구조물과는 달리 구조의 일부 또는 전부가 물과 접해 있기 때문에 유체-구조 상호작용을 파악해야만 가능해진다. 따라서 유체영역과 구조영역을 각각 독립적인 지배방정식과 경계조건을 갖는 계로 정의하고 접수면에서의 적합조건을 이용하여 두 계를 연성시켜 푸는 것이 가장 합리적이다.

이때 구조계는 유한요소법으로 이상화한 운동방정식에 의해 표현하는 것이 일반적이며, 유체계에는 계의 지배방정식을 표현하는 변수에 따라 구조계의 경우와 같이 유체 변위 및 응력을 변수로 사용하는 Lagrange 해법과 유체 압력이나 유체 속도포텐셜을 변수로 하여 해를 구하는 Euler 해법이 쓰이고 있다[1, 2].

Lagrange 해법의 경우는 구조계의 경우와 같이 유체역 전부를 유한요소로 이상화하기 때문에 그 자유도수가 매우 크게 되는 단점과, 해양과 같은 경우에 해석영역의 경계를 어디에 설정하는가 하는 문제점에 있게 된다[2].

Euler 해법의 경우 지배방정식의 가중적분을 두번 부분적분한 inverse formulation에 기초한 경계요소법을 적용하면 해석자유도가 접수경계면으로 제한되며, 특히 자유표면 및 해저등의 경계조건을 만족하는 Green 함수를 가중함수로 사용함으로써 접수구조표면의 자유도만으로 유체역의 평형방정식을 표현할 수 있기 때문에 매우 경제적이다[2]. 그러나 Lagrange 해법에서는 운동방정식이 인접 자유도만의 연성폭을 갖는 부가수질량 행렬로 표현되는데 비해 Euler 해법에서는 부

가수질량이 접수구조표면에서 모두 연성된다는 단점을 갖게 된다. 따라서 이러한 연성문제를 효율적으로 해결할 수 있다면 유한요소법과 경계요소법을 혼용한 유체-구조 상호작용해석이 더욱 효율적이고 실용적인 방법이 될 수 있을 것이다.

선박과 같은 세장비가 비교적 크고 또 기진 주파수도 비교적 낮은 경우의 접수진동해석에는 임의 단면의 국부적 진동은 발생하지 않는다는 가정아래 전통적으로 단면의 2차원 부가수질량에 주위 유체의 3차원적 유동효과를 고려해 주는 3차원 수정계수 J 를 곱하여 부가수질량을 산정하여 비연성 진동해석을 수행하는 것이 보통이며, J 값은 회전타원체나 주상체 등과 같은 비교적 간단한 수학적 모델에 대해 구한 값을 준용하여 왔다[5, 6, 7, 8].

본 논문에서 유체-구조 상호작용해석을 위한 경계치문제는 참고문헌[2, 3, 4]을 인용하고, Euler 해법에 의한 유체-구조 연성 진동해석에 있어서의 문제점, 즉 부가수질량의 과다자유도 연성문제를 극복하기 위해서 재해석 방법을 원용한 효율적인 방법을 제시하였다. 일련의 수치 계산예를 통하여 접수구조물의 전통적 유체-구조 비연성 진동해석 결과와 비교함으로써 본 방법의 타당성과 효율성을 검증하였다.

본 논문에서 제시한 방법은 보거동 진동 일지라도 J 값의 적절한 자료가 없는 경우는 물론이려니와 보거동을 벗어난 고차 접수진동해석에 효율적으로 합당하게 적용될 수 있다.

2. 접수구조물의 진동해석

2.1 유체-구조 연성해석

유체-구조 상호작용을 나타내는 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M^* \ddot{X} + C \dot{X} + KX = F^* + F^i \quad (2.1)$$

여기서 M, C, K는 구조계의 질량, 감쇠 및 강성 행렬을 나타내며, F*와 Fⁱ는 각각 순수외력과 유체-구조 상호작용에 의해 접수구조면에 작용하는 힘을 나타낸다. 유체-구조 상호작용해석은 Fⁱ를 구하는 문제라 할 수 있는데, 수십 Hz미만의 접수구조 진동의 경우 유체는 비점성 이상유체로 취급할 수 있다. 이 경우 구조 접수면에서 접선방향의 힘이 무시될 수 있기 때문에 Fⁱ를 접수면 S_i에서의 압력 P와 단위 수직벡터 n을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F^i = - \int_{S_i} N^T \bar{n} P dS \quad (2.2)$$

여기서 N은 임의 요소에서의 압력을 근사시키기 위한 형상함수이며, P는 구조계와 유체계의 연성해로 구한 압력벡터를 나타낸다. 압력 P를 구하는 방법에는 유체역에서의 미지 변수에 따라 Lagrange 해법과 Euler해법이 있으며, Euler해법에는 다시 weak formulation에 근거한 유한요소 해석법과 inverse formulation에 근거한 경계요소법이 있다. 본 논문에서는 서론에서 설명한 바와 같이 경계요소법에 의한 유체역 해석결과를 이용한 접수구조 진동해석 방법에 대해 설명한다. 참고문헌 [2]에서 경계요소법에 의해 구한 압력 P를 식 (2.2)에 대입하면

$$F^i = - M^i \ddot{X} \quad (2.3)$$

와 같이 구해지며, 이때 Mⁱ를 부가수질량 행렬이라 부른다. 이 행렬은 형상함수 N과 유체역에서의 지배방정식 Laplace 방정식과 자유표면 및 해저 등의 경계조건을 만족시키는 해인 Green 함수가 서로 상이하어 비대칭이 되며, 이 Green함수의 특성에 의해 접수면에 완전 연성인 행렬이 된다. 그러나 참고문헌 [2]에서 지적한 바와 같이 비대칭성은 매우 미약하며 에너지 보존관계를 이용하여 대칭화시킬 수 있다. 이제 식 (2.3)을 식 (2.1)에 대입하면 유체-구조 연성해석을 위한 운동방정식

은 다음과 같이 된다.

$$(M_{ij}^* + M_{ij}^i) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_j^* \quad (i, j=1, \dots, n) \quad (2.4)$$

여기에서 n은 구조의 자유도를 나타낸다. 이 식은 부가수질량행렬이 접수구조표면의 전 자유도에 연성되어 있기 때문에 기존의 범용구조해석 프로그램을 이용할 경우 연성폭이 너무 커서 비경제적이고 선박구조와 같은 거대한 모델에 대해서 적용하기는 현실적으로 불가능하다. 따라서 부록에 설명한 재해석방법을 적용하기 위해 식 (A.3)에

$$\begin{aligned} M_{ij} &= M_{ij}^* \\ \delta M_{ij} &= M_{ij}^i \end{aligned} \quad (i, j=1, \dots, n) \quad (2.5)$$

을 대입하면 부록에 설명한 재해석방법으로 정확한 해를 구할 수 있게 된다. 즉, 비접수 구조물에 대한 n_i 개의 진동수 ω와 모드함수 φ를 이용하여 모드운동방정식을 구하면

$$(I_{kk} + \phi_{kk} M_{ij}^i \phi_{jk}) \ddot{z}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{z}_k + \omega_k^2 z_k = \phi_{kk} F_i \quad (i, j=1, \dots, n; k=1, \dots, n_i) \quad (2.6)$$

와 같이 되고, 이식은 식(A.4)와 같다. 선박의 경우 구조감쇠비가 극히 작아 고유진동 특성에 미치는 영향은 무시될 수 있으며 따라서 식 (2.6)에서 외력항을 생략한 후 고유진동 해석결과로부터 접수구조물의 진동수 ω'가 구해지고, 다시 식(A.5)를 이용하여 모드행렬 φ를 구할 수 있다. 이 방법을 여기서는 연성 재해석방법이라 칭한다.

2.2 유체-구조 비연성해석

세장비가 큰 선박과 같은 접수구조물의 임의 단면에 대한 2차원 부가수질량을 m^{2D}라 하면 이는 Lewis의 사상함수 [3], Frank의 close-fit-method [4] 및 경계요소법 [2]등을 이용해 구할 수 있다. 각 단면의 m^{2D}를 접수표면에 분포시키면 부가수 질량행렬 Mⁱ가 구해진다. 즉,

$$\begin{aligned} M_{ii}^i &= m^{2D} \quad (\text{접수표면}) \quad (i=1, \dots, n) \\ &= 0 \quad (\text{비접수표면}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

결국 M' 는 선박 전체가 2차원 거동, 즉 강체운동을 하는 것으로 가정한 결과가 되며 실제 구조가 진동하게 되면 3차원 유체 흐름의 영향으로 M' 는 감소하게 된다. 이 영향을 선박진동학에서는 선박과 동일한 세장비를 갖는 주상체나 타원체에 대해 이론적으로 구한 3차원 수정계수 J 로서 나타내어 준다. 즉, 임의의 k 번째 진동모드에 대한 부가수질량 행렬은

$$M_{ii}^{fk} = M_{ii}^s \cdot J_k \quad (k=1, 2, \dots, n_f) \quad (2.8)$$

와 같이 구해진다. 이제 접수구조계 진동의 운동방정식은

$$(M_{ij}^s + M_{ij}^{fk}) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i \quad (2.9)$$

$$(i, j=1, \dots, n; k=1, \dots, n_f)$$

와 같이 된다. 이 운동방정식은 매 진동모드마다 해를 구해 주어야 함을 알 수 있다. 그러나 이것은 계산시간이 방대하여 비현실적이다. 또한 n_f 개의 진동모드는 서로 직교성이 유지될 수 없다. 따라서 전통적으로 사용되고 있는 기준차수방법과 효율적인 재해석방법을 아래에서 설명하고자 한다

(1) 기준차수방법

이제 n_f 모드중 임의의 기준차수에 대해 식(2.9)를 다시 쓰면

$$(M_{ij}^s + M_{ij}^f J_{ref}) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i \quad (2.10)$$

와 같게 되며 이 식의 해로부터 구한 고유진동수 벡터와 모드함수를 각각 ω^{ref} 및 ϕ^{ref} 라 하면

$$\omega_j = \sqrt{\frac{M_{ss} + M_{ff} J_{ref}}{M_{ss} + M_{ff} J_j}} \omega_j^{ref} \quad (2.11)$$

$$\phi_{ij} = \phi_{ij}^{ref} \quad (i=1, \dots, n; j=1, \dots, n_f) \quad (2.12)$$

$$M_s = \sum_i M_{ii}^s \quad (2.13)$$

$$M_f = \sum_i M_{ii}^f$$

와 같이 근사해를 구할 수 있다. 식(2.12)에서 보

듯이 부가수질량의 진동차수에 따른 변화의 영향이 진동모드에 미치는 영향은 없는 것으로 가정되어 있음을 알 수 있다.

(2) 재해석방법

기준차수방법의 단점을 보완하기 위해 각 모드별 3차원 수정계수를 원하는 모드 개수 만큼 구하고 이를 재해석방법에 적용하여 진동해석을 수행하면, 모드별로 수정된 3차원 부가수질량을 동시에 고려해 줄 수 있는 경제적이고도 보다 정확한 해를 구할 수 있게 된다. 각 모드별 3차원 수정계수 J 를 대각선 행렬로 나타내면

$$J_{kk} = J_k \quad (k=1, \dots, n_f) \quad (2.14)$$

와 같이 쓸 수 있다. 또한 재해석방법을 이용하기 위해 부록의 식 (A.3)에

$$M_{ij} = M_{ij}^s \quad \delta M_{ij} = M_{ij}^f \quad (2.15)$$

를 대입하면 접수구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$(M_{ij}^s + M_{ij}^f) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i \quad (2.16)$$

$$(i, j=1, \dots, n)$$

여기서 주의할 것은 이 식은 M^f 가 2차원 부가수질량으로 부터 구한 식이란 점이다.

이제 비접수구조물에 대해 미리 구한 진동수와 모드행렬을 ω 와 ϕ 라 하고 $X_i = \phi_{ik} z_k$ 를 대입하고 ϕ^T 를 전승해주면

$$(I_{kk} + \phi_{ik} M_{ii}^f \phi_{ik}) \ddot{z}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{z}_k + \omega_k^2 z_k = \phi_{ik} F_i \quad (2.17)$$

$$(i=1, \dots, n; k=1, \dots, n_f)$$

와 같이 된다. 여기서 질량의 두번째 항은 실제로 k 번째 모드에 해당하는 모드 부가수질량 행렬이어야 하므로 다음과 같이 바꿔 주어야 한다.

$$(I_{kk} + \phi_{ik} M_{ii}^f \phi_{ik} J_{kk}) \ddot{z}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{z}_k + \omega_k^2 z_k = \phi_{ik} F_i \quad (2.18)$$

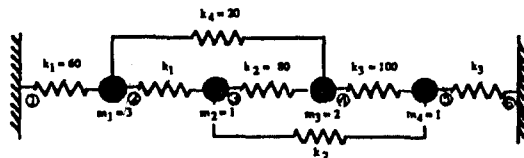
$$(i=1, \dots, n; k=1, \dots, n_f)$$

이 식으로 부터 재해석방법을 이용하면 접수구조의 ω' 와 ϕ' 를 구할 수 있다. 이 방법은 각각의 모드에 해당하는 부가수질량을 고려해 주기 때문에 기존의 기준차수방법에 비해 연직모드와 수평-비틀 모드를 분리하여 해석할 필요가 없고 각 모드간의 직교성이 유지되는 모드행렬을 구할 수 있어 훨씬 더 효율적이다[10].

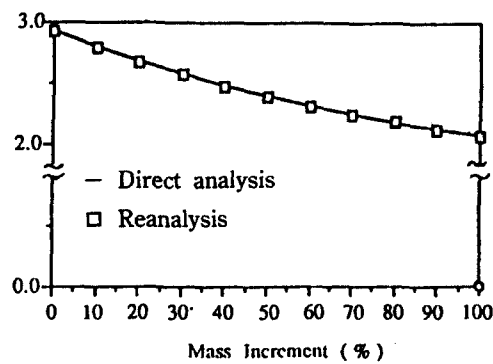
3. 적용 예 및 고찰

3.1 재해석방법의 정확도 및 접수구조계에 대한 적용가능성 검토

첫째, 부록에서 설명한 재해석방법의 정확도 및 효율성을 검증하기 위하여 Fig. 3.1(a)와 같은 4 자유도의 집중질량-스프링계에 대해 고유진동해석을 수행하였다. 즉 δM 을 원래계 질량의 10%에서 100%까지 증가시켜 가며 다음의 두가지 방법에 의해 고유진동수를 구하고 이중 4차 고유진동수를 Fig. 3.1(b)에 제시하였다.



(a) Modelling



(b) Mass increment vs. natural frequency of the 4th mode

Fig. 3.1 Spring-mass system

- ① $M=M_0+\delta M$ 인 전체 질량행렬 M 을 이용한 직접해석방법
- ② 재해석방법

이 결과로 부터 재해석방법에 의한 해는 직접 해석방법에 의한 해와 정확히 일치함을 알 수 있다.

둘째, 재해석방법의 접수구조계에 대한 적용가능성을 검토하였다. 접수구조계의 부가수질량 행렬은 경계적분법을 이용할 경우에 완전 연성행렬이 되며 그 크기가 원 구조 질량 보다 크거나 같은 정도의 양이므로 위 스프링 지지구조계의 질량행렬에 다음과 같은 연성 질량행렬을 추가하여 고유진동해석을 수행하였다.

$$\delta M = \begin{bmatrix} 2.0 & -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 2.0 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 2.0 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & -0.5 & 2.0 \end{bmatrix}$$

Table 3.1에 각 해석방법에 의한 고유진동수를 비교하였으며 이 해석결과로 부터 재해석방법에 의한 해는 연성질량행렬이 추가된 경우에도 직접 해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 3.1 Comparison of natural frequencies by various analysis methods

Mode	Original Structure	Modified Structure	
		Direct Analysis	Reanalysis
1	0.69766	0.61305	0.61305
2	1.25165	0.87372	0.87372
3	2.39007	1.40254	1.40254
4	2.93504	1.60264	1.60264

3.2 반잠수 주상체에 대한 적용

본 논문에서 제시한 접수구조물 진동해석의 예로서 Fig. 3.2에서 보인 반 잠수주상체에 대하여 진동해석을 수행하였다. 이 모델은 길이(L), 지름(d) 및 두께(t)가 각각 18m, 2m 및 0.001m인 shell 구조이며 재료의 인장탄성계수(E), 구조재료밀도(ρ)는 $2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 과 236950 kg/m^3 이고 주위 유체 밀도는 1000 kg/m^3 이다. Fig. 3.2에서 보는 바와 같이 주상체의곽은 36개의 6절점 shell요소로

이상화하였고 주상체 각 단면에는 8 절점 막요소가 외곽절점을 연결하고 있다. 이러한 접수구조물에 대한 고유진동해석을 다음과 같은 세 방법에 의해 수행하였다.

- ① 비연성 기준차수방법
- ② 비연성 재해석방법
- ③ 연성 재해석방법

Table 3.2에 각 해석방법에 따른 고유진동수 및 VAX 6210에서의 CPU time을 비교하였다. 진동모드는 질량변화에 그리 민감하지 않고 서로 거의 유사하기 때문에 ③에 의한 반잠수체의 대표적 진동모드만을 Fig. 3.2에 실었다. 여기서 V는 연직모드는, H는 수평모드, T는 비틀모드, L은 종모드이며 첨자는 진동절수를 나타낸다.

①과 ②방법을 적용할 경우에는 V모드와 H모드에 대한 3차원 수정계수 J의 정확도에 따라 해가 좌우되는데 본 논문에서는 참고문헌 [5, 6]에서 반 잠수주상체에 대해 Kumai가 이론적으로 구한 J값을 사용하였다. 단, 비연성 기준차수방법의 경우 4절 연직모드를 기준차수로 적용하였다. T모드의 경우에는 H모드 부가수질량 중심과 구조 전단중심의 차이에 의해 부가수질량 관성모멘트가 결정되므로 3차원 수정계수 J는 해당절의 J_{II} 를 고려하여 주었다.

Kumai의 모델은 이론해석적 보 모델인 반면 본 예제의 모델은 shell 구조로서 진동모드상의 차이는 생길 수 있다. 또한 본 예제의 경우 유체-구조 연성효과가 모델링 정도의 함수로서 주어진다라는 점이 Kumai의 경우와 다르다는 것을 지적할 수 있다.

연성 재해석 결과와 비교해 볼때 해석방법 및 진동모드에 따른 고유진동수의 백분율 차이는 다음과 같다.

	연직 모드	수평 모드	비틀 모드
비연성 기준차수방법	4.3-8.7	0.2-1.2	0
비연성 재해석방법	2.3-6.0	1.4-3.0	0

이 결과로 부터 해석방법에 상관없이 연직모드가 가장 큰 진동수 차이를 보이며 수평, 비틀모드와

Table 3.2 Comparison of analysis results for floating structure (Hz)

Mode	Frequency		in water	
	in air	f_{2D}^{Ret}	f_{2D}^{Ret}	f_{3D}^{Rea}
H ₂	7.39	6.604	6.727	6.524
V ₂	7.39	5.964	5.848	5.718
T ₁	15.88	15.88	15.88	15.88
V ₃	17.93	15.24	15.27	14.40
H ₃	17.93	16.09	16.27	16.05
L ₁	25.70	—	—	23.24
H ₄	30.56	27.61	27.93	27.52
V ₄	30.56	26.81	26.67	25.51
T ₂	31.25	31.25	31.25	31.25
V ₅	43.67	38.63	37.62	35.54
H ₅	43.67	39.59	40.00	39.35
local(1)	45.40	—	—	43.36
T ₃	45.61	45.61	45.61	45.61
local(2)	45.67	—	—	43.54
local(3)	49.80	—	—	46.24
local(4)	49.81	—	—	47.27
L ₂	50.16	—	—	46.67
local(5)	51.31	—	—	47.75
local(6)	51.96	—	—	47.93
CPU time (sec)	840.76	903.87	937.74	895.05

- f_{air} : Natural frequencies in air
- f_{2D}^{Ret} : Natural frequencies by uncoupled reference mode analysis using 2-D fluid added mass and Kumai's J factor
- f_{2D}^{Rea} : Natural frequencies by uncoupled reanalysis using 2-D fluid added mass and Kumai's J factor
- f_{3D}^{Rea} : Natural frequencies by coupled reanalysis
- V_n : Vertical mode of n nodes
- H_n : Horizontal mode of n nodes
- T_n : Torsional mode of n nodes
- L_n : Longitudinal mode of n nodes
- : J-value not available

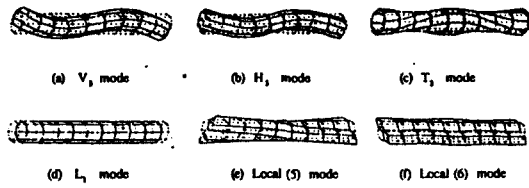


Fig. 3.2 Some examples of the mode shape of floating cylindrical shell obtained by coupled reanalysis

종모드는 대동소이한 결과를 보여 준다. 비틀림모드의 결과가 정확히 일치하는 이유는 본 예제 모델의 접수단면이 반원이기 때문에 이론적으로 수평-비틀 연성효과가 없기 때문이다. 연직모드의 오차가 큰 이유는 Kumai의 이론해 모델과 본 예제모델의 차이와 유체-구조 연성해석과 비연성해석의 근본적인 차이에 기인하는 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 논문에서 제시한 유체-구조 연성해석방법의 타당성을 검증하기 위해 질량-스프링계에 대한 고유진동해석을 수행한 결과 재해석방법이 유체-구조 연성해석에 효과적으로 응용될 수 있음이 입증되었다.

반잠수 주상체에 대한 해석결과로부터 전통적으로 이용되고 있는 기준차수방법은 수직모드 및 수평-비틀 연성모드와 같이 서로 독립적인 모드에 대해서는 각각 진동해석을 수행해 주어야 하는 단점이 발견되었다. 이 단점을 보완하여 각 모드의 3차원 수정계수행렬을 이용한 재해석방법을 도입하면 전체 진동모드를 동시에 구할 수 있으나 이 방법도 실제 선체진동의 경우에는 3차원 수정계수 J가 구해져 있는 저차 보 거동 진동에 한해서만 적용 가능하였다.

이와 비교하여 본 논문에서 제시한 유체-구조 연성해석방법은 보 진동모드는 물론 3차원 수정계수 J가 구해져 있지 않은 고차진동모드의 해석에도 매우 효과적으로 적용될 수 있으며, 해석시간면에서도 종래의 방법과 대동소이한 계산시간이 소요되는 매우 경제적 방법임이 입증되었다.

大韓造船學會論文集 第29卷 1號 1992年 3月

참 고 문 헌

- [1] Zienkiewicz, O.C. and Bettles, P., "Fluid-Structure Dynamic Interaction and Wave Forces, An Introduction to Numerical Treatment", *Numerical Methods in Engineering*, Vol.13, pp. 1-16, 1978.
- [2] Chung, K.T., "On the Vibration of the Floating Elastic Body Using Boundary Integral Method in Combination with Finite Element Method", *SNAK*, Vol.24, No.4, 1987.
- [3] Lewis, F.M., "The Inertia of the Water Surrounding a Vibration Ship", *Transactions of Society of Naval Architects and Marine Engineers*, Vol. 37, 1929.
- [4] Frank, W., "On the Oscillation in or below the Free Surface of Deep Fluids", Report 2375, *NSRDC*, Washington, DC., 1967.
- [5] Kumai, T., "On the Three-dimensional Correction Factor for the Vertical Inertia Coefficient in the Vertical Vibration of Ships(1st Report, J-Value of elliptical cylinder)", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 112, 1962.
- [6] Kumai, T., "Some Correction Factors for Virtual Inertia Coefficient on the Horizontal Vibration of a Ship", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 108, 1960.
- [7] Kim, K.C., "A Note on the Three-dimensional Correction Factor for the Virtual Inertia Coefficient of Ships in Vertical Vibrations", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 12, 1975.
- [8] Kim, K.C., "Three-dimensional Correction Factors for the Added Mass in the Horizontal Vibration of Ships", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 11, 1974.
- [9] Leibowitz, R.C. and Kennard, E.H., Ph.-D., "Theory of Freely Vibrating Nonuniform Beams, Including Methods of Solution and Application to Ships", Report 1317 S-F13 11

01, May 1961.

- [10] Hakala, M.K. and Matusiak, J., "A Practical Approach for the Estimation and Verification of Ship Vibration Response", The 2nd Inte. Sym, on Practical Design in Shipbuilding, PRADS 83, Tokyo & Seoul, 1983.
- [11] Wang, B.P., "Reanalysis of Structural Dynamic Models", AMD-Vol. 76, ASME, 1986.
- [12] Haug, E.J., Choi, K.K. and Komkov, V., "Design Sensitivity Analysis of Structural Systems", Academic Press, 1986.

부 록

• 구조계의 동특성 재해석 방법

A. 직접재해석방법

유한요소법에 의해 이상화한 임의 구조물에 대한 운동방정식은

$$M_{ij}\ddot{X}_j + C_{ij}\dot{X}_j + K_{ij}X_j = F_i \tag{A.1}$$

(i, j=1, ..., n)

와 같이 표현되며, 여기서 M,C,K 는 각각 구조의 질량, 감쇠 및 강성행렬을 나타내고, F는 외력벡터를 나타내며, n은 구조의 자유도를 나타낸다. 이 방정식에 대해 비감쇠계를 가정해 구한 진동수벡터와 정규화모드행렬(normalized modal matrix)을 각각 ω 및 ϕ 라고 하면 구조의 변위벡터는 일반좌표계 벡터 z를 이용하여 근사적으로

$$X_j = \phi_k z_k \quad (j=1, \dots, n; k=1, \dots, n_r) \tag{A.2}$$

와 같이 표현되며, 여기서 n_r 는 구하고자 하는 모드수를 나타낸다. 이제 원구조계(original structure

system)에 $\delta M, \delta C$ 나 δK 와 같은 구조변경이 있다면 이때의 운동방정식은

$$(M_{ij} + \delta M_{ij}) \ddot{X}_j + (C_{ij} + \delta C_{ij}) \dot{X}_j + (K_{ij} + \delta K_{ij}) X_j = F_i \tag{A.3}$$

와 같이 된다. 이 식에 식(A.2)를 대입하고 ϕ^T 를 전승해주면

$$m_k \ddot{z}_k + c_k \dot{z}_k + k_k z_k = f_k \tag{A.4}$$

여기에서

$$\begin{aligned} m_k &= I_{ii} + \phi_{ij} \delta M_{ij} \phi_{jk} \\ c_k &= 2\zeta_{ij} \omega_{ij} + \phi_{ij} \delta C_{ij} \phi_{jk} \quad (\text{단, } \phi_{ij} C_{ij} \phi_{ji} = 2\zeta_{ij} \omega_{ij}) \\ k_k &= \omega_{ij}^2 + \phi_{ij} \delta M_{ij} \phi_{jk} \\ \zeta_k &= k\text{-차 임계 감쇠비(modal damping ratio)} \end{aligned}$$

(i, k=1, ..., n_r ; ij=1, ..., n)

가 되며 식(A.4)의 고유치를 구하기 위해 일반좌표계 z를 다시 변경된 구조의 일반좌표계 z'로 변화시키면 다음과 같다.

$$z_k = U_{kp} z'_p \quad (k,p=1, \dots, n_r) \tag{A.5}$$

이를 식(A.4)에 대입하여 변경된 구조계의 진동수 ω' 와 모드행렬 U를 구할 수 있다. 식(A.5)를 식(A.2)에 대입하면 구조의 모드행렬 ϕ 는 다음과 같이 구해진다[11].

$$X_j = \phi_k U_{kp} z'_p = \phi'_p z'_p \tag{A.6}$$

(j=1, ..., n)

이상에서 변화된 구조계에 대한 ϕ' 와 ω' 는 근사치가 아닌 정확한 해로서 구해진다.