
 論 文

大韓造船學會論文集
 第29卷 第1號 1992年 3月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol.29, No. 1, March 1992

불규칙 해상에서 선체의 비선형 횡요운동에 대한 FPK 방정식의 응용

권순홍*, 정정환*, 이태일*

Application of FPK Equation for Nonlinear Ship Rolling in Irregular Seas

by

Sun Hong Kwon*, Jung Han Chung* and Tae Il Lee**

요 약

본 연구에서는 파에 의한 선체의 횡요 운동에 대한 예측의 문제를 다루었다. 설계시 필요한 횡요 운동의 확률 밀도 함수를 구하기 위하여 FRK방정식을 이용하였다. FRK방정식의 해는 평균화 과정을 통하여 근사적으로 구하였다. 이 근사해를 Dalzell[4]의 Simulation과 Roberts[14]의 계산 결과와 비교하여 그 정확도를 검토하여 보았다.

Abstract

The method presented in this paper predicts the rolling motion of ships due to wave action. The Fokker-Planck-Kolmogorov(FPK) method is adopted to evaluate the probability density function of the rolling motion which is of vital importance for design purposes. The approximate solution of the FPK equation is obtained through averaging procedure.

The accuracy of the proposed method is demonstrated by comparing with Dalzell's simulation and those from Roberts method as well.

발표 : 1990년도 대한조선학회 추계연구발표회('90. 11. 10)

접수일자 : 1991년 1월 4일 재접수일자 : 1991년 9월 16일

* 정희원, 부산대학교 조선공학과

** 정희원, 현대선박해양연구소

大韓造船學會論文集 第29卷 1號 1992年 3月

1. 서 언

조선공학에 있어서 파에 의한 선체의 횡요운동에 대한 예측의 문제는 매우 비중있는 문제중의 하나이다. 이는 대부분의 선체에 횡요운동의 고유진동수는 파의 에너지가 현저한 곳에서의 진동수의 크기와 매우 밀접한 관계가 있기 때문이다. 이때의 유체동력학적 감쇠운동은 횡요운동과 비교해 볼때 상대적으로 작기 때문에, 선체가 횡요운동시 공진을 일으키고 심지어 전복되더라도, 큰 영향을 주지못한다[14].

일반적으로 횡요운동은 또 다른 운동성분인 sway, yaw 같은 운동과 중첩되기도 하는데 이를 함께 고려할 경우 이론적으로 매우 복잡해진다. 그러나 unidirectional beam wave를 조우하는 선체의 속도가 매우 느리거나 '0'인 경우에는 횡요운동이 상대적으로 매우 큰 비중을 차지하고 있기 때문에 다른 운동 성분과 중첩되지 않는다고 볼 수 있다. 이러한 문제 해석에 Froude[7]등 많은 연구자들이 선체의 관성, 감쇠, 유체동력학적 복원 모멘트 등의 영향을 포함한 동력학적 문제를 미분방정식을 풀어서 횡요운동의 응답을 계산하였다. 또 최근의 불규칙 진동 문제에 대해 선형 개념을 기초로 한 Caughey[1]와 횡요운동에 대한 Hasselman[10]의 연구에서는 횡요각의 평균 자승(mean square)과 응답 스펙트럼에 대한 비선형성의 영향과 같은 횡요운동의 응답에 대한 제한된 정보만을 제공하고 있기 때문에 설계시 중요한 횡요 각의 확률분포에 대한 정보 즉, 횡요 각의 확률밀도함수를 구해주지 못하고 있다.

따라서 본 논문에서는 FPK 방정식[12]을 이용하여 횡요 각의 확률분포를 구하고자 한다. 조선공학 분야에 있어서는 Haddara[9]가 이 방정식을 선체 횡요운동을 문제에 처음으로 사용했다. 그 후 Roberts[13, 14]는 고차 FPK 방정식을 이용, 선체의 횡요운동과 계류부유체의 장주기운동을 다루었다. FPK 방정식을 이용하여 선체의 횡요운동을 예측하는데 있어서 Roberts[11]는 정상적이고 광대역 랜덤기진력을 가지는 1 자유도계의 비선형 응답에 대한 문제를 푸는데 있어서 FPK방

정식을 이용, 평균화 작업을 통하여 근사적이고 실제적인 해를 구하였다.

본 연구에서는 먼저 FPK 방정식에 대해서 고찰하고 또 FPK 방정식의 해를 구하는데 있어서는 Hennig와 Roberts[11]에 의한 평균화 방법을 실제 횡요 각의 확률밀도함수를 구하는데 적용하였다. 그리고 그 결과를 Dalzell[4]의 simulation과 Roberts[14]의 계산 결과와 비교하여 그 유용성을 검토하여 보았다.

2. FPK 방정식의 근사해

FPK 방정식에 대한 자세한 수학적인 설명은 참고문헌[12]을 이용하기 바라며 본 논문에서는 생략하기로 한다.

FPK 방정식의 해는 엄밀해와 근사해로 나누어 생각 할 수 있다. 엄밀해는 비정상 엄밀해와 정상 엄밀해가 있지만 특수한 경우에만 구할 수 있다. Roberts[14]는 운동방정식의 총 에너지 포락선을 도입하여 이 과정이 정상 임을 이용하여 감쇠 함수를 주기 T에 대한 평균을 취함으로써 FPK 방정식의 해를 구하였다.

본 논문에서는 Hennig[11]의 확산방정식에 의한 방법을 선체의 횡요운동의 확률밀도함수를 구하는데 적용하여 FPK 방정식의 해를 평균화 과정을 통하여 횡요운동의 근사적인 확률밀도함수를 구하고 Roberts[14]의 계산 결과와 Dalzell[4]의 Simulation 결과와 비교해 보도록 하겠다.

2.1 운동방정식

1 자유도계의 선체의 비선형 운동방정식을 생각하면

$$m\ddot{\Phi} + \beta F(\dot{\Phi}) + G(\Phi) = X(t) \quad (2.1)$$

- Φ : 횡요각
- $F(\dot{\Phi})$: 임의의 비선형 감쇠 모멘트
- $G(\Phi)$: 임의의 비선형 복원 모멘트
- $X(t)$: 횡요 기진 모멘트
- β : 척도 매개 변수

이 계의 Lagrange 함수는

$$L(\Phi, \dot{\Phi}) = \frac{m\dot{\Phi}^2}{2} - U(\Phi) \quad (2.2)$$

여기서

$$U(\Phi) = \int_0^\Phi G(\xi) d\xi$$

즉 Lagrange 함수는 운동에너지와 포텐셜에너지의 차를 나타내고 있다. (2.1)식의 운동방정식을 $L(\Phi, \dot{\Phi})$ 항으로 나타내면,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \Phi} \right) = X(t) - \beta F(\dot{\Phi})$$

$Q(t) = X(t) - \beta F(\dot{\Phi})$ 라면

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \Phi} \right) = Q(t) \quad (2.3)$$

여기서 위의 2차 방정식을 계의 Hamilton 함수 H 를 포함하는 1차 방정식으로 변환하는 것이 편리하다[11]

canonical variable W [8]를 도입하여

$$W = \frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} = m\dot{\Phi} \quad (2.4)$$

또한 Hamilton 함수 $H(W, \Phi)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$H = W\dot{\Phi} - L \quad (2.5)$$

(2.2), (2.4), (2.5) 식에서

$$H = \frac{1}{2} W^2 + U(\Phi)$$

또는

$$H = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + U(\Phi) \quad (2.6)$$

즉 $H(W, \Phi)$ 는 운동에너지와 포텐셜에너지의 합인 총에너지임을 알 수 있다. 따라서 운동방정식은 다음과 같이 Φ, W 와 H 의 항으로 나타낼 수 있다[11].

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial H}{\partial W} \quad (2.7)$$

$$\dot{W} = -\frac{\partial H}{\partial \Phi} + Q \quad (2.8)$$

$$Q = X(t) - \beta F\left(\frac{\partial H}{\partial W}\right)$$

만약 $Q=0$ 이라면 (2.7), (2.8)식은 보존계에 있

어서 Hamilton의 canonical 방정식임을 알 수 있다 [8].

2.2 정상해

$X(t)$ 를 광대역, 정상 랜덤 과정이고 그 평균이 0이라고면 이는 이상적인 백색잡음으로 모형화 될 수 있고 따라서 $X(t)$ 의 상관 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W(\tau) = E\{X(t) X(t+\tau)\} = I\delta(\tau)$$

I : 랜덤 과정의 세기

$\delta(\tau)$: Dirac delta 함수

이러한 백색잡음으로서의 이상화로 부터 (2.7), (2.8)식에 의한 결합응답과정 (Φ, W) 는 천이밀도 함수 $p(\phi, W; t | \phi_0, W_0)$ 를 가지는 2차원의 연속 Markov과정이라 할 수 있다.

$p(\phi, W; t | \phi_0, W_0) d\phi dw$ 는 초기값 $\Phi(0) = \phi_0, W(0) = W_0$ 를 가지는 시간 t 에서 중심이 ϕ, W 인 미소요소 $dy dw$ 에 대한 결합과정의 확률로 정의된다. (2.7), (2.8) 식에서 (Φ, W) 에 대한 천이 밀도함수를 지배하는 FPK 방정식은 다음과 같다 [16].

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left[-\frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial H}{\partial W} p \right) + \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{\partial H}{\partial \phi} p \right) + \frac{\partial}{\partial W} \left\{ \beta F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) p \right\} + \frac{I}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial W^2} \right] \quad (2.9)$$

여기서 FPK 방정식의 정상해를 생각하면

$$p(\phi, w) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(\phi, w; t | \phi_0, W_0)$$

이는 시간 t 와 초기조건에 대해서 결합밀도함수는 독립적임을 나타내주고 있다. 따라서, (2.9) 식에서 $\partial p / \partial t = 0$ 로 놓으면 정상 결합밀도함수 $p(\Phi, W)$ 를 지배하는 방정식은 [2]

$$\left[-\frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial H}{\partial W} p \right) + \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{\partial H}{\partial \phi} p \right) + \frac{\partial}{\partial W} \left\{ \beta F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) p \right\} + \frac{I}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial W^2} \right] = 0 \quad (2.10)$$

(2.10)식의 [] 안에 있는 항은 계가 보존적일 때 즉, 계의 방정식에서 백색잡음 기진력과 감쇠

력이 없을 때 소거된다. 따라서 이 항들은 $P(\phi, w)$ 가 H 만의 함수일 때 소거될 수 있다. 즉,

$$p(\phi, w) = p(H) \tag{2.11}$$

(2.11)식을 (2.10)식에 대입하고 (2.10)식의 2항을 소거하면 (2.10)식은

$$\frac{\partial}{\partial W} \left\{ \beta F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) P(H) \right\} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P(H)}{\partial W^2} = 0 \tag{2.12}$$

w 에 관하여 적분하여 $p(H)$ 와 그 미분이 무한대에서 0이 되는 경계조건을 생각하면 (2.12)식은 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\beta F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) p(H) + \frac{1}{2} \frac{d p(H)}{d H} \frac{\partial H}{\partial W} = 0 \tag{2.13}$$

이때,

$$F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) = f(H) \frac{\partial H}{\partial W} = f(H) \Phi \tag{2.14}$$

으로 표현할 수 있다고 가정하면, FPK 방정식의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p(H) = p(\phi, w) = C \exp \left\{ -\frac{2\beta}{I} \int_0^H f(\xi) d(\xi) \right\} \tag{2.15}$$

이때 C 는 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\phi, w) dy dw = 1$ 을 만족하는 상수이다.

이 엄밀해는 Caughey가 먼저 구하였다[3].

2.3 근사해

비선형 감쇠에 있어서 (2.14)식의 경우 이외에 2차원 FPK 방정식의 일반적인 정상엄밀해는 아직 구해지지 않고 있다[6]. 보다 일반적인 경우에 대한 근사해를 구하는 것은 자유, 비감쇠 진동의 주기에 대응하는 시간에 걸쳐서 적당한 평균치를 구하는 것이다. 이 주기는 (2.6)식으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$T(H) = \int_0^b \frac{m d\Phi}{\sqrt{2m(H-U(\Phi))}} \tag{2.16}$$

여기서 최대 횡요각은 b 는 $U(b) = H$

이와 같이, 일반적으로는 $T(H)$ 는 에너지 H 의 함수임을 알 수 있다. 평균화 과정으로 해를 구하는데 있어서 H 는 주기 $T(H)$ 동안에 일정하다고 가정한다. 이는 응답이 정상적이고 감쇠력이 작을 때 즉, β 가 작은 조건에서는 상당히 효과적인 근사해를 준다[11]. Henning[11]에 의한 3가지의 근사해를 정리하면 다음과 같다.

1) 방법1: $\partial H / \partial W$, $F(\partial H / \partial W)$ 의 평균화 (2.7)식과 (2.17)식에서

$$\frac{\partial H}{\partial W} = \frac{1}{m} \sqrt{2m[H-U(\Phi)]} \tag{2.17}$$

그리고

$$F \left(\frac{\partial H}{\partial W} \right) = F \left(\frac{1}{m} \sqrt{2m[H-U(\Phi)]} \right) \tag{2.18}$$

(2.17), (2.18)식은 (2.13)식의 항들을 나타내는 것이며, 이들을 각각 평균하여 $G_1(H)$, $F_1(H)$ 로 표시하면

$$G_1(H) = \frac{1}{T(H)} \int_0^{T(H)} \frac{1}{m} \sqrt{2m[H-U(\Phi)]} dt \tag{2.19}$$

그리고

$$F_1(H) = \frac{1}{T(H)} \int_0^{T(H)} F \left(\frac{1}{m} \sqrt{2m[H-U(\Phi)]} \right) dt \tag{2.20}$$

그런데 $\Phi dt = d\Phi$ 이므로

$$dt = \frac{m d\Phi}{\sqrt{2m(H-U(\Phi))}} \tag{2.21}$$

그리고 $t = T(H)/4$ 일 때 $\phi = b$ 이므로 (2.19), (2.21)식에서

$$G_1(H) = 4b/T(H) \tag{2.22}$$

또

$$F_1(H) = \frac{4m}{T(H)} \int_0^b \frac{F[m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}]}{(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}} d\Phi \tag{2.23}$$

따라서 (2.13)식은 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\beta F_1(H) p(H) + \frac{1}{2} \frac{dp}{dH} G_1(H) = 0 \tag{2.24}$$

결국 (2.15)식의 $f(\xi)$ 는

$$f(\xi) = \frac{F_1(H)}{G_1(H)} = \frac{4m}{T(H)} \int_0^b \frac{F\{m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}\}}{(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}} d\Phi = \frac{4b}{T(H)} \quad (2.25)$$

2) 방법2: $F(\partial H/\partial W) (\partial H/\partial W)^{-1}$ 의 평균화 또 다른 평균화 방법은 (2.13)식의 양변에 $(\partial H/\partial W)^{-1}$ 를 곱하여 $F(\partial H/\partial W) (\partial H/\partial W)^{-1}$ 를 평균하는 것이다. 이는

$$F_2(H) = \frac{1}{T(H)} \int_0^{T(H)} \frac{F(\partial H/\partial W)}{(\partial H/\partial W)} dt = \frac{4}{T(H)} \int_0^b \frac{F(\partial H/\partial W)}{(\partial H/\partial W)^2} d\Phi \quad (2.26)$$

(2.13)식에 (2.26)식을 대입하면

$$\beta F_2(H) p(H) + \frac{1}{2} \frac{dH}{dp} = 0 \quad (2.27)$$

따라서 (2.15)식의 $f(\xi) = F_2(H)$ 이므로

$$f(\xi) = \frac{\int_0^b \frac{F(m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}})}{x(m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}})^{-2}} d\Phi}{\int_0^b \frac{md\Phi}{(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}}} \quad (2.28)$$

3) 방법3: 최소오차법(minimising the error term)

$F(\Phi)$ 와 임의의 함수 $a\Phi$ 와의 차이를 나타내는 함수 $g(\Phi)$ 를 생각하면

$$g(\Phi) = F(\Phi) - a\Phi \quad (2.29)$$

a 는 진동의 1주기 동안의 상수이며 ϵ^2 을 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon^2 = \int_0^{T(v)} [g(\Phi)]^2 dt \quad (2.30)$$

이때 이를 최소로 하는 a 를

$$a = F_3(H) \quad (2.31)$$

으로 하면 다음을 얻는다.

$$F_3(H) = \frac{\int_0^{T(H)} F(\Phi) \dot{\Phi} dt}{\int_0^{T(H)} \dot{\Phi}^2 dt} \quad (2.32)$$

여기서 $F(\Phi)$ 을 $F_3(H) \dot{\Phi}$ 으로 치환하게 되면 (2.13)에서 $F_3(H) = f(H)$ 임을 알 수 있다. 즉 (2.15)식에서

$$a = f(\xi) = \frac{\int_0^b F(m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}) d\Phi}{\int_0^b (m^{-1}(2m[H-U(\Phi)])^{\frac{1}{2}}) d\Phi} \quad (2.33)$$

이 방법에 의한 해는 Stratonovitch[15]에 의하여 제한된 stochastic averaging에 의한 해와 같은 결과를 보여 주고 있으며, 특히 감쇠력이 작은 경우에 보다 높은 정도를 보여 주고 있는 것으로 알려져 있다.

4) Roberts의 근사해

선체의 횡요운동에 대한 운동방정식에 생각해 보면

$$\ddot{\Phi} + a\dot{\Phi} + b|\dot{\Phi}| + \Phi - \Phi^3 = X(t) \quad (2.34)$$

여기서 비감쇠 자유 진동의 경우 (즉, $X(t)=0, a=b=0$ 인 경우)에 평균화 과정 후 FPK 방정식으로 부터 얻을 수 있는 근사식은 [14]

$$P(v) = K \exp\left\{-\frac{V}{\beta S_x(\omega_0)} (a + 0.8 bV^{1/2})\right\} \quad (2.35)$$

K : 상수

V : 총 에너지 포락선

으로 나타낼 수 있다[12].

2.4 Wave input

Dalzell[4]은 (2.34) 식을 횡요 각의 분포에 대한 simulation에 적용하였다. Dalzell은 입력파를 스펙트럼의 폭에 따라 과정 1, 과정 2, 그리고 과정 3으로 나누었고 이 3가지의 과정 중에서 과정 3의 스펙트럼 폭이 가장 크다고 정의하였다[5]. 지금까지

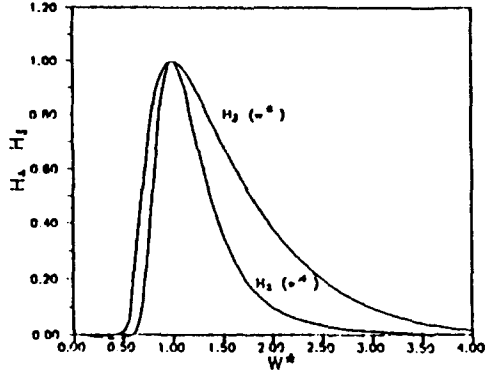


Fig. 1 Comparison between roll response spectrum and wave excitation spectrum

알아본 FPK 방정식의 경우에 대해서는 Stratonovitch에 의한 바와 같이 입력 스펙트럼 폭이 응답 스펙트럼 폭 보다 적당히 클 때 유용한 것으로 알려져 있다. Fig. 1은 이러한 경우의 예를 보여주고 있다. 따라서 본 연구의 결과를 Dalzell의 Simulation과 비교하기 위하여 여기서는 과정 3을 적용 하도록 하겠다. 과정 2와 과정 3의 스펙트럼은 다음과 같이 주어진다[5].

과정 2 ;

$$S_x(\omega) = S_x(\omega_p) H_2(\omega^*)$$

여기서 $\omega^* = \omega/\omega_p$

$$H_2(\omega^*) = \frac{e^{5/4}}{\omega^{*5}} \exp\left\{-\frac{5}{4\omega^{*4}}\right\}$$

과정 3 ;

$$S_x(\omega) = S_x(\omega_p) H_3(\omega^*) \tag{2.36}$$

$$H_3(\omega^*) = \frac{1}{\omega^*} \exp\left\{-\left[\frac{1+\pi/8}{4\omega^{*4}} + \frac{\pi}{16}\omega^{*2} - \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{32}\right]\right\}$$

ω_p 는 $s_x(\omega)$ 가 최대일 때의 진동수를 나타내는 것이다.

Fig. 2에 $H_3(\omega^*)$ 의 스펙트럼을 $H_2(\omega^*)$ 의 스펙트럼과 비교하여 보여 주고 있다. 이때 이 스펙트럼들은 다음 두가지의 매개변수에 의해서 그 특

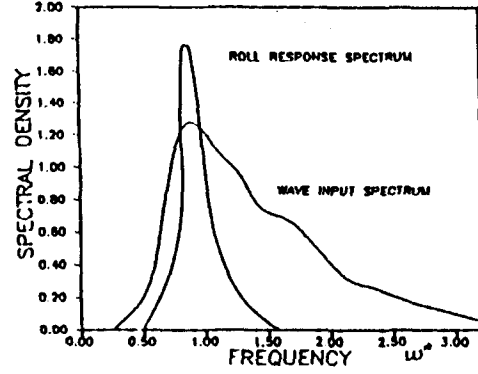


Fig. 2 Nondimensional spectral forms H_2 and H_3

성이 나타내진다. 먼저 $x(\tau)$ 의 표준편차 σ_w 는

$$\sigma_w^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \tag{2.37}$$

그리고 진동수 비 Ω 는

$$\Omega = \frac{\omega_p}{\omega_0} \tag{2.38}$$

ω_0 : 자유, 비감쇠 진동의 진동수

으로 나타내진다.

(2.34)식에서 $\omega_0=1$ 임을 알 수 있고 (2.37)식을 적분함으로써 $S_x(\omega_p)$ 와 σ_w 와의 관계를 알 수 있다. 즉[5],

$$S_x(\omega_p) = 0.3959 \sigma_w^2 / \omega_p \tag{2.39}$$

3. 계산 결과 및 고찰

횡요 각의 확률밀도함수를 생각해 볼 때 선박의 설계시 필요한 횡요 각의 분포는 최대 횡요 각의 분포임을 알 수 있다. 선박이 최대로 기울어 졌을 때는 운동에너지는 없고 포텐셜에너지만 존재할 것이다. 따라서 (2.6), (2.35) 식에서 $H=V=U(\Phi)$ 인 경우를 생각한다. (2.34)식에서

$$H = \int_0^A G(\xi) d\xi = \int_0^A (\xi - \xi^3) d\xi = \frac{A^2}{2} - \frac{A^4}{4} \tag{3.1}$$

여기서 A는 횡요 각의 진폭을 나타내고 있다. (3.1)식에서 고차항은 무시하고 $P(H) dH = P(A) dA$ 임을 이용하면 (2.35)식은 다음과 같이 나타내어

진다[14].

$$p(A) = K A \exp\left\{-\frac{A^2}{2\pi S_x(\omega_w)}[a + 0.565 bA]\right\} \quad (3.2)$$

마찬가지로 (2.25), (2.28)과 (2.33)식에 대한 A의 확률밀도함수도 구할 수 있다. Table. 1에 a, b, σ_w , Ω 에 따른 경우들을 나타내었다. 이는 Dalzell [7]에 의하여 simulation된 것들이며 또 Roberts [14]에 의해 (3.2)식을 적용, 비교된 경우들이다. 여기서는 Table. 1에 의한 경우들이 (2.25) (2.28) (2.33)식에 적용하여 계산을 행하고 Dalzell[7]의 simulation과 Roberts[14]의 계산 결과와 비교하였다. Fig. 3에서 Fig. 10에는 Henning[11]에 의한

Table 1 Cases to compare between Dalzell's simulation and each method

	a	b	σ_w	Ω
case 1	0.1	1.0	0.036	0.55
case 2	0.1	1.0	0.054	1.4
case 3	0.01	0.1	0.036	0.9
case 4	0.01	1.0	0.036	0.9
case 5	0.03	0.1	0.036	0.9
case 6	0.03	3.0	0.036	0.9
case 7	0.1	0.3	0.036	0.9
case 8	0.1	1.0	0.036	0.9

Table 2 Chi-square-test results for each method and each case

	Roberts' Method	Henning's Method		
		Method 1	Method 2	Method 3
case 1	0.342	2.072	0.689	3.179
case 2	14.032	10.254	11.995	9.722
case 3	15.091	13.151	14.366	12.891
case 4	1.938	5.970	2.864	8.459
case 5	16.055	14.197	15.490	13.739
case 6	7.711	5.150	5.911	5.657
case 7	0.507	0.555	0.483	0.661
case 8	1.729	2.546	1.813	3.249

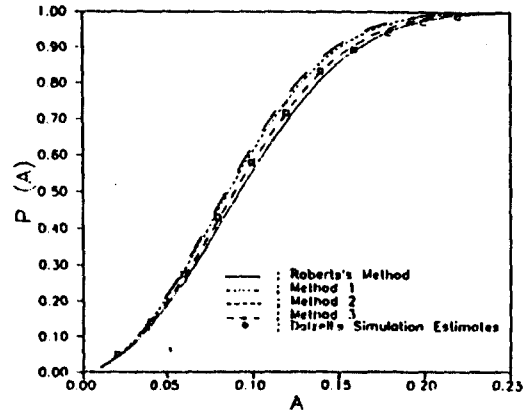


Fig. 3 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 1

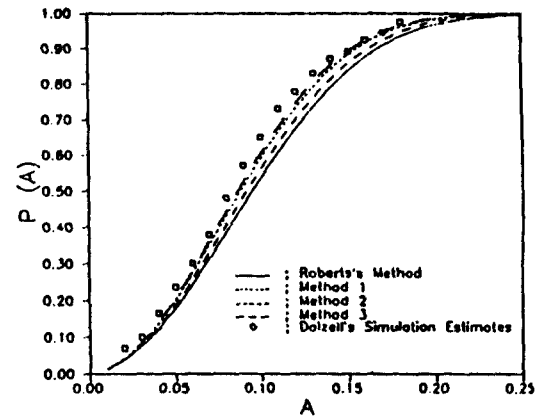


Fig. 4 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 2.

각 방법과 경우에 대한 누적분포함수를 나타내었다. Table. 2에 각 경우의 확률밀도함수에 있어서 chi-square-test의 결과를 나타내었다.

계산 결과 그림과 표에서 볼 수 있듯이 감쇄력이 작을 경우(경우 3, 5) stochastic average와 같은 결과를 주는 방법 3이 가장 좋은 정도를 보여주고

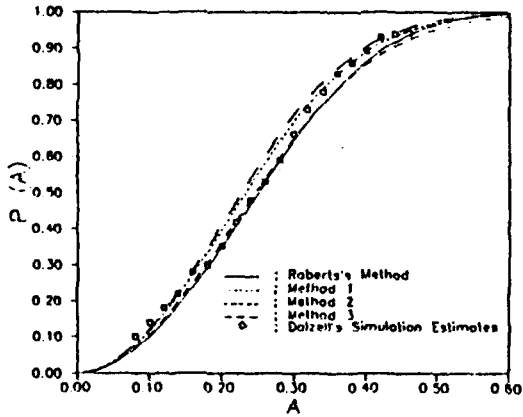


Fig. 5 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 3

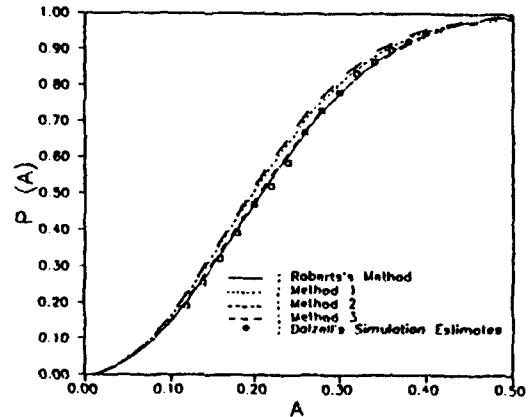


Fig. 7 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 5

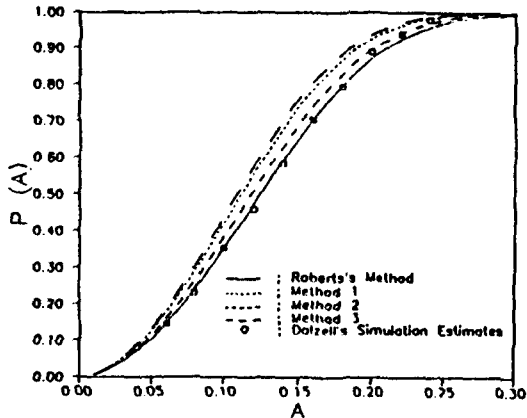


Fig. 6 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 4

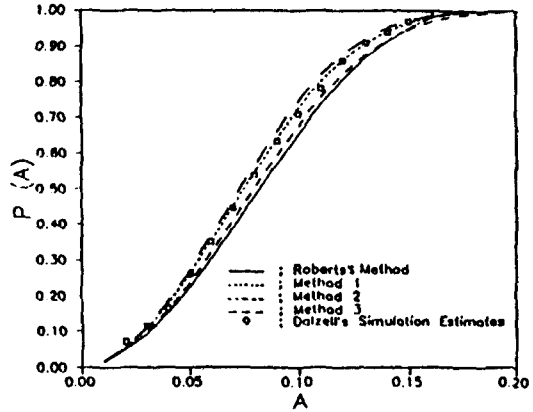


Fig. 8 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 6

있다. 감쇄력이 큰 경우(경우 1, 7, 8)는 방법 3이 좋지 않은 결과를 보여준다. 경우 2는 예외적인 결과를 보여주고 있다. 그런데 감쇄력이 큰 경우(경우 1, 7, 8)에 방법 2가 가장 좋은 결과를 보여주고 있다. 이것은 방법 1이 2개의 항을 평균

화 한 것에 비해서 방법 2는 1개의 항만을 평균화 한 결과라고 생각된다.

4. 결 론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수

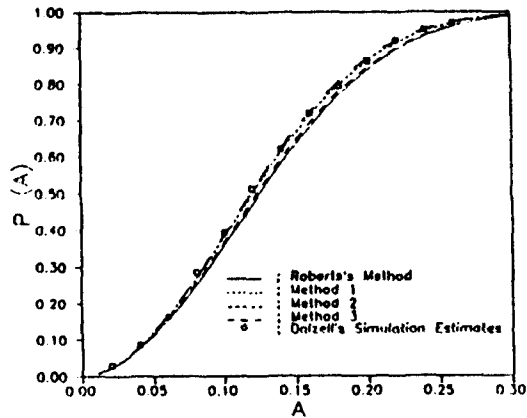


Fig. 9 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 7

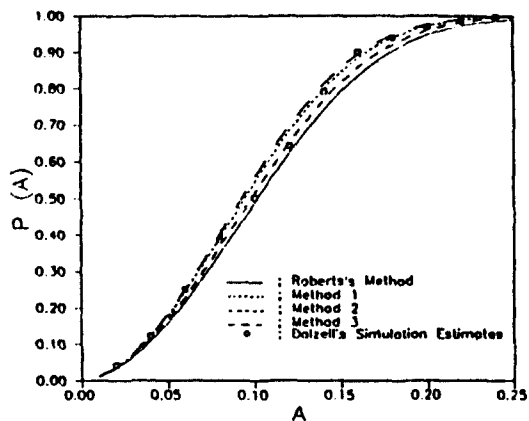


Fig. 10 Comparison between cumulative distribution functions of the three methods, Roberts' method and Dalzell's simulation estimates for CASE 8

있었다.

- (1) FPK 방정식의 해를 구하는 데 있어서 계가 정상적이고 보존적이란 관점에서 평균화 과정을 통한 3 가지의 근사해를 이용하여 작은 값을 가지는 임의의 비선형 감쇠에

대해서 최대 횡요 각의 확률밀도함수를 구할 수 있었다.

- (2) 몇가지 경우에 있어서 Dalzell의 simulation 결과와 비교해 볼 때 Henning의 방법 2는 다른 방법이나 Roberts에 의한 근사해 보다 전체적으로 비교적 좋은 결과를 보여 주고 있다.
- (3) 이러한 해석을 기초로 하여 선박의 진폭확률을 구할 수 있다.

참고 문헌

- [1] Caughey, T. K, "Equivalent Linearisation Techniques", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 35, No. 11, 1963.
- [2] Caughey, T. K, "Derivation and Application of the Fokker-Plank Equation to Discrete Nonlinear Dynamic Systems Subjected to White Random Excitation", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol 35, 1963.
- [3] Caughey, T. K, "On the response of a class of nonlinear oscillators to stochastic excitation", *Proc. Coll. du CNRS*, No. 148, 1964.
- [4] Dalzell, J. F, "A Study of the Distribution of Maxima of Nonlinear Ship Rolling in a Seaway", Report DL-71-1562, Stevens Institute of Technology, 1971.
- [5] Dalzell, J. F, "A Note on the Distribution of Maxima of Ship Rolling", *J. S. R.*, Vol 17, 1973.
- [6] Flower, J. O, "A Perturbational Approach to Non Linear Rolling in a Stochastic Sea", *International Shipbuilding Progress*, Vol. 23, 1976.
- [7] Froude, W ; "The Papers of W. Froude", *Institution of Naval Architects*, 1955.
- [8] Goldstein, H, *Classical mechanics*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1962.
- [9] Haddara, M. R, "A Modified Approach for the Application of Fokker-Plank Equation to the Nonlinear Ship Motions in Random Waves", *International Shipbuilding Progress*, Vol 21, 1974.

- [10] Hasselman, K, "On Nonlinear Ship Motions in Irregular Seas", *Journal of Ship Research*, Vol. 10, No. 1, 1966.
- [11] Hennig, K and Roberts, J. B, "Average Methods for Randomly Excited Nonlinear Oscillators", *Random-vibration-status and recent developments*, Elsevier, 1985.
- [12] Bharucha-Reid, A. T, "Elements of the theory of Markov Processes and Their Application", McGraw-Hill, New York, 1960.
- [13] Roberts, J. B, "The Energy Envelope of a Randomly Excited Nonlinear Oscillator", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 60, 1978.
- [14] Roberts, J. B : "A Stochastic Theory for Nonlinear Ship Rolling in Irregular Seas", *Journal of Ship Research*, Vol 26, 1982.
- [15] Stratonovitch, R. L ; *Topics in the theory of random noise*, Vols 1 and 2, Gordon and Breach, 1963.
- [16] Wang, M. C and Uhlenbeck, G. E, "On the theory of Brownian Motion II", *Modern Physics*, Vol. 17, No. 283, 1945.