
 論 文

大韓造船學會論文集
 第29卷 第1號 1992年 3月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No. 1, March 1992

Havelock Source에 의한 유기 속도 성분의 수치 계산

강선형*

The Numerical Calculation of the Velocity Components Induced by a Havelock Source

by
 Seon-Hyung Kang*

요 약

본 논문에서는 물체표면 위에서 물체표면 경계조건이 만족되도록 Source의 세기를 결정하기 위한 준비단계로서 Havelock Source에 의한 유기 속도성분의 수치 계산방법을 다루었다.

Havelock Source의 Green함수내 이중적분항의 피적분 함수에 존재하는 극을 제거하기 위해서 복소 평면을 생각하여 연결선 적분을 하였으며, 이 극이 제거되어도 나타나는 특수한 경우의 문제를 해결하기 위하여 수식의 변환하여 수치계산에 유용한 식을 이용하였다. 또한, 이 계산방법의 유용성을 확인하기 위하여 이 Source가 자유수면 하에서 일정 속도로 이동할 때에 유동장에 나타나는 유기 속도성분들을 계산하였다.

Abstract

A method of evaluating the velocity components induced by a Havelock source is presented in this paper. The mathematical manipulation of x, y and z-derivative of the Green function of the Havelock source by the use of contour integration on the complex plane has resulted in the expressions that can be readily incorporated with computer program. The accuracy and efficiency that can be secured by the use of the present mathematical expressions have been convincingly found to be highly satisfactory.

접수일자 : 1990년 6월26일, 재접수일자 : 1991년 6월17일

* 정회원, 울산대학교 조선 및 해양공학과

大韓造船學會論文集 第29卷 1號 1992年 3月

기호설명

g	: 중력 가속도
i	: 복소수의 허수 단위
K	: 파수, $K=g/U^2$
λ	: 파장, $\lambda=2\pi/K$
U	: 균일 흐름 속도
$x(x, y, z)$: 계산점(Field point)
$x'(x', y', z')$: Source분포점((Source point))
ζ	: 파면상승
z_m	: 계산점으로 이루어지는 계산용 간격의 z 좌표
u	: x 방향 유기 속도
v	: y 방향 유기 속도
w	: z 방향 유기 속도

1. 서 언

자유 수면이 존재하는 유체에서 물체가 일정 속도로 움직일 때에 물체 주위에 나타나는 유동 현상을 이론적인 방법으로 예측하는 것은 매우 중요하지만 유체 유동에 대한 지배 방정식의 비선형성 및 자유 수면 경계조건의 비선형성 등의 이유로 유체 유동에 관한 변수들을 계산하기엔 현실적으로 많은 어려움이 있다. 이러한 어려움 때문에 자유 수면상에서 움직이는 선박의 조파현상 문제에서는 통상적으로 유체를 이상유체로 가정한 포텐셜(Potential) 유동으로 간략화하여 다루어 왔는데, 이 이론적 모형의 대표적 접근 방법으로는 Michell의 접근 방법과 Havelock의 접근 방법을 들 수 있다.

비점성, 비회전 유동에서 유체영역이 무한영역이라고 할 때 선형화된 자유수면 경계조건, 바닥 경계조건 및 방사조건을 만족하는 지배방정식의 기본해는 Havelock Source의 Green 함수 [1,2,3,4]로 나타내어진다. 이 함수는 Rankine Source와 이에 대응되는 자유수면 위에 위치하는 Image Sink, 자유수면 경계조건을 만족시킴으로써 나타나는 이중 적분항과 방사조건을 만족하는 항으로 표현되며 이 함수를 좌표의 각 방향으로 미분하

므로써 각 방향으로의 Havelock Source에 의한 유기 속도성분을 얻을 수가 있다.

근래에 들어 Green 함수를 이용한 수치계산은 Shen and Farrell[5], Barr and Price[6] 등 많은 연구자들이 수행하였다. 실제의 수치 계산에서는 이 함수가 갖는 복잡성 때문에 많은 어려움이 따르는데 그 이유로는 첫째, Green 함수에서 이중 적분항의 피적분 함수에는 극(Pole)이 존재하고 있으며 이 극을 제거하기 위하여 복소평면을 생각하고 연결선적분(Contour Integration)을 수행하여도 특수한 경우에는 다시 불연속이 존재하게 된다는 것과 둘째로는 중적분 또는 심한 Oscillation을 갖는 피적분함수의 적분에서 수치적분의 정확도 유지에 대한 어려움을 들 수 있다.

이러한 문제를 극복하기 위하여 Shen and Farrell은 Green 함수를 각 방향으로 미분시킨 형태로 수치계산을 할 때에 이중적분항의 피적분 함수를 복소지수 함수로 급수전개 하여 적분을 하였으며 극의 근처에서는 적분 구역을 더욱 세분화하여 적분을 하였으며, Barr and Price는 이중적분항에 대해서는 Newman[7]의 방법에 의한 Chebyshev Series를 이용하도록 권장하고 피적분 함수의 Oscillation이 심한 단적분항에 대해서는 Neumann Series를 이용하여 적분을 하였다. 국내의 연구 결과로서는 Green 함수의 균일유동 방향 미분을 이용하여 간단한 경우의 수치계산의 방법을 소개한 Lee[9]의 연구와 기본적으로는 Shen and Farrell의 방법으로 수치계산을 하고 이로부터 실제 선박에 적용한 어민우 외[10]의 연구 등을 들 수가 있다. 또한, 이러한 계산상의 어려움을 극복하더라도 그 계산량이 방대하기 때문에 물체 표면상에서 물체 표면 경계조건을 만족시키는 조건으로써 물체 표면에 Havelock Source를 분포시키는 방법은 그리 자주 이용되고 있지 않다. 따라서 Green함수의 y 방향 및 z 방향으로 직접 미분하여 계산한 y 방향의 유기 속도성분 v 와 z 방향 유기 속도성분 w 의 전반적인 계산의 예는 찾아보기 어려운 실정이며 대체로 그 계산결과는 파면상승(Wave Elevation)의 정성적 경향으로만 표현되었

다.

본 연구에서는 물체 표면 위에서 물체 표면 경계조건을 만족하도록 Source의 세기를 만족시키기 위한 준비 단계로서 Havelock Source에 의한 유기 속도 성분의 수치 계산 방법을 모색하였다. 즉, Green함수내 이중 적분항의 피적분 함수에 존재하는 극을 제거하기 위해서 복소평면을 생각하여 연결선 적분을 하였으며, 이 극이 제거되어도 $\omega=0$ 인 경우의 문제를 해결하기 위하여 수식의 변환을 하였으며 이로 부터 수치계산에 유용한 식을 이용하였다. 또한, 이 계산 방법의 유용성을 확인하기 위하여 Havelock Source가 자유수면 하에서 일정 속도로 수평 직진 이동하는 경우 이 Source에 의하여 유동장에 나타나는 유기 속도 성분 들을 계산하여 보았으며 그 결과에 의하면 Havelock Source의 Green함수에 대한 본 수치계산방법의 유용성을 확인할 수 있었다.

2. 기본 방정식 및 유기속도 성분

유체는 이상유체, 유체 유동은 비회전 유동으로 가정하며 좌표계는 $x-y$ 평면을 정지수면에 일치시키고 연직상방을 z 의 양의 방향으로 하는 우수직각 좌표계를 사용한다.

x 축의 양의 방향으로 진행하는 균일 흐름내의 한점 $x'(x', y', z')$ 에 놓여 있는 단위 강도의 Source를 생각할때 Laplace 방정식을 만족하고 선형화된 자유수면 조건과 방사조건을 만족하는 Green함수는 다음과 같다[2,4].

$$G(x; x') = -\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} + \frac{4K}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^2\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{k(z+z')}}{k - K\sec^2\theta} \cos[k(x-x')\cos\theta] \cos[k(y-y')\sin\theta] dk d\theta$$

$$- 4K \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{K(z+z')\sec^2\theta} \sin[K(x-x')\sec\theta] \cdot \cos[K(y-y')\sin\theta\sec^2\theta] \sec^2\theta d\theta \quad (1)$$

단, $r_0 = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}$

$r_1 = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{1/2}$

한편, 유체영역내에서 Source에 의하여 나타나는 유기속도 $u(u, v, w)$ 는 $\nabla_x G(x; x')$ 으로 부터 얻어지므로 식 (1)을 x, y, z 에 관하여 각각 미분한 후 이들을 수치적분에 편리한 형태로 바꾸어 간다. 이 과정 중에 (1)의 중적분항의 피적분 함수에 있는 극은 x, y, z 에 관하여 미분한 도함수에도 같은 형태로 포함되어 있으므로 이 극을 제거하기 위해서 다음과 같은 적분을 생각한다.

$$I = \int_0^{\infty} \frac{-ik}{k - K\sec^2\theta} e^{-k[(z+z')-\omega]} dk$$

단, $\omega = (x-x')\cos\theta + (y-y')\sin\theta$

이 적분을 복소평면 상에서 생각하기 위하여 복소변수 h 를

$$h = k + ik' = re^{i\alpha}$$

로 정의하면 위의 적분 I 는 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int \frac{-ih}{h - K\sec^2\theta} e^{-h[(z+z')-\omega]} dh$$

피적분 함수가 Contour내에서 해석적이고, 반경이 매우 큰 원주상에서 적분이 0이 되도록 Contour를 택하여 Cauchy-Goursat정리와 유수정리를 이용하면 위의 적분 I 는 다음과 같이 표현된다.

$$I = \frac{-i}{\sqrt{(z+z')^2 + \omega^2} e^{-i\alpha}} \int_0^{\infty} \frac{re^{-r[(z+z')-\omega]}}{r - K\sec^2\theta \sqrt{(z+z')^2 + \omega^2} e^{-i\alpha}} dr + \text{Sign}(\phi) \pi i \text{Res}[K \sec^2\theta] \quad (2)$$

단, $(z+z') + i\omega = -[(z+z')^2 + \omega^2]^{1/2} e^{-i\alpha}$

식 (2)에서 ϕ 와 α 가 일치되도록 ϕ 를 택하면 피적분 함수의 지수함수는 순 실수가 될 것이므로 적분 I 는 다음과 같이 나타내어 진다.

$$I = \frac{-i}{[-(z+z') - i\omega]} \int_0^{\infty} \frac{re^{-r}}{r - K\sec^2\theta [-(z+z') - i\omega]} \cdot dr + \text{Sign}(\alpha) \pi i \text{Res}[K \sec^2\theta] \quad (3)$$

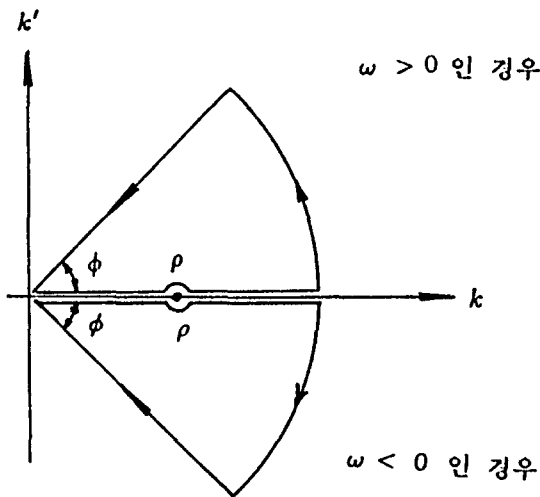


Fig. 1 Contour of integration

한편, ω 의 부호에 따라 Fig. 1과 같이 서로 다른 Contour를 택해야 되므로 이 식의 마지막 항은

i) $\omega > 0$ 일때는 $\alpha > 0$:

$$Sign(\alpha) niRes[Ksec^2\phi] = \pi Ksec^2\theta e^{-Ksec^2\theta[-(z+z')-i\omega]}$$

ii) $\omega < 0$ 일때는 $\alpha < 0$:

$$Sign(\alpha) niRes[Ksec^2\theta] = -\pi Ksec^2\theta e^{-Ksec^2\theta[-(z+z')-i\omega]}$$

이 들을 식 (3)에 대입하면 적분 I는 다음과 같다.

$$I = \frac{-i}{[-(z+z')-i\omega]} \int_0^\infty \frac{re^{-r}}{r - Ksec^2\theta[-(z+z')-i\omega]} dr + Sign(\omega) \pi Ksec^2\theta e^{-Ksec^2\theta[-(z+z')-i\omega]} \quad (4)$$

식 (1)에서 $u(u, v, w) = \nabla_x G(x; x')$ 으로 부터 얻은 속도 성분들은 적분 I의 실수부만이 필요하므로 식 (4)의 실수부를 취하면 다음과 같다.

$$Re(I) = \frac{\omega}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot$$

$$\int_0^\infty \frac{r + 2K(z+z')sec^2\theta}{[r + Ksec^2\theta(z+z')]^2 + K^2\omega^2sec^4\theta} \cdot re^{-r} dr + Sign(\omega) \pi Ksec^2\theta e^{K(z+z')sec^2\theta} \cdot \cos[K\omega sec^2\theta] \quad (5)$$

한편, $\omega=0$ 일 때 식 (1)로 부터 얻어지는 유기 속도 성분 u, v 의 이중 적분항은 $Re(I)=0$ 이어야 하므로 이 관계를 (5)식에 적용하면 수치계산에 매우 유용한 다음의 식을 얻는다.

$$\left[\frac{\omega}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^\infty \frac{r + 2K(z+z')sec^2\theta}{[r + K(z+z')sec^2\theta]^2 + K^2\omega^2sec^4\theta} \right]_{\omega \rightarrow +0} \quad (6)$$

$$= -\pi Ksec^2\theta e^{K(z+z')sec^2\theta}$$

$$\left[\frac{\omega}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^\infty \frac{r + 2K(z+z')sec^2\theta}{[r + K(z+z')sec^2\theta]^2 + K^2\omega^2sec^4\theta} \right]_{\omega \rightarrow -0}$$

$$= \pi Ksec^2\theta e^{K(z+z')sec^2\theta}$$

따라서 식(1)에서 x 에 관하여 미분하고 식 (5)의 관계를 이용하면 x 방향 유기 속도 성분 u 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = \frac{x-x'}{r_0^3} - \frac{x-x'}{r_1^3} - \frac{2K}{\pi} \int_{\Theta}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega \cos\theta}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^\infty \frac{r \cos^2\theta + 2K(z+z')}{[r \cos^2\theta + K(z+z')]^2 + K^2\omega^2} re^{-r} dr d\theta \quad (7)$$

$$- \frac{2K}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\Theta} \frac{\omega \cos\theta}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^\infty \frac{r \cos^2\theta + 2K(z+z')}{[r \cos^2\theta + K(z+z')]^2 + K^2\omega^2} re^{-r} dr d\theta$$

$$- 4K^2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\Theta} e^{K(z+z')sec^2\theta} \cos[K\omega sec^2\theta] sec^3\theta d\theta$$

$$\text{단, } \Theta = \tan^{-1}\left(-\frac{x-x'}{y-y'}\right) \quad -\frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$$

또한 x 방향의 유기 속도 성분 성분 u 를 구하는

것과 유사하게 이중 적분항의 내부적분을 생각함으로써 y, z 방향 유기 속도 성분 v, w 를 나타낼 수 있으며 v 의 경우 $\omega=0$ 일 때 식 (6) 과 같은 결과를 얻을 수가 있다.

$$v = \frac{y-y'}{r_0^3} - \frac{y-y'}{r_1^3} - \frac{2K}{\pi} \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega \sin \theta}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{r \cos^2 \theta + 2K(z+z')}{[r \cos^2 \theta + K(z+z')]^2 + K^2 \omega^2} r e^{-r} dr d\theta - \frac{2K}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} \frac{\omega \sin \theta}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \quad (8)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{r \cos^2 \theta + 2K(z+z')}{[r \cos^2 \theta + K(z+z')]^2 + K^2 \omega^2} r e^{-r} dr d\theta - 4K^2 \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} e^{K(z+z') \sec^2 \theta} \cos[K\omega \sec^2 \theta] \sin \theta \sec^4 \theta d\theta$$

$$\omega = \frac{z-z'}{r_0^3} - \frac{z+z'}{r_1^3} + \frac{2K}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} \frac{1}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{K\omega^2 - (z+z')[r \cos^2 \theta + K(z+z')]}{[r \cos^2 \theta + K(z+z')]^2 + K^2 \omega^2} r e^{-r} dr d\theta - 4K^2 \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} e^{K(z+z') \sec^2 \theta} \sin[K\omega \sec^2 \theta] \sec^4 \theta d\theta \quad (9)$$

한편, u 및 v 경우와는 달리 $\omega=0$ 일 경우 식 (6) 과 같은 불연속이 나타나지는 않지만 식 (9) 의 셋째 항에 대한 내부 적분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_w(\theta) = -\sec^2 \theta (K \sec^2 \theta e^{K(z+z') \sec^2 \theta} E_i[-K(z+z') \sec^2 \theta] + \frac{1}{z+z'}) \quad (10)$$

단, $E_i(x)$: 지수적분함수,

$$I_w(\pm \pi/2) = -1/[K(z+z')^2]$$

식 (7), 식 (8) 에서의 u, v 는 식 (6) 에 나타낸 것과 같이 $\omega \rightarrow +0, \omega \rightarrow -0$ 일 때 피적분 함수값에 대한 불연속이 나타나므로 θ 의 적분 구간을 나누어서 나타내었다.

3. 수치계산을 위한 변수변환

식 (1) 은 $(y-y')$ 에 대한 우함수이므로 유체의 영역은 $y-y' \geq 0$ 인 경우만을 생각하고 식 (7), 식 (8) 에 대한 수치계산을 편리하게 하기 위해서 다음과 같은 변수 변환을 생각한다.

3.1 x 방향의 유기 속도 성분 : u

식 (7) 의 이중 적분항과 맨 끝항에 대하여 각각

$$p = \sin \theta - a, \quad t = \tan \theta$$

$$\text{단, } a = \frac{-(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

의 변환을 하여 정리하면 다음과 같다.

$$u = \frac{x-x'}{r_0^3} - \frac{x-x'}{r_1^3} - \frac{2K}{\pi} \int_0^{1-A} F_1(p) dp - \frac{2K}{\pi} \int_{1-A}^{1+A} F_2(p) dp - 4K^2 \int_{\frac{z-z'}{y-y'}}^{\infty} \sqrt{1+t^2} e^{K(z+z')(1+t^2)} \cdot \cos[K\sqrt{1+t^2}\{(x-x') + (y-y')t\}] dt \quad (11)$$

여기서,

$$A = |a|$$

$$\omega_1 = (x-x') \sqrt{1-(p+a)^2} + (y-y')(p+a)$$

$$\omega_2 = (x-x') \sqrt{1-(p-a)^2} - (y-y')(p-a)$$

$$F_1(p) = \int_0^{\infty} \left[\frac{\omega_1}{(z+z')^2 + \omega_1^2} \cdot \frac{r[1-(p+a)^2] + 2K(z+z')}{\{r[1-(p+a)^2] + K(z+z')\}^2 + K^2 \omega_1^2} + \frac{\omega_2}{(z+z')^2 + \omega_2^2} \frac{r[1-(p-a)^2] + 2K(z+z')}{\{r[1-(p-a)^2] + K(z+z')\}^2 + K^2 \omega_2^2} \right] \cdot r e^{-r} dr \quad (12)$$

$$F_2(p) = \frac{\omega_1}{(z+z')^2 + \omega_1^2} \int_0^{\infty} \frac{r[1-(p-a)^2] + 2K(z+z')}{\{r[1-(p-a)^2] + K(z+z')\}^2 + K^2 \omega_1^2} r e^{-r} dr$$

: $x-x' < 0$ 일 때

$$F_2(p) = \frac{\omega_1}{(z+z')^2 + \omega_1^2} \int_0^\infty \frac{r[1-(p+a)^2] + 2K(z+z')}{[r[1-(p+a)^2] + K(z+z')]^2 + K^2\omega_1^2} re^{-r} dr$$

: $x-x' < 0$ 일 때

한편, 식 (12)에서 $p=0$ (즉, $\omega=0$)일 때 식 (6)의 관계를 이용하면 $F_1(0)=0$ 임을 알 수 있다.

3.2. y 방향의 유기 속도 성분 : v

식(8)의 이중적분항과 맨 끝항에 대하여 각각

$$q = -\cos\theta + b, \quad t = \tan\theta$$

$$\text{단, } b = \frac{y-y'}{\sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}}$$

의 변환을 하여 정리하면 다음과 같다.

$$v = \frac{y-y'}{r_0^3} - \frac{y-y'}{r_1^3} - \frac{2K}{\pi} \int_0^{1-b} F_3(q) dq + \frac{2K}{\pi} \int_0^{1-b} F_4(q) dq - \frac{2K}{\pi} \int_{1-b}^b \frac{\omega_{10}}{(z+z')^2 + \omega_{10}^2} \cdot$$

$$\int_0^\infty \frac{r(q-b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q-b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{10}^2} re^{-r} dr dq + \frac{2K}{\pi} \int_{1-b}^b \frac{\omega_{11}}{(z+z')^2 + \omega_{11}^2} \cdot$$

$$\int_0^\infty \frac{r(q-b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q-b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{11}^2} re^{-r} dr dq - 4K^2 \int_{\frac{x-x'}{r-y}}^\infty t \sqrt{1+t^2} e^{K(x+t)(1+t^2)} \cdot \cos[K\sqrt{1+t^2}\{(x-x') + (y-y')t\}] dt \quad (13)$$

여기서,

$$F_3(q) = \int_0^\infty \left[\frac{\omega_{10}}{(z+z')^2 + \omega_{10}^2} \cdot \frac{r(q-b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q-b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{10}^2} + \frac{\omega_{10}}{(z+z')^2 + \omega_{10}^2} \cdot \frac{r(q+b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q+b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{10}^2} \right] re^{-r} dr \quad (14)$$

$$F_4(q) = \int_0^\infty \left[\frac{\omega_{11}}{(z+z')^2 + \omega_{11}^2} \cdot \frac{r(q-b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q-b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{11}^2} + \frac{\omega_{11}}{(z+z')^2 + \omega_{11}^2} \cdot \frac{r(q+b)^2 + 2K(z+z')}{[r(q+b)^2 + K(z+z')]^2 + K^2\omega_{11}^2} \right] re^{-r} dr$$

$$\omega_{10} = -(x-x')(q-b) + (y-y')\sqrt{1-(q-b)^2}$$

$$\omega_{10} = -(x-x')(q+b) + (y-y')\sqrt{1-(q+b)^2}$$

$$\omega_{11} = -(x-x')(q-b) - (y-y')\sqrt{1-(q-b)^2}$$

$$\omega_{11} = (x-x')(q+b) - (y-y')\sqrt{1-(q+b)^2}$$

을 의미하여 $F_3(q), F_4(q)$ 에서 $q=0$ (즉, $\omega=0$)일 때 식 (6)의 관계를 이용하면 $F_3(0)=0, F_4(0)=0$ 임을 알 수 있다.

3.3. z 방향의 유기 속도 성분 : w

식 (9)의 우변 맨 끝항의 경우에만 $t = \tan\theta$ 의 변수변환을 하면 다음과 같다.

$$\omega = \frac{z-z'}{r_0^3} - \frac{z+z'}{r_1^3} + \frac{2K}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(z+z')^2 + \omega^2} \cdot \int_0^\infty \frac{K\omega - (z+z')[r\cos^2\theta + K(z+z')]}{[r\cos^2\theta + K(z+z')]^2 + K^2\omega^2} re^{-r} dr d\theta - 4K^2 \int_{\frac{x-x'}{r-y}}^\infty (1+t^2)e^{K(x+t)(1+t^2)} \sin[K\sqrt{1+t^2} \cdot \{(x-x') + (y-y')t\}] dt \quad (15)$$

이 식에서 $\theta = \Theta$ (즉, $\omega = 0$) 일 경우에는 식(10)을 이용한다.

4. 수치계산의 결과 및 검토

본 연구 결과를 선박 표면에 분포한 Havelock Source의 강도 계산에 이용한다고 볼 때, 대부분의 선박에서는 흘수의 파장에 대한 비가 0.1~0.7의 범위에 들므로 대표적으로 Source의 수직 위치가 자유수면으로부터 -0.2λ 인 경우를 예로하여 계산점의 위치를 다음과 같은 4개 평면상의 계산용 격자점을 택하고 계산을 수행하였다.

$$(x, y, 0), (x, y, -0.1\lambda), (x, y, -0.2\lambda), (x, y, -0.3\lambda)$$

x 의 영역은 $-0.5\lambda \leq x \leq 2.2\lambda$, y 의 영역은 $0 \leq y \leq \lambda$ 의 범위로 제한하고 계산용 간격은 $\lambda/20$ 로 취하였다.

u, v, w 에 대한 실제 계산시에는 각 항의 $(x-x')$ 에 대한 우함수, 기함수의 성질을 이용하여 계산 시간을 단축하도록 하였으며 식(11), 식(13), 식(15)에서 이중 적분항의 내부적분은 Gauss-Laguerre Quadrature와 Adaptive Simpson Rule을 기본으로 하는 Clenshaw-Curtis 방법 두 가지를 이용하여 보았으나 Gauss-Laguerre Quadrature의 경우 Sampling point를 40개까지 택하여도 일정 구역내에서는 u, v, w 의 계산 결과가 불규칙적으로 나타나는 경향을 보였다. 따라서 본 계산에서는 Clenshaw-Curtis 방법을 이용하여 계산을 하였으며 이 때의 적분 구간에 대한 상한값의 결정 방법은 부록에 나타내었다.

본 계산의 결과에 대한 타당성을 알아보기 위하여 기존 문헌에 나타난 결과들을 조사하여 보았으나 주로 파면상승으로만 나타내고 있으므로 본 계산 결과에서도 자유수면에서의 속도 성분 u 만을 비교하여 보았다. 선형이론에 의한 파면상승은 $J = -Uu/g$ 로 표현되므로 $-U/g$ 를 상수로 생각할 때에 Fig. 2와 Fig. 5에 나타낸 u 의 표현은 Sink에 의해 나타나는 파형의 표현으로도 볼 수

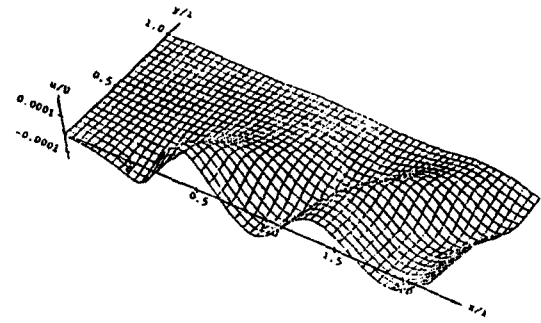


Fig. 2 A configuration of velocity component u at $z_m=0$

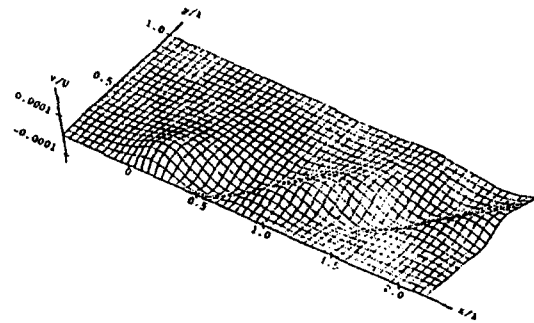


Fig. 3 A configuration of velocity component v at $z_m=0$

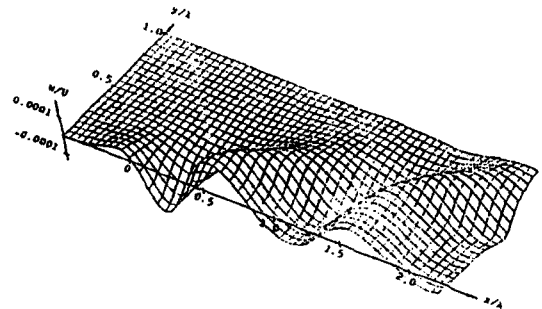


Fig. 4 A configuration of velocity component w at $z_m=0$

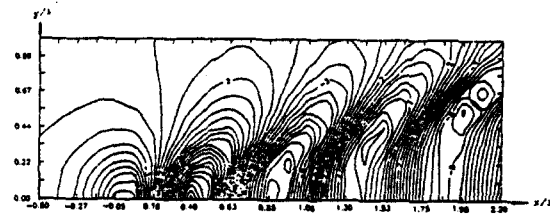


Fig. 5 A contour map of velocity component u at $z_m=0$

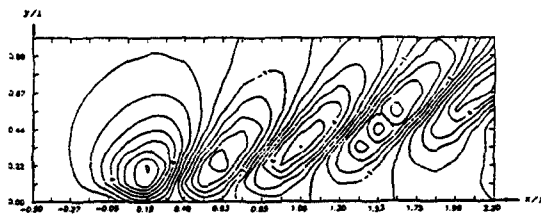


Fig. 6 A contour map of velocity component v at $z_m=0$

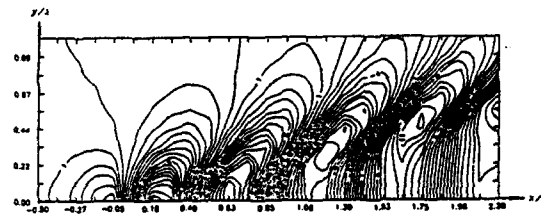


Fig. 7 A contour map of velocity component w at $z_m=0$

있으며 파형의 관점에서 살펴보면 가로파와 발산파가 잘 나타나고 있으며 Lee[9] 및 어민우 외[10]의 결과와 비교하여 볼 때에 그 경향이 타당함을 알 수 있다. Fig. 5와 Fig. 7에서 u 의 극대, 극소가 나타나는 위치에 w 의 값이 0인 곡선이 일치되고 있어 자유수면 경계조건이 만족되고 있음을 확인할 수 있으며 이 사실은 본 계산의 신빙성을 보이는 한 근거로도 받아들일 수 있다고 생각된다. 본 계산의 결과는 Fig. 2~16에 나타내었으며 전반적인 계산 결과를 살펴보면 정성적으로 타당한 결과를 얻었다고 생각된다.

u, v, w 의 전반적인 크기의 변화를 살펴보면, 자유수면에서의 경우 v, w 의 크기가 v 의 크기보다 나타나고 있고 Source가 놓여있는 평면($Z_m = -0.2\lambda$)과 자유수면($Z_m = 0$)의 사이에 있는 평면($Z_m = -0.1\lambda$)에서의 경우 w 의 크기가 u, v 의 크기보다 더 크게 나타나고 있으며 이러한 경향은 Source가 놓여있는 평면의 아래쪽 평면($Z_m = -0.3\lambda$)에서도 같은 경향을 보여주고 있다.

한편, u, v, w 의 위상 분포를 살펴보기 위하여 자유수면에서의 각 유기속도 성분의 크기를 등고

선의 형태로 Fig. 5~7에 나타내어 보았다. 계산의 결과가 u 의 경우 $-0.000135 \sim 0.000206$ (등고선에서는 $-12 \sim 12$), v 의 경우에는 $-0.000069 \sim 0.000098$ (등고선에서는 $-5 \sim 8$), w 의 경우에는 $-0.000207 \sim 0.000228$ (등고선에서는 $-12 \sim 12$)의 범위를 나타내므로 이 값들에 대한 각각의 정성적 판단만을 고려하기 위해서 이에 대응되는 등고선의 값들로 표시하였으며 이 때의 등고선의 간격은 1로 하였다. 전반적으로 Source 근처에서의 큰 값은 w 의 경우에 나타나고 있으며 u 의 경우에는 Source로부터 x/λ 가 0.4 근처에서 가장 큰 값을 나타내고 있고, v 의 경우 u, w 와는 달리 국부적으로 가장 큰 값은 x/λ 가 0.18, y/λ 가 0.22 근처에서 나타나고 있다.

계산점이 Source가 놓여있는 쪽으로 다가오며 따라 Rankine Source 항의 영향 때문에 u, v, w 의 값들이 국부적으로 큰 값을 나타내고 있으나 w 의 경우 Source가 놓여있는 평면에서는 큰 변화가 없음을 볼 수 있다.

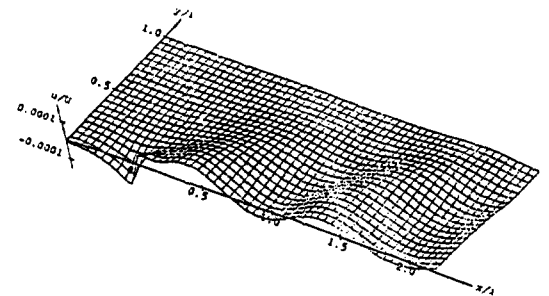


Fig. 8 A configuration of velocity component u at $z_m = -0.1\lambda$

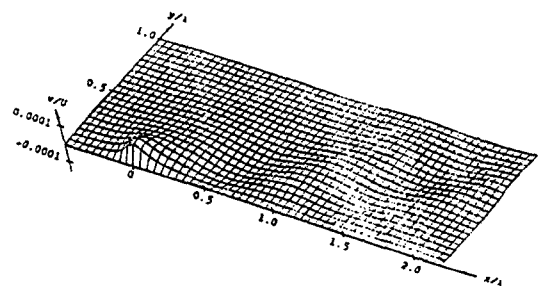


Fig. 9 A configuration of velocity component v at $z_m = -0.1\lambda$

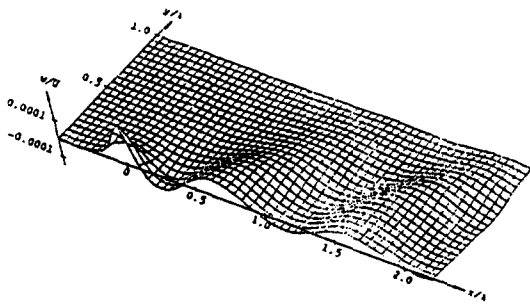


Fig. 10 A configuration of velocity component w at $z_m = -0.1\lambda$

자유수면에서의 유기속도 성분 들을 Fig. 2~4에 나타내었다. y 방향의 속도분포를 나타낸 Fig. 3의 경우, 전반적인 u, w 의 속도분포 형태와는 다르게 나타나고 있으며 그 크기도 u, w 에 비해서 대체로 작게 나타나고 있다. z 방향의 속도 성분 분포를 나타낸 Fig. 4를 보면 Fig. 2에서 처럼 Source에 의한 파형의 형상 처럼 나타나고 있다.

계산점이 $(x, y, -0.1\lambda)$ 인 평면에 나타나는 x, y, z 방향의 속도 분포를 Fig. 8~10에 각각 나타내었다. x 방향 속도 성분의 경우 Fig. 2와 비교하여 볼 때, x/λ 가 0 근처에서 그 거동이 자연스럽지 못한 것 처럼 보여지는데 그 이유는 계산점이 Source쪽으로 접근되어짐에 따라 Rankine Source항의 영향이 크게 나타나기 때문이다. 또한, Fig. 2와 비교할 때 그 크기도 작게 나타나고 있다. y 방향 속도 성분의 경우, 크기의 분포가 자유 수면에서와 유사한 거동을 보이고 있으며 그 크기는 자유 수면의 경우 보다 작게 나타나고 있다. z 방향의 속도 성분에서는 y/λ 와 x/λ 가 0인 부근을 제외하고는 대체로 그 크기가 자유수면에서의 경우 보다 작게 나타나고 있으나 x/λ 가 0인 근처에서는 그 크기가 크게 나타나고 있다.

계산점이 $(x, y, -0.2\lambda)$ 인 평면에 나타나는 x, y, z 방향의 유기속도 성분의 분포를 Fig. 11~13에 각각 나타내었다. 이 평면은 Source가 위치하는 평면이므로 Source가 놓여있는 바로 그 점에서는 Rankine Source항의 영향으로 계산을 할 수가 없으므로 이 점은 계산에서 제외시켰다. x 방향 및 y 방향의 속도 성분의 경우 각각 Source가 위치하는

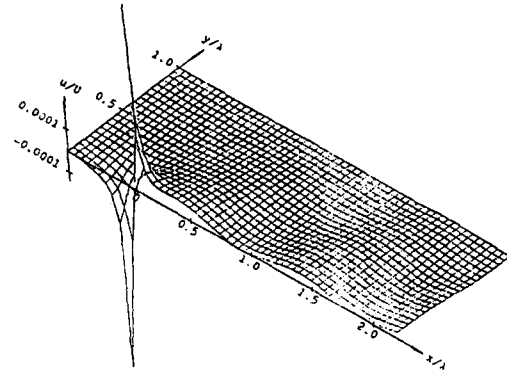


Fig. 11 A configuration of velocity component u at $z_m = -0.2\lambda$

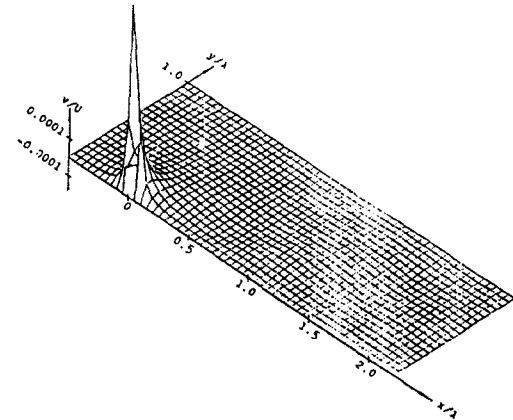


Fig. 12 A configuration of velocity component v at $z_m = -0.2\lambda$

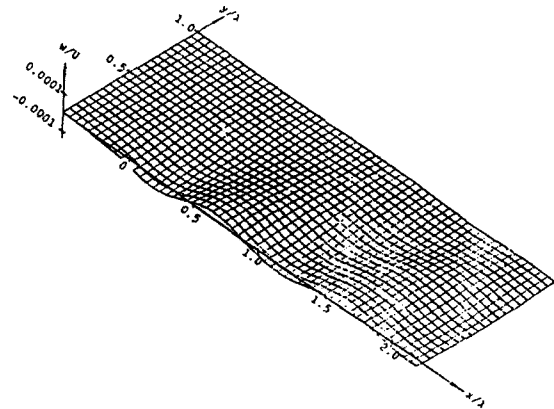


Fig. 13 A configuration of velocity component w at $z_m = -0.2\lambda$

근처에서 그 크기가 매우 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나, z 방향의 속도 성분의 경우 Source 근처에서 그 크기에 대한 변동이 거의 없음을 알 수 있는데 그 이유는 Rankine Source 항이 $z_m = -0.2\lambda$ 인 평면에서는 영향을 미치지 않기 때문이라고 생각한다.

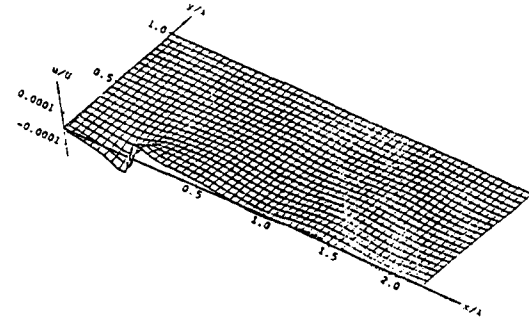


Fig. 14 A configuration of velocity component u at $z_m = -0.3\lambda$

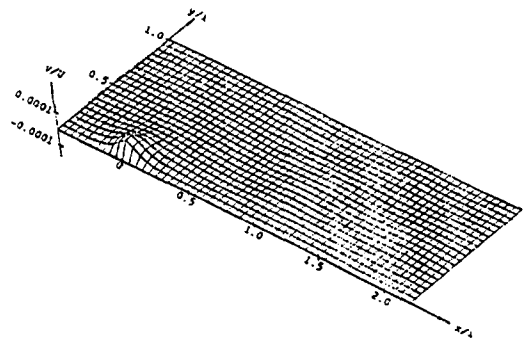


Fig. 15 A configuration of velocity component v at $z_m = -0.3\lambda$

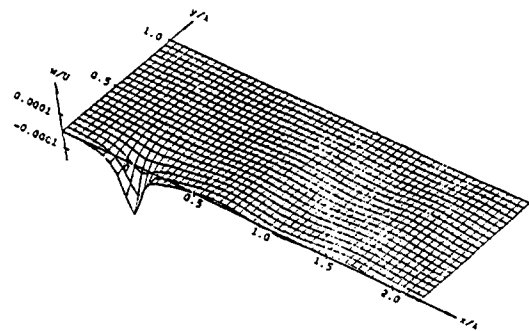


Fig. 16 A configuration of velocity component w at $z_m = -0.3\lambda$

계산점이 $(x, y, -0.3\lambda)$ 인 평면에서 x, y, z 방향의 속도 성분의 계산 결과를 Fig. 14~16에 각각 나타내었다. 각 속도 성분의 크기와 거동은 Fig. 8~10에 나타난 것과 거의 유사하여 z 방향의 속도 성분에서의 x/λ 가 0인 근처에서 그 크기는 Fig. 10의 경우와 반대임을 알 수 있다.

본 계산에 사용된 계산기는 SUN 3/160 Micro-Computer(주기억 4MB)를 이용하였다. 계산시간은 파수, Source의 위치와 계산점의 위치에 따라 달라질 수 있으나, 본 계산의 경우에는 예측한 계산시간보다 약간 증가하였다.

식 (13), (15)의 이중적분항의 계산시간이 단일적분항에 비해서 전체 계산시간의 95% 정도 소요되었는데, 그 원인은 이중적분항의 내부적분시 Gauss-Laguerre방법을 이용할 경우 계산시간은 거의 99% 이상 크게 단축되나 부분적인 계산결과에 정확도에 문제가 있기 때문에 계산 결과의 정확도에 치중하여 적분방법을 Clenshaw-Curtis 방법으로 세밀하게 계산하였기 때문으로 사료된다.

특히, 정량적인 계산시간은 사용하는 전자계산기의 특성과 용량에 따라 상당한 차이가 나타날 수 있으나 본 계산에서 소요된 임의의 계산점에서의 평균시간은 u 의 경우 약 19초, v 의 경우 약 22초, w 의 경우 약 13초가 소요되었으며, Source에 근접된 계산점에서 계산시간이 많이 소요되었다. 따라서 이중적분항의 내부적분에 적절한 적분방법을 선택하면 계산시간이 더욱 단축되어질 것이라고 확신한다.

한편, 본 계산 결과에 대한 정확도를 확인하기 위하여 기존 문헌을 검토하여 보았으나 한 점의 Source분포에 의한 계산결과는 u 의 성분이라 할 수 있는 파면상승의 정성적 표현으로만 표현되고 있으므로 정량적인 값의 정확한 비교는 할 수 없었다. 그러나 본 계산결과에 나타난 간격보다 더 좁은 간격(1/12)을 잡아서 계산을 수행하여 보았으나 각 유기속도성분들의 결과에 흔들림이 발생하지 않음을 확인할 수 있어 본 계산 결과의 정확성을 판단하는 하나의 근거로 받아들일 수 있었다. 본 계산에서는 통상적으로 사용하는 허용한도를 1.0×10^{-8} 으로 주었으며 그 결과의 정확성

은 매우 좋으리라고 기대한다.

5. 결 언

물체 표면에 Source를 분포시키기 위한 기본적인 단계로써 먼저 Green함수의 수치계산 방법을 소개하고, 이 방법의 유효성을 확인하기 위하여 자유수면 하에서 일정 속도로 수평 직진하는 Havelock Source에 의하여 유동장에 나타나는 유기 속도 성분들을 계산한 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수가 있다.

첫째, x, z 방향의 속도 성분과는 달리 y 방향의 속도 성분의 경우, x/λ 가 0 근처에서 y/λ 가 증가하는 방향으로 점차적으로 그 크기가 증가하다가 감소하는 경향을 알 수 있다. 이는 y/λ 가 0인 x 축 상에서의 y 방향의 속도 성분의 크기가 0이어야 하는 점을 생각할 때 매우 흥미로운 점으로 생각된다.

둘째, z 방향의 속도 성분의 경우, 그 크기가 Source가 놓여있는 평면을 중심으로 하여 대칭적으로 나타나고 있으며 그 크기가 x, y 방향의 속도 성분의 크기 보다 크게 나타나고 있다.

또한, Source가 놓여있는 평면 내의 Source근처에서의 속도 성분의 크기가 x, y 방향의 속도 성분과는 달리 큰 변화를 나타내지 않고 있다.

참 고 문 헌

- [1] Havelock T. H. "Ship Waves : the Calculation Wave Profiles", *Proc. Roy. Soc, London, Ser A* 135, 1932
- [2] Lunde, J. K. "On the Linearised Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motion", *TSNAME*, Vol.59, 1951
- [3] Peters, A. S. and Stoker, J. J. "The Motion of a Ship, as a Floating Rigid Body, in a Seaway", *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. X, 1957

- [4] Wehausen, J. V. and Laitone, E. V. "The Surface Waves", *Encyclopaedia of Physics*, Ed. Flügge, S., Vol. IX, Springer-Verlag, Berlin, 1960
- [5] Shen, H. T. and Farrell, C. "Numerical Calculation of the Wave Integrals in the Linearised Theory of Water Waves", *JSR*, Vol.21, March 1977
- [6] Barr, J. J. M. and Price, W. G. "Evaluation of the Wavelike Disturbance in the Kelvin Wave Source Potential", *JSR*, Vol. 32, March 1988.
- [7] Newman, J. N. "Evaluation of the Wave-Resistance Green Function ; part 1-The Double Integral on the Centerplane", *JSR*, Vol.31, June, 1987
- [8] Newman, J. N. "Evaluation of the Wave-Resistance Green Function ; Part 2-Single Integral on the Centerplane", *JSR*, Vol. 31, Sept., 1987.
- [9] Lee, D. K., "On the Numerical Evaluation of the Wave Pattern of a Havelock Source", *JSNACK*, Vol.16, Dec. 1979.
- [10] 이 민우 외, 'Newmann-Kelvin이론에 의한 조파 저항의 수치계산', 대한조선학회지, 제 24권 제2호, 1987. 6.
- [11] Adee, B. H., "Calculation of the Streamlines about a Ship assuming a Linearized Free-Surface Boundary Condition", *JSR*, Vol. 17, Sept. 1973
- [12] Standing R. G., "Experience in Computing the Wavemaking of Source/Sink Models", *NPL Report Ship 190*, Sep, 1975
- [13] Abramowitz, M. and Stegun, I. A. "Handbook of Mathematical Functions", U.S. Gov. Print. Off., 1964

부 록

식 (12), 식(14) 및 식 (15)의 이중적분항의 내부적분은 그 형태가 비슷하며

$$\int_0^{\infty} f(r)re^{-r}dr = \int_0^{UL} f(r)re^{-r}dr + \int_{UL}^{\infty} f(r)re^{-r}dr \quad (16)$$

와 같이 나타낼 수 있고 이 식에서 $f(r)$ 는 다음과 같은 형이다.

$$f(r) = \frac{a_0r + b_0}{A_0r^2 + B_0r + C_0} \quad (17)$$

식 (16)의 우변 마지막 항에 대한 적분이 이루어진다면 이로부터 UL값을 정해줄 수 있으므로 이 항을 다음과 같이 생각하자.

$$I_0 = \int_{UL}^{\infty} f(r)re^{-r}dr \leq \int_{UL}^{\infty} |f(r)| re^{-r}dr$$

따라서 $|f(r)|_{max} = f_m$ 이라고 하면 이 값에 대응되는 r_m 은 실수이면서 $r_m > 0$ 이어야 한다.

이 r_m 은 식(17)의 극값을 이용하여 구할 수 있다.

$$I_0 \leq f_m \int_{UL}^{\infty} re^{-r}dr = f_m(UL+1)e^{-UL}$$

으로 부터 수치계산의 허용한도 ϵ 를 준다면 다음과 같은 수식을 얻는다.

$$(UL+1)e^{-UL} \leq \frac{\epsilon}{f_m}$$

따라서 이 식을 시행 UL에 관한 착오법으로 구하면 이로부터 식 (12)의 적분 상한값 UL을 구할 수가 있다.