

# 제어규칙 분해법에 의한 다변수 퍼지 시스템 제어의 적용기준지수

(An Index of Applicability for the Decomposition of  
Multivariable Fuzzy Control Rules)

李 平 基\* 李 均 景\*\* 全 琪 進\*\*\*

(Pyeong Gi Lee, Kyun Kyung Lee, and Gi Joon Jeon)

## 要 約

최근에 퍼지집합 이론을 응용하여 제어 시스템을 설계하는 연구는 다변수퍼지 시스템의 제어규칙 분해에 관한 이론에 매우 많은 관심을 불러 일으키고 있다. 다변수 퍼지 시스템에서 제어규칙 분해 방법은 추론결과를 도출하는데 따른 복잡한 문제를 간단하게 하는 효율적인 방법이지만 이러한 이론은 근사적인 방법으로 추론결과를 도출하므로 추론오차가 반드시 발생하게 된다. 따라서 본 논문에서는 Gupta 등이 제안한 제어규칙 분해법을 다변수 퍼지 시스템 제어에 적용할 수 있는가를 판단하는 적용기준지수를 정의한다. 또한, 시스템 성능을 향상시키고 추론오차를 감소시킬 수 있는 수정된 제어규칙 분해법을 제안하고자 한다.

## Abstract

Recent research on the application of fuzzy set theory to the design of control systems has led to interest in the theory of decomposition of multivariable fuzzy systems. Decomposition of multivariable control rules is preferable since it alleviates the complexity of the problem. However inference error is inevitable because of its approximate nature. In this paper we define an index of applicability which can classify whether the Gupta et. al's method can be applied to multivariable fuzzy system or not. We also propose a modified version of the decomposition which can reduce inference error and improve performance of the system.

## I. 서 론

오늘날 산업현장에서의 많은 공정제어 시스템은 기존 제어이론의 광목할만한 발전에도 불구하고 부정확한 모델링에 의한 응답의 성능저하와, 입력과 출력간의 비선형성에 의한 제어의 어려움으로 말미암아 전문가의 수많은 경험을 바탕으로 제어가 되고 있는 실정이다.

인간의 의사결정 과정을 모방한 퍼지제어 이론의 많은 부분은 입력과 출력이 하나뿐인 단일출력 시스템 제어에 관한 연구<sup>[1][2]</sup>이나 산업현장에서의 실제 공정은 다수의 입력과 출력이 존재하는 다변수 시스템 구조이므로 지금

\* 正會員, 安養專門大學 制御計測學科  
(Dept. of Cont. & Ins., Anyang Junior Coll.)

\*\* 正會員, 慶北大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

\*\*\* 正會員, 慶北大學校 電子工學科, 制御計測新技術  
研究中心 (서울대)  
(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.,  
Eng. ERC for Advanced Cont. & Inst.)

接受日字: 1991年 10月 8日

까지 발표된 퍼지 제어이론을 실제 공정제어에 적용하는데 있어 다변수간의 상호작용을 고려하기 힘든 문제점이 노출되었다.

이러한 이유에서 1980년대 Czogala<sup>[3]</sup>, Trojan<sup>[4]</sup>, Cheng<sup>[5]</sup>, Gupta등<sup>[6]</sup>은 다변수 퍼지 시스템 제어이론을 발표하였다. 이미 발표된 다변수 퍼지 시스템 제어에 관한 여러 이론은 근사적인 방법으로 추론결과를 도출하므로 많은 문제점이 존재하는데 본 논문에서는 1986년 Gupta등<sup>[6]</sup>이 제안한 제어규칙 분해방법의 타당성에 대해 고찰해 보기로 한다. Gupta등이 제안한 다변수 퍼지 제어방법은 다차원의 시스템 연관행렬을 규칙에 포함된 입력과 출력에 의한 여러개의 2차원 연관행렬로 분해하여 현재 입력에 대해 \* 연산자를 이용하여 추론하는 방법이다. 이러한 방법은 다변수 시스템을 컴퓨터로 구현할 경우 아주 많은 데이터 처리에 따른 컴퓨터 기억용량 및 계산시간의 증가를 해결할 수 있고 다차원 시스템 제어용이 등이 가장 큰 장점으로 나타났다. 그러나 제안한 알고리즘이 복잡한 시스템을 아무리 계산이 간편한 시스템으로 변환할 수 있다고 하더라도 원하는 목표값을 추적하는 추적제어에서 정확하고 적절한 제어 입력이 되지 못할 때는 큰 의미가 없다.

본 논문에서는 Gupta 등이 제안한 제어 규칙 분해법을 직각투사 이론을 이용하여 다변수 퍼지 시스템 제어에 적용 가능한 경우와 불가능한 경우로 구분하는 적용 기준지수를 정의하고 시스템의 응답성능에 매우 나쁜 영향을 미치는 부정확한 추론출력을 보완하여 정확한 추론치와의 추론오차를 감소시키는 개선된 제어규칙 분해방법을 제시하였다. Gupta가 제안한 방법으로 ENOR 게이트를 모델로 하여 입력과 출력과의 관계를 규칙으로 표현했을 때 실제값과의 많은 추론오차가 발생함을 적용 기준지수에 의거하여 고찰해 보고자 한다.

## II. 제어 규칙 분해법에 의한 다변수 시스템 제어

일반적인 다변수 제어 시스템의 구조는 다음 그림 1과 같다.

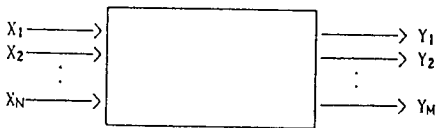


그림 1. 다변수 시스템의 구조

Fig. 1. Structure of the multivariable system.

N개의 입력과 M개의 출력간의 관계를 나타내는 K개의 언어적인 규칙을 다음과 같이 구성할 수 있다. 단 입력

과 출력을 정규화된 퍼지집합으로 가정한다.

$$\begin{aligned}
 & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(l)} \text{ AND } \cdots X_N \text{ is } X_{N(l)} \\
 & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{1(l)} \text{ AND } \cdots Y_M \text{ is } Y_{M(l)} \\
 & \text{ALSO} \quad \quad \quad \vdots \\
 & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(k)} \text{ AND } \cdots X_N \text{ is } X_{N(k)} \\
 & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{1(k)} \text{ AND } \cdots Y_M \text{ is } Y_{M(k)} \\
 & \text{ALSO} \quad \quad \quad \vdots \\
 & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(K)} \text{ AND } \cdots X_N \text{ is } X_{N(K)} \\
 & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{1(K)} \text{ AND } \cdots Y_M \text{ is } Y_{M(K)} \quad (1)
 \end{aligned}$$

만약 규칙을 구성하는 이산치 퍼지 입력( $X_1, X_2, \dots, X_N$ )과 출력( $Y_1, Y_2, \dots, Y_M$ )의 차원이 각각 다음과 같다고 할 때 전체 연관행렬 R의 차원은 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dim[X_1] &= q_1 & \dim[Y_1] &= p_1 \\
 \dim[X_2] &= q_2 & \dim[Y_2] &= p_2 \\
 & \vdots & & \vdots \\
 \dim[X_N] &= q_N & \dim[Y_M] &= p_M \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\dim[R] = q_1 \times q_2 \times \cdots \times q_N \times p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_M \quad (3)$$

물리적인 값을 양자화한 특정 요소의 값( $i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_M$ )은 전체공간(universe of discourse)중의 한 값이므로 다음 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned}
 1 \leq i_1 \leq q_1 & & 1 \leq j_1 \leq p_1 \\
 1 \leq i_2 \leq q_2 & & 1 \leq j_2 \leq p_2 \\
 & \vdots & \vdots \\
 1 \leq i_n \leq q_n & & 1 \leq j_m \leq p_m \\
 & \vdots & \vdots \\
 1 \leq i_N \leq q_N & & 1 \leq j_M \leq p_M \quad (4)
 \end{aligned}$$

또한, 시스템의 특성을 나타내는 m번째 출력을 위한 연관행렬을 연산자를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 R_m &= \bigvee_{k=1}^K \{X_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge \cdots \wedge X_{N(k)} \wedge Y_{m(k)}\} \\
 1 &\leq m \leq M \quad (5)
 \end{aligned}$$

여기서  $\vee$ 는 max,  $\wedge$ 는 min연산자를 의미한다. 그리고, 현재의 입력 값이  $X_1, X_2, \dots, X_N$ 으로 주어질 경우 m번째 출력값  $Y_m$ 은 Max-Min 연산자인 o로서 추론할 수 있다.

$$Y_m = X_1 \circ X_2 \circ X_3 \circ \cdots \circ X_N \circ R_m, \quad 1 \leq n \leq M \quad (6)$$

다변수 시스템에서 입력 수인 N이 큰 경우 식(6)과 같은 방법으로 출력값을 추론 할때 매우 많은 컴퓨터 기억 용량과 계산시간이 요구된다. 따라서 이러한 문제점을 해결하고자 Gupta등은 하나의 입력과 출력으로 구성되는 2차원 연관행렬 Rnm으로 분해하고 \* 연산자를 이용하여 출력값을 추론하는 방법을 다음과 같이 제안하였다.

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_M \end{bmatrix} = [X_1, X_2 \dots X_N] \circ \begin{bmatrix} R_{11} \dots R_{1M} \\ R_{21} \dots R_{2M} \\ \cdot \\ \cdot \\ R_{N1} \dots R_{NM} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$Y_1 = X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21} \wedge \dots \wedge X_N \circ R_{N1}$$

$$\vdots$$

$$Y_M = X_1 \circ R_{1M} \wedge X_2 \circ R_{2M} \wedge \dots \wedge X_N \circ R_{NM} \quad (8)$$

$$R_{nm} = \bigvee_{k=1}^K \{X_{n(k)} \wedge Y_{m(k)}\}, n=1,2,\dots,N \quad m=1,2,\dots,M \quad (9)$$

### III. 제어규칙 분해법의 기준지수 설정

Gupta등이 제안한 제어규칙 분해방법을 이용하여 하나의 입력과 출력값으로 구성되는 2차원의 연관행렬로 출력값을 추론하면 실제값과 추론치와의 추론오차가 증가된다. 따라서 제어규칙 분해법을 직각 투사(projection)법을 이용하여 출력값을 추론하는 방법으로 해석하고 규칙을 분해하지 않는 원래의 다차원 연관행렬로서 추론하는 경우와 비교하여 적용 가능한 경우와 불가능한 경우를 구분할 수 있는 적용기준지수(index of applicability)를 정의한다.

한편 N개의 입력과 M개의 출력이 존재하는 다변수 퍼지 시스템에서 연관행렬을 구성하는 각각의 영역(X1, X2, ..., XN)에서 퍼지집합의 양자화된 Xn 영역의 특정 원소 in을 고정시키고 다른 영역의 모든 요소에 대해 직각투사하는 것을 다음과 같이 정의한다.

$$Px_n = i_n, y_m = j_m \leq Proj x_n = i_n R_m$$

$$= Sup R_m(x_1, \dots, x_n = i_n, \dots, x_N, y_m = j_m) \quad (10)$$

$$x_1 \in X_1$$

$$x_2 \in X_2$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$x_N \in X_N$$

$$m=1,2,\dots,M \quad n=1,2,\dots,N$$

예로서 2개의 입력(x1, x2)과 1개의 출력(Y)이 존재하는 시스템의 K개의 언어적인 규칙을 다음과 같이 놓자. 이때 연관행렬 R은 식 (12)와 같게된다.

$$IF X_1 \text{ is } X_{1(k)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(k)} \text{ THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(k)}$$

$$ALSO$$

$$\vdots$$

$$IF X_1 \text{ is } X_{1(k)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(k)} \text{ THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(k)}$$

$$ALSO$$

$$\vdots$$

$$IF X_1 \text{ is } X_{1(K)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(K)} \text{ THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(K)} \quad (11)$$

$$R = \bigvee_{k=1}^K \{X_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)}\} \quad (12)$$

Gupta등이 제안한 하나의 입력과 출력으로 구성되는 2차원의 연관행렬(R11, R21)은 각각 다음 식 (13), (14)와 같게 된다.

$$R_{11} = \bigvee_{k=1}^K \{X_{1(k)} \wedge Y_{(k)}\} \quad (13)$$

$$R_{21} = \bigvee_{k=1}^K \{X_{2(k)} \wedge Y_{(k)}\} \quad (14)$$

퍼지집합 A1과 A2를 전체공간의 모든 원소에서 멤버십 값이 1인 무정의항(don't care term)으로 정의하고 현재 입력 X1, X2가 주어질 경우 이에 상응한 출력값(Y) 추론을 무정의항으로 나타내면 다음 식(15)와 같다.

$$Y = X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21}$$

$$= X_1 \circ A_2 \circ \left\{ \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge A_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \right\} \wedge$$

$$A_1 \circ X_2 \circ \left\{ \bigvee_{k=1}^K A_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \right\} \quad (15)$$

무정의항 A1, A2를 사용하여 구성된 연관행렬의 각 원소의 값은 입력 X1(k), X2(k)와 출력Y(k)로서 구성된 연관행렬 R의 원소값보다 크거나 같고 A1, A2가 현재 입력 X1, X2의 각 요소의 값보다 크거나 같다. 그러므로 다음 식 (16)이 성립한다.[6]

$$Y \geq X_1 \circ X_2 \circ \left\{ \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \right\} \quad (16)$$

식(16)에서 2차원 연관행렬만으로 제어규칙을 구성하여 출력값(Y)을 추론할 경우에는 식 (16)의 오른쪽 항에서와 같이 제어규칙을 분해하지 않고 추론하는 결과와 상당한 추론오차를 발생시킬 수 있음을 알 수 있다.

이해를 쉽게 하기 위해서 정규화된 입력( $X_1, X_2$ )을 퍼지집합으로 하지않고 퍼지 singleton으로 하여 출력값을 추론해 보기로 한다. 연관행렬  $R_{11}$ 에서는  $A_2$ 가 무정의항이므로 제어규칙을 분해하지 않은 3차원 연관행렬에서 현재입력  $X_1$ 의 양자화된 요소인  $i$ 를 고정시키고  $X_2$  영역의 모든 요소를 직각투사하여 가장 큰 값인  $\max_i$ 를 얻을 수 있고 연관행렬  $R_{21}$ 에서는  $A_1$ 이 무정의항이므로  $X_2$  입력의 특정원소  $j$ 를 고정시키고  $X_1$  영역의 모든 요소를 직각투사하여  $\max_j$ 를 구할 수 있다. 제어규칙 분해법에 의한 추론출력은 이 두값( $\max_i, \max_j$ )에서 적은 값을 취한 것이 된다. 이러한 것을 도식적으로 나타내면 그림 2와 같은 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dim [ Y ] = p \tag{17}$$

$$Y^1 = \max_{i1} \wedge \max_{j1}$$

$$Y^2 = \max_{i2} \wedge \max_{j2}$$

⋮

$$Y^p = \max_{ip} \wedge \max_{jp} \tag{18}$$

$$Y = [ Y^1 Y^2 \dots Y^p ] \tag{19}$$

여기서  $Y_p$ 는 추론 출력집합의  $p$ 번째 요소를 의미하며 그림 2에서 화살표의 방향은 직각투사의 방향을 나타낸다.

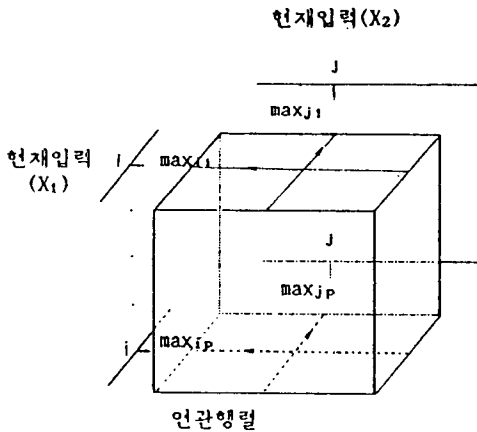


그림 2. 직각투사에 의한 출력값 추론  
Fig. 2. Output inference by projection.

전술한 예에서와 같이 하나의 입력과 출력으로 구성되는 2차원 연관행렬로서 출력값을 추론하는 제어규칙 분해법은  $X_1, X_2$  영역의 특정 요소를 고정시키고 직각투사하여 추론출력을 구하므로써 3차원 연관행렬로서 구한 추론

치와는 상당한 오차가 발생할 수 있다.

$N$ 개의 입력과  $M$ 개의 출력이 존재하는 다변수 시스템 제어에 제어규칙 분해법을 적용할 수 있는가를 판단하기 위하여 식(10)에서 정의한 직각투사로서 적용기준지수  $C$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$C = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C_m \tag{20}$$

$$0 \leq C_m < 1, m=1,2, \dots, M$$

여기서

$$C_m = \frac{\sum_{i_1, \dots, i_N} \{ \bigwedge_{n=1}^N P_{x_n} = i_n \ y = i_m - R_m(i_1, i_2, \dots, i_N, j_m) \}}{q_1 \times \dots \times q_N \times q_m} \tag{21}$$

$$\bigwedge_{n=1}^N P_{x_n} = i_n, y_m = j_m = P_{x_1} = i_1, y_m = j_m \wedge \dots \wedge P_{x_N} = i_N, y_m = j_m \tag{22}$$

$$\sum_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_m} = \sum_{j_m=1}^{p_m} \sum_{i_N=1}^{q_N} \dots \sum_{i_2=1}^{q_2} \sum_{i_1=1}^{q_1} \tag{23}$$

이다.

식 (21)의 정의로부터  $C_m$  또는  $C$ 가 1보다 작은 것을 알 수 있으면  $C_m$  또는  $C$ 가 1에 근접하는 예를 쉽게 만들 수 있다.

$C_m$ 은 하나의 입력과 출력으로 구성된 2차원 연관행렬로부터 구한 추론치와 제어규칙을 분해하지 않은  $N+1$ 차원의 연관행렬로서 구한 결과와의 정규화한 평균 면적 오차를 나타내므로  $C_m$ 이 1에 가까울수록 평균 면적 오차가 증가되어 부정확한 추론결과를 도출하고 0에 가까울수록 제어규칙 분해법에 의한 추론치가 실제값에 근접하게 된다. 따라서 시스템 제어의 목적에 따라 정밀제어가 요구되는 경우 정규화된 적용기준지수의 상한값을 0에 근접하도록 설정 되어져야 한다.

#### IV. 개 선

Gupta가 제안한 2차원 연관행렬만의 제어규칙 분해방법은 제어규칙을 구성하는  $X_1, X_2, \dots, X_N$ 영역중에서 특정 영역의 요소를 고정시키고 그의 다른 영역의 모든 구성원소를 직각투사하여 추론출력을 구하는 것이므로 적용기준지수  $C_m$ 이 큰 시스템은 분해되지 않은 제어규칙으로 구성되는 연관행렬의 구성원소값들과 직각투사하여 구한 근사적인 연관행렬의 구성원소 값들과의 차가 매우 크다는 것을 의미한다. 따라서 2차원 연관행렬만으로 구성되는 제어규칙 분해법을 적용기준지수가 큰 시스템에

적용하면 본래 경험이 많은 전문가에 의해 구성된 제어규칙을 부정확한 제어규칙으로 근사화함으로써 추론오차가 매우 커지게 된다. 따라서 이러한 시스템에서는 Gupta가 제안한 방법을 이용할 수 없다. 이에 대한 개선책으로 출력  $Y_m$ 에 대한 적용기준지수  $C_m$ 이 미리 설정한 상한값보다 클 경우에는  $R_{nm}$ 의 차원을 하나 더 증가시켜 추론하고  $C_m$ 이 상한값 범위이내에 들어올 경우에는 기존의 연관행렬로서 추론하는 복합적인 제어규칙 분해방법을 제안한다. 이러한 제어규칙 분해방법은 특정 출력값에 대응되는 적용기준지수값이 상한값보다 적은 경우에는 직각투사하여 근사화한 연관행렬과 분해하지 않은 제어규칙으로 구성된 연관행렬이 거의 유사하므로 출력값 추론시에 2차원의 연관행렬을 그대로 사용한다. 그리고 지수값이 상한값보다 클 경우에는 2차원의 연관행렬을 사용하면 추론오차가 매우 커지므로 연관행렬의 차수를 하나 더 증가시킴으로써 원래 분해하지 않은 제어규칙과의 근사 정도를 감소시켜 추론오차를 줄일 수 있다. 그 이유는 입력이 2개인 경우 연관행렬의 차수를 하나 증가시켜 3차원 연관행렬로 출력값을 추론하는 것은 분해하지 않은 원래의 제어규칙으로 출력값을 추론하는 경우와 같으므로 추론오차는 0이 된다. 만약 입력이 3개인 경우에는 식 (15), (16)에서와 같이 부정의항을 이용하면 2차원 연관행렬로 추론한 결과는 3차원 연관행렬로 추론한 결과보다 크거나 같고 4차원 연관행렬로서 추론한 결과는 원래의 연관행렬로서 추론한 결과가 되므로 3차원 연관행렬로서 추론한 결과보다 적거나 같게 된다. 따라서 연관행렬의 차수를 증가시키면 추론오차는 감소하게 된다. 만약 제어규칙이 원하는 목표치를 따라가도록 하는 추적제어에서의 제어기 특성을 나타낸다면 제안한 방법이 기존의 방법보다 제어기출력값의 추론오차를 줄일 수 있으므로 시스템의 성능을 개선시킬 수 있다.

이러한데 입력수  $N=3$ , 출력수  $M=2$ 인 다변수 시스템에서 제어규칙이  $K$ 개로 주어질 경우 연관행렬은 5차원으로 구성되고 하나의 입력과 출력으로 만들어진 2차원 연관행렬( $R_{11} \dots R_{31}, R_{12} \dots R_{32}$ )로서 적용기준지수 값을 구했을 때  $C_1$ 은 상한값보다 크고  $C_2$ 가 상한값 범위내에 존재한다면 2차원 연관행렬중 출력  $Y_1$ 의 연관행렬  $R_{11}, R_{21}, R_{31}$ 은 3차원으로 차원을 증가시키고 출력  $Y_2$ 의 연관행렬  $R_{12}, R_{22}, R_{32}$ 는 2차원 연관행렬을 그대로 사용하여 출력값을 추론하는 것이다. 이를 수식적으로 표현하면 다음과 같다.

$$Y_1 = X_1 \circ X_2 \circ R_{121} \wedge X_2 \circ X_3 \circ R_{213} \wedge X_3 \circ X_1 \circ R_{311} \quad (24)$$

$$Y_2 = X_1 \circ R_{12} \wedge X_2 \circ R_{22} \wedge X_3 \circ R_{32} \quad (25)$$

여기서

$$R_{huv} = \bigvee_{k=1}^N \{ X_{h(k)} \wedge X_{u(k)} \wedge Y_{v(k)} \} \quad (26)$$

$$R_{uc} = \bigvee_{k=1}^N \{ X_{h(k)} \wedge X_{u(k)} \} \quad (27)$$

$$\dim [ R_{huv} ] = q_h \times q_u \times p_v \quad (28)$$

$$\dim [ R_{huv} ] = q_u \times p_v \quad (29)$$

이다. 단  $q_h$ 는  $X_h$ 의 차원,  $q_u$ 는  $X_u$ 의 차원,  $q_v$ 는  $Y_v$ 의 차원 그리고  $p_v$ 는  $Y_v$ 의 차원을 나타낸다.

### V. 예제의 결과 및 고찰

#### 1. crisp 집합으로 ENOR 게이트의 출력값 계산

좀 더 쉽게 이해하기 위해서 명확한 경계치에 의해서 구분되어지는 crisp 집합으로 Gupta 등이 제안한 방법을 ENOR 게이트 모델에 적용하여 출력값을 추론하고 그 결과에 대해 검토하고자 한다. 2개의 입력과 1개의 출력을 가진 ENOR 게이트의 논리기호는 다음 그림 3과 같다.

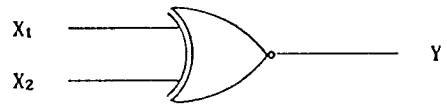


그림 3. ENOR 게이트의 논리기호  
Fig. 3. Logic symbol of ENOR gate.

언어적인 의미로 게이트 입력이 2.5volt보다 높은것을 H(high), 낮은것을 L(low)로 하여 입력과 출력과의 관계를 나타내는 진리표를 다음 표 1과 같이 구성할 수 있는데 여기서 H와 L을 crisp집합인 [0 1], [1, 0]로 표시한다.

표 1. ENOR 게이트의 진리표  
Table 1. Truth table for ENOR gate.

입 력		출 력	
$X_1$	$X_2$	$Y$	
1	0(L)	1	0(L)
1	0(L)	0	1(H)
0	1(H)	1	0(L)
0	1(H)	0	1(H)

현재의 입력  $X_1, X_2$ 가 모두 H일때 Gupta등이 제안한 방법으로 출력값을 추론하면 다음과 같다.

$$R_{11} = \bigvee_{k=1}^4 \{ X_{1(k)} \wedge Y_{(k)} \}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$R_{21} = \bigvee_{k=1}^4 \{ X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$Y = \{ X_1 \circ R_{11} \} \wedge \{ X_2 \circ R_{21} \} = [1 \quad 1] \quad (32)$$

위에서 추론한 출력값과 실제값을 동시에 나타내면 그림 4와 같다.

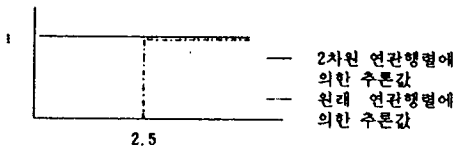


그림 4. 추론결과 (crisp 집합)  
Fig. 4. Result of inference (crisp set).

이러한 ENOR 게이트 모델에 대한 적용기준지수(C)를 구하면 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{\sum_{i_1, i_2, j_1} \{ \bigwedge_{n=1}^4 P_{in} = i_n, y=j_1 - R_1(i_1, i_2, j_1) \}}{q_1 \times q_2 \times p_1} = 0.5 \quad (33)$$

이러한 결과를 고찰해 볼때 적용기준지수가 0.5이므로 실제값과 제어규칙 분해방법에 의해 구한 추론결과와는 평균 면적 오차가 50%가 됨을 나타낸다. 이는 실제로 제어규칙 분해방법으로 구한 추론출력값과 실제값을 도식적으로 나타낸 그림 4에서도 추론오차가 50%가 됨을 알 수 있다. 이러한 오차는 실제 시스템 구현시 응답의 성능을 감소시키는 주된 원인이 될 뿐만 아니라 어떠한 상황에서든 H와 L을 모두 포함함으로써 추적오차에 따른 적절한 제어입력 산출이 거의 불가능하게 됨을 알 수 있다.

2. 퍼지 집합으로 ENOR게이트의 출력값 추론  
시스템의 입력과 출력변수들을 퍼지집합으로 구성할

경우 추론출력의 정확성의 정도를 분석하기 위하여 앞 절에서 적용한 2입력, 1출력의 ENOR 게이트 모델에 적용해 보기로 한다.

입력과 출력의 퍼지 집합들의 멤버쉽 함수는 그림 5와 같이 정한다.

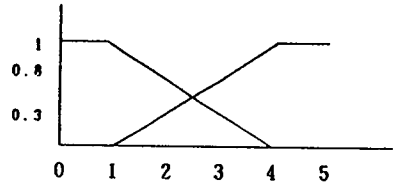


그림 5. 입력과 출력변수의 멤버쉽함수  
Fig. 5. Membership function of input and output variables.

ENOR 게이트의 입력과 출력에 대한 언어적인 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{IF } X_1 \text{ is L and } X_2 \text{ is L THEN } Y \text{ is H} \\ & \text{IF } X_1 \text{ is L and } X_2 \text{ is H THEN } Y \text{ is L} \\ & \text{IF } X_1 \text{ is H and } X_2 \text{ is L THEN } Y \text{ is L} \\ & \text{IF } X_1 \text{ is H and } X_2 \text{ is H THEN } Y \text{ is H} \end{aligned} \quad (34)$$

현재의 입력  $X_1, X_2$ 를 모두 H라고 가정할때 Gupta가 제안한 이론인 2차원의 연관행렬을 이용하여 다음과 같이 출력값을 추론할 수 있다.

$$Y = X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21} \quad (35)$$

$$R_{11} = \bigvee_{k=1}^4 \{ X_{1(k)} \wedge Y_{(k)} \} \quad (36)$$

$$R_{21} = \bigvee_{k=1}^4 \{ X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \} \quad (37)$$

Max, Min 및 Max-Min 연산자를 이용하여 부분 연관행렬 및 추론 출력집합을 계산하면 각각 다음과 같다.

$$R_{11} = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 \\ 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 \\ 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 & 0.80 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.80 & 0.80 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = X_1 \circ R_{11} = [1.0 \ 1.0 \ 0.80 \ 0.80 \ 1.0 \ 1.0] \quad (38)$$

$$Y_2 = X_2 \circ R_{21} = [1.0 \ 1.0 \ 0.80 \ 0.80 \ 1.0 \ 1.0] \quad (39)$$

$$Y = \min \{ Y_1, Y_2 \} \\ = [1.0 \ 1.0 \ 0.80 \ 0.80 \ 1.0 \ 1.0] \quad (40)$$

제어규칙 분해법으로 추론한 결과를 도식적으로 나타내면 다음 그림 6과 같으며 적용기준지수 값을 구하면 다음과 같다.

$$C_i = \frac{\sum_{i_1, i_2, j_1} \{ \bigwedge_{n=1}^2 P_{x_n = i_n, y = j_1} - R_1(i_1, i_2, j_1) \}}{q_1 \times q_2 \times p_1} = 0.32 \quad (41)$$

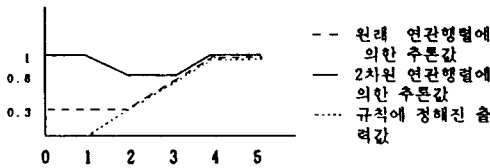


그림 6. 추론 결과(퍼지 집합)  
Fig. 6. Result of inference (fuzzy set).

이러한 결과에서 제어규칙을 분해하지 않은 원래의 연관행렬로서 추론한 실제값과 2차원의 연관행렬만으로 제어규칙을 분해해서 추론한 결과와는 매우 큰 오차를 나타내는데 만약 퍼지 제어기의 제어규칙이 이러한 특성을 가진다면 부정확한 값이 제어입력으로 산출되어 매우 나쁜 시스템 응답성능을 나타낼 수 있음을 보여준다. 이는 산출한 적용기준지수가 0.32이므로 평균면적 추론오차가 32%가 됨을 나타내는데 이러한 수치는 정밀 제어를 요구하는 다변수 퍼지시스템에 2차원 연관행렬만으로 구성되는 제어규칙 분해방법으로는 적절한 추론 출력값을 기대할 수 없음을 보여준다.

제안한 방법을 이용하여 ENOR게이트 모델의 출력값을 추론하면  $X_3$ 가 존재하지 않으므로 식(24)는 식(42)

와 같이되고 현재 입력이 모두 'H' 인경우 추론되어진 출력값은 다음과 같다.

$$Y = X_1 \circ X_2 \circ R_{121} \\ = [0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.0] \quad (42)$$

제안한 방법에 의해 추론되어진 출력값을 도식적으로 나타내면 그림 7과 같으며 이러한 결과는 3차원 연관행렬로 차수를 증가시켜 원래의 분해하지 않은 제어규칙에 의해서 추론한 출력값이므로 적용기준지수  $C_1$ 은 0이 되는데 이는 곧 실제값과의 평균 면적 추론오차가 0%가 됨을 의미한다.

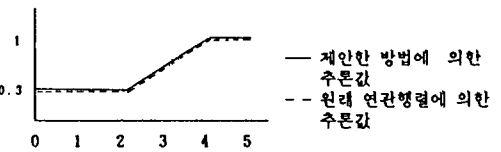


그림 7. 제안된 방법에 의한 추론 결과  
Fig. 7. Result of inference by the proposed method.

이러한 결과를 고찰해 볼 때 제안한 방법은 기존의 방법에 비해 추론오차가 감소되어짐을 알 수 있다.

한편 Gupta등이 발표한 논문<sup>[6]</sup>의 예제들 중에서 2-용기 수위 퍼지 제어기의 2번째 예제를 선정하여 주어진 제어규칙으로 부터 구한 연관행렬의 각 구성원소값들과 각각 사하여 구한 근사적인 연관행렬의 구성원소값들의 차( $P_R$ )를 계산하면 다음과 같다.

$$P_R = \sum_{i_1, i_2, j_1} \{ \bigwedge_{n=1}^2 P_{x_n = i_n, y = j_1} - R_1(i_1, i_2, j_1) \} \\ = 10 \quad (43)$$

여기에서  $P_R$ 이 10이라는 것은 연관행렬 구성원소의 갯수가 343개라는 점에서 매우 적은 값이다. 이러한 시스템에서 적용기준지수값(10/343)이 0.029라는 것은 제어규칙에 포함된 하나의 입력과 출력으로 만들어진 2차원 연관행렬로서 추론했을때 추론결과가 실제값과의 평균 면적 추론오차가 2.9%로서 매우 적은 것을 의미한다. 따라서 적용 기준 지수값이 적은 이러한 특정한 시스템에서는 Gupta가 제안한 제어규칙 분해법을 출력값 추론에 적용할 수 있음을 보여준다. 하지만 기준 지수값이 제어목적에 따라 미리 설정된 상한 값을 벗어날 때는 Gupta가 제안한 방법을 이용하면 매우 많은 추론오차가 발생하게 되어 적절한 제어량을 산출할 수 없다.

VI. 결 론

본 논문에서는 Gupta등이 제안한 제어규칙 분해방법으로 다변수 퍼지 시스템을 제어할 경우에 적용가능한 경우와 적용불가능한 경우로 구분하는 적용 기준지수를, 연관행렬을 구성하는 특정 영역의 요소를 고정시키고 다른 영역의 모든 요소에 대해 직각투사하여 정규화시킨 값을 이용하여 정의하였다. 또한 하나의 입력과 출력으로 만든 2차원 연관행렬로서 제어규칙을 분해하여 출력값을 추론할 때 적용 기준지수값이 크다면 매우 많은 추론오차가 발생하는데 이러한 부정확한 추론출력은 시스템의 응답 성능에 매우 나쁜 영향을 초래하므로 다변수 퍼지 시스템제어시에 추론오차를 감소시킬수 있는 새로운 제어규칙 분해방법을 제시하였다. Gupta등이 제안한 방법을 ENOR모델에 적용할때 실제값과 추론출력간의 매우 많은 추론오차가 발생하였는데 제시한 적용 기준지수의 의미와 일치되는 것으로 보아 이론의 타당성을 확인 할 수 있었다.

參 考 文 獻

[1] Y.F. Li and C.C. Lau, "Development of fuzzy algorithms for servo systems," *IEEE Con. Syst. Mag.*, pp. 65-71, 1989.

[2] P.J. King and E. M. Mamdani, "The application of fuzzy control system to industrial processes," *Automatica*, vol. 13, pp. 235-242, 1977.

[3] E. Czogala and H.J. Zimmermann, "Some aspects of synthesis of Probabilistic fuzzy controllers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13, 1984.

[4] G.M. Trojan and J.B. Kiszka, "Solution of multivariable fuzzy equations," *Fuzzy Sets and System*, vol. 23, pp. 271-279, 1987.

[5] W. Cheng, S. Ren and T. Tsuei, "An expression for fuzzy controller," in *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland, 1982.

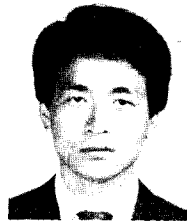
[6] M.M. Gupta, J.B. Kiszka and G.M. Trojan, "Multivariable structure of fuzzy control systems," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* vol. 16, no. 5, pp. 638-655, 1986.

著 者 紹 介



李 平 基(正會員)

1960年 8月 14日生. 1986年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1989年 2月 경북대학교 대학원 전자공학과 공학석사학위 취득. 1990年 3月~1991年 2月 경북대학교 전자공학과 조교. 1989年 3月~현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 1991年 3月~현재 안양전문대학 제어계측과 전임강사. 주관심분야는 퍼지시스템제어, 최적제어, 공장자동화 등임



李 均 景(正會員)

1955年 3月 18日生. 1977年 서강대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1984年 미국 Univ. of Texas at Austin 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학석사). 1987年 미국 Univ. of Texas at Austin 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박사). 1987年 ~1989年 미국 Oklahoma State univ. 전기과 조교수. 1989年~현재 경북대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 미선형시스템이론, 퍼지제어이론, 수중음향 표적추적 등임.



全 琪 準(正會員)

1945年 12月 28日生. 1969年 2月 서울대학교 공과대학 공학사 학위 취득. 1978年 Houston 대학 전기공학과 공학석사 학위 취득. 1983年 Houston 대학 전기공학과 공학박사 학위 취득. 1971年~1976年 국방과 학연구소 연구원. 1983年 11月 경북대학교 전자공학과 조교수. 현재 경북대학교 전자공학과 부교수. 주관심분야는 제어이론, 지능제어, 공장자동화 등임.