

# 단시안 명암강도를 이용한 물체의 3차원 거리측정

## (Obtaining 3-D Depth from a Monochrome Shaded Image)

金 炳 一\*

(Byung Il Kim)

### 要 約

본 논문은 단시안에 투영된 3차원 물체의 Image에서 측정된 명암강도의 차이를 이용하여 3차원 물체의 절대 거리 z 및 형상을 유출하는 수치적인 방법을 연구, 단시안에 의해서도 Camera와 물체사이의 3차원 절대거리가 구해질 수 있음을 보여주고 있다. 기 발표된 이론과는 다르게 본 논문에서는 점광원을 이용하여 투영된 명암강도와 3차원 물체의 절대거리 및 형상과의 관계를 물체가 Uniform Lambertian이라는 가정하에서 새로운 관계식으로 정립하였다. 정립된 Non-Linear 관계식은 Smoothness 조건아래 "Calculus of Variation" 방법을 사용하여 수학적 Algorithm으로 정리되어 Programming 되었고 간단한 실험방법을 이용하여 실제 Data에 적용시켜 그 타당성을 조사하였다.

### Abstract

An iterative scheme for computing the three-dimensional position and the surface orientation of an opaque object from a single shaded image is proposed. This method demonstrates that calculating the depth(distance)between the camera and the object from one shaded video image is possible. Most previous research works on "Shape from Shading" problem, even in the "Photometric Stereo Method", involved the determination of surface orientation only. To measure the depth of an object, a point light source is used. We have established an expression for the image intensity which depends on position of the illumination source, surface orientation of the object, depth of the object, and the reflectance properties of the surface. Assuming that the object surface is uniform Lambertian the measured intensity level at a given image pixel(x,y)becomes a function of surface orientation and depth component of the object. Derived Image Irradiance Equation can't be solved without further informations since three unknown variables(p,q and D) are in one nonlinear equation. As an additional constraints we assume that surface satisfy smoothness conditions. Then equation can be solved relaxatively using standard methods of "Calculus of Variation". After checking the sensitivity of the algorithm to the errors in input parameters, the theoretical results is tested by experiments. Three objects (plane, cylinder, and sphere)are used. Thees initial results are very encouraging since they match the theoretical calculations within 20% error in simple experiments.

\* 正會員, 同德女子大學校 電子計算學科

(Dept. of Comp. Sci., Dongduk W' Univ.)

接受日字: 1991年 9月 24日

(※ 본 연구는 1990년도 문교부 학술연구 조성비 자유공모과제의 지원에 의하여 수행되었음.)

### I. 서 론

CCD Camera에 의하여 측정된 3차원 물체의 명암강도(Image Brightness)를 이용하여 물체표면의 방향(Surgace Orientation)을 구하는 연구는 시각연구(Computer Vision)중 "Shape from Shading"(이하

SFS로 표기)이라 부르며 1970년대초 MIT A.I.Lab의 Horn [Horn, 1970]에 의하여 처음으로 연구되기 시작하였고 지난 10-15년간 상당히 많은 연구가 진행되어 왔다. 처음 Horn의 연구는 SFS Problem을 비선형 편미분식으로 표현하고 Characteristic Strip을 따라 움직이는 5개의 미분방정식으로 변환시켜 물체 표면의 두 방향 변수  $p(\partial f / \partial x)$ 와  $q(\partial f / \partial y)$ 을 추출하고자 하였다. 1975년 Horn은 Gradient Space상에서 Image Brightness을  $p, q$ 의 함수로 표현하는 Reflectance Map(일명 Image irradiance Equation [Horn, 1975])을 고안하여 SFS를 체계화 시킴으로서 단안시를 이용한 SFS의 문제를 3차원 물체표면의 특성함수  $R(p,q)$  (The Reflectance Function)와 Image에 투영된 광도함수  $I(x,y)$ 와의 함수적 관계로 설정시켰고 이 식을 이용하여 물체표면의 두 방향변수  $p(\partial f / \partial x)$ 와  $q(\partial f / \partial y)$ 을 구하는 연구로 정립시켰다. Reflectance Map은 단순한 SFS 문제뿐 아니라 Automatic Hill Shading같은 실제적인 분야에서도 이용되고 있다. [Horn and Bachman, 1978; Woodham, 1980; Horn, 1981]. 그러나 Reflectance Map을 이용하여도 단안시에 투영된 Image만으로는  $p(x,y), q(x,y)$ 를 계산할 수 없기 때문에 원물체의 Surface에 대한 가정(예를 들어 Smoothness Condition)을 추가하게 되었고 이는 Surface에 대한 사전지식(Prior Knowledge)으로도 생각할 수 있다. 최근에는 Horn과 Brooks이 [Horn and Brooks, 1986] Surface Smoothness Condition하에서 Variational Technique을 이용하여 SFS에 관한 Algorithm을 활성화 하였다.

현재까지 진행된 SFS에 관한 대부분의 연구가 원거리에 광원과 Camera 또는 눈(Distant Light Source & Camera)이 위치한다고 가정하여 Orthogonal Projection하에서 연구가 진행되었기 때문에 물체의 3차원 절대거리인  $z$ -Component가 무시되고 단지 물체의 3차원 방향만 고려되어 실제적 응용분야에 적용하는데 많은 제약이 있었다. 예를 들어 Robot Arm에는 3차원 거리를 인식하는 별도의 Touch Sensor가 필요하고 계단모양(spiral Staircase)의 물체는 위에서 보았을때 단순한 Plane형태로 보이게 된다. 최근의 연구에서 SFS를 이용하여 3차원 절대거리  $z$ 까지 구하려는 노력이 진행되었고 Kim & Burger는 [Kim and Burger, 1988]는 Photometric stereo Method (PSM) [woodham, 1977; Ikeuchi, 1981]와 점광원(Point Light Source)을 사용하여 1대의 Camera에 여러개의 Image가 있는 경우 3차원 물체의 방향 Vector  $p, q$ 뿐 아니라 3차원 절대거리  $z$ 까지도 계산할 수 있음을 보여 주었다. 본 연구는 여러개의 Image가 아닌 Single Image에서도 이러한 법칙이 가능할 수 있을 것이라는 Idea에서 출발하여 각종 수학적

기법과 물체에 대한 점진적인 가정 그리고 간단한 실험을 통하여 단안시(single Image from single Camera)에서도 물체의 3차원 방향 Vector와 절대거리  $z$ 를 구할 수 있음을 보여주는 가장 기본적인 연구이다.

## II. 수학적 배경

### 1. 반사이론(Reflectance Theory)

앞서 지적한 대로 SFS(Shape Form Shading)에 관한 대부분의 연구가 원거리에 광원이 위치한다고 가정하였다. 이런 가정하에서는 입력광선(Incident Light Ray)이 서로 평행하기 때문에 Unit Direction Vector는  $1=(1_x, 1_y, 1_z)$ 로 정의할 수 있고 그림 1처럼 물체의 모든 면에 대하여 평행을 이룬다. 물체표면의 외수직(Outside surface Normal)을  $n=(p,q,-1)$ 이라 하고 물체가 perfect Lambertian이라고 가정하면 물체표면의 한점  $(x, y)$ 에서 반사되는 빛의 강도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_{reflected} = I_{incident} r(x,y) \cos(\theta) = I_{incident} r(x,y) n \cdot 1 / |n| \quad (1)$$

$r(x,y)$ 는 물체표면의 반사계수(Reflection Coefficient)로서 물체 표면에 무늬가 있는 Textured Surface에서는 표면위치  $(x,y)$ 에 따른 함수로 표시할 수 있으며 Albedo라 부른다. 각도  $\theta$ 는 Light Vector 1과 Surface Normal Vector  $n$ 의 사잇각을 나타낸다.

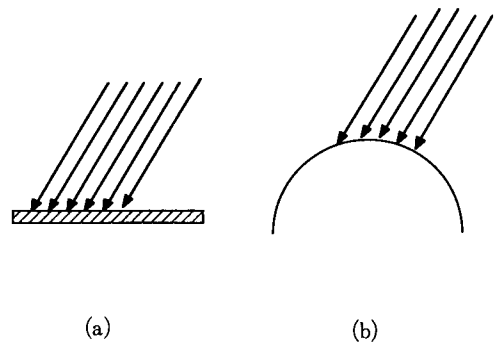


그림 1. 원거리 입력광선인 경우 :  
 (a) 평면 (b) 구표면에 평행한 입력광선  
 Fig. 1. Light source is far away : incident light rays are parallel on the  
 (a) plane, (b) spherical surface.

2. 반사방정식(The Irradiance Equation)

이론적으로 존재하는 점광원(Hypothetical Point Light source)이 3차원 물체에 점점 가까이 다가온다고 가정하면 광원에서의 입력광선(Incident Light Rays)은 더이상 평행하지 않고 물체로부터의 반사광도(Reflected Light Intensity)는 그림 2처럼 물체표면과 광원사이의 3차원 절대거리 z의 함수로 나타나게 된다. 여기에는 크게 두가지 이유가 있는데 첫째 물체 위치에 따라 입력광선의 각도  $\theta$ 가 변하게 되고 둘째 물체 입력광도(Incident Light Intensity)는 3차원 절대거리 z제곱에 반비례하기 때문이다. 이를 일반적인 수학적 관계식으로 표현하기 전에 문제를 단순화시키기위하여 먼저 우리의 좌표계를 그림 3처럼 가상적으로 설정하자. 즉 좌표계의 중앙에 Camera가 위치하고 역시 x-y평면에 점광원이 위치하며 3차원 물체표면의 한점은 (x,y,D)로 표시된다고 가정하자. D는 양수값의 절대거리 z를 나타내며 표면 반사방정식(Irradiance Equation)은 식2과 같이 표현될 수 있다.

$$I'(x',y')=R(p,q,D) \tag{2}$$

이때  $I'(x',y')$ 는 3차원 물체 표면의 한점(x,y,D)에 대한 Image point(x',y')에서의 측정광도(Measured Intensity)를 나타내고 R(p,q,D)에서 Reflectance Map을 표시한다. 기본 연구단계인 본 연구에서는 방정식 2을 좀더 단순화 시키기 위하여 다음의 2가지 가정을 설정하자. 물론 이 2가지 가정은 연구가 계속되면서 하나씩 제거될 수 있을 것이다.

1) 주어진 물체 표면이 완벽한 Diffuse(Perfect

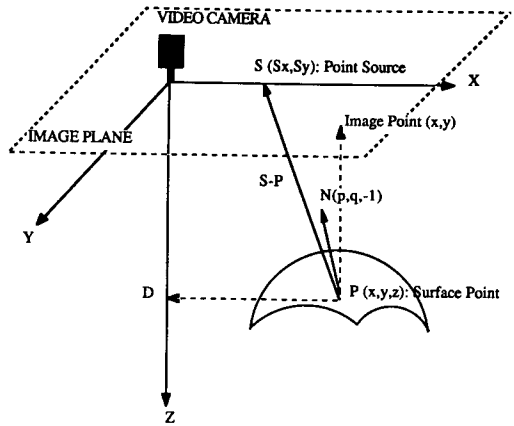


그림 3. 간단한 일루미네이션 모델  
Fig. 3. Simple illumination model.

Lambertian) 물체라 하자. 이런 가정하에서는 반사강도(Reflected Light Intensity)가 단지 입력강도(Incident Intensity)에만 영향을 받고 눈의 위치에는 전혀 관계가 없다. 다시 말해 측정광도(Measured Image Intensity)는 입력광도와와의 사잇각  $\theta$ 의 함수로만 표현된다.

2) 물체에 대한 Camera의 투사(Projection)가  $z=0$  평면에 Orthonormal이라 하여 Video Image상의 임의의 한점(x,y)는 3차원 표면의 (x,y,D)에 대응한다고 가정하자. 이를 위하여 Video Camera의 초점거리는 가능한 커야하며 물체와 Camera의 거리는 물체의 크기에 비하여 상대적으로 커야한다. 물론 이론적으로는 이렇게 가정할 수 있으나 실험적으로 이를 구성하는데에는 상당히 어려움이 많아 본 논문에서는 이에 따른 문제를 Algorithm의 Error로 취급하여 Sensitivity Analysis에서 Error로 Analysis하고 이에 대한 연구를 지속하려 한다.

이러한 두가지 가정하에서 우리는 식 3같은 새로운 Image Irradiance Equation을 설정할 수 있다. Image 상의 측정광도  $I'(x,y)$ 는 식 3처럼 물체표면의 Surface Normal Vector  $n=(p,q,-1)$ 과 점광원의 위치(Light Source Position) 및 입력광도(Incident Light Intensity) 그리고 반사상수(Reflection Constant)  $\rho$ 의 복합 함수로 표시된다.

$$I(x,y)=R(p,q,D)=I_{incide} \rho \cos(\theta)=I_{incident} \rho \{S \cdot P \cdot n / |S-P| |n|\} \tag{3}$$

$\rho$ 은 Perfect Diffuse 물체표면의 반사상수이고  $S=(s_x, s_y, 0)$ 는 점광원의 위치이며  $P=(x,y,D)$ 는 물체표면

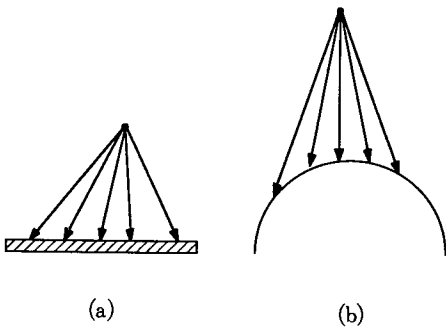


그림 2. 근거리 입력광선인 경우 :  
(a) 평면 (b) 구표면에 투사되는 입력광선  
Fig. 2. Light source is near : incident light rays are perspective on the (a) plane, (b) spherical surface.

의 한점이다. 그리고  $n=(p,q,-1)$ 은 P점에서의 Outside Normal Vector이다. 한편 입력광도  $I_{incident}$  는 절대거리 z 제곱에 반비례 하므로 다음의 식 4와 같이 표현할 수 있다.

$$I_{incident} = I_o / |S-P|^2 \quad (4)$$

한편 식 4에서 거리 Vector (S-P)는 다음 식과 같으므로

$$(S-P)=(s_x-x, s_y-y, -D) \quad (5)$$

$\Delta x=(s_x-x)$ ,  $\Delta y=(s_y-y)$ 라 놓고 식 3에 대입하면 우리는 3개의 변수 p,q,D를 갖는 비선형 대수 방정식 (Non-Linear Algebraic Equation) 식 6을 얻을 수 있다.

$$I(x,y) = \frac{I'(x,y)}{\rho I_o} \frac{(\Delta xp + \Delta yq + D)}{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + D^2)^{3/2} (p^2 + q^2 + 1)^{1/2}} \quad (6)$$

이때 초기변수  $\rho$ 와  $I_o$ 는 다음의 초기값 Calibration하는 과정에서 구해진다.

식6를 이용하여 실제적으로 문제를 풀기전에 우리는 식 6에서 사용되는 각 변수 특히 현실적으로 계산이 불가능한 광원의 절대광도 (Absolute Light Source Brightness)나 반사계 수를 설정하기 위한 실험적 방법을 간단히 살펴보자. 일단 실험 대상물체와 같은 표면성질을 갖는 Plane이나 Sphere를 정확하게 측정된 절대거리 D에 위치시키고 그림4와 같이 3개의 광원이 Optical Axis주위에 120degree대칭으로 위치시켜 각 광원에 대한 Image를 차례로 CCD에 입력시킨다. 초기 실험 장치를 Setup시 가장 어려웠던 점은 점광원의 효과를 가능한 최대로 내기위하여 여러가지 방법을 이용되었는데 Error Sensitivity Check결과 가장 문제가 되는 Error요소로 지속적인 연구가 필요한분야이다 (Section2.5참조). 또한 CCD와 물체와의 거리에서도 감소되지만 실제적으로 CCD에서 측정된 4광도는 투영된 면적에 비례하게 되므로 이는 큰문제가 되지 않으나 현실적으로 본 연구에서 가장한 Orthogonal Projection이 아닌 Perspective Projection이 일어나기 때문에 이에 따른 Error이고 본 연구에서는 설정식을 간단히 하기 위하여 일단 Orthogonal로 가정하고 이에 따른 문제를 Algorithm의 Error로 취급하였으나 현재 Perspective에 의한 설정식더 연구가 진행중에 있다. 한편 초기 실험 장치의 광원을 간단히 Calibration 해보자. 먼저 Image Center (0,0)에서 3개의 광원에 의한 Image  $I_1(0,0)$ ,  $I_2(0,0)$ ,  $I_3(0,0)$ , 가 모두 일치하고  $(-1/2,0)$ 에서는  $I_2$ 와  $I_3$

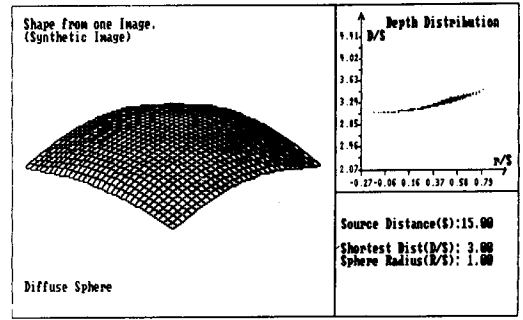


그림 4. 제안한 알고리즘을 사용하여 가상 이미지에서 계산된 구표면.

Fig. 4. Surface generated from the synthetic image of a sphere by the suggested algorithm.

가 일치하도록  $I_1, I_2, I_3$ 의 강도와 위치를 조절한다. 이때 중심(0,0)에서의 Outside Normal이 (0,0,-1)이므로 우리는 각 광원에 대한 Normalized Calibration Factor  $K_0(I_o, \rho)$ 를 측정할 수 있고 이를 이하 다른 실험물체에 적용하기로 한다. 물론 이러한 방법은 간단한 실험에 의한 측정방법으로 정확한 해석적인 방안이 아니기 때문에 상당한 오류를 내포할 수 있으나 좀더 정확한 실험방법과 초기값 설정에 대하여 계속적인 방안이 필요하다고 본다.

### 3. 부가조건 (Additional Constraints)

이제 식 (6)을 이용하여 전체 Image Space  $\Omega$ 하에서 Image의 측정광도를 사용, 해당 물체에 대한 변수 p,q,D를 구하려 한다. 이때 문제는 한개의 식 (6)에서 3개의 미지수를 구할 수는 절대 없기 때문에 또다른 조건이 당연히 필요하게 된다. 식 6의 왼편을  $R(x,y,p,q,D)$ 라 놓을때 만일 구해진 p,q,D가 측정물체의 미지수와 완벽하게 일치한다면 한점(x,y)에서의 오류식  $\{I(x,y)-R(x,y,p,q,D)\}$ 이 정확하게 0이 될 것이고 Image Space 전체에 대한 다음 식 (7)도 역시 정확하게 0이 될 것이다.

$$\iint_{\Omega} (I(x,y) - R(x,y,p,q,D))^2 dx dy \quad (7)$$

그러나 실제적으로 Intensity Error나 설정식의 불완전 등 많은 이유 때문에 이렇게 정확한 p,q,D는 절대 구해질 수가 없고 우리는 식 (7) 값을 최소로 하는 p,q,D를 계산하여야 한다. 그러나 불행하게도 식 (7)은 수학적으로 Well-Posed되어 있지 못하여 유일한 p,q,D가 아닌 무한한 해가 존재하게 된다. 이런 문제를 해결하기 위하여 물체표면이 Smooth(1-st Derivative Continuous)하다고 가정하여 다음과 같이 부가조건에 대한 새로운 수학적

식을 만들어 이 문제를 해결하도록 하자.

#### (i) Regularization Term

물체표면이 Smooth하다고 가정하면 Surface표면에서 서로 근접한 점은 (Neighbouring Points) 상호 비슷한 Depth(D)와 Orientation(p,q) 값을 갖는다고 예상할 수 있다. 다시말해 Depth나 Orientation에 관한 급격한 변화가 없으므로 전체 Image Space  $\Omega$ 상에서 함수의 변동(Fluctuation)이 상대적으로 작다고 볼 수 있고 이를 다음과 같이 수학적으로 표시할 수 있다.

$$E_r = \iint_{\Omega} (D_x^2 + D_y^2 + p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2) dx dy \quad (8)$$

이때 첨자는 편미분(Partial Differentiation)을 표시한다.

식 (8)을 우리는 "Regularization Term"이라 부르며 보통 Surface Orientation p,q만을 구하려 할때는  $(p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2)$ 만을 이용하므로 큰 문제가 없으나 [Horn and Brooks, 1986] 우리는 절대거리 D를 계산하므로 식 (8)은 Flattening Problem 같은 심각한 문제가 발생한다. 즉 Regularization Term중  $(D_x^2 + D_y^2)$ 은 Iteration이 증가 할수록 물체의 표면을 평탄하게 만들어  $(p^2 + q^2)$ 와 같기 때문에 Smoothness Constraint으로는 절대 부적합하다. 이런 문제를 방지하기 위하여 우리는 다음과 같은 새로운 High Order Rotationally Symmetric Term을 고안하였다.

#### (ii) Consistency Term

우리가 한점(p,q,D)에서 p,q,D를 동시에 구하였다라고 가정하면 1차 도함수의 연속 조건에서 Depth Component D와 Surface Orientation Vector(p,q) 사이에  $p = \partial D / \partial x$ ,  $q = \partial D / \partial y$  관계가 성립하고 정확하게 일치하여  $(D_x - p)^2 + (D_y - q)^2 = 0$ 이 되며 모든 조건이 완벽하고 전혀 Noise가 없을때 전체 Image Space에 대한 Intergral인 식 (9)는 정확히 0이 될 것이다. 그러나 실험적 방법이나 실제적인 현상에서는 여러가지 많은 Error때문에 이들 변수 사이에 상당한 차이가 있을 수 있어 이를 새로운 Error Term  $E_c$ 로 만들어 이를 "Consistency Term"이라 부르기로 하자.

$$E_c = \iint_{\Omega} \{ (D_x - p)^2 + (D_y - q)^2 \} dx dy \quad (9)$$

새로운 Error Term  $E_c$  역시 계산된 p,q,D가 실제 Surface와 정확하게 일치한다면 항상 0이 될 것이지만 실제적으로는 식 (9)을 최소화하는 p,q,D값을 구하여야 할 것이다.

#### 4. 제안 Algorithm(Proposed Numerical Scheme)

식 (7)의 "Brightness Error Term"과 그리고 식

(8)의 "Regularization Term"중에서 Surface Orientation Regularization Term인  $(p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2)$  그리고 식 (9)의 "Consistency Term"를 결합하여 전체를 최소화 함으로서 최적의 p,q,D를 구할 수 있는 새로운 수학식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\iint_{\Omega} \{ (I(x,y) - R(x,y,p,q,D))^2 + \lambda \{ (D_x - p)^2 + (D_y - q)^2 + (p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2) \} \} dx dy \quad (10)$$

$\lambda$ 는 두 Error Term사이의 Weighting Factor로서 측정광도(Measured Intensity)가 정확할 때는 작고 그렇지 않으면 증가된다. 엄밀히 따져 Regularization Term과 Consistency Term은 서로 다른 Weighting Factor인  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 사용하여야 하나 우리는 Normalized Distance(S/D : s : Distance from CCD to Source, D : Distance from CCD to 3D Object) 0.5와 5사이에서  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 이 같은 값일 때에도 식 (10)이 실험적으로 Converge하였기 때문에 우리는 식을 간단히 하기 위하여 본 연구에서는 같은 값의 parameter를 사용하였다. 식 (10)을 최소화 시키는 문제는 수학적으로 "Calculus of Variations"의 문제로서 적분함수에서 x,y 두개의 변수와 그 1차 도함수로 구성된 3개의 함수p(x,y), q(x,y) and D(x,y)를 구하는 문제이다. "Calculus of Variation" [Courant and Hilbert, 1953]의 수학적 기법을 사용하여 적분함수를 최소화시키는 Euler 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\iint_{\Omega} ( F(x,y,D,p,q,D_x,p_x,p_y,q_x,q_y) ) dx dy \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} F_D - \partial/\partial x(F_{D_x}) - \partial/\partial y(F_{D_y}) &= 0, \\ F_p - \partial/\partial x(F_{p_x}) - \partial/\partial y(F_{p_y}) &= 0, \\ F_q - \partial/\partial x(F_{q_x}) - \partial/\partial y(F_{q_y}) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

함수에 대한 각각의 편미분을 구하고 식 (10)을 식 (11)에 적용시켜 다음의 식 (12)와 식 (13)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_D &= -2\lambda(I-R)R_D, \quad \partial/\partial x(F_{D_x}) = 2\lambda(D_x - q_x), \quad \partial/\partial y(F_{D_y}) = 2\lambda(D_y - q_y), \\ F_p &= -2(I-R)R_p - 2\lambda(D_x - p), \quad \partial/\partial x(F_{p_x}) = 2\lambda p_{xx}, \quad \partial/\partial y(F_{p_y}) = 2\lambda p_{yy}, \\ F_q &= -2(I-R)R_q - 2\lambda(D_y - q), \quad \partial/\partial x(F_{q_x}) = 2\lambda q_{xx}, \quad \partial/\partial y(F_{q_y}) = 2\lambda q_{yy} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \{ I(x,y) - R(x,y,D,p,q) \} R_D - \lambda(p_x + q_y) + \lambda \nabla^2 D &= 0, \\ \{ I(x,y) - R(x,y,D,p,q) \} R_p - \lambda(D_x - p) + \lambda \nabla^2 p &= 0, \\ \{ I(x,y) - R(x,y,D,p,q) \} R_q - \lambda(D_y - q) + \lambda \nabla^2 q &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

이때  $R_D, R_p, R_q, P_X$  그리고  $q_y$ 는 각 함수의 1차 편미분을 나타내며  $\nabla^2$ 는 Laplacian 연산자  $\nabla^2=(\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2)$ 이다. 한편 각 Laplacian 연산자에 대한 수치적 근사값을 계산하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 D &= (1/\varepsilon^2) [D_{ij+1} + D_{ij-1} + D_{i+j} + D_{i-j} - 4D_{ij}], \\ \nabla^2 p &= (1/2\varepsilon) [p_{ij+1} + p_{ij-1} + p_{i+j} + p_{i-j} - 4p_{ij}], \\ \nabla^2 q &= (1/2\varepsilon) [q_{ij+1} + q_{ij-1} + q_{i+j} + q_{i-j} - 4q_{ij}], \\ p_x &= (1/2\varepsilon) [p_{i+j} - p_{i-j}], \\ p_y &= (1/2\varepsilon) [q_{ij+1} - q_{ij-1}], \\ D_x &= (1/2\varepsilon) [p_{i+j} - p_{i-j}], \\ D_y &= (1/2\varepsilon) [p_{ij+1} - p_{ij-1}], \end{aligned} \tag{14}$$

$\varepsilon$ 은 Discrete Image Space 상에서 Image Pixel 사이의 거리를 나타낸다. 식을 간단히 표현하기 위하여  $D_{i,j}^*$ 을 아래와 같이 Neighbouring Pixel 사이의 Local Average라 하고  $u_{ij}, v_{ij}, w_{ij}, h_{ij}$ 를  $p_x, q_y, (D_x-p), (D_y-q)$ 의 수치적 근사값이라 하자.

$$\begin{aligned} D_{i,j}^* &= (1/4)[D_{ij+1} + D_{ij-1} + D_{i+j} + D_{i-j}], \\ p_{i,j}^* &= (1/4)[p_{ij+1} + p_{ij-1} + p_{i+j} + p_{i-j}], \\ q_{i,j}^* &= (1/4)[q_{ij+1} + q_{ij-1} + q_{i+j} + q_{i-j}]. \end{aligned}$$

식 (11)의 Euler 방정식에 각각의 수치적 근사값을 대입하고 각 미지수에 대한 Gauss-Seidel Iterative Scheme을 적용하여 아래와 같은 중요한 Algorithm을 유도할 수 있다. 이때  $k$ 는 Cooperative Procedure의 Iteration 수를 표시한다.

$$\begin{aligned} D_{ij}^{(k+1)} &= D_{ij}^{*(k)} + (\varepsilon^2/4) (u_{ij}^{(k)} + v_{ij}^{(k)}) + (\varepsilon^2/4\lambda) (I_{ij} - R^{(k)})R_D^{(k)}, \\ p_{ij}^{(k+1)} &= p_{ij}^{*(k)} + (\varepsilon^2/4) w_{ij}^{(k)} + (\varepsilon^2/4\lambda) (I_{ij} - R^{(k)})R_p^{(k)}, \\ q_{ij}^{(k+1)} &= q_{ij}^{*(k)} + (\varepsilon^2/4) h_{ij}^{(k)} + (\varepsilon^2/4\lambda) (I_{ij} - R^{(k)})R_q^{(k)}, \end{aligned} \tag{15}$$

주어진 식 (15)을 이용하여 우리는 최적의  $p, q, D$  값을 구하려 한다. 실제 실험 Data에 적용하기 전에 먼저 식 (15)의 Coverage를 Synthetic Image를 만들어 Check 하였다 (2.5절의 Sensitivity Analysis 참조). 앞서 지적한 대로  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 서로 다른 값으로 설정하고 Normalized Distance 0.1에서 5까지 여러가지 경우를 Simulation하여 Iteration수가 제일 적은  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$  값을 Weighting Parameter 값으로 설정하고 그때의 Iteration수를 Iteration수로 채택하였다. 물론 정확한 해석

학적인 방법이 아니라 실험적인 방법을 사용하였기 때문에 Factor 설정에 다소 오류가 있을 것이며 특히 Real Data 적용시에 Error이 있다고 생각된다. Synthetic Data를 이용한 실험에 따르면 식 (15)는 항상 Converge하여 정확한  $p, q, D$ 를 계산해 내는데 Convergence Iteration수를 결정하는 가장 중요한 문제는 각 변수에 관한 초기값의 설정인데 초기값의 설정에 따라 전체적인 Algorithm의 효율에 큰 영향을 주므로 여기서 간단히 초기값을 구하는 방법을 제시해 보고자 한다. 먼저 3개의 근접 Pixel이 한 Line에 놓여 있다고 하고 이 3점으로 만들어진 Plane의 Outside Normal이  $n=(p, q, -1)$ 으로 가정하자. 즉 3점  $(x, y, D), (x', y', D'), (x'', y'', D')$ 이 같은  $p, q$  값을 취한다 보면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} x' &= x + dx, y' = y + dy \text{ and } D' = D + dD = pdx + qdy + D, \\ x'' &= x - dx, y'' = y - dy \text{ and} \\ D'' &= D - dD = -pdx - qdy + D. \end{aligned} \tag{16}$$

한편 식 (16)에서  $(x, y)$ 에 대한 Image Irradiance Equation은 다음과 같다.

$$I(x, y) = \frac{(\Delta x p + \Delta y q + D)}{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + D^2)^{3/2} (p^2 + q^2 + 1)^{1/2}} \tag{17}$$

$\Delta x' = (s_x - x'), \Delta y' = (s_y - y'), \Delta x'' = (s_x - x''), \Delta y'' = (s_y - y'')$ 이라 놓으면  $(x', y')$ 와  $(x'', y'')$ 에 대한 Image Irradiance Equation은 아래와 같이 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned} I(x', y') &= \frac{(\Delta x' p + \Delta y' q + D)}{(\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + D^2)^{3/2} (p^2 + q^2 + 1)^{1/2}} \\ I(x'', y'') &= \frac{(\Delta x'' p + \Delta y'' q + D)}{(\Delta x''^2 + \Delta y''^2 + D^2)^{3/2} (p^2 + q^2 + 1)^{1/2}} \end{aligned} \tag{18}$$

식 (16)를 식 (18)의 오른쪽 식에 대입하면 식 (17)과 식 (18)의 왼편이 서로 같아지므로 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} I(x, y) \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + D^2)^3} &= I(x', y') \sqrt{(\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + D^2)^3} \\ I(x'', y'') \sqrt{(\Delta x''^2 + \Delta y''^2 + D^2)^3} & \end{aligned} \tag{19}$$

식 (19)를 정리하여 다음의 식 (20)를 유도한다.

$$\begin{aligned} (I(x, y)/I(x', y'))^{2/3} (\Delta x^2 + \Delta y^2 + D^2) &= (\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + D^2) \\ (I(x, y)/I(x'', y''))^{2/3} (\Delta x^2 + \Delta y^2 + D^2) &= (\Delta x''^2 + \Delta y''^2 + D^2) \end{aligned} \tag{20}$$

한편  $dD$ 를 근접점 사이의 거리차라 할때  $D^2$  나  $D'^2$ 에 비하여 상대적으로 아주 작은 값이므로 다음과 같이 근사

치를 잡는다.

$$D^2=(D+dD)^2 \approx D^2+2dD, \quad (21)$$

$$D^2=(D+dD)^2 \approx D^2-2dD.$$

식 (21)를 식 (20)에 대입하면 다음의 식 (22)가 유도된다.

$$\begin{aligned} & \{ (I(x,y)/I(x',y'))^{2/3} + (I(x,y)/I(x'',y''))^{2/3} \} (\Delta x^2 + \Delta y^2) + \\ & \{ (I(x,y)/I(x',y'))^{2/3} + (I(x,y)/I(x'',y''))^{2/3} \} \\ & D^2 = (\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta x''^2 + \Delta y''^2) + 2D^2 \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서 우리는 한점 (x,y)에서의 D와 dD에 대한 초기값을 구할 수 있다. D와 dD만 구해지면 p,q에 대한 초기값도 쉽게 구할 수 있으므로 우리는 Iterative Scheme 식 (15)의 전체 초기값을 결정할 수 있게 된다. 실험 Data를 정사각형 Grid에서 사용시 한점에 관하여 근접점은 8개가 있고 3개의 근접점을 찾는 방법이 4가지가 있게 되므로 각 4가지에 대한 p,q,D의 초기값을 구한다. 다음 이를 산술평균하여 더욱 정확한 초기값을 구하였다. 물론 극히 드물지만 때에 따라 식 (22)가 4가지 경우 모두 부정의 해를 갖는 경우가 생기는데 이때는 위, 아래, 좌, 우 Pixel에 대한 초기값을 평균하여 해당 Pixel의 초기값으로 사용한다. 그림 4는 구(Sphere)에 대한 Synthetic Image를 만들고 이를 제한된 Numerical Scheme 식 (15)를 사용하여 계산된 결과이다. 이때 그림 4에서 각 수치는 Cm를 표시하며 기호 S는 Camera에서 광원까지의 직선거리로 15Cm로 잡았고 D는 물체까지의 거리로서 45Cm로 하였을때 우리는 D/S를 사용하여 3이 최단 거리임을 나타내고 있다.

### 5. Sensitivity Check

제한된 Algorithm과 설정된 수학적 그리고 측정광도 등에는 여러가지의 변수가 있다 예를 들어 각점에서의 Image Intensity, 광원의 위치 Vector( $s_x, s_y$ ), Image Point의 위치(x,y), 그리고 초기 Intensity값  $I_0$ 와 반사상수 Albedo 등이 있는데 실제적으로 이들 각 변수값은 Noise를 내포하고 있고 특히 Orthogonal Projection등 앞서 설정된 여러가지 가정으로 인하여 많은 Error가 입력되며 이들 Error가 구하려는 결과에 영향을 미치게 된다. 이번 절에서는 이들 각 입력 Error가 Algorithm에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보기로 하자. 다시말해 결과에 심각한 영향을 미치는 Error를 줄임으로서 좀더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다. 먼저 Resolution 64 x 64로 구에 대한 가상 Image를 초기값  $I_0$ 와 Albedo 그리고 광원의 위치를 설정하여 만들고 각 입력 변수에 Error를 집

어 넣어 이에 대한 결과를 살펴보기로 하자. 그림 5에서 보듯이 광원의 위치( $s_x, s_y$ ) 나 Image Position(x,y)에 관한 Error는 결과에 크게 영향을 미치지 않으며 초기 Calibration시 위치를 잘 조절함으로써 이러한 오류는 줄일 수 있다. 한편 측정광도(intensity)에 대한 Random Errors(-10%-10%)를 준 경우가 가장 심각한 Error인데 Detector의 Nonlinearity 또는 Noise, Camera의 perspective Projection에 따른 Reflective Irradiance의 감소, 대상 물체의 Non-Uniformity등 많은 요소에서 이런 오류가 발생할 수 있다. 이런 오류를 줄이기 위하여 Video Camera의 Nonlinear Transfer Constant를 제거하여야 하고 초점거리가 상대적으로 커야하나 실제적으로 가장 문제가 되는 Error로서 좀더 정확한 연구가 필요하다.

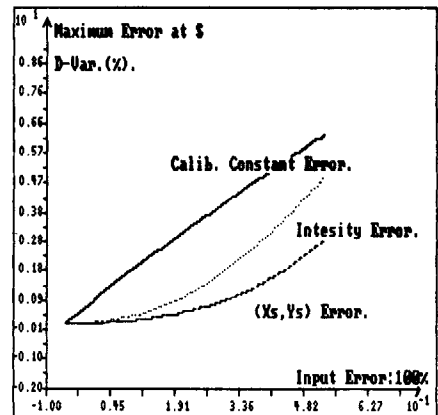
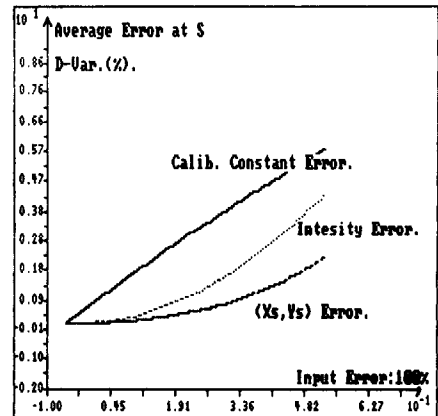


그림 5. 제안한 알고리즘의 입력 오류에 대한 민감도

Fig. 5. The sensitivity of the algorithm for the Input errors.

### III. 실험결과(Experimental Results)

이제 제안된 Algorithm에 대하여 간단한 실험적 방법으로 이에 대한 실제적 결과를 살펴보기로 하자. 본 연구에 사용된 실험장치는 현실적인 여건에서 최선을 다한 간단한 실험장치이나 추후 지속적으로 보강되어야 한다고 본다. 그림 6처럼 약 150cm 정도의 나무 Box를 만들고 Box의 내부는 Reflection을 방지하기 위하여 Diffuse한 검정색으로 칠해졌고 Box위의 중간에 고출점 Video Camera가 설치되었다. 역시 Box의 윗 부분에 점광원이라 볼 수 있는 전구를 설치하였는데 Filament의 영향을 방지하기 위하여 젓빛 유리를 통과하게 하였다. 그림 6에서 S는 Camera 중심에서 광원까지의 거리로 우리는 30cm로 설정하였고 D는 150cm를 잡아 D/S가 약 3이 되도록 하였다. 실험장치를 구성시 가장 어려웠던 점이 점광원의 효과를 낼 수 있도록 하는 것이었고 초기 광원에 대한 Calibration이었다. 대상 물체는 Box내 바닥에 설치하여 Video Camera에 의해 512 x 512 Resolution으로 Grabbing되어 IBM 386-33 Hard-Disk에 저장되었다. 한편 TV Camera의 Nonlinear Transfer 특성을 보완하기 위하여 다음의 식을 사용하였고

$$I_{corrected} = I_{measured}^{(1/1.075)}$$

전체 처리시간이나 상대적 오류를 줄이기 위하여 512 x 512 Pixel를 다음의 Moving Average Filter를 사용하여 64 x 64로 줄였다.

$$M = \frac{1}{64} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

물론 전체 64x64=4096의 모든점이 처리되는 것이 아니고 Image상에 맺힌 상만 처리하므로 약 250에서 1850 정도의 Pixel만이 처리되었다. 그림 7이 실제물체에 대한 실험 결과를 보여주고 있다. 그림의 각 치수의 Dimension은 cm를 나타낸다. 결과에서 보듯이 Camera 중심에서의 결과는 아주 좋으나 중심에서 멀어질수록 즉 r (x<sup>2</sup>+y<sup>2</sup>: Distance from Origin)이나 x (Distance from Origin to x-Direction)값이 커질수록 Algorithm에 의하여 구해지는 각점의 Depth 오류가 커짐을 알 수 있는

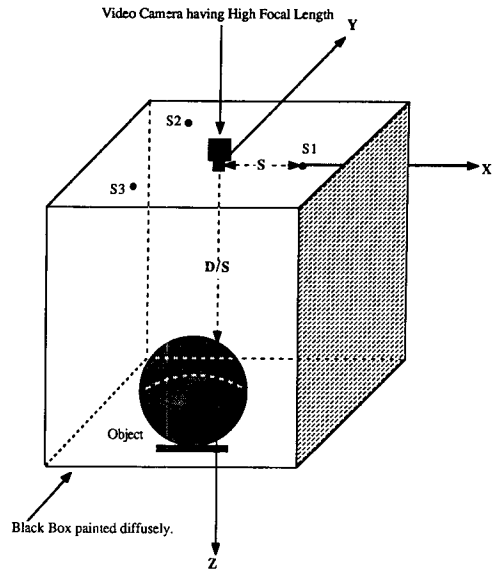


그림 6. 실 이미지를 사용하기 위한 간단한 실험장치  
Fig. 6. Experimental devices used to test the developed computational schemes on real images.

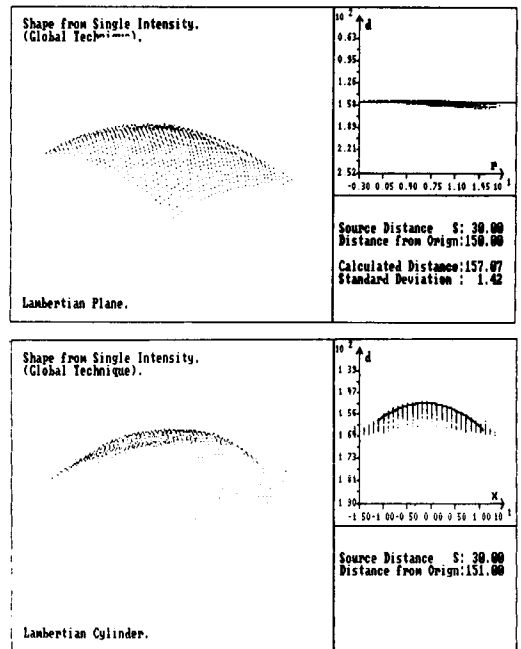


그림 7. 제안한 알고리즘을 사용하여 실 이미지에서 계산한 각종 물체의 표면  
Fig. 7. Surface generated from the real images by the suggested algorithm.



데 이는 앞서 살펴본대로 Perspective Projection에 대한 오류가 결과에 상당한 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문은 기존의 "Shape from Shading" 방법을 확장시켜 3차원 물체에 대한 한개의 image에 의하여 3차원 물체의 방향 Vector(p,q)뿐 아니라 3차원 절대거리도 구할 수 있음을 보여주는 가장 기본적인 연구이다. 기본적인 연구이기 때문에 절대적으로 완성된 연구가 아니라 여러가지 문제점과 미흡한 점이 있다. 특히 여러가지 가정을 만들어 Algorithm과 실험을 실시하였기 때문에 현실적인 적용에도 많은 어려운 점이 있다. 또한 실제적으로 Perfect Uniform한 물체는 없기 때문에 지속적인 연구를 통하여 Texture 또는 Specular Surface에 대해서도 적용할 수 있는 방법을 진행중에 있다. 본 연구에서 설정된 가정중 Orthogonal Projection를 극복할 수 있는 방안이 마련되어야 하며 결과에 가장 심각한 영향을 미치는 광원에 대한 문제를 집중적으로 탐구할 필요가 있다. 아울러 Discontinuous Surface에 대한 전반적인 연구도 필요하고 설정식과 전체적인 흐름을 좀더 해석적인 방법으로 접근하려 한다. 끝으로 본연구를 지원해 주신 학술진흥재단에 감사를 드린다.

#### 參 考 文 獻

- [1] Brooks, M.J. and Horn, B.K.P. "Shape and source from Shading," *Proc. of the Int. Joint Conf. on Artificial Inetlligenec*, L.A. California, pp. 932-936, 18-23, Aug., 1985.
- [2] Courant R. and Hibert D. *Methods of Mathematical Physics*, vol. 1, Interscience, New York, 1953.
- [3] Horn, B.K.P. "Obraining shape from Shading Information," in *The Psychology of Computer Vision*, P.H. Winston(ed. s.), McGraw-Hill, New York, pp. 115-155, 1975.
- [4] Horn, B.K.P. "Image Intensity Understanding," *Artificial Intelligence*, vol. 8, no. 2, pp. 201-231, Apr., 1977.
- [5] Horn, B.K.P. and Bachman, B.L. "Using synthetic Images to Register Real Images with surface Models," *Comm. of the ACM*, vol. 21, no. 11, pp. 914-824, Nov/. 1978.
- [6] Horn, B.K.P. woodham, R.J. and Silver, W. "Determining Shape and Reflectance Using Multiple Images," MIT AI Lab. Memo 490, Aug., 1978.
- [7] Horn, B.K.P. and Brooks, M.J. "The Variational Approach to Shape from shading," MIT AI Lab. Memo 813, March, 1985.
- [8] Ikeuchi, K. ad Horn, B.K.P. "Numerical shape from Shading and Occluding Boundaries," *Artificial Intelligence*, vol. 17, no. 1-3, pp. 141-184, Aug., 1981.
- [9] Kim, B. and Burger, P. "Calculation of Surface Position and Orientation Using the Photometric Stereo Method," *Proc. of the IEEE conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 88)*, Ann Arbor, Michigan, pp. 492-497, June, 1988.
- [10] Kim, B. and Burger, P. "Calculation of Surface Position and Orientation from a Single shaded Image," *Proceeding of the international Congress on Optical Science & Engineering*, Hamburg, W. Germany, Sep., 1988.
- [11] Poggio, T. and Torre, V. "Ill-posed Problems and Regularization analysis in Early Vision," MIT AI Lab. Memo 773, 1984.
- [12] Marr, D. and Poggio, T. "A Computational Theory of Human Stereo Vision," *Proc. of the Royal Society of London B.*, vol. 204, pp. 301-328, 1979.
- [13] Woodham, R.J. "Photometric Stereo: A Reflectance Map Technique for Determining Surface Orientation from a Single View," *Image Understanding systems and Industrial Applications, Proc. SPIE 22nd Annual Technical Sympo.*, San Diego, California, vol. 155 pp. 136-143, 28-31, Aug., 1978.

---

 著 者 紹 介
 

---



## 金 炳 一(正會員)

1975年 3月~1979年 2月 서울대학교 사범대학 수학과, 이학사. 1979年 3月~1981年 2月 한국과학기술원 (KAIST) 전산학과, 이학석사 전공 분야: Computer Graphics. 1981年 3月~1986年 3月 대우중공업(주) 기술연구소. 1986年 5月~1989年 8月 Dept. of Computing, Computer Vision&Graphic LAB, Imperial College of Science, Technology and Medicine(University of London), 공학박사. 1989年 9月 현재 서울동덕여자대학교 전자계산학과 조교수. 주요관심분야는 Computer Vision, Computer Graphics, Digital Image Processing, Artificial Intelligence 등임.

---