

# VLSI 전송선로에서의 커패시턴스의 3차원 계산

## (Three Dimensional Calculation of Capacitance for VLSI Interconnection Line)

金 漢 求\*, 郭 桂 達\*

(Han Gu Kim and Kae Dal Kwack)

### 要 約

VLSI 전송선로의 커패시턴스를 3차원으로 계산하였다. Green's function과 표면전하밀도의 곱의 형태로 주어지는 적분식을 풀어서 커패시턴스를 구하였다. 이때, 표면전하밀도는 도체의 표면을 균일한 면적을 갖는 미소 면적소로 나누어 주었을 때 각각의 면적소 내에서는 일정한 상수값을 갖는다고 가정하였다. 지금까지의 Green's function을 이용한 적분방법에서는 적분식의 계산을 Fourier 적분의 형태로 변환하여 계산하였기 때문에 계산과정에서 어느 정도의 오차가 있을수 밖에 없었지만, 본 논문에서는 Fourier 적분을 사용하는 대신에 이중적분을 직접적으로 적분할 수 있는 방법을 제시하였다. 이 방법을 사용하여 적용한 결과를 기존의 결과들과 비교를 함으로써, 이의 정확성을 입증하였다.

### Abstract

The capacitance for three-dimensional(3D) VLSI interconnection line is calculated. Capacitance is obtained by solving integral equation that is the product of Green's function and surface charge density. Surface charge density is assumed that constant in each subarea, and subarea is divided by rectangular size in interconnection surfaces. Up to date, so this integral method using Green's function is calculated by Fourier integral transformation, that it cannot help making an error. In this paper, it is proposed to use direct integration instead of Fourier integral method. And we proved accuracy of this paper in comparison with conventional results.

### I. 서 론

집적회로의 지연시간(delay time)은 크게 두가지에 의해서 결정된다. 하나는 회로를 구성하는 소자 자체에 의한 것이고, 나머지 하나는 소자와 소자를 연결하는 전송선로에 의한 것이다. 특히 집적도의 증가는 전송선로에서의 지연시간을 크게 증가시켰는 데, 이

에 의한 지연시간은 선로의 저항과 커패시턴스값에 의해 주어진다.<sup>[1]</sup> 선로저항은 선로를 구성하는 물질과 선로의 길이와 단면적을 알고 있다면 쉽게 구할 수 있지만, 커패시턴스는 기생전계의 영향에 의해서 나타나는 성분을 무시할 수 없기 때문에 수치해석 방법을 사용하여 계산을 하고 있다. 이러한 수치해석 방법에는 포아송 방정식을 기본식으로 하는 미분방법(FDM, FEM)<sup>[2,3]</sup>과 Green's function을 기본식으로 하는 적분방법<sup>[4-7]</sup>(BEM(boundary element method)을 기초로 사용하는 방법)이 있는데, 본 논문에서는 적분방법을 사용하여 전송선로에서의 커패시턴스를 계

\*正會員, 漢陽大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Hanyang Univ.)  
接受日字: 1992年 2月 11日



에서는 크기가  $\sigma_s[C/m^2]$  인 균일한 전하밀도분포를 갖는다고 가정하면, 미소면적소  $\Delta S$  내에서의 전체 전하량은 전하밀도  $\sigma_s$ 의 값에 면적소의 넓이  $\Delta S$ 를 곱한값으로 주어진다. 이때 도체표면위의 임의의 점  $(x, y, z)$ 에서의 전위의 크기는 모든 미소면적에 존재하는 전하의 영향을 고려해 주어야 하므로, 다음과 같은 적분형태의 식이 된다.

$$\Phi(x, y, z) = \int_{\Delta S} G(x, y, z | x', y', z') \cdot \sigma_s(x', y', z') ds \quad (6)$$

공간에 M개의 도체가 있고, 각 도체의 표면은  $N_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ) 개의 미소면적소로 나누어져 있다면, 도체표면에서의 면적소의 총 수는  $N (= N_1 + N_2 + \dots + N_M)$  이 되므로 (6)식은 다음과 같이 된다.

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \int_{\Delta S_j} G(x, y, z | x', y', z') \cdot \sigma_{sj} ds_j$$

$$= \sum_{i=1}^N \int_{\Delta S_i} \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{1/2}} \right] \cdot \sigma_s(i) ds_i \quad (7)$$

(6), (7)식에서  $G(x, y, z | x', y', z')$ 는 3차원 공간에서의 Green's function으로서 다음과 같이 정의된다.<sup>10)</sup>

$$G(x, y, z | x', y', z') = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{1/2}} \right]$$

이 되고, 여기서 두번째 항은 영상전하에 의한 성분이다. 즉, 접지면에서 높이 방향으로  $+z$  되는 위치에 전하가 존재한다면, 접지면 아래  $-z$  되는 위치에 크기는 같지만 부호가 반대인 전하가 유기되기 때문이며 이의 영향을 고려해 준 것이다.

(7)식은 다시 다음과 같은 행렬방식으로 나타낼 수 있다.

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{N,1} & A_{N,2} & \dots & A_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_s(1) \\ \sigma_s(2) \\ \vdots \\ \sigma_s(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(1) \\ \Phi(2) \\ \vdots \\ \Phi(N) \end{bmatrix} \quad (8)$$

(8)식에서  $A_{N \times N}$ 는 적분식을 풀어야만 구할 수 있는 값이고,  $\Phi$ 는 초기 값으로 주어지는 값이기 때문에 (8)식

을 풀면 최종적으로  $\sigma_s$ 를 구할 수 있다. 적분방법에서는 계수행렬로 주어지는 적분식을 푸는 것이 주된 문제인데 본 논문에서는 직접 적분방법을 사용하여 이를 해결하고자 한다.

2. 적분변수의 결정

그림 1 (a)와 같이 도체의 길이방향이 x축에 평행하고 직사각형 단면적을 갖는다면, 도체의 표면에 존재하는 면적소는  $\Delta S = \Delta Y \Delta X$  (도체의 밑면과 윗면),  $\Delta S = \Delta Z \Delta X$  (도체의 옆면)의 두가지 경우이다. 따라서, (7)식에서의 적분은 2차원 면적소에 대하여 행해지는 이중적분이 된다. 이때 적분변수는 source point  $(x', y', z')$ 를포함하는 미소 면적소가 도체 표면의 위·아래 또는 옆면중 어느 부분에 위치하고 있는냐에 따라 달라진다. 도체 표면에 존재하는 전체 면적소의 개수가 N개라면, m번째 면적소의 중심점에서의 전위는 모두 N개의 면적소에 존재하는 전하들에 의해서 발생하는 전위들을 합한것이기 때문에 (7)식과 같이 주어지게 되는 것이다. 또한, i번째 면적소의 중심점을  $(x_i, y_i, z_i)$ 라고 할때, 이 점을 포함하고 있는 면적소가 도체의 위·아래면에 있다면,  $z_i$ 가 일정한 상수값이 되어 적분변수는 x, y 변수에 의해서 주어진다.

$$x = x_i + t_x \quad (-\Delta X/2 \leq t_x \leq \Delta X/2) \quad dx = dt_x$$

$$y = y_i + t_y \quad (-\Delta Y/2 \leq t_y \leq \Delta Y/2) \quad dy = dt_y$$

$$ds = dx dy = dt_x dt_y$$

또 면적소가 도체의 옆면에 있다면,  $y_i$ 가 일정한 상수값이 되어 적분변수는 z, x 변수에 의해서 주어진다.

$$x = x_i + t_x \quad (-\Delta X/2 \leq t_x \leq \Delta X/2) \quad dx = dt_x$$

$$z = z_i + t_z \quad (-\Delta Z/2 \leq t_z \leq \Delta Z/2) \quad dz = dt_z$$

$$ds = dx dz = dt_x dt_z$$

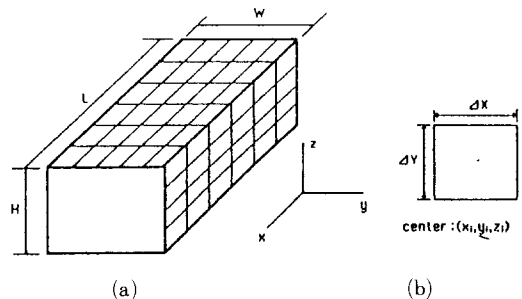


그림 1. 전송선로의 계산모델  
(a) 미소면적소의 구성 (b) 좌표의 예  
Fig. 1. Calculation model of Interconnection line.  
(a) Subarea, (b) Coordinate example.

따라서, 적분은 위의 두가지 경우를 분리하여 해주면 된다.

3. 면적소가  $\Delta S = \Delta Y \Delta X$ 인 경우

이 경우 (8)식에서의 계수  $A_{m,i}$ 는  $m=1, 2, \dots, N$ 이고  $i$ 는 도체표면의 위부분 또는 아래부분에 위치하는 경우이다. 따라서, 이때  $A_{m,i}$ 는 (7)식으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{m,i} &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{\Delta S} \left[ \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} \right] ds_i \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \\ &\quad \left[ \frac{1}{|[x_m - (x_i + t_x)]^2 + [y_m - (y_i + t_y)]^2 + [z_m - (z_i + t_z)]^2|^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{|[x_m - (x_i + t_x)]^2 + [y_m - (y_i + t_y)]^2 + [z_m + (z_i + t_z)]^2|^{3/2}} \right] dt_y dt_x \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

field point:  $(x, y, z) \equiv (x_m, y_m, z_m)$

source point:  $(x', y', z') \equiv (x_i + t_x, y_i + t_y, z_i + t_z)$

$(-\Delta x/2 \leq t_x \leq \Delta x/2, -\Delta y/2 \leq t_y \leq \Delta y/2, t_z = 0)$

$x_{m,i} = x_m - x_i, y_{m,i} = y_m - y_i, z_{m,i} = z_m - z_i, z_{m,j} = z_m + z_i$

(9)식에서, 첫번째 적분항과 두번째 적분항을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$F1(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{m,i})^2 + (t_y - y_{m,i})^2 + (z_{m,i})^2]^{3/2}} \right] dt_y dt_x \quad (10)$$

$$F2(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{m,i})^2 + (t_y - y_{m,i})^2 + (z_{m,j})^2]^{3/2}} \right] dt_y dt_x \quad (11)$$

(1) (10)식의 적분

(10)식의 적분은  $z_{m,i}$ 의 값이 0이 될때와 0이 되지 않을 때로 구분하여 해 준다.

①  $z_{m,i}$ 의 값이 0인 경우

$$\begin{aligned} F1(m, i) &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{m,i})^2 + (t_y - y_{m,i})^2]^{3/2}} \right] dt_y dt_x \\ &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \left[ \ln |Y1 + [(t_x - x_{m,i})^2 + Y1^2]^{1/2}| \right. \\ &\quad \left. - \ln |Y2 + [(t_x - x_{m,i})^2 + Y2^2]^{1/2}| \right] dt_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y1 + [(t_x^2 + Y1^2) | dt_x - \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y2 + [(t_x^2 + Y2^2)]^{1/2} | dt_x \\ &= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Y1 + [(t_x^2 + Y1^2)]^{1/2}}{Y2 + [(t_x^2 + Y2^2)]^{1/2}} \right| + Y1 \cdot \ln \left| \frac{1}{Y1} |t_x + [(t_x^2 + Y1^2)]^{1/2}| \right| \right. \\ &\quad \left. - Y2 \cdot \ln \left| \frac{1}{Y2} |t_x + [(t_x^2 + Y2^2)]^{1/2}| \right| \right] \Big|_{t_x=X1}^{t_x=X2} \quad (12a) \end{aligned}$$

여기서,  $Y1 = \Delta y / 2 - y_{m,i}, Y2 = -\Delta y / 2 - y_{m,i}$

$X1 = \Delta x / 2 - x_{m,i}, X2 = -\Delta x / 2 - x_{m,i}$

②  $z_{m,i}$ 의 값이 0이 아닌 경우

$$\begin{aligned} F1(m, i) &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{m,i})^2 + (t_y - y_{m,i})^2 + z_{m,i}^2]^{3/2}} \right] dt_y dt_x \\ &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y1 + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y1^2)]^{1/2} | dt_x \\ &\quad - \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y2 + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y2^2)]^{1/2} | dt_x \\ &= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Y1 + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y1^2)]^{1/2}}{Y2 + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y2^2)]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. + Y1 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y1^2)]^{1/2}}{[Y1 + z_{m,i}^2]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. - Y2 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [(t_x^2 + z_{m,i}^2 + Y2^2)]^{1/2}}{[Y2 + z_{m,i}^2]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. + 2 |z_{m,i}| \left( \tan^{-1} \left( \frac{|z_{m,i}| \tan[0.5 \tan^{-1}(t_x / (Y1 + z_{m,i}^2)^{1/2}]}{Y1 + [z_{m,i}^2 + Y1^2]^{1/2}} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1} \left( \frac{|z_{m,i}| \tan[0.5 \tan^{-1}(t_x / (Y2 + z_{m,i}^2)^{1/2}]}{Y2 + [z_{m,i}^2 + Y2^2]^{1/2}} \right) \right) \Big|_{t_x=X1}^{t_x=X2} \end{aligned} \quad (12b)$$

(2) (11)식의 적분

(11)식의 적분은  $z_{m,j}$ 의 값이 항상 0이 되지 않기 때문에 곧바로 해 준다.

$$\begin{aligned} F2(m, i) &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{m,i})^2 + (t_y - y_{m,i})^2 + z_{m,j}^2]^{3/2}} \right] dt_y dt_x \\ &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y1 + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y1^2)]^{1/2} | dt_x \\ &\quad - \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \ln |Y2 + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y2^2)]^{1/2} | dt_x \\ &= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Y1 + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y1^2)]^{1/2}}{Y2 + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y2^2)]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. + Y1 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y1^2)]^{1/2}}{[Y1 + z_{m,j}^2]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. - Y2 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [(t_x^2 + z_{m,j}^2 + Y2^2)]^{1/2}}{[Y2 + z_{m,j}^2]^{1/2}} \right| \right. \\ &\quad \left. + 2 |z_{m,j}| \left( \tan^{-1} \left( \frac{|z_{m,j}| \tan[0.5 \tan^{-1}(t_x / (Y1 + z_{m,j}^2)^{1/2}]}{Y1 + [z_{m,j}^2 + Y1^2]^{1/2}} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1} \left( \frac{|z_{m,j}| \tan[0.5 \tan^{-1}(t_x / (Y2 + z_{m,j}^2)^{1/2}]}{Y2 + [z_{m,j}^2 + Y2^2]^{1/2}} \right) \right) \Big|_{t_x=X1}^{t_x=X2} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $Y1 = \Delta y / 2 - y_{mi}$ ,  $Y2 = -\Delta y / 2 - y_{mi}$   
 $X1 = \Delta x / 2 - x_{mi}$ ,  $X2 = -\Delta x / 2 - x_{mi}$

따라서, (12)식과 (13)식으로부터 (9)식은 다음과 같다.

$$A_{m,i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} [F1(m, i) - F2(m, i)] \quad (14)$$

$m = 1, 2, \dots, N$   
 $i = 1, 2, \dots, N$

중 도체의 윗면과 아랫면에 위치하는 경우

4. 면적소가  $\Delta S = \Delta Z \Delta X$ 인 경우의 적분

이 경우 (8)식에서의 계수  $A_{m,i}$ 는  $m = 1, 2, \dots, N$ 이고  $i$ 는 도체표면의 옆면에 위치하는 경우이다. 따라서, 이때  $A_{m,i}$ 는 (7)식으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_{m,i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{\Delta S} \left[ \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{3/2}} \right] ds_i$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{\{[x_m - (x_i + t_x)]^2 + [y_m - (y_i + t_y)]^2 + [z_m - (z_i + t_z)]^2\}^{3/2}} - \frac{1}{\{[x_m - (x_i + t_x)]^2 + [y_m - (y_i + t_y)]^2 + [z_m + (z_i + t_z)]^2\}^{3/2}} \right] dt_z dt_x \quad (15)$$

여기서,

field point:  $(x, y, z) \equiv (x_m, y_m, z_m)$   
 source point:  $(x', y', z') \equiv (x_i + t_x, y_i + t_y, z_i + t_z)$   
 $(-\Delta x / 2 \leq t_x \leq \Delta x / 2, -\Delta z / 2 \leq t_z \leq \Delta z / 2, t_y = 0)$   
 $x_{mi} = x_m - x_i, y_{mi} = y_m - y_i, z_{mi} = z_m - z_i, z_{mi} = z_m + z_i$

(15)식에서, 첫번째 적분항과 두번째 적분항을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$F3(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (y_{mi})^2 + (t_z - z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x \quad (16)$$

$$F4(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (y_{mi})^2 + (t_z + z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x \quad (17)$$

(1) (16)식의 적분

(16)식의 적분은  $y_{mi}$ 의 값이 0이 될때와 0이 되지 않을 때로 구분하여 해 준다.

①  $y_{mi}$ 의 값이 0인 경우

$$F3(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (t_z - z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x$$

$$= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Z1 + [t_x^2 + Z1^2]^{1/2}}{Z2 + [t_x^2 + Z2^2]^{1/2}} \right| + Z1 \cdot \ln \left| \frac{1}{Z1} |t_x + [t_x^2 + Z1^2]^{1/2}| \right| - Z2 \cdot \ln \left| \frac{1}{Z2} |t_x + [t_x^2 + Z2^2]^{1/2}| \right| \right]_{t_x=X1}^{t_x=X2} \quad (18a)$$

여기서,  $Z1 = \Delta z / 2 - z_{mi}$ ,  $Z2 = -\Delta z / 2 - z_{mi}$   
 $X1 = \Delta x / 2 - x_{mi}$ ,  $X2 = -\Delta x / 2 - x_{mi}$

①  $y_{mi}$ 의 값이 0이 아닌 경우

$$F3(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (y_{mi})^2 + (t_z - z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x$$

$$= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Z1 + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z1^2]^{1/2}}{Z2 + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z2^2]^{1/2}} \right| + Z1 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z1^2]^{1/2}}{[Z1 + y_{mi}^2]^{1/2}} \right| - Z2 \cdot \ln \left| \frac{t_x + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z2^2]^{1/2}}{[Z2 + y_{mi}^2]^{1/2}} \right| + 2 |y_{mi}| \left( \tan^{-1} \left( \frac{|y_{mi}| \tan |.5 \tan^{-1}[t_x / (Z1 + y_{mi}^2)^{1/2}]|}{Z1 + [y_{mi}^2 + Z1^2]^{1/2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{|y_{mi}| \tan |.5 \tan^{-1}[t_x / (Z2 + y_{mi}^2)^{1/2}]|}{Z2 + [y_{mi}^2 + Z2^2]^{1/2}} \right) \right) \right]_{t_x=X1}^{t_x=X2} \quad (18b)$$

(2) (17)식의 적분

(17)식의 적분은  $y_{mi}$ 의 값이 0이 될때와 0이 되지 않을 때로 구분하여 해 준다.

①  $y_{mi}$ 의 값이 0인 경우

$$F4(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (t_z + z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x$$

$$= \left[ t_x \cdot \ln \left| \frac{Z3 + [t_x^2 + Z3^2]^{1/2}}{Z4 + [t_x^2 + Z4^2]^{1/2}} \right| + Z3 \cdot \ln \left| \frac{1}{Z3} |t_x + [t_x^2 + Z3^2]^{1/2}| \right| - Z4 \cdot \ln \left| \frac{1}{Z4} |t_x + [t_x^2 + Z4^2]^{1/2}| \right| \right]_{t_x=X1}^{t_x=X2} \quad (19a)$$

여기서,  $Z3 = \Delta z / 2 + z_{mi}$ ,  $Z4 = -\Delta z / 2 + z_{mi}$   
 $X1 = \Delta x / 2 - x_{mi}$ ,  $X2 = -\Delta x / 2 - x_{mi}$

②  $y_{mi}$ 의 값이 0이 아닌 경우

$$F4(m, i) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \left[ \frac{1}{[(t_x - x_{mi})^2 + (y_{mi})^2 + (t_z + z_{mi})^2]^{3/2}} \right] dt_z dt_x$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ t_x \cdot \ln \frac{Z3 + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z3^2]^{1/2}}{Z4 + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z4^2]^{1/2}} \right. \\
 &+ Z3 \cdot \ln \frac{t_x + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z3^2]^{1/2}}{[Z3 + y_{mi}^2]^{1/2}} \\
 &- Z4 \cdot \ln \frac{t_x + [t_x^2 + y_{mi}^2 + Z4^2]^{1/2}}{[Z4 + y_{mi}^2]^{1/2}} \\
 &+ 2 |y_{mi}| \left( \tan^{-1} \left( \frac{|y_{mi}| \tan \left( 5 \tan^{-1} \left[ \frac{t_x}{(Z3 + y_{mi}^2)^{1/2}} \right] \right)}{Z3 + [y_{mi}^2 + Z3^2]^{1/2}} \right) \right)_{t_x=X1} \\
 &- \left. \tan^{-1} \left( \frac{|y_{mi}| \tan \left( 5 \tan^{-1} \left[ \frac{t_x}{(Z4 + y_{mi}^2)^{1/2}} \right] \right)}{Z4 + [y_{mi}^2 + Z4^2]^{1/2}} \right) \right)_{t_x=X2}
 \end{aligned} \tag{19b}$$

따라서, (18)식과 (19)식으로부터 (15)식은 다음과 같다.

$$A_{mi} = \frac{1}{4\pi\epsilon} [F3(m, i) - F4(m, i)] \tag{20}$$

$$m = 1, 2, \dots, N$$

$i = 1, 2, \dots, N$  중 도체의 옆면에 위치하는 경우

(14)식과 (20)식으로부터 적분식을 계산하여 (9)식에서의 계수행렬의 값을 구한후, II 장의 1,2절에서 제시한 방법을 적용하면 커패시턴스값을 구할 수 있다. 즉 먼저 (9)식으로부터 N개의 미소면적소에서의 표면전하밀도  $\sigma_s$ 를 구하고, 다음으로 II 장의 2절에서와 같이 전하량과의 관계식으로 나타내게 되고, 마지막으로 각 도체에서의 전하량은 위에서 구한 표면전하밀도로부터 구하게 된다.

#### IV. 계산결과와 비교검토

본 논문에서는 새로운 계산방법의 타당성을 입증하기 위해서 우선 구조가 비교적 단순한 다음의 세 가지 경우에 대하여 커패시턴스를 구한 다음 비교를 해 보았다.

##### 1. 전송선로가 하나인 경우

그림2와 같은 구조를 갖지만 기판(substrate) 위에 전송선로가 하나만 존재하는 경우에 커패시턴스값을 계산하고 비교해 보았다. 선로 주변을 둘러싸고 있는 유전체 물질은  $\text{SiO}_2$  ( $\epsilon_R = 3.9$ )로 가정한다. 그리고 유전체층의 두께는 1.0um이고, 선로의 길이는 20.0um로 하였다. 그림3은 선로의 두께가 0.5um일때 폭(W)의 변화에 따른 커패시턴스의 변화를 나타내었다. 그림4는 선로의 두께가 1.0um일때 폭의 변화에 따른 커패시턴스의 변화를 나타내었다. 계산결과와 정확성을 알아보기 위해서, 2차원 수치해석의 경우<sup>[7]</sup>와 해석적인 공식<sup>[9-11]</sup>에 의한 결과들과 비교를 해보았다. 2차원에 의한 결과는 단위길이(L=1.0um)에 대한 값들

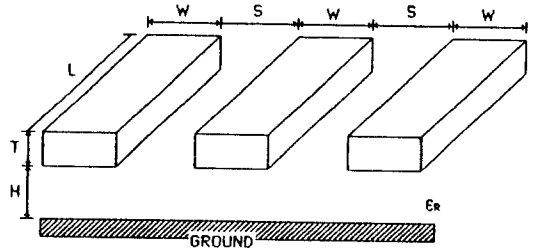


그림 2. 세개의 전송선로

Fig. 2. Three parallel interconnection line.

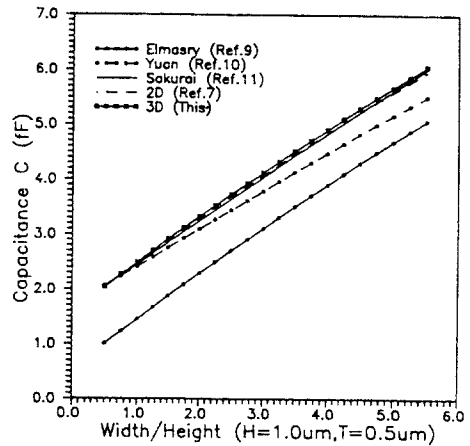


그림 3. H=1.0um, T=0.5um, L=20.0um,  $\epsilon_R = 3.9$ 일 때 폭의 변화에 따른 커패시턴스

Fig. 3. Capacitance with width variation in H=1.0um, T=0.5um, L=20.0um,  $\epsilon_R = 3.9$ .

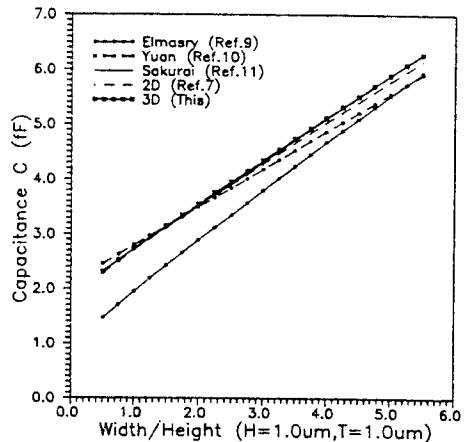


그림 4. H=1.0um, T=1.0um, L=20.0um,  $\epsilon_R = 3.9$ 일 때 폭의 변화에 따른 커패시턴스

Fig. 4. Capacitance with width variation in H=1.0um, T=1.0um, L=20.0um,  $\epsilon_R = 3.9$ .

이기 때문에 계산 결과에 선로의 길이 ( $L=20.0\mu\text{m}$ )를 곱해 주었다. 그림 3, 4를 보면 새로운 계산방법에 의한 결과들의 정확성을 확인할 수 있으며, 또한 이들 두 그림에서 선로의 두께  $T$ 가 큰 경우에 커패시턴스가 크다는 것을 알 수 있는데, 이는 선로의 윗면과 옆면에 의한 영향을 더 이상 무시해서는 안된다는 것을 알 수 있다.

2. 두개의 전송선로가 나란한 경우 ( $S=1.0\mu\text{m}$ )

그림 2와 같은 구조를 갖지만 두개의 전송선로가 나란히 위치하는 경우에 커패시턴스값을 계산하고 비교를 해 보았다. 1절과 마찬가지로  $\epsilon_r=3.9, H=1.0\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}$ 이고, 선로간 간격을  $S=1\mu\text{m}$ 라고 가정하였다. 선로의 두께가  $0.5\mu\text{m}$ 일때 폭의 변화에 따른 self 커패시턴스(선로와 기판사이의 커패시턴스)와 coupling 커패시턴스(선로 상호간의 커패시턴스)의 변화를 각각 그림 5, 6에 나타내었다. 폭이 증가함에 따라 self 커패시턴스는 폭에 비례하여 급격하게 증가하지만, coupling 커패시턴스는 폭이 작을때에는 거의 선형적으로 증가하다가 폭이 점점 증가함에 따라 커패시턴스의 증가율이 작아져서 거의 일정한 값으로 나아가고 있다. 또한 이 경우에는 폭이 증가함에 따라 2차원 결과와 3차원 결과가 큰 차이를 보이고 있는데, 이로부터 2차원 수치해석에서 나타나는 오차의 크기를 대략적으로 알 수 있다. 따라서 선로의 폭이 클때에는 coupling 커패시턴스에서 큰 오

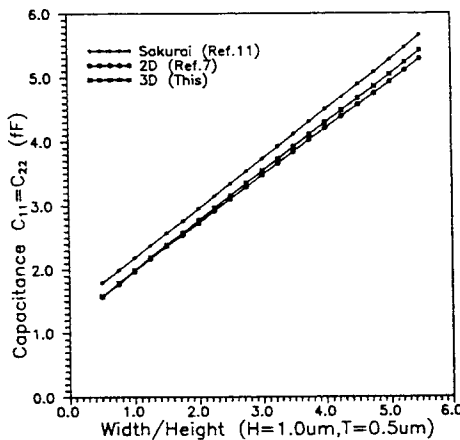


그림 5.  $H=1.0\mu\text{m}, T=0.5\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}, S=1.0\mu\text{m}, \epsilon_r=3.9$ 일때 폭의 변화에 따른 self 커패시턴스(두개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 5. Self capacitance with width variation in  $H=1.0\mu\text{m}, T=0.5\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}, S=1.0\mu\text{m}, \epsilon_r=3.9$ (Two parallel interconnection lines).

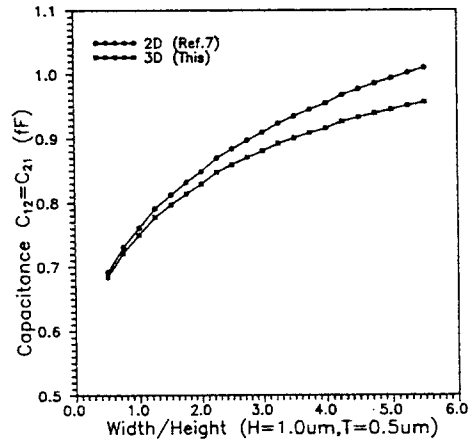


그림 6.  $H=1.0\mu\text{m}, T=0.5\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}, S=1.0\mu\text{m}, \epsilon_r=3.9$ 일때 폭의 변화에 따른 coupling 커패시턴스(두개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 6. Coupling capacitance with width variation in  $H=1.0\mu\text{m}, T=0.5\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}, S=1.0\mu\text{m}, \epsilon_r=3.9$ (Two parallel interconnection lines).

차를 갖기 때문에 가능한 3차원 수치해석 방법을 사용하는 것이 정확하다는 것을 알 수 있다.

3. 세개의 전송선로가 나란한 경우 ( $S=1.0\mu\text{m}$ )

그림 2와 같이 세개의 도체가 기판 위에 나란히 위치하는 경우에 self 커패시턴스와 coupling 커패시턴스의 값을 계산하고 비교해 보았다. 역시 1절과 마찬가지로  $\epsilon_r=3.9, H=1.0\mu\text{m}, L=20.0\mu\text{m}$ , 이고,  $S=1.0\mu\text{m}, T=0.5\mu\text{m}$ 라고 가정하였다. 그림 7은 가운데 선로의 self 커패시턴스 변화를 나타내고, 그림 8은 양쪽 끝에 있는 선로의 self 커패시턴스를 나타낸다. 또한 그림 9는 가운데 선로의 coupling 커패시턴스를, 그림 10은 양쪽 끝에 있는 선로간의 coupling 커패시턴스를 나타낸다. 그림 10에서 커패시턴스값이 매우 작다는 것을 알 수 있는데, 이는 양쪽 끝에 있는 선로간의 coupling 커패시턴스는 가운데 있는 선로에 의한 차폐 효과 때문이다. 따라서, 이 커패시턴스값은 무시 하더라도 상관없다는 것을 알 수 있고, coupling 커패시턴스값은 이웃하고 있는 두 선로 사이에 대해서만 정확하게 구해주는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다.

이상으로 세가지 형태에 대하여 self-커패시턴스와 coupling-커패시턴스를 구해 보았는데, 실제 전송선로에서의 지연시간을 계산할 때 사용되는 커패시턴스 값은 self-커패시턴스와 coupling-커패시턴스를 합

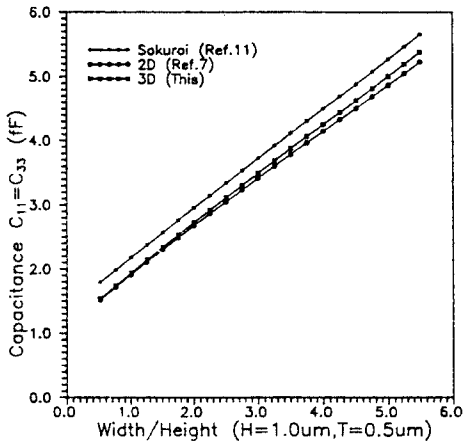


그림 7.  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$ 일때 폭의 변화에 따른 가운데 선로의 self 커패시턴스(세개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 7. Self capacitance of inner line width variation in  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$  (Three parallel interconnection lines).

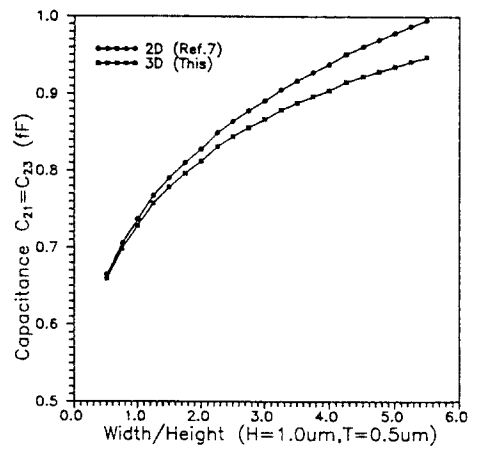


그림 9.  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ , 폭의 변화에 따른 가운데 선로의 coupling 커패시턴스(세개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 9. Coupling capacitance of inner line with width variation in  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.0$  (Three parallel interconnection lines).

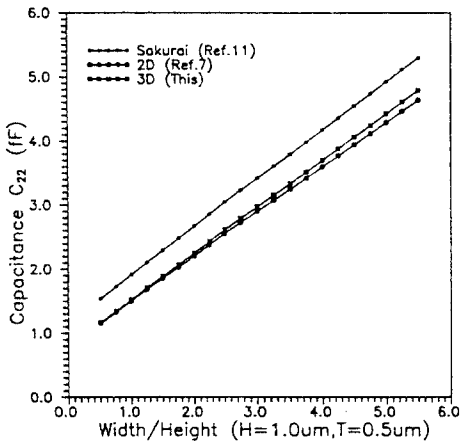


그림 8.  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$ 일때 폭의 변화에 따른 바깥쪽 선로의 self 커패시턴스(세개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 8. Self capacitance of outer lines with width variation in  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$  (Three parallel interconnection lines).

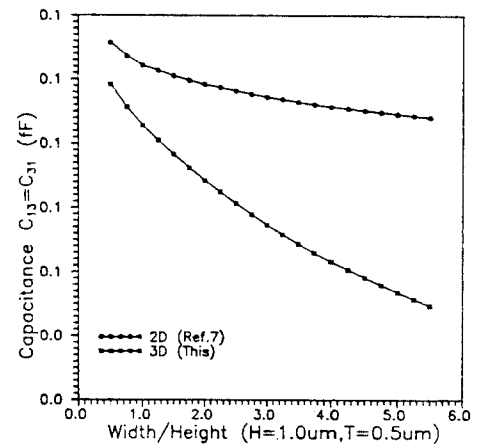


그림 10.  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$ 일때 폭의 변화에 따른 바깥쪽 선로의 coupling 커패시턴스(세개의 나란한 전송선로)  
 Fig. 10. Coupling capacitance of outer line with width variation in  $H=1.0\mu\text{m}$ ,  $T=0.5\mu\text{m}$ ,  $L=20.0\mu\text{m}$ ,  $S=1.0\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_R=3.9$  (Three parallel interconnection lines).

한 값이기 때문에, 이 두값 모두를 정확하게 구해 주어야 한다. 따라서, 2차원 계산방법이나 해석적인 공식에 의한 방법보다 본 논문에서 사용한 3차원 계산 방법을 사용하는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다.

### V. 결 론

본 논문에서는 3차원 구조를 갖는 전송선로에서의 커패시턴스를 구하는 과정에서 나타나는 적분식을 직



접적인 적분방법을 사용하여 계산하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 적분식을 계산하는 데 있어서 기존의 적분방법에서 사용했던 Fourier 적분방법<sup>6)</sup> 보다 간단한 결과식 ((9)식~(20)식)을 얻을 수 있고, 쉽게 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 비록 본 논문에서는 구조가 간단한 경우에 대하여 값을 구한다음 비교·검토하여 이의 타당성을 입증하였지만, 이를 바탕으로 좀 더 보완한다면 다층유전체의 경우를 비롯하여 여러가지 구조<sup>12-14)</sup>에 대해서도 이방법을 적용할 수 있으리라 기대된다.

### 參 考 文 獻

- [1] H.B. Bakoglu, *Circuits, Interconnections, and Packaging for VLSI*, Addison-Wesley, 1990.
- [2] R.L.M. Dang and N. Shigyo, "Coupling capacitances for two-dimensional wires," *IEEE Electron Device Letters*, vol. EDL-2, pp. 196-198, Aug. 1981.
- [3] Z. Pantic and R. Mittra, "Quasi-TEM analysis of microwave transmission lines by the finite-difference method," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-34, pp. 1096-1103, Nov. 1986.
- [4] W.T. Weeks, "Calculation of coefficients of capacitance of multi-conductor transmission lines in the presence of a dielectric interface," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-18, pp. 35-43, Jan. 1970.
- [5] A.E. Ruehli and P.A. Brennan, "Capacitance models for integrated circuit metallization wires," *IEEE J. of Solid-State Circuit*, vol. SC-10, pp. 530-536, Dec. 1975.
- [6] ZHEN-QIE NING et al., "Capacitance coefficients for VLSI multilevel metallizations lines," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-34, no. 3, pp. 644-649, March, 1987.
- [7] 김한구, 광계달, "다층 유전체 매질에서의 interconnection Line에 대한 Capacitance Parameter 계산에 관한 연구," *전자공학회 논문지*, vol. 28, no. 8, pp. 60-69, 1989.
- [8] C.P. Yuan, "Modeling and extraction of interconnect parameters in very-large-scale integrated circuits," Ph. D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1983.
- [9] M.I. Elmasry, "Capacitance calculations in MoSFET VLSI," *IEEE Electron Device Letters*, vol. EDL-3, no. 1, pp. 6-7, Jan. 1982.
- [10] C.P. Yuan and T.N. Trick, "A simple formula for the estimation of the capacitance of Two-dimensional interconnects in VLSI circuits," *IEEE Electron Device Letters*, vol. EDL-3, no. 12, pp. 391-393, Dec. 1982.
- [11] T. Sakurai and K. Tamaru, "Simple formulas for two- and three-dimensional capacitances," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-30, no. 2, pp. 183-185, Feb. 1983.
- [12] J.H.M. Quint, F.M. Klaassen, R. Petterson, "2-D and 3-D capacitance Effects in MOS VLSI," 17th European Solid State Device Research Conference, pp. 417-420, 1987.
- [13] Ken-Jeng Chang, Soo-Young oh, and Ken Lee, "HIVE: an express and accurate interconnect capacitance extractor for submicron multilevel conductor system," June 11-12, 1991 VMIC Conference, pp. 359-363, 1991.
- [14] Yukihiro Ushiku, Hisako Ono, and Naoyuki Shigyo, "A three-level wiring capacitance analysis for VLSIs using a three-dimensional simulator," *IEDM 88*, pp. 340-343, 1988.

### 著 者 紹 介

金 漢 求 (正會員) 第28卷 A編 第2號 參照  
현재 한양대학교 대학원 전자  
공학과 박사과정

郭 桂 達 (正會員) 第28卷 A編 第2號 參照  
현재 한양대학교 전자공학과  
교수