

## 궤환회로 고장에 대해 강인성을 갖는 다변수 시스템의 비간섭 제어

正會員 金 東 和\*

### Input-Output Decoupling Control of Multivariable System with Robustness against Feedback Loop Failure

Dong Hwa Kim\* *Regular Member*

#### 要 約

본 논문에서는 구조적으로 복잡한 다변수 시스템에 대한 비간섭 강인제어 문제가 연구되었다. Riccati 형 행렬 방정식과 상태궤환을 이용해 궤환회로 또는 조작단 신호회로 고장에 대해 강인성을 가지면서 비간섭 제어 될 수 있는 방법을 제안하고 2입력 2출력 터보-발전기 모델을 이용하여 시뮬레이션 하였다. 그 결과 루프 고장시 종래의 방법에 의해 설계한 궤환 시스템에서는 불안정한 응답을 나타낸 반면 본 연구에서 제시한 방법으로 설계한 시스템에서는 고장에 관계없이 안정하고 비간섭된 응답을 나타내어 구조가 복잡한 다변수 시스템의 비간섭 강인 제어에 응용될 수 있음을 잘 입증하고 있다.

#### ABSTRACT

In this paper, robust decoupling control scheme of multivariable systems is studied. Design methods for Input-Output decoupling systems with robustness against signal failure in arbitrary feedback loop or actuator loop is suggested based on the Riccati type matrix equation and state feedback, and is simulated in Turbo-Generator systems with 2-input, 2-output.

The results of simulation represents the decoupled and stable response against the failure of signal in sensor or actuator loop. However, the system designed by conventional state feedback shows the unstable response.

This method is applied for robust decoupling control of the complicated multivariable systems.

#### I. 서 론

\*韓國原子力研究所  
論文番號 : 92-81 (接受1991. 10. 29)

최근의 각종 플랜트는 생산성 제고를 위해 많은 첨단 기술을 이용하여 대형화, 자동화 되어가고 있고

그에 따라 이들의 제어 시스템도 안정성, 신뢰성 향상측면에서 제어변수가 많은 다변수 제어 시스템의 채택이 불가피 하게되었다.

이와 같은 다변수 제어 시스템에서 설계시 만족되어야 할 요건으로는 안정도 유지, 제어루프 상호간의 적은 간섭작용, 컴퍼넌트 고장시 지정된 범위내에서의 파라미터 변위에 대한 안전성 및 보전성 확보등을 들고 있으나<sup>14)</sup>, 간섭 전달함수에 의해 시스템 변수들간에 간섭현상이 발생하여 시스템 해석이 곤란함은 물론 안정도와 안정영역등의 결정이 어려워 제어계통 설계, 해석등은 불가능하게 된다.<sup>17,18)</sup>

이와같이 구조적으로 복잡한 다변수 시스템을 쉽게 해석, 설계하고자 하는 연구는 주로 루프 상호간의 작용을 비간섭 시켜(decoupled system) SISO 시스템의 제어기 설계 알고리즘을 이용하기 위한 것으로 1934년 Voznesenskii에 의해 처음 제안된 후 1960년 현대 제어이론이 발표되기 전까지는 고전적 이론에 의한 것이 주종을 이루어 왔다.<sup>14,6,7)</sup>

이들 중 주파수 영역에서의 다변수 비간섭 제어기 설계기법은 전달함수가 그리는 궤적에 의해 대각화의 정도 및 안정도등을 판단하여 시스템을 비간섭 시키는 것으로 역 나이퀴스트 배열법(INA)<sup>15)</sup>, 근계적법(CL)<sup>17)</sup>, 궤환차 방식(Return Difference)<sup>16)</sup> 등이 있다.

이 중 Rosenbrock의 INA법은 설계 과정에서 대각화의 정도, 안정도등을 판별할 수 있고 대각화를 얻는 방법도 입력측 보상기와 출력측 보상기에 의해 비교적 간단히 구현할 수 있어 최근까지 많이 응용되고 있으나<sup>3,4)</sup> 설계과정에서 전달함수의 역을 취하여야 하므로 입,출력수가 다른 경우는 전달함수를 대각화하기 위해 시스템 특성에 맞는 매개 행렬을 다시 만들어야 한다는 문제점이 있다.

또한 이들 설계기법은 경부하시는 간섭을 배제시킬 수 있으나 중부하이거나 외란이 있는 경우는 대각화 비율이 변하여 비간섭 제어가 될 수 없는 단점이 있어 상태궤환이나 출력궤환을 이용한 방법이 1967년 Falb와 Wolovich<sup>18)</sup>가 비간섭 되기 위한 필요충분조건을 제시하면서 부터는 이에 의한 연구가 많이 이루어 지고 있다.<sup>19,10)</sup>

한편 다변수 시스템에서는 제어기에서 액츄에이터를 경유하여 제어대상으로 가는 제어 신호 경로와 제어대상에서 센서를 경유하여 제어기로 들어가는 피측 신호경로로 구성된 여러개의 궤환루프가 존재하게 되는데 이러한 다변수 시스템의 제어계통에 영향

을 주는 것으로는 제어기 이득 외에 한 루프의 센서나 액츄에이터 고장등에 의해 건전한 다른 루프가 영향을 받아 전 시스템이 불안정하게 되는 것이다.<sup>11,12)</sup> 따라서 고장루프를 비간섭 시키기 위한 연구 즉, 보전성 확보(integrity) 문제가 필요하게 된다.

이와같은 다변수 시스템에 대한 보전성 연구는 이미 언급한 주파수 영역에서의 기법을 이용하나 이들은 비간섭 제어를 위해 개발된 방법들로서 센서 또는 오차감시 제어계통의 고장에 대해서는 높은 보전성을 가질 수는 있으나 액츄에이터 고장시는 루프전달함수가 영이되어 검토가 불가능 하고 변수구조를 알 수 없게 되는 것이 문제점으로 지적되고 있다.<sup>11,2)</sup>

또한 위에서 언급한 상태궤환을 이용한 방법으로는 보전성에 대한 검토가 불가능하고, 비선형 Riccati방정식을 이용해 보전성을 연구 한것이 있으나<sup>11)</sup> 이것은 보전성만을 고려한 것으로 입,출력 변수간의 비간섭 문제는 검토되지 않고 있다.

이와같은 관점에 입각하여 본 논문에서는 비선형 Riccati형 행렬 방정식과 비간섭 행렬을 이용해 신호 경로 고장에 대해 강인성을 가지면서 입,출력이 비간섭 될 수 있는 제어방법을 제시하고 이를 다변수 터보 발전기 모델에서 시뮬레이션을 통해 입증하고자 한다.

## II. 궤환회로 고장에 대해 보전성을 갖는 시스템 구성

### 2.1 궤환회로 고장에 대한 시스템의 보전성 조건

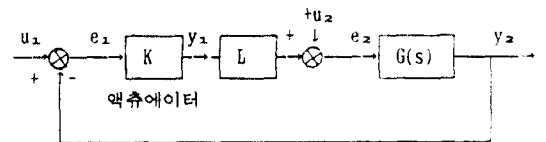


그림 1. 액츄에이터 고장시 스위칭 행렬에 의한 다변수 시스템

Fig. 1. Multivariable system with switching matrix in actuator failure

그림 1의 조작단 고장상태를 나타낸 다변수 시스템(Sa)에서 입력( $u_1, u_2$ )과 출력( $y_1, y_2$ ) 사이의 전달함수 행렬  $H_a(G, K, L)$ 는

$$H_a(G, K, L) = \begin{bmatrix} K(I-G(I+LKG)^{-1}LK) & -KG(I+LKG)^{-1} \\ G(I+LKG)^{-1} & G(I+LKG)^{-1} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} K(I+GLK)^{-1} & -K(I+GLK)^{-1}G \\ GLK(I+GLK)^{-1} & (I+GLK)^{-1}G \end{bmatrix} \quad (1)$$

이 된다.

여기서  $u_1 \in \mathbb{R}^m$ ,  $u_2 \in \mathbb{R}^{r \times m}$ ,  $K \in \mathbb{R}^{r \times m}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 이고 또  $L$ 은  $L = \text{diag}\{\delta_1, \dots, \delta_r\} \in L_{\text{set}}$ 으로  $\delta_i = 1$ (정상상태),  $\delta_i = 0$ (고장시)을 나타내는 스위칭 행렬이다. 또  $L_{\text{set}}$ 는 스위칭 행렬  $L$ 의 집합을 의미한다.

여기서 보전성(integrity)에 대해 다음과 같이 정의한다.

[정의1] 그림 1에서 보상기  $K(s) \in \mathbb{R}(S)$ 가 존재하고 임의의 스위칭 행렬  $L \in L_{\text{set}}$ 에 대해 전달함수 행렬  $H_a(G, L, K)$ 가  $H_a(G, L, K) \in \mathbb{R}(S)$ 일때 제어계는 조작단 고장에 대해 보전성을 갖고 보상기  $K(s)$ 는 보전성을 보증한다고 한다. 여기서  $S$ 는 프로퍼(proper)이고 안정한 유리함수의 집합을 나타내고  $\mathbb{R}(S)$ 는  $S$ 의 요소로된 행렬 집합이다.<sup>[12][13]</sup>

한편 보전성을 고찰하는데 필요한 유리함수 행렬의 성질을 다음과 같이 도입한다.

[정의2] 스칼라 유리함수  $a(s) \in S$ 가  $a^{-1}(s) \in S$ 일때  $a(s)$ 를 유니모듈러 요소(unimodular element)라고 하고  $a(s) \in u$ 로 나타낸다. 여기서  $u$ 는 유니모듈러 요소의 집합이다.

$a(s)$ 가  $a(s) \in u$ 로 되는것은  $a(s)$ 가 무한원점을 포함하는 복소 폐우반평면  $C_+$ 에 영점을 갖지 않는 것과 같고 행렬의 경우는 유리함수 행렬  $A(s) \in \mathbb{R}(S)$ 는 그 역 행렬이  $\mathbb{R}(S)$ 에 속할 때 유니모듈러 행렬이 된다.

여기서 그 행렬식 뿐만 아니고 전체의 주 소 행렬식(principal minor determinant)이  $S$ 의 유니모듈러 요소가 되기 위한 유리함수 행렬의 성질을 정리하면 다음과 같다.<sup>[13][14]</sup>

[정리1]  $A(s) \in \mathbb{R}(S)$  일때 다음 1), 2), 3)은 서로 동가이다.

1) 임의의  $s \in C_+$ 에 대해서  $A(s)$ 의 전체의 주 소 행렬식은 영이 아니다.

즉

$$|deA(s)\{i_1, \dots, i_r\}| > 0 \quad (2)$$

$$1 \leq i_1 < \dots < i_r \leq m, r = 1, \dots, m, \text{ all } s \in C_+$$

2) 임의의  $s \in C_+$ 와 임의의  $x \neq 0$ ,  $x \in C^m$ 에 대해서  $1 \leq i \leq m$ 이 존재 할때

$$|\bar{x}_i\{A(s)x\}_i| > 0 \quad \text{즉}$$

$$\sum_{i=1}^m |\bar{x}_i\{A(s)\}_i x_i| > 0, \text{ all } x \neq 0, \text{ all } s \in C_+ \quad (3)$$

여기서  $x_i$ 는  $x$ 의 제  $i$  차 성분의 복소 공액값이고  $\{A(s)x\}_i$ 는  $A(s)x$ 의 제  $i$  차 성분이다. 또  $C^m$ 은  $m$  차원의 복소벡터 공간이다.

3) 임의의  $s \in C_+$ 에 대해  $A(s)$ 의 고유치 및  $A(s)$ 의 주 소 행렬식 전체의 고유치는 영이 아니다. 즉

$$\min_{1 \leq i \leq r} |\sigma_i\{A(s)\{i_1, \dots, i_r\}\}| > 0 \quad (4)$$

$1 \leq i_1 < \dots < i_r \leq m, r = 1, \dots, m, \text{ all } s \in C_+$  [증명은 참고문헌12참조]

따라서 다음식이 성립한다.

$$A(s) \in U \Rightarrow A^T(s) \in U \quad (5a)$$

$$A(s) \in U \Rightarrow A^{-1}(s) \in U \quad (5b)$$

$$A(s) \in U \Rightarrow D(s)A(s) \in U \quad (5c)$$

$$A(s) \in U \Rightarrow A(s)D(s) \in U, \\ D(s) = \text{diag}\{d_1(s), \dots, d_m(s)\}, d_i(s) \in u, i = 1, \dots, m \quad (5d)$$

여기서  $U$ 는  $u$ 의 집합이다.

한편 대각소자가 1인 대각우세 행렬(diagonal dominance matrix)은 다음 정리가 성립한다.

$$[\text{정리2}] 1) A(s) = [a_{ij}(s)] \in \mathbb{R}(S) \text{는} \\ a) a_{ii}(s) \in u, a_{ij}(\infty) = 0, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

또는

$$b) \text{대각행렬} D(s) \text{에 대해 } D(j\omega)A(j\omega)D^{-1}(j\omega) \text{가} \\ \text{대각 우세일때}$$

즉

$$|a_{ii}(j\omega)| |d_i(j\omega)| > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^m |a_{ij}(j\omega)| |d_j(j\omega)|, \\ \text{all } \omega \in \mathbb{R}, i=1,2,\dots,m \quad (7)$$

이때  $A(s) \in U$  이다.

2)  $A(s) \in R(S)$ 가 대각행렬  $D(s)$ 에 대해  $A_D(s) = D(s)A(s)D^{-1}(s)$ 이면

$$\inf \sigma_{\min}(A_D(j\omega) + A_D^*(j\omega)) > 0 \quad (8)$$

이고  $A(s) \in U$ 이다. 여기서  $A_D^* = A^T(-j\omega)$ 이다. (증명은 참고문헌 13참조)

즉 식(6), (7)은 대각요소가 유니모듈러 요소인 대각우세 행렬은 U행렬이고 따라서 정리에 의해 보전성을 갖으며 식(8)은 Strictly Positive Real (SPR) 행렬은 U행렬이 되고 보전성을 갖음을 의미한다.

이상의 결과에 의해 환송차 행렬(Return Difference Matrix)을 이용한 시스템에 대해서도 다음과 같이 보전성의 충분조건을 얻을 수 있다.

[정리3] 환송차 행렬에 의한 보전성 조건

그림 1의 폐환 시스템에서  $G \in R(S)$ ,  $K \in R(S)$ 에 대해 환송차 행렬이

$$I + GK \in U \quad (9b)$$

이면 조각단에 보전성을 갖는다. [증명, 참고문헌 13-15 참조]

### 2.2 상태폐환에 의한 보전성을 갖는 시스템 구성 선형 시스템이

$$\dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \quad (10)$$

로 주어졌을 때 다음조건을 생각한다.

- a) A, B는 가제어 이며
- b) A는 점근안정이다.

시스템(10)에 상태폐환 법칙

$$u = Kx \quad (11)$$

을 이용하면 구성되는 폐 루프 시스템은

$$\dot{x} = (A+BK)x \quad (12)$$

이 되고  $K \in R^{r \times n}$  이다.

여기서 루프가 고장난 경우를 고려한 폐환 시스템은

$$\dot{x} = (A+BLK)x, \quad L \in L_{\text{set}} \quad (13)$$

이 되고 임의의  $L \in L_{\text{set}}$ 에 대해 시스템 행렬  $A+BLK$ 가 점근 안정하기 위한 폐환이득 행렬  $K$ 를 정하는 문제에 대해서 고찰한다.

조건 b에 의해 모든  $L$ 에 대해서  $A+BLK$ 는 안정하고  $K=0$ 인 경우도 고려 할 수 있으나 여기서는  $\delta_i = 0 (i=1, \dots, r)$ 이 되는 경우 즉  $L=0_{r \times r}$ 이 되는 경우는 제외한다.

이때 식(13)의 시스템 극이 허수축을 포함하지 않는 좌반평면에 존재하도록 이득  $K$ 를 결정하기 위해

$$c) Q \geq 0, M > 0, N > 0, E > 0$$

의 조건하에서 다음과 같은 비선형 Riccati형 행렬 방정식의 실 대칭 반정정해를 이용한다. 이는 대각행렬이다.

$$PA + A^T P + (PB + F^T) N_0^{-1} (B^T P + F) M_0 = 0 \quad (14) \\ M_0 = F^T M^{-1} F + Q \\ N_0 = E^T N^{-1} E$$

단  $P \in R^{n \times n}$ ,  $Q \in R^{n \times n}$ ,  $M \in R^{r \times r}$ ,  $N \in R^{r \times r}$ ,  $E \in R^{r \times r}$ ,  $F \in R^{r \times n}$  이다.

이때 식(14)의 실 대칭 반정정해의 존재조건은  $Q, M, N, E, F$ 에 대해서 실 유리함수 행렬  $H(s)$ 이

$$H(s) = \begin{bmatrix} (sI - A)^{-1} B \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -M_0 - F^T \\ -F \quad N_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (sI - A)^{-1} B \\ I \end{bmatrix} \quad (15)$$

이 되고  $H(s)$ 가 허수축상의 극 이외의 전체의  $s$ 에 대해서 반 정정 일때

$$d) H(j\omega) \geq 0, \text{ a.e. } \omega \in \mathbb{R}$$

이다.

이때 대수 방정식(14)에 대응하는 미분 방정식은

$$-P = PA + A^T P + (PB + F^T) N_0 (B^T P + F) + M_0 \quad (16)$$

$$P(0) = P_0$$

이 되고 이의 해를  $P(t; P_0)$ 라 하면 조건 a) - d)가 성립할때 임의의  $P_0 \leq 0$ 에 대해 미분 방정식의 해  $P(t, P_0)$ 가  $-\infty < t \leq 0$ 에서 존재하고, 다음 성질이 있다.<sup>[13]</sup>

1)  $P(t; P_0)$ 는  $t \leq 0$ 에 대해서 실 대칭 반 정정(real symmetric positive semi-definite) 이다.

2)  $P(t; P_0)$ 는  $t \leq 0$ 에 대해서 균일한 유계(uniformly bounded)를 갖는다.

3) 특히  $P_0 = 0^{rx}$  일때 해  $P(t; 0)$ 는 임의의  $t \leq 0$ 에 대해서 실대칭 반정정이고 t의 감소에 대해 단조 비 감소(monotone nondecreasing)이다. 즉  $P_0 = 0 \Rightarrow P(t_1) \leq P(t_2), 0 \geq t_1 \geq t_2 > 0$ 가 된다.

단  $P_0 \in R^{rx}$ 이다. 따라서 조건 a) - d)가 성립하면 Riccati형 대수 방정식(14)의 실 대칭 반정정 해가 존재하고 Q가 정정이면 실 대칭 정정해도 정정이 되어

$$P_0 A + A^T P_0 + (P_0 B + F^T) N_0^{-1} (B^T P_0 + F) + M_0 = 0 \quad (17)$$

을 만족하게 된다.

즉 식(14)의 실 대칭 반정정해는  $P_0 = \lim_{t \rightarrow -\infty} P(t; 0)$ 로 주어지고 이를 이용하면

K는

$$K = -E^{-1} (B^T P_0 + F) \quad (18)$$

로 주어져 조건 a) - d)하에서  $P_0$ 가 구해지므로 樑환회로 고장에 대해 강인성을 갖는 시스템이 된다.

### III. 입.출력 비간섭과 樑환회로 고장에 대해 강인성을 갖는 제어기 설계

지금까지 연구된 많은 것들은 입.출력 비간섭<sup>[5,9]</sup>과 보전성<sup>[5,12]</sup>을 별도로 다루고 있어 보전성 유지시는 입.출력이 비간섭 되지않고, 입.출력 비간섭시는 보전성이 유지되지 않는 문제점이 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 고장루프에 대해 보

전성을 가지면서 입.출력이 비간섭 될수 있는 시스템을 제안한다.

본 논문에서 제시한 시스템 구성을 樑력다이어그램으로 나타내면 그림 2와 같다. 그림에서 K는 조건 a) - d)하에서 고장시 강인성을 갖도록 이미 언급한 방법으로 구해지는 이득이고 G는 입.출력 비간섭을 위해 주어지는 대각행렬이다.

또 L는 식(13)으로 정의되는 스위칭 행렬이다.

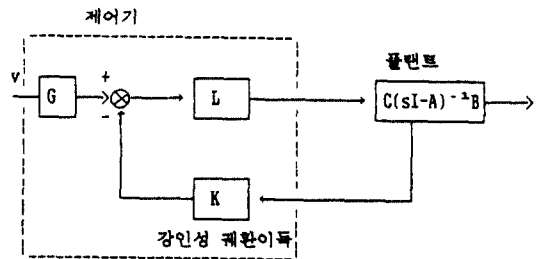


그림 2. 조작단 고장에 대해 강인성을 갖는 입.출력 비간섭 다변수시스템

Fig. 2. Input-output decoupling multivariable system with robustness to actuator failure

그림 2에서 상태樑환 법칙

$$u = LKx + Gv \quad (19)$$

과 식(18)로 구해지는 樑환이득 K를 이용하면 페 루프 시스템은

$$\Sigma : \dot{x} = [A + BL(-E^{-1}(B^T P + F))]x + BGv = A_b x + B_b v \quad (20)$$

$$y = [C + BL(-E^{-1}(B^T P + F))]x + DGv = C_b x + D_b v \quad (21)$$

이 되고 이때 페 루프 시스템의 전달함수 행렬 H(s)는

$$H(s) = -K(sI - A)^{-1} B = -E^{-1} (B^T P_0 + F) (sI - A)^{-1} B \quad (22)$$

이다. 여기서 다음정리를 얻는다.

[정리5] 조건 a) - d)가 성립하고

e)  $M \leq 2E$

이면

1)  $\Sigma$ 는 점근안정이다.

$$\text{즉 } \text{Re } \sigma[(A-BL) - E^{-1}(B^T P + F)] < 0 \quad (23)$$

$$2) \inf_{\omega} \sigma_{\min} \{H^*(j\omega)E + EH(j\omega) - H^*(j\omega)NH + M\} \geq 0, \text{ all } \omega \in (-\infty, +\infty) \in \mathbb{R} \quad (24)$$

여기서  $\sigma$ 는 고유치이다.

[증명] 1) 식(18)에 의해 L이 없는 경우

$$P_0BK + K^T B^T P_0 = -K^T F - F^T K - 2K^T EK \quad (25)$$

이 되고 이 식을 변형시키면

$$P_0[A+BK] + (A+BK)^T P_0 + F^T M^{-1} F + K^T F + F^T K + 2K^T EK + K^T N K + Q = 0 \quad (26)$$

이 된다. 식(26)의 좌변에  $K^T M K$ 를 더하면

$$P_0[A+BK] + (A+BK)^T P_0 + (F+MK)^T M^{-1} (F+MK) + K^T (-M+2E+N)K + Q = 0 \quad (27)$$

이 성립한다. 여기서 조건 b)에 의해  $(A, F+MK)$ 는 검출가능하고 조건 c), e)에 의해  $M > 0, Q \geq 0$  이므로

$$-M+2E+N > 0 \quad (28)$$

이 된다. 이때  $(A, C)$ 가 검출 가능하면 임의의  $M^{-1} > 0, (-2M+2E+N) > 0, Q \geq 0$ 과 B, K에 대해서  $\{(A+BK), \sqrt{(F+MK)^T M^{-1} (F+MK) + (-2M+2E+N)}\} K + Q$ 도 검출가능하고 점근안정하므로<sup>[13]</sup>  $A - B E^{-1}(B^T P_0 + F)$ 도 점근안정하다.

한편 임의의 스위칭 행렬 L을 고려한 경우 조건 a) -e)가 성립하고 E가 대각행렬이면

$$L^T E L = L^T E = E L \quad (29)$$

이 성립하므로<sup>[14]</sup> 식(29)에서

$$L^T E + E L - L^T M L + N = L^T (2E - M) L + N \geq N > 0 \quad (30)$$

의 관계가 만족되고 따라서 식(23)은 점근안정이다.

2) 식(17)을 다시쓰면

$$P_0(sI - A) + (-sI - A^T)P_0 - (P_0 B + F^T)N_0^{-1} (B^T P_0 + F) = M_0 \quad (31)$$

이로  $B^T(-sI - A^T)^{-1}$ 과  $(sI - A)^{-1}B$ 을 뺀식에 각각 곱하면

$$H^T(-s)E + EH(s) - H^T(-s)NH(s) = \Phi^T(-s) + \Phi(s) + \Phi^T(-s)M^{-1}\Phi(s) + \Omega(s) \quad (32)$$

이다. 여기서

$$\Phi(s) = F(sI - A)^{-1}B \quad (33)$$

$$\Omega(s) = B^T(-sI - A^T)^{-1}Q(sI - A)^{-1}B \quad (34)$$

이로 식(32)의 양변에 M을 더하면

$$H^T(-s)E + EH(s) - H^T(-s)NH(s) + M = [M + \Phi(-s)]^T M^{-1} [M + \Phi(s)] + \Omega(s) \quad (35)$$

이 된다. 이때  $s = j\omega$ 이면 식(35)의 우변은 모든  $s \in \mathbb{R}$ 에 대해 반정성이 되므로 식(24)가 얻어진다. 즉 상인 안정을 갖도록 각 배치 할수 있는 행렬 M, N, F, G를 선정하면 정리(2)에 의해 시스템의 전달함수 행렬이 대각 또는 SPR이 되므로 강인 안정한 시스템을 구성할 수 있다. [증명 끝]

이때 단일 입,출력인 경우 식(24)는

$$\text{eig}(j\omega) + \text{eig}(-j\omega) - n |g(j\omega)|^2 + m \geq 0 \quad (36)$$

로 쓸 수 있으므로 이를 이용하면

$$|[ne^{-1}]^{-1} - g(j\omega)| \leq [ne^{-1}]^{-1} \sqrt{1 + [me^{-1}][ne^{-1}]} \quad (37)$$

로 나타낼 수 있다. 뺀식은 전달함수의 벡터궤적으로 중심이  $[ne^{-1}]^{-1}$ 이고 반경이  $[ne^{-1}]^{-1} \sqrt{1 + [me^{-1}][ne^{-1}]}$ 인 원내에 있어야함을 의미한다.

따라서 조건 e)가 성립하므로 궤적은  $-1 + j0$ 을 넘지않도록 m, n, e의 값을 각각 선정하면 된다. 또 이때

의 각 행렬값 결정은 시스템의 극 배치가 Quadratic weighting matrices 기법에 의해 행렬방정식

$$WBR^{-1}B^TW - W(A^2 - h^2I) + (A^2 - h^2I)^TW = 0 \quad (38)$$

에 의한 최대해  $Q=W\alpha$ 와 좌반면에 있는 고유치  $\sigma_i$ 에 해당하는 고유벡터  $\mu_i$ 와의 관계  $Q\mu_i=0$ 에 의해 결정되므로 그 선택폭은 훨씬 작고 따라서 행렬값 결정은 쉽게 할 수 있다. 식(37)에서  $h$ 는 좌반면에 극 배치 가능한 영역을 결정하는 값으로 실수축상의 원점에서의 거리이다.

지금까지 기술한 방법에 의해 보전성을 가지면서 입,출력을 비간섭시킬 수 있는 시스템의 설계 순서는 다음과 같다.

- 1) 주어진 조건하에서  $E^TN^{-1}E$  값을 선정한다.
- 2) 응답특성에 중요한 역할을 하는 극을 선정하여 요구하는 위치에 극이 배치되도록 정한다.
- 3) 식(37)로 주어지는 행렬방정식의 최대해를 구한다.
- 4)  $\alpha$ 를 적당히 선정하여 행렬방정식의 반정정해  $P_0$ 를 구하고 케환법칙에 의해 구성되는 시스템 행렬을 계산한다.
- 5) "4)"에서 구한 값이 만족하면 계산을 끝내고 만족하지 않으면 "4)"에서  $\alpha$ 값을 조정하여 계산을 다시한다.
- 6) 계산된  $K$ 값으로 구성되는 케환 시스템이 입,출력이 비간섭 될 수 있도록 입력 이득행렬  $G$ 를 적당히 선정한다. 이때  $G$  행렬은 대각행렬로 주어지므로 쉽게 선정 할 수 있다.

#### IV. 시뮬레이션 및 고찰

본 연구에서 제시한 방법의 유효성을 입증하기 위해 터어보-발전기 모델<sup>15)</sup>을 이용해 시뮬레이션 하였다. 모델에서 입력은 증기유속과 여자기 단자전압이고 출력은 부하각 및 발전기 단자전압이다. 주어진 모델은 증기유속 제어시 심한 간섭현상으로 부하각과 단자전압이 동시에 변하여 안정한 제어가 어렵고 루프 1(증기유속-부하각)의 조작단이나 센서 고장시 루프 2(여자기 단자전압-발전기 단자전압)에 심대한 영향을 끼쳐 보전성 확보가 대단히 어렵다. 우선 제시한 방법에 의해  $K$ 를 설계하기 위해

$$R = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}, E[I_2], F=0$$

로 정하고 설계순서에 의해 원하는 위치로 극을 배치한 후 식(37)의 최대해  $W$ 와 좌반면에 있는 고유치에 대한 고유벡터에 의해  $Q$ 를 구한다. 이에 의해 Riccati 방정식의 해  $P_0$ 를 구하고 식(18)로 주어지는 강인성 이득  $K$ 를 설계하면

$$K = -E^{-1}B^{-1}P_0$$

$$= \begin{bmatrix} -0.55 & 0.02 & -0.05 & -0.67 & 0.21 & -0.01 & 0.33 & 0.044 & -0.65 \\ 6.6 & -0.55 & 0.58 & 8.3 & -2.55 & 0.07 & -3.94 & -0.36 & 8.4 \end{bmatrix}$$

가 된다.[A, B 행렬값은 부록 참조]

여기서 강인성을 검토하기 위해 모델에서 루프 1 또는 루프 2 조작단에 고장이 발생한 경우에 대해 종래의 상태 케환 기법으로 설계한 이득

$$F_c = \begin{bmatrix} 923 & -4070 & 3.4 & 5580 & 4711 & 3.9 & -0.196 & 6.14 & -793 \\ 21.5 & -40 & 0.4 & -2.7 & 0 & 0.14 & -1.3 & 0.64 & -17 \end{bmatrix}$$

를 적용한 경우와 비교 검토한다. 여기서 얻어진  $F_c$  값은 고장상태를 고려하지 않은 것으로 고장이 없을때는 안정한 응답을 나타낸다.

이때 루프 1 및 루프 2 고장시 스위칭 행렬값은 각각

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이다.

그림 3은 조작단 루프 1 고장시 강인성 이득  $K$ 를 케환회로에 이용하여 케루프로 한 경우의 입력  $v_1=1, v_2=0$  및  $v_1=0, v_2=1$ 에 대한 계단응답이고 그림 4는  $F_c$ 를 이용한 경우의 응답특성으로 그림 3은 강인성과 비간섭을 나타내는데 반해 그림 4는 제어되고 있지 않음을 보이고 있다.

또 그림 5는 루프 2 고장시  $K$ 값을 이용한 경우  $v_1=1, v_2=0$  및  $v_1=0, v_2=1$ 에 대한 응답으로 역시 강인한 비간섭 특성을 나타내고 있으나  $F_c$ 를 이용한 경우의 그림 6은 발전현상으로 제어 불가능함을 보이고 있다.

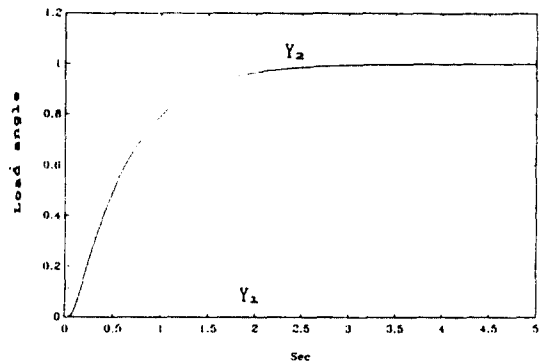
한편 루프 고장이 없는 상태에서  $K$ 에 의한 케 루프 시스템의 응답특성을 검토하기 위해 시뮬레이션한 것이 그림 7에 나타나 있다. 입력의 종류에 관계없이 안정한 응답을 보이고 있다.

표 1. 각 시스템의 고유치

Table. 1. Eigenvalue

$\sigma(A)$	$\sigma(A+BF_c)$		$\sigma(A+BK)$	
	$\sigma(A+BL_1F_c)$	$\sigma(A+BL_2F_c)$	$\sigma(A+BL_1K)$	$\sigma(A+BL_2K)$
-106.8+j15.9	-10.69+j15.9	-155	-106+j15.9	-106+j15.8
-106.8-j15.9	-10.69-j15.9	-1.08+j11.5	-106-j15.9	-106-j15.8
-0.1+j10.5	-35.2+j7.4	-1.08-j11.5	-20.7+j73.6	-0.87+j9.6
-0.1-j10.5	-35.2-j7.4	0.55+j0.096	-20.7-j73.6	-0.87-j9.6
-13.6	-12.5	0.55-j0.096	-43.9+j75.6	-10+j10.6
-33.9+j10.2	0.08	-0.11	-43.9-j75.6	-43.7+j9.3
-33.9-j10.2	-0.04+j0.07	-25.8	-0.2+j0.02	-43.7-j9.3
-29.7	-0.04-j0.07	-32.2	-0.2-j0.02	-21.8
-5.0	-27.7	-5.0	-2.11	-5.0

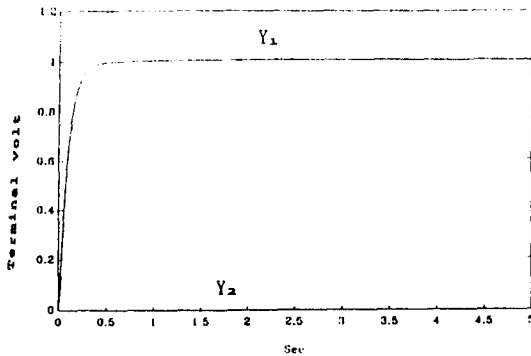
또한 그림 8은 초기치가 있을 때 강인성 이득 K의 강인성을 검토하기 위해 초기치  $x_i(i=1, \dots, 9)=1$ 로 한 경우 각각의 출력특성을 나타낸 것으로 그림 8(a)는 루프 1 고장시의 응답특성이고 그림 8(b)는 정상상태에 대한 응답으로 루프고장에 대해 정상상태와 같이 안정한 응답을 보이고 있다. 또한 각 루프 고장에 대해 K를 이용한 경우와  $F_c$ 를 이용한 경우의 안정성을 비교하기 위해 고유치를 나타낸 것이 표1에 있다. 표에서  $\sigma(A+BL_1F_c)$ 는 루프 1 고장시  $F_c$ 를 적용한 경우의 고유치이고  $\sigma(A+BL_1K)$ 는 K를 적용한 경우의 고유치이다. 표에서 알 수 있는 바와 같이 본래의 시스템은 안정하고 각 루프 고장시  $F_c$ 를 적용한 경우는 양의 고유치를 가져 불안정하나 K를 적용한 경우는 모두 마이너스 값을 가져 시스템은 안정함을 잘 입증하고 있다.



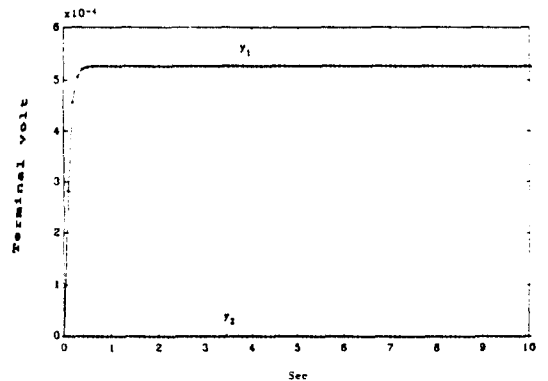
(a)  $v_1=1, v_2=0$  (b)  $v_1=0, v_2=1$

그림 3. 조작단 1 고장시 폐환행렬 K에 의한 폐 루프 시스템의 계단응답

Fig. 3. Step response of the closed loop system with K-feedback gain to No.1 failure of actuator loop.



(a)

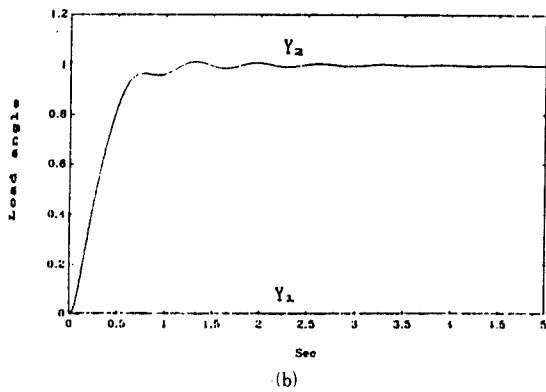
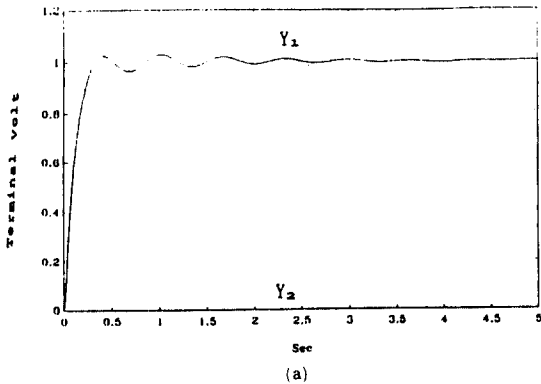


Sec



그림 4. 조작단 1 고장시 궤환행렬 Fc에 의한 페 루프 시스템의 계단응답

Fig. 4. Step response of the closed loop system with Fc-feedback gain to No.1 failure of actuator loop.



(a)  $v_1=1, v_2=0$  (b)  $v_1=0, v_2=1$

그림 5. 조작단 2 고장시 궤환행렬 K에 의한 페 루프 시스템의 계단응답

Fig. 5. Step response of the closed loop system with K-feedback gain to No.2 failure of actuator loop.

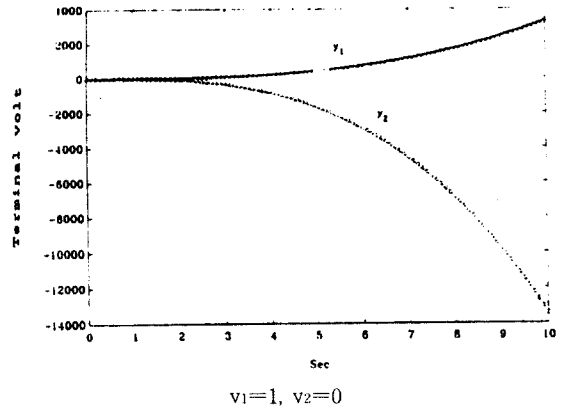
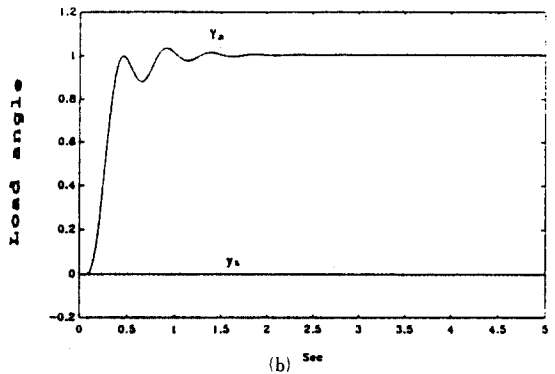
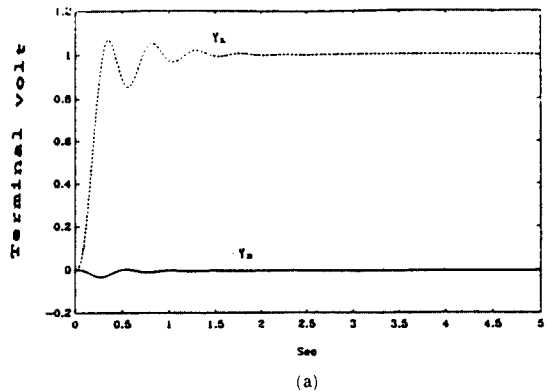


그림 6. 조작단 2 고장시 궤환행렬 Fc에 의한 페 루프 시스템의 계단응답

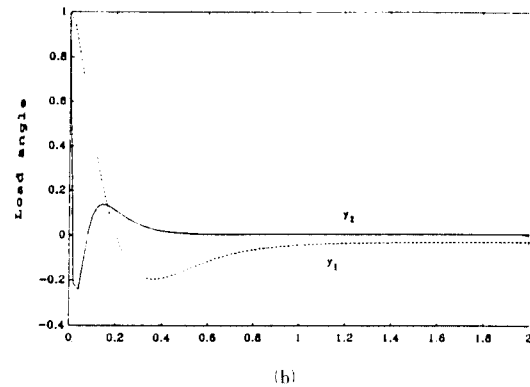
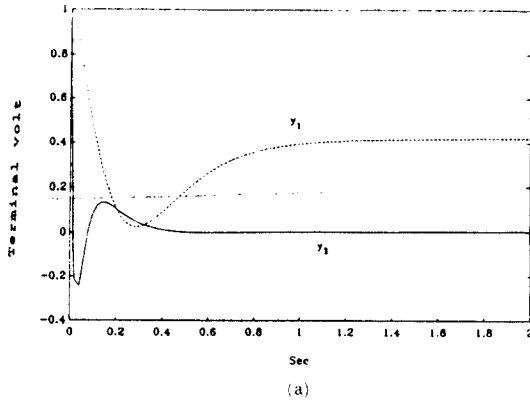
Fig. 6. Step response of the closed loop system with Fc-feedback gain to No.2 failure of actuator loop.



(a)  $v_1=1, v_2=0$  (b)  $v_1=1, v_2=0$

그림 7. 정상상태시 궤환행렬 K에 의한 페 루프 시스템의 계단응답

Fig. 7. Step response of the closed loop system with K-feedback gain in normal state



(a)조작단 고장시 (b)정상상태시

그림 8. ภาวะ행렬 K에 의한 폐 루프 시스템의 초기치  $x_0$  ( $1=, \dots, 9$ )에 대한 응답

Fig. 8. Response to initial value  $x_0=1$  of the closed loop system with K-feedback gain

### V. 결 론

본 연구에서는 비선형 Riccati형 행렬방정식과 대각행렬을 이용해 다변수 시스템이 조작단 또는 궤환회로 고장에 대해 강인성을 가지면서 입,출력이 비간섭 제어 될 수 있는 방법을 제시하고 이를 2입력 2출력 터어보-발전기 모델에 적용하여 종래의 기법으로 설계한 경우와 비교 검토 하였다.

그 결과 종래의 상태궤환 기법에 의해 설계한 시스템에서는 궤환회로 고장시 제어 불가능한 결과를 나타낸 반면 본 논문에서 제시한 기법으로 제어를 설

계한 시스템에서는 고장루프에 대해 강인하고 입,출력이 비간섭된 응답특성을 나타내어 보전성을 가지면서 입,출력을 비간섭제어 하기위한 다변수 시스템에 이용될수 있음을 잘 입증하고 있다.

또 본 연구에서 제시한 다변수 제어기 설계기법은 궤환이득 K설계시 Riccati형 행렬 방정식의 각 파라미터들이 각 배치에 기여하도록 함으로써 INA, CL법이 갖는 부하 및 주파수 변화시의 간섭현상을 배제시킬 수 있고 조작단 고장에 대해서도 보전성을 갖는 시스템을 구성 할 수 있다.

### 참 고 문 헌

1. J.C.Doyle and G.Stein, "Multivariable feedback design," vol.AC 26, no.1, pp.681-691, 1981.
2. A.G.J.Macfarlane, "A survey of some recents in linear multivariable feedback theory," Automatica, vol.8, pp.415-492, 1972.
3. "MVPACK user's manual," AECL Report.
4. H.H. Rosenbrock, "Computer-aided control system design," Academic press, 1974.
5. H.H Rosenbrock, "Design of multivariable control systems using the Inverse Nyquist Array," Proc IEE, vol.116, no.11, pp.1927-1936, 1969.
6. M.G.Safonov and A.J.Laub, "Feedback properties of multivariable systems: The role and use of the return difference matrix," IEEE vol. AC 26, no.1, pp.47-65, 1982.
7. J.J.Belletrutti and A.G.J.Macfarlane, "Characteristic loci techniques in multivariable control system design," Proc. IEE, vol.118, no.9, pp. 1291-1297, 1971.
8. P.L. Falb and W.A.Wolovich, "Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems," IEEE vol.AC-12, no.6, pp. 651-659, 1967.
9. Henry, "Simplication and extension of the Falb Wolovich decoupling theory," Int. J.Control, vol.25, no.5, pp.805-818, 1977.
10. S.Kamiyama and K.Furuta, "Decoupling by restricted state feedback," IEEE vol.AC-19, no. pp.413-415, 1974.
11. J.Ackermann, "Robustness against sensor failures," Automatica, vol.20 pp.211-215, 1984.

12. T.Fuji and E.Shimemura, "Integrity against arbitrary feedback loop failure in linear multivariable systems Automatica, vol.24. pp. 765-772, 1988.
13. S.Kodama and N.Suda, "Matrix theory for system control," Society of Instrument and Control Engineers, 1978.
14. N.Kawasaki and E.Shimemura, "Determining quadratic weighing matrices to locate poles in a specified region," Automatica vol.19, no.5, pp:557-560, 1983.
15. 김동화, "상태제환을 이용한 터어보 발전기 시스템의 비간섭 강인제어기 설계," 아주대학교 박사 학위 논문, 1991. 2.

### 부 록

본연구에서 이용한 시스템의 A, B, C 행렬은 각각 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -2.77 & -3.07 & 2.98 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & -0.59 \\ 2.68 & -61.5 & 0.525 & 0 & 0 & 0.176 & 0 & -0.0923 & -32.1 \\ 30 & -15.5 & -32.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.56 \\ 0 & 0 & 0 & -2.77 & 0 & 0 & 0 & -0.0828 & -5.32 \\ 0 & 44 & 0 & -89.8 & -100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3875 & 100.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.0 & 0 & 0 \\ 0 & -223 & 0 & -47.8 & 0 & 0 & 55.4 & -0.35 & -222 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



金 東 和(Dong Hwa Kim) 正會員  
 1978년 2월 : 명지대학교 전기공학과 졸업  
 1983년 2월 : 인하대학교 대학원 졸업  
 1991년 2월 : 아주대학교 대학원 졸업 (공학사)  
 1978년 2월 ~ 1992년 : 현재 한국원자력연구소

1985년~1986년 : 캐나다 원자력공사 공동연구 (Computer aided multivariable control system design)  
 현재 : 한국원자력 연구소 선임 기술원