

랜덤 다중접속 통신 시스템에 있어서 신호 점유현상 연구

正會員 郭慶燮*

A Study on Capture Phenomena in Random Multiple Access Communication Systems

Kyung Sup KWAK* *Regular Member*

要 約

다중접속 통신 방식으로 시분할 방식(TDMA) 및 주파수분할 방식(FDMA) 등이 보편적으로 사용되어 왔다. 그러나 초소형 위성 지구국(VSAT)을 사용한 위성통신, LAN을 사용한 데이터 통신등에 알로하(ALOHA) 프로토콜 및 캐리어 감지 다중접속(CSMA) 프로토콜등이 새로운 방식으로 등장하게 되었다. 이들 새로운 방식들은 신호의 충돌현상(Collision)으로 시스템의 효율(Throughput)을 저하시키기는 하나 버스티 트래픽(Bursty Traffic)인 패킷 통신망에 적합한 통신 접속 기법임이 입증되어 왔다.

본 연구는 무선 패킷 통신 시스템에서 페이딩(Fading)현상에 기인한 신호점유 효과(Capture Effect)에 대한 통계적 고찰을 랜덤 다중접속 통신 시스템의 관점에서 조사하였다. 신호 점유현상은 계통의 처리량을 증가시키고 통신 지연을 줄일 수 있는 효과를 가지고 있다. 일반적인 페이딩 모델에 대하여 정확한 신호 점유확율을 도출하였고 다양한 페이딩 파라미터의 변화에 따른 수치 결과를 제시하였다. 또한 최소자승피팅(Least-squares Fitting)방법을 사용하여 신호 점유 확율을 지수함수 형태로 근사화함으로써 알로하 통신 채널의 가용 처리 한계를 도출할 수 있었다.

ABSTRACT

In general, TDMA and FDMA have been used for multiple access communication methods. Recently, however, ALOHA and CSMA protocols came to exist as new schemes for VSAT data networks and LANs, respectively. These schemes are proven to be effective for packet-switched communication systems that has bursty traffic but packet collisions.

In this paper we analyze capture statistics arising from fading channels in packet radio communication systems in the context of ALOHA protocol.

We derive general results of the exact form of capture probabilities and present numerical data for wide range of fading parameters. Since the capture probabilities are found to approach zero when the number of transmitted signals become larger, we are able to determine the achievable channel throughput by a least-squares fitting of an exponential-type function to the probabilities.

*仁荷大學校 電子工學科
Dept. of Electronics Eng., In Ha University.
論文番號 : 92-11(接受1991. 6. 3)

많은 통신 시스템에서 페이딩은 피할 수 없는 현상이다. 페이딩 채널은 수신된 신호의 불규칙적인 위상 변화는 물론 불규칙적인 진폭 변화를 초래한다. 그러므로 페이딩은 원칙적으로 데이터 통신에서 에러율을 증가시키게 된다.

알로하 시스템의 이상적인 채널 모델에서 처리능력 이하의 주된 원인은 다른 사용자로부터 전송된 메시지의 상호 간섭때문이다. 전송의 성공은 하나의 패킷이 하나의 슬롯에 전송될 때에만 일어난다. 알로하 채널에서도 페이딩은 FM 라디오 통신 계통에서 발생하는 신호 점유현상을 일으킨다^[1]. 만약 공용 무선 수신기에 도착된 신호가 위치적으로 다른 곳에서 도착했고 서로 독립적인 페이딩 레벨을 지녔다면 충돌하는 모든 패킷이 항상 다른 것들에 의해 파괴되어진다는 사실은 더 이상 적용될 수 없다^[2].

실제로 자연의 무질서하고 불규칙한 페이딩때문에 신호가 몇개의 다른 전력레벨로 나누어진다. 이것은 알로하 네트워크의 처리능력을 개선시키는 하나의 방법이 된다^{[3][4]}. 결과적으로 전통적인 알로하 채널보다도 높은 효율(Throughput)을 초래하여 실제 무선 채널에서 성공적인 수신에 보다 높은 확률을 기대할 수 있다^{[5][6]}. 신호점유 확률은 채널상에 n 개의 신호가 동시에 도달될 때 그 중 하나의 패킷이 수신기에 성공적으로 도달될 확률이다. 먼저 이 확률을 구하기 위하여 가상적인 시험 패킷(Test Packet)을 설정하여 수신기를 점유할 확률을 구한 후 이 결과를 신호 점유 확률과 연관시키고자 한다.

논문 [1]에서 레일리 페이딩 환경하에서 알로하 시스템의 성능을 분석하였다. 논문 [13], [14]등에서도 레일리 채널하에서 패킷 무선 통신 시스템의 처리능력을 연구하였다. 본 논문에서는 나카가미(Nakagami) 페이딩 모델을 분석하여 레일리 모델을 일반화하였다. 논문 [2],[4]에서 신호 점유 확률을 지수함수 형태(Exponential type)를 가정하여 알로하 시스템의 처리능력을 계산할 수 있었다. 어떠한 페이딩 환경하에서도 이러한 가정의 타당성을 본 논문에서 입증하였다.

본 논문의 구조는 다음과 같다. 제 II 장에서는 무선 통신시스템에서 일어나는 페이딩 현상을 생각한다. 우선 자주 모델화되는 페이딩 통계에 대한 특성을 조사하고, 나카가미 페이딩 모델을 자세히 분석한다. 이 모델은 레일리(Rayleigh), ½가우스(Half Gaussian), 라이스(Rice)와 Lognormal 페이딩을 포함하므로 페이딩 채널에 일반적인 모델로 적합하다.

제 III 장에서는 나카가미 페이딩 채널에서 신호점유 확률(Capture Probability)을 도출하고, 또한 그 신호 점유확률이 지수 형태의 특성을 가진다는 것을 증명한다. 레일리, 라이스, ½ 가우스페이딩에 대한 결과도 도출한다. IV 장에서는 각각의 제안된 시스템에 대한 페이딩 모델을 비교하기 위하여 수치해석 결과가 주어진다. 마지막장에서 결론과 향후 연구 방향을 제시한다.

II. 페이딩의 통계

이 절에서는 자주 연구되었던 페이딩 모델의 특성을 조사한다. 레일리 페이딩에 대해 페이딩 포락선(Fading envelope) A는 다음 확률 분포를 갖는다.

$$f_A(x) = \frac{2x}{P_0} \frac{x^2}{e^{-x^2/P_0}}, x \geq 0.$$

이것은 하나의 파라미터 P_0 를 포함한다. 이 파라미터는 평균 전력을 나타낸다. 이 모델은 단기적이고 국부적인 페이딩에 대해 자주 이용된다. 이런 분포를 유도하기 위한 이론적 모델은 거의 균등한 계수(Moduli)와 독립적이고 일정하게 분포된 위상을 갖는 벡터들의 합으로써 모델화시킨다^[7]. 많은 실험 결과들이 이 이론적인 모델의 타당성을 제시하고 있다^[8].

라이스 페이딩모델은 페이딩 포락선 A에 대해 두개의 파라미터 분포(σ, α)를 갖는다.

$$f_A(x) = \frac{2x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+\alpha^2}{\sigma^2}} I_0 \left[\frac{2x}{\sigma^2} \alpha \right], x \geq 0.$$

여기서 σ 는 표준 편차이다. 이 모델은 전파 매체를 통해 수신된 신호의 강도에 대한 통계적 표현이다. 그 전파 매체 경로는 반사 성분(Specular component)이라 불리는 매우 안정된 성분 α 와 가산성인 레일리 성분으로 구성된다.

Lognormal 페이딩의 경우 그 분포는 2개의 파라미터(x, \hat{x})를 갖는다.

$$f_A(x) = \frac{\log e}{(2\pi \sigma^2)^{0.5} x} \frac{e^{(\log x / \log \hat{x})^2}}{2\sigma^2}, x \geq 0$$

여기서 $\log(\bar{x}) = \log(\hat{x}) + \frac{\sigma^2}{2 \log e}$ 이고 \hat{x} = 중위값(medium), \bar{x} = 평균값이고 σ 는 표준 편차이다.

넓은 지역의 대류권 전송, 고르지 않은 지역의 전

송, 시가지에서의 전송, 그리고 광전송에서의 장기적이고 넓은 영역의 페이딩을 표현하는 모델로서 이 분포가 사용된다[7][9].

끝으로 나카가미 페이딩에 대한 분포는 마찬가지로 2개의 파라미터 (P_0, m)를 갖고 있으며 다음과 같다.

$$f_A(x) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{P_0} x^2}, \quad x \geq 0 \text{ 그리고 } m \geq \frac{1}{2}.$$

여기서 $P_0 = E[A^2]$ 이고 m 은 페이딩 지수(Figure)라 불리우며 다음절에 설명될 것이다. 이 분포 또한 m 분포라 불리우고 나카가미에 의해 1943년[5][6] 페이딩 채널에 대한 일반적 모델로 소개되어 졌다. 나카가미 분포를 유도하기 위한 이론적 모델은 수신된 신호가 불규칙 계수(Moduli)와 불규칙 위상을 갖는 벡터들을 합이라 가정한다. 이 나카가미 모델은 실험적 데이터를 부합시키는데 레일리 혹은 라이스 분포를 사용하는 것보다 광범위하게 적용된다. 나카가미 분포는 레일리와 썬 가우스를 특별한 경우로서 포함할뿐더러, $(\rho\epsilon^{-1})^{0.5} \leq x \leq (\rho\epsilon)^{0.5}$ 범위상에서 m 이 클 때엔 Lognormal 분포도 근사시킨다(여기서 ϵ 은 Euler 상수). 라이스 분포 또한 나카가미 분포에 의해 근사될 수 있다. 그러므로 나카가미 분포는 해석적 혹은 실험적으로 유도된 다른 분포를 파라미터의 적절한 선택으로 근사시키는데 사용될 수 있다.

이 분포는 페이딩 채널 모델에 대해 범용적인 것이므로, 본 연구는 페이딩 매체에 대한 성질의 일관된 취급을 제시하기 위해 나카가미 페이딩 채널을 연구하고 다른 페이딩 모델들은 나카가미 페이딩의 특별한 예로 생각하여 신호 점유확률을 도출하고자 한다.

III. 분 석

본 해석에서는 잡음 레벨은 매우 낮다고 가정하여 잡음레벨이 신호 수준에 비해 무시할 수 있다고 본다. 그리고 모든 패킷의 전력 레벨이 동일한 평균 전력 P_0 를 갖는 독립적인 나카가미 분포라 가정한다.

나카가미 페이딩 모델에서

$$A_i(x) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{P_0} x^2}, \quad x \geq 0 \text{ 그리고 } m \geq \frac{1}{2}.$$

여기서 $m = \frac{P_0}{\text{var}[A^2]}$ 으로 정의된다.

즉 m 이 작아질수록 페이딩은 정도가 심하다. 페이딩 모델을 다음과 같이 분류할 수 있다[5].

- (i) 썬 가우스 페이딩 : $m=1/2$.
- (ii) Q-분포 페이딩 : $1/2 < m < 1$.
- (iii) 레일리 페이딩 : $m=1$.
- (iv) 라이스 페이딩 : $m > 1$.

나카가미와 라이스 사이의 기본 관계는

$$P_0 = \sigma^2 + a^2$$

그리고

$$m = (1-r)^{-1}$$

여기서 $r = \frac{a^4}{P_0^2}$ 그리고 $0 < r < 1$.

만약 $m = \infty$ 이면 어떤 페이딩도 존재하지 않는다는 것을 알 수 있다. 다음에서 이러한 특별한 경우에 대해서 자세히 조사할 것이다. 참고로 그림 0에서 $\rho_0 = 1.0$ 일 때 m 의 여러가지 값에 대하여 나카가미의 확률 밀도 함수를 보였다. $P_i = A_i^2$ 을 i 번째 사용자에게 전달된 신호의 랜덤 전력레벨로 표시한다.

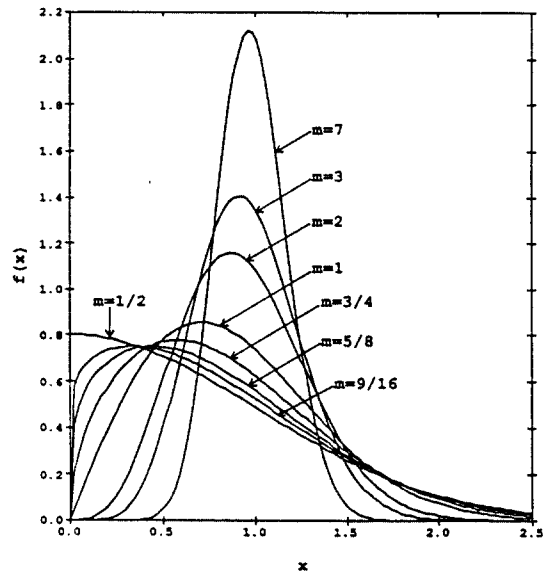


그림 0. 페이딩 지수(m)의 변화에 따른 정규화된 나카가미 분포.

Fig.0. Nakagami distribution for $P_0=1.0$ and some values of m .

$x(x)$ 를 랜덤 변수 X 의 확률 밀도 함수라 하자. 랜덤 변수 P_i 의 확률밀도함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_{P_i}(y) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^m y^{m-1} e^{-\frac{m}{P_0}y}, y \geq 0 \quad \text{그리고 } m \geq \frac{1}{2} \quad (3.1)$$

다음 절에서 두 개의 다른 모델(하나는 상호 간섭 모델이고, 다른 하나는 단일 간섭 모델)을 설정하여 간섭하는 n 개의 다른 패킷 중에서 어떤 시험 패킷이 점유할 확률을 먼저 도출한 후 신호 점유확률(Capture Probabilities)의 일반식을 유도하고자 한다. 본 논문에서 신호 점유확률이란 통신 채널상에서 임의의 n 개의 동시에 도달한 중첩 패킷에도 불구하고 그 중 한개의 패킷이 성공적으로 수신될 확률을 말한다 [13][14].

III.1 상호 간섭 모델

이 모델은 시험 패킷의 전력이 상호간섭 전력레벨을 충분히 초과한다면 n 개의 간섭 패킷중 시험 패킷이 수신기에 의해 점유될 수 있다고 가정한다. $P_j(n)$ 을 n 개의 상호 간섭 패킷의 랜덤 전력 레벨이라 하면, 상호 간섭 전력은 n 개의 독립된 간섭 패킷의 합으로 정의된다.

$$P_j(n) = \sum_{i=1}^n P_i$$

그러면 그 시험 패킷은 다음과 같은 때 수신기에 의해 점유된다.

$$P_i \geq \theta P_j(n), n \geq 1.$$

여기서 θ 는 수신기의 특성과 개개의 변조기법에 의존하는 점유율(Capture ratio) 혹은 보호율(Protection ratio)이라 칭한다.

n 개의 다른 패킷에 의해 침쳐졌을 때 어떤 특정 시험 패킷을 점유할 확률을 구해보자.

$$P_1^0(n, m) \equiv P[P_i \geq \theta P_j(n)]$$

이 확률을 구하기 위하여 우선 f_{P_i} 의 확률 밀도 함수를 n 번 중첩시킴으로써 $P_j(n)$ 의 확률 밀도 함수를 구할 수 있다. 그 결과는

$$f_{P_j}(y) = \frac{1}{\Gamma(nm)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^{nm} y^{nm-1} e^{-\frac{m}{P_0}y}, y \geq 0 \quad (3.2)$$

이제 조건부 확률 관계식을 사용하여

$$\begin{aligned} P[P_i \geq \theta P_j(n) | P_j(n)] &= \int_{\theta P_j}^{\infty} f_{P_i}(x) dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^m \int_{\theta P_j}^{\infty} y^{m-1} e^{-\frac{m}{P_0}y} dy \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \int_{\frac{\theta P_j}{P_0}}^{\infty} u^{m-1} e^{-u} du = \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma(m, \frac{m\theta}{P_0} P_j) \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서 $\Gamma(m)$ 은 감마함수[10]이고, $\Gamma(a, b)$ 는 보조 불완전 감마함수(Complementary incomplete Gamma function)이다 [10]. 그러므로 주 확률 법칙에 의해

$$\begin{aligned} P_1^0(n, m) &= P[P_i \geq \theta P_j(n)] = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma(m, \frac{m\theta}{P_0} p) f_{P_j}(p) dp \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(nm)} \left[\frac{m}{P_0} \right]^{nm} \int_0^{\infty} p^{nm-1} e^{-\frac{m}{P_0}p} \Gamma(m, \frac{m\theta}{P_0} p) dp \end{aligned} \quad (3.4)$$

다음 결과를 유도 할 수 있다.

$$P_1^0(n, m) = \frac{1}{nmB(m, nm)} \frac{\theta^{m-1}}{(1+\theta)^{nm+m-1}} {}_2F_1(1, m(n+1), nm+1; (1+\theta)^{-1}) \quad (3.5)$$

여기서 $B(a, b)$ 는 베타함수(Beta function)이고 ${}_2F_1(a, b, c; z)$ 는 가우스 초월 기하 함수(Gauss hypergeometric function)이다 [10]. 이 함수는 상호 간섭 모델에 대한 점유 분포의 일반적인 결과이다. 그러나 이 초월 함수는 무한의 합을 나타내기 때문에 수치계산을 위해서 상당히 긴 처리 시간(CPU time)을 요구한다. 그래서 식(3.5)을 이용하는 대신에 컴퓨터에 의한 수치 계산에 유용한 수식을 구해보기로 한다.

$n \geq 1$ 일 때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_1^0(n, m) = \frac{1}{nmB(m, nm)} \frac{\theta^{m-1}}{(1+\theta)^{nm+m-1}} {}_2F_1(1, 1, m, nm+1; \theta^{-1}) \quad (3.6)$$

m 이 정수형을 취한다고 가정하면 다음과 같은 다항식으로 나타내어질 수 있다 [10].

$${}_2F_1(1, 1-m, nm+1; \theta^{-1}) = \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \frac{(1-m)_k}{(nm+1)_k} \theta^k \quad (3.7)$$

그러므로 식 (3.5)는 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$P_1^\theta(n, m) = \frac{1}{nmB(m, nm)} \frac{\theta^{m-1}}{(1+\theta)^{nm+m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \frac{(1-m)_k}{(nm+1)_k} \theta^k \quad (3.8)$$

식 (3.6)은 n 개의 서로 다른 패킷에 의해서 중첩된 시험 패킷을 점유하는 확률이다. 하지만 신호점유 확률은 n 개의 간섭하는 패킷중에서 임의의 한 패킷이 성공할 확률로서 정의되어진다. 따라서 신호 점유 확률은 다음과 같이 구해진다.

$$C_1^\theta(n, m) = \frac{n}{(n-1)mB(m, (n-1)m)} \frac{\theta^{m-1}}{(1+\theta)^{nm-1}} {}_2F_1(1, 1-m, (n-1)m+1; \theta^{-1}) \quad (3.9)$$

부록에서 어떤 상수 $\epsilon > 0$ 에 대해서 다음의 조건을 만족하는 N 이 존재 함을 보인다.

$$n > N \text{ 이면 } C_1^\theta < \epsilon.$$

식 (3.5)는 나카가미 페이딩 모델에서의 결과이다. 이 식을 사용하여 특별한 페이딩 모델들을 아래에 조사한다.

(i) 4 가우스 페이딩 경우

$m=1/2$ 인 경우에 식 (3.5)으로부터

$$P_1^\theta(n, \frac{1}{2}) = \frac{2}{nB(0.5, 0.5n)} \frac{\theta^{0.5}}{(1+\theta)^{n+0.5}} {}_2F_1(1, \frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}; \frac{1}{1+\theta})$$

예를 들면 $n=1$ 일 때는

$$P_1^\theta(1, \frac{1}{2}) = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left[\frac{1}{(1+\theta)^{0.5}} \right],$$

$n=2$ 일 때는

$$P_1^\theta(2, \frac{1}{2}) = \frac{2}{(1+\theta)\{1+[\theta(1+\theta)^{-1}]^{0.5}\}}.$$

(ii) 레일리 페이딩 경우

$B(1, n) = (n, 1) = n!$ 에 주목하면 $m=1$ 일때에 식 (3.8)로부터

$$P_1^\theta(n, 1) = \frac{1}{(1+\theta)^n}$$

이 식은 레일리 페이딩 모델을 직접 사용하여 구한 결과⁽¹⁾와 일치한다. 다시 말해서 레일리 페이딩하에서 신호 점유확률은 $C_1^\theta = \frac{n}{(1+\theta)^{n-1}}$ 이다.

(iii) 라이스 페이딩 경우

$r=1/2$ 인 경우에 식 (3.8)로부터

$$P_1^\theta(n, 2) = \frac{1+(2n+1)\theta}{(1+\theta)^{2n+1}}$$

$r=2/3$ 인 경우에

$$P_1^\theta(n, 3) = \frac{1+(3n+2)\theta+0.5(3n+1)(3n+2)\theta^2}{(1+\theta)^{3n+2}}$$

III.2 단일 간섭 모델

이 모델에서는 시험 패킷의 전력 레벨이 n 개의 서로 다른 패킷중에서 가장 강하다면 그 시험 패킷은 수신기에 의하여 점유되어질 수 있다. 이와 같은 정의하에 시험 패킷은 다음과 같은 조건일 때에만 점유되어진다.

$$P_i \geq \theta P_i, \forall i$$

여기서 θ 는 앞에서 정의한 것과 같이 보호율이다. 점유확률을 구하기 위하여 다음식을 구해야 한다.

$$P_1^\theta(n, m) = P[P_i \geq \theta P_i, \forall i]$$

즉

$$\begin{aligned} & P[P_i \geq \theta P_i, \forall i] \\ &= P[P_i \leq \frac{P_i}{\theta}, \forall i] \end{aligned}$$

앞 절에서와 같이 소 확률 법칙을 다시 적용하면,

$$\int_0^x P[P_i \leq \frac{P_i}{\theta}, \forall i | P_i = p] f_{P_i}(p) dp$$

$$= \int_0^x \int_0^{\frac{x-p_1}{\theta}} \dots \int_0^{\frac{x-p_{n-1}}{\theta}} [f_{P_1, P_2, \dots, P_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) f_{P_1}(p)] dx_1 dx_2 \dots dx_n dp$$

여기서 P_i 는 동일 평균 전력과 더불어 독립적인 간섭 일 확률이기 때문에

$$I_{11}^{\beta}(n, m) = \int_0^x \left[\int_0^{\frac{x-p}{\theta}} f_{P_1}(x) dx \right]^n f_{P_1}(p) dp \quad (3.10)$$

내부 적분은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{x-p}{\theta}} f_{P_1}(x) dx &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left[\frac{m}{\rho_0} \right]^m \int_0^{\frac{x-p}{\theta}} x^{m-1} e^{-\frac{m}{\rho_0} x} dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^{\frac{m(x-p)}{\theta \rho_0}} u^{m-1} e^{-u} du = \frac{1}{\Gamma(m)} r\left(m, \frac{m}{\theta \rho_0} p\right) \end{aligned}$$

여기서 $r(a, b)$ 는 불완전 감마함수(Incomplete Gamma function)이다[10].

식 (3.10)에서

$$\begin{aligned} I_{11}^{\beta}(n, m) &= \frac{1}{\Gamma^n(m)} \int_0^x r^n\left(m, \frac{m}{\theta \rho_0} p\right) f_{P_1}(p) dp \\ &= \frac{1}{\Gamma^{n+1}(m)} \int_0^x r^n\left(m, \frac{y}{\theta}\right) y^{m-1} e^{-y} dy \quad (3.11) \end{aligned}$$

이 식은 단일 간섭 모델에 대한 일반적인 결과이다. 정의로부터 신호 점유 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_{11}^{\beta}(n, m) = \frac{n}{\Gamma^n(m)} \int_0^x r^{n-1}\left(m, \frac{y}{\theta}\right) y^{m-1} e^{-y} dy \quad (3.12)$$

그리고 부록에서 아래 결과를 증명한다.

$n \rightarrow \infty$ 이면 $C_{11}^{\beta} \rightarrow 0$.

(i) $\frac{1}{2}$ 가우스 페이딩 경우
 $m=1/2$ 일 경우 식 (3.11)에서

$$I_{11}^{\beta}\left(n, \frac{1}{2}\right) = \pi^{0.5(n+1)} \int_0^x r^n\left(\frac{1}{2}, \frac{y}{\theta}\right) y^{0.5} e^{-y} dy$$

예를 들면 $n=1$ 이면

$$\begin{aligned} I_{11}^{\beta}\left(1, \frac{1}{2}\right) &= \frac{2}{\pi} \frac{\theta^{0.5}}{1+\theta} {}_2F_1\left(1, 1, \frac{3}{2}; \frac{1}{1+\theta}\right) \\ &= \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left[\frac{1}{(1+\theta)^{0.5}} \right]. \end{aligned}$$

(ii) 레일리 페이딩 경우

식 (3.11)과 다음 결과를 사용하면

$$r\left(1, \frac{y}{\theta}\right) = \int_0^{\frac{y}{\theta}} e^{-u} du = 1 - e^{-\frac{y}{\theta}}$$

다음 결과를 알 수 있다.

$$I_{11}^{\beta}(n, 1) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^i \frac{\theta}{\theta+1}$$

예를 들면 $n=1$ 일 때

$$I_{11}^{\beta}(1, 1) = \frac{1}{1+\theta}$$

그리고 $n=2$ 일 때

$$I_{11}^{\beta}(2, 1) = \frac{2}{(1+\theta)(2+\theta)}$$

(iii) 라이스 페이딩 경우

예를 들면 $r=1/2, n=1$ 이면

$$I_{11}^{\beta}(1, 2) = \frac{3\theta^2}{(1+\theta)^4} {}_2F_1(1, 4, 3; (1+\theta)^{-1})$$

그리고 $r=2/3, n=1$ 이면

$$I_{11}^{\beta}(1, 3) = \frac{10\theta^3}{(1+\theta)^6} {}_2F_1(1, 6, 4; (1+\theta)^{-1})$$

III.3 단일 간섭 모델의 특별한 경우

단일 간섭 모델에 대한 식 (3.11)은 적분 결과를 얻을 수 없는 형태이다.

간섭사건 $\bigcap_{i=1}^n \{P_i \geq \theta P_1\}$ 을 다음과 같이 독립적이라고 가정한다.

$$P[\bigcap_{i=1}^n P_i \geq \theta P_1, \forall_i] = \prod_{i=1}^n P[P_i \geq \theta P_1]$$

그러므로

$$P[P_i \geq \theta P_1, \forall_i] = \left[P[P_1 \leq \frac{P_1}{\theta}] \right]^n$$

식 (3.4), (3.5)와 같은 방법으로 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$P[P_s \leq \frac{P_s}{\theta}] = \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(m)} \left[\frac{m}{p_0} \right]_{p_0}^{m \times} \int_0^{\frac{m}{\theta p_0}} r(m) \frac{m}{\theta p_0} p_0^{m-1} e^{-\frac{m}{\theta} p} dp$$

$$= \frac{1}{mB(m,m)} \frac{\theta^n}{(1+\theta)^{2m}} {}_2F_1(1, 2m, m+1; (1+\theta)^{-1})$$

그러므로 시험 패킷이 수신기를 점유할 확률은

$$P_{III}^{\theta}(n,m) = \frac{1}{m^n B^n(m,m)} \frac{\theta^{nm}}{(1+\theta)^{2nm}} {}_2F_1(1, 2m, m+1; (1+\theta)^{-1}) \quad (3.13)$$

위의 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$P_{III}^{\theta}(n,m) = \frac{1}{m^n B^n(m,m)} \frac{\theta^{n(m+1)}}{(1+\theta)^{n(2m+1)}} {}_2F_1(1, 1-m, m+1; -\theta^{-1})$$

m 이 정수값일 때 다음과 같은 식을 얻는다.

$$P_{III}^{\theta}(n,m) = \frac{1}{m^n B^n(m,m)} \frac{\theta^{n(m+1)}}{(1+\theta)^{n(2m+1)}} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{(1-m)_k}{(nm+1)_k} \theta^k \right]^n \quad (3.14)$$

이것은 수치 해석에 유용하다. 결과적으로 신호 점유 확률은

$$C_{III}^{\theta}(n,m) = \frac{n}{m^n B^{n-1}(m,m)} \frac{\theta^{n(1+m)}}{(1+\theta)^{(n-1)(2m+1)}} {}_2F_1(1, 1-m, m+1; \theta^{-1}) \quad (3.15)$$

이것은 $C_{II}^{\theta}(n,m)$ 보다 항상 적은 값을 가지므로 n 이 충분히 클 때는 제로로 접근한다(부록 참조).

(i) ½ 가우스 페이딩 경우

$B(1/2, 1/2) = \pi$ 인 것에 주목하면서

그리고

$${}_2F_1(1, 1; 2/3; (1+\theta)^{-1}) = \frac{1+\theta}{\theta^{0.5}} \tan^{-1}(\theta^{0.5})$$

그러므로

$$P_{III}^{\theta}(n, 1/2) = \frac{2^n}{\pi^n} \left[\tan^{-1}(\theta^{0.5}) \right]^n$$

(ii) 레일리 페이딩 경우

$B(1, 1) = 1$ 에 주목하면 식 (3.11)으로부터

$$P_{III}^{\theta}(n,m) = \frac{1}{(1+\theta)^n}$$

이 결과는 상호 간섭 모델의 경우와 같은 결과이

다.

(iii) 라이스 페이딩 경우

$r=1/2$ 일 경우에

$$P_{III}^{\theta}(n, 2) = \frac{(1+3\theta)^n}{(1+\theta)^{3n}}$$

$r=2/3$ 일 경우에

$$P_{III}^{\theta}(n, 3) = \frac{(1+5\theta+10\theta^2)^n}{(1+\theta)^{5n}}$$

IV. 수치 해석

이 절에서는 여러가지 페이딩 파라미터들을 변화 시킴으로써 제안된 모델들을 비교할 수치적인 결과를 제공한다. 점유확률은 채널상에 n 개의 중첩된 패킷에도 불구하고 그 중 한개의 패킷이 성공적으로 수신될 확률로 정의했다. 무선 랜덤접속 통신 시스템에서 페이딩 현상이 발생할때 수신기에 수신될 신호 점유 확률을 구할 수 있었다. 결과를 종합하기 위하여

$$C_n = C_i^{\theta}(n,m) \text{ for } i=I, II, III \text{ 그리고 } n \geq 2. \quad (4.1)$$

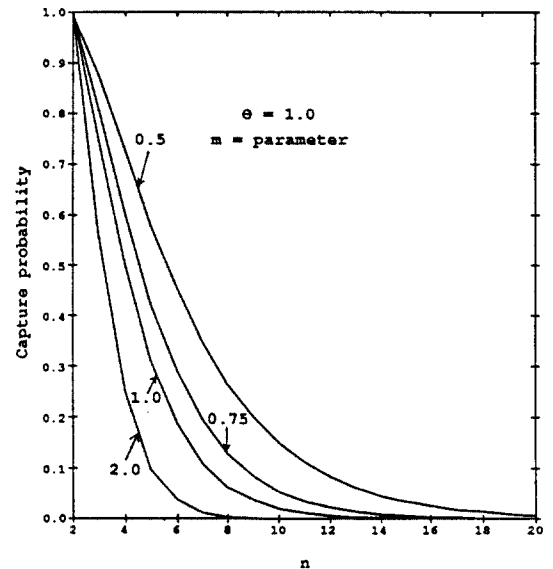


그림 1. $\theta=1.0$, $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$ 일때 상호 간섭모델의 신호 점유확률.

Fig.1. Capture probability for the joint interferer model, when $\theta=1.0$ and $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$

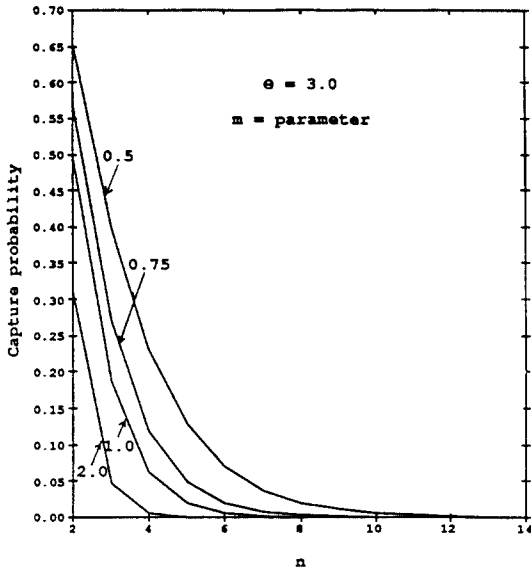


그림 2. $\theta=3.0$, $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$ 일때 상호간섭모델의 신호점유확률.

Fig.2. Capture probability for the joint interferer model.

when $\theta=3.0$ and $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$.

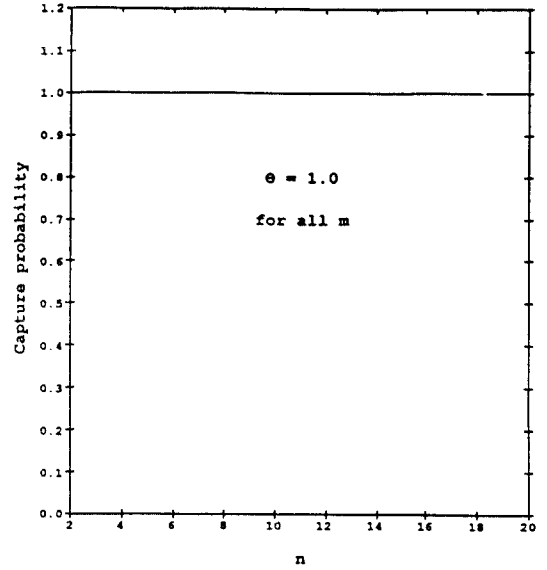


그림 3. $\theta=1.0$, $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$ 일때 단일간섭모델의 신호점유확률.

Fig.3. Capture probability for the individual interferer model.

when $\theta=1.0$ and $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$.

이것은 전적으로 보호율(θ), 전송된 신호의 수(n)와 페이딩 파라미터(m)에 의존한다.

그림 1-2는 상호 간섭 모델에 대한 신호 점유 확률을 나타낸다. 수치적 계산으로 모든 m 과 θ 에 대해서 $n \geq 30$ 일때 $C_n \approx 0$ 임을 알 수 있다. 이것은 중첩된 패킷의 수가 약 10의 차수가 되면 점유의 영향은 거의 없다는 것을 의미한다. 그러나 점유율 θ (Capture ratio)가 증가하면 점유확률은 천천히 감소한다. 그림에서 m 이 작을수록 C_n 은 커진다는 것을 주지할 수 있다. 일반적으로 더 작은 페이딩 지수는 더 큰 점유확률을 낳는다. $m=0.5$ 일때 C_n 은 θ 의 모든 값에서 가장 크다.

그림 3-4는 각각의 단일 간섭 모델들의 점유확률을 보여준다. $\theta=1$ 일때 모든 $n \geq 2$ 에 대해서 $C_n=1$ 임을 주지하라. 이 상황에서 완전한 점유채널을 얻고 채널의 100% 효율을 얻을 수 있다. 이 단일 간섭모델은 상호 간섭모델보다 성능이 좋다. 일반적으로 n 이 커지면서 점유의 영향은 상호 간섭모델에 비해서 대단히 천천히 줄어든다. 그림 5-8에서는 제안된 3가지 모델을 비교하였다. 그림에서 I, II, III는 먼저 정의한 것처럼 C_I, C_{II}, C_{III} 을 나타낸다. m 이 작을 때 C_{III} 이

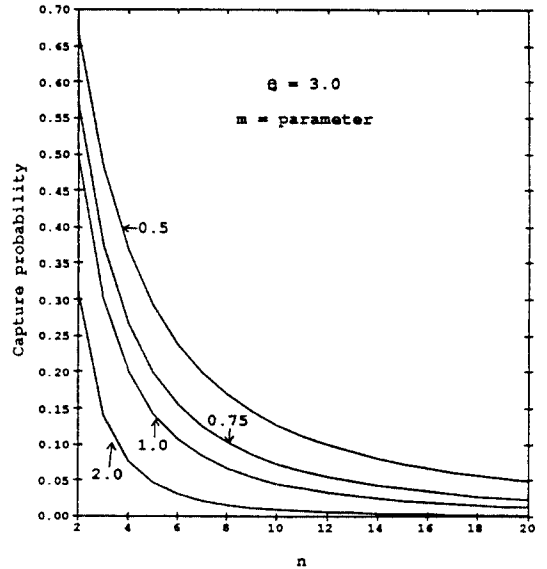


그림 4. $\theta=3.0$, $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$ 일때 단일간섭모델의 신호점유확률.

Fig.4. Capture probability for the individual interferer model.

when $\theta=3.0$ and $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$.

하한이고 m 이 클 때는 C_{II} 이 하한이다. 그림5는 반 가우스 페이딩 모델, 그림 6은 Q-분포 페이딩 모델, 그림 7은 레이리 페이딩 모델, 그리고 그림 8은 라이스 페이딩 모델에서의 신호점유 확률을 각각 나타낸다. 일반적으로(부록 참조)

모든 θ, m 에 대하여 $C_{I} \leq C_{II}$,
 모든 θ, m 에 대하여 $C_{II} \leq C_{III}$.

채널의 효율(Throughput)은 단위 슬롯당 성공적으로 전송된 패킷의 수로 정의되며 지수형 점유모델을 도입함으로써 그 결과를 도출할 수 있다. 문헌[1]에서, 상호 간섭 모델은 통상 디지털 통신 시스템상의 간섭영향의 분석에 사용되었다. 그러나 FM시스템에서는 가장 강한 신호가 수신기를 점유하기 때문에 단일 간섭모델이 적합하다. C_I 은 n 에 강하게 의존하지만 반면에 C_{II} 는 덜 의존적이라는 것을 알 수 있다. 몇몇 저자들은[2]-[4]은 채널효율을 계산하기 위하여 C_n 에 대해서 지수모델(Semi-exponential model)을 사용했다. 부록에서 다음과 같은 ϵ 과 N 이 존재함을 보였다.

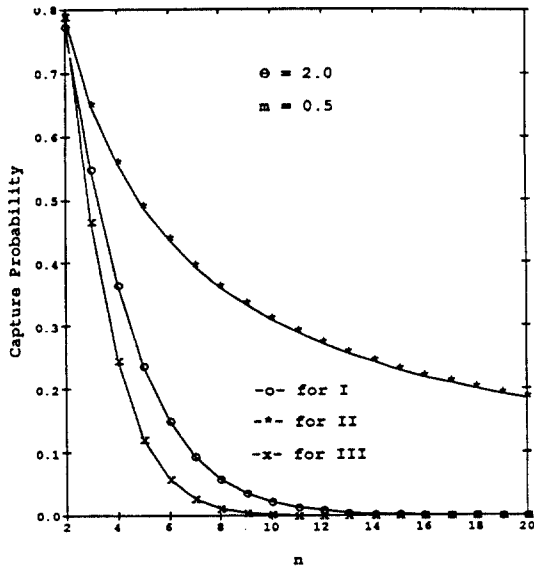


그림 5. $\theta=2.0, m=0.5$ (반가우스 페이딩) 일때 세 모델의 신호점유확률 비교.
 Fig.5. Comparison of capture probability for three models. when $\theta=2.0$ and $m=0.5$ (Half-Gaussian fading).

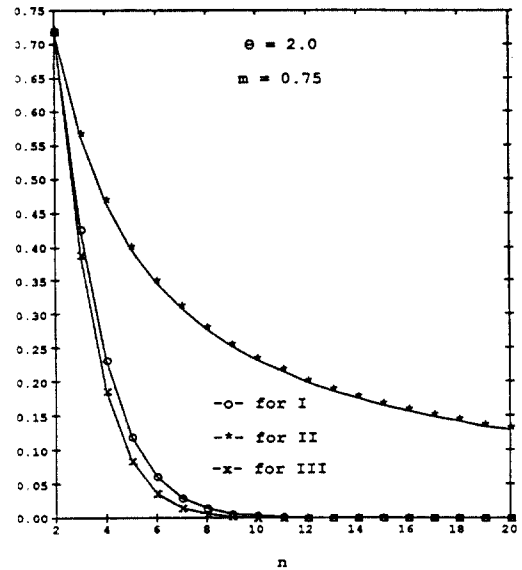


그림 6. $\theta=2.0, m=0.75$ (Q-분포 페이딩) 일때 세 모델의 신호점유확률 비교.
 Fig.6. Comparison of capture probability for three models. when $\theta=2.0$ and $m=0.75$ (Q distribution fading).

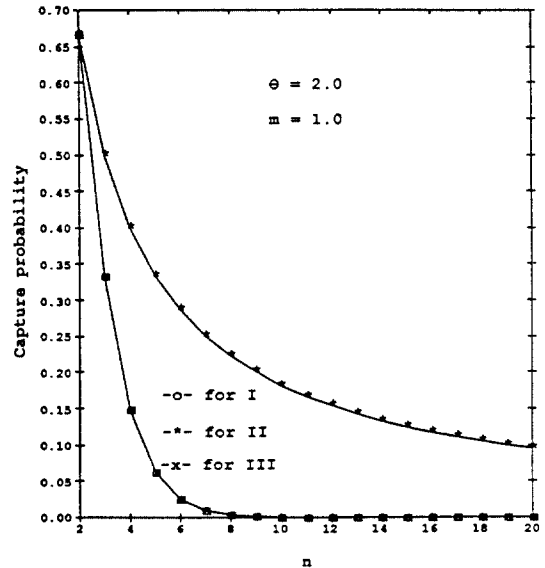


그림 7. $\theta=2.0, m=1.0$ (레이리 페이딩) 일때 세 모델의 신호점유확률 비교.
 Fig.7. Comparison of capture probability for three models. when $\theta=2.0$ and $m=1.0$ (Rayleigh fading).

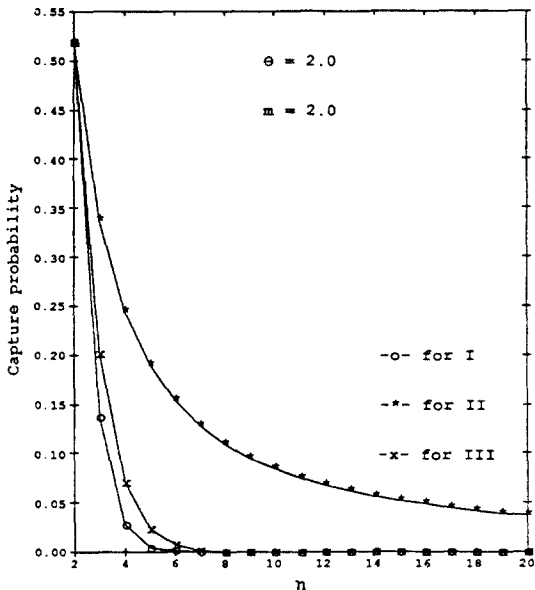


그림 8. $\theta=2.0, m=2.0$ (라이스 페이딩) 일때 세 모델의 신호잡음확률 비교.
Fig.8. Comparison of capture probability for three models, when $\theta=2.0$ and $m=2.0$ (Rician fading).

만약에 $n > N$ 이면 $C_n < \epsilon$

그러므로 C_n 은 기하 함수적으로 감소하므로 지수 모델의 정당성을 입증한다. C_n 이 지수형의 함수 형태를 구하기 위해서 Curve fitting 방법을 적용하였다. C_n 에서 얻은 수치 데이터를 지수형의 함수로 맞추기 위해서 사용된다. Fitting은 최소 자승에 도달할 때까지 Marquardt Levenberg 방법에 의해서 체계적인 일련의 반복으로 행해진다. 이런 방법은 Gauss-Newton 방법의 장점과 Steepest descent 방법의 조합형이다. 맞춰질 함수는 아래와 같이 지수형으로 가정하였다.

$$C_n = ae^{-bn}, n \geq 2. \tag{4.2}$$

여기서 a, b 는 최소자승법의 수렴 기준에 따라 결정된다.

그림 9에서 정확한 모델과 지수 함수형 모델을 비교한다. 정확한 모델은 아래와 같이 가정하여 수치 계산하였다.

$$C_n < 10^{-10} \text{ 이면 } C_n \approx 0 \tag{4.3}$$

이것은 최소자승피팅기법을 사용한 지수형의 점유 모델의 수치결과이다. 결과들은 거의 구별할 수 없다는 것을 알 수 있다. 만약에 보다 나은 수렴기준을 선택한다면 더 좋은 적당한 함수를 찾아 낼 수 있다. 따라서 만약에 보다 나은 계수들을 확인할 수 있다면 실제의 통신채널은 지수 형태의 점유 모델에 의해서 모델화 될 수 있다는 것을 보여준다. 최소자승피팅기법은 어떤 페이딩 채널 모델의 채널능력을 평가하고 싶을 때 대단히 유용하다. 채널 효율을 계산할 때 지수형 점유 모델을 사용할 수 있다.

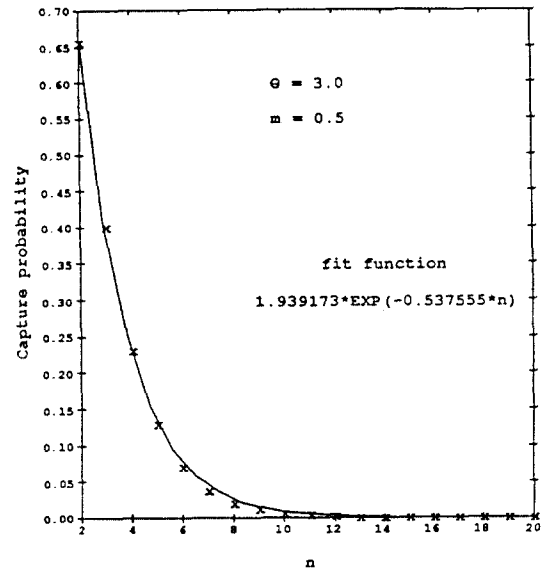


그림 9. $\theta=3.0, m=0.5$ 일때 지수형모델 근사화.
Fig.9. Curve fitting of exponential type for the case of $\theta=3.0$ and $m=0.5$.

식(4.2)을 사용하면 채널효율은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$S^H(G) = e^{-G} [G + a(e^{-\bar{b}} - \bar{b}G - 1)] \tag{4.4}$$

여기서 $\bar{b} = \exp(b)$ 이다. 채널 효율과 채널 트래픽량은 그림 10에서 볼 수 있다. 연속선은 정확한 모델을 나타내고 점선은 구사된 지수형 모델(Exponential capture model)을 나타낸다. 그 결과들은 대단히 직

은 에러를 가진다. 채널효율은 극대화시키는 값을 채널 능력(Channel capacity)이라 정의하며 그 결과는

$$S^{\theta}(G^*) = e^{-G^*} [G^* + a(e^{G^*} - bG^* - 1)] \quad (4.5)$$

여기서 최적의 트래픽량은

$$G^* = 1 + \frac{a}{1-ab} - \frac{a(1-b)e^{G^*}}{1-ab} \quad (4.6)$$

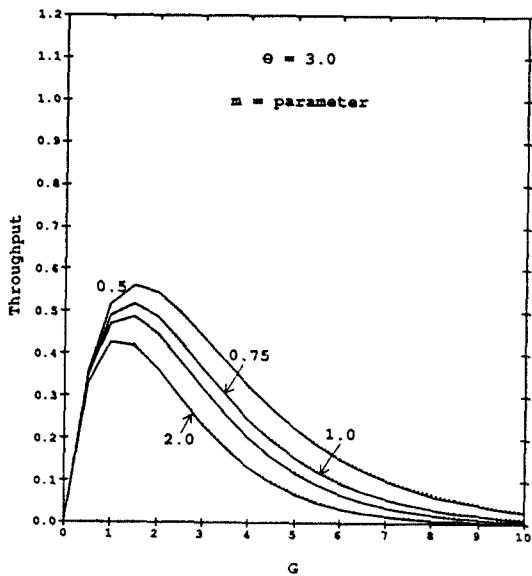


그림 10. $\theta=3.0$, $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$ 일때 실제모델과 지수모델의 채널처리능력비교.

Fig.10. Throughput comparison between the actual model and the exponential model when $\theta=3.0$ and $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0$.

표 1에서는 다른 θ 와 m 값에 대해서 식(4.5)과(4.6)식을 사용하여 채널 능력(Channel capacity)과 최적 채널 트래픽(Optimal channel traffic)을 구하였다. $\theta=1, m=0.5$ 일때 페이딩 모델에서 가장 큰 채널 능력을 가진다. 예를 들어 $\theta=3.0, m=2.0$ 일때 그것은 라이스 페이딩 모델이다. 그때의 능력(Capacity)은 0.434이다. 이것은 종래의 Slotted ALOHA 시스템보다 18% 향상된 값이다.

표 1. 파라메타 θ 와 m 의 변화에 따른 채널의 최대 용량과 최적 트래픽량.

Table 1. Channel capacity and optimal channel traffic as parameters of θ and m .

θ	m	G^*	S^*
1.0	0.5	2.285830	0.8044067
1.0	0.75	2.082197	0.7626277
1.0	1.0	1.958473	0.7340415
1.0	2.0	1.725791	0.6752217
1.43	0.5	1.981671	0.6995068
1.43	0.75	1.798299	0.6547457
1.43	1.0	1.686832	0.6242667
1.43	2.0	1.476698	0.5601977
2.0	0.5	1.763402	0.6271111
2.0	0.75	1.597515	0.5820269
2.0	1.0	1.496489	0.5514442
2.0	2.0	1.307794	0.4881576
3.0	0.5	1.567362	0.5626438
3.0	0.75	1.421153	0.5192551
3.0	1.0	1.332782	0.4904033
3.0	2.0	1.174511	0.4336635

IV. 결 론

본 연구는 무선통신 시스템에서 일어나는 나카가미 페이딩 채널을 광범위하게 연구했다. 나카가미 페이딩 채널은 페이딩 매체의 성질을 통합적으로 처리할 수 있는 특성을 갖고 있다. 나카가미 페이딩 모델에서 정확한 신호 점유확률을 유도하였고, 무선통신 시스템의 설계에 이용될 수 있도록 다양한 파라미터 변화에 대한 수치 해석의 결과를 제공하였다: μ 가우스 페이딩 모델에서 가장 높은 신호 점유 확률을 가지며 반대로 라이스 페이딩 모델에서 가장 낮은 신호 점유 확률을 가짐을 보였다. 일반적으로 페이딩 지수가 커지면 신호 점유 확률이 감소되었다. 또한 단일 간섭 모델이 일반적으로 상호 간섭 모델보다 나은 성능을 보여주었다. 자연 발생의 페이딩 현상에 기인한 신호 점유 확률은 지수 함수 형태임을 보임으로써 채널의 처리 능력을 계산하는데 쉽게 적용할 수 있음을 보였다.

향후 CDMA 통신 시스템에서 발생하는 신호 점유 현상을 연구 진행중이다.

참 고 문 헌

1. J.C.Arnabak and W.van Blitterswijk, "Capacity of Slotted ALOHA in Rayleigh-Fading Channels," *IEEE J.Selected Areas Commun.*, vol. SAC-5, pp.261-269, Feb.1987.
2. D.H.Davis and Gronemeyer A., "Performance of Slotted ALOHA Random Access with Delay Capture and Randomized Time of Arrival," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-28, NO.5, pp. 703-710, May 1980.
3. A.Polydolos and Silvester J., "Slotted Random Access Spread Spectrum Networks : an Analytic Framework," *IEEE J.Selected Areas Commun.*, vol.SAC-5, pp.989-1002, July 1987.
4. K.S.Kwak and R.R.Rao, "Controlled ALOHA with Geometric Capture Probabilities," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.35, No.11, pp. 1270-1274, 1990.
5. M.Nakagami, "The m-distribution-A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading," *Statistical Method of Radio Wave Propagation*, Pergamon press, 1960.
6. U.Charash, "Reception Through Nakagami Fading Multipath Channels with Random Delays," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-27, pp. 657-670, April 1979.
7. H.Suzuki, "A Statistical Model for Urban Radio Propagation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, pp.673-680, July 1977.
8. L.Rayleigh, "On the Resultant of a Large Number of Vibration of the Same Pitch and Arbitrary Phase," *Phil.Mag.*, vol.10, pp.77-78, Aug. 1880.
9. H.B.James, P.I.Wells, "Some Tropospheric Scatter Propagation Measurements Near the Radio-Horizon," *Proc.IRE*, vol.43, pp.1336-1340, Oct.1955.
10. Y.L Luke, *The special Function and Their Applications*, Vol. I & II, Academic Press, Inc., 1969.
11. E.J.Baghdady, "Theory of Stronger-Signal Capture in FM Reception," *Proc., IRE*, vol.4, pp.728-739, April 1958.
12. E.A.Robinson, *Least Squares Regression Analysis in terms of Linear Algebra*, Goose Pond Press, 1981.
13. F.Kuperus and J.Arnabak, "Packet Radio in a Rayleigh Channel," *Electronic Lett.*, vol.18, pp. 506-507, June 1982.
14. J.A.Robert and T.J Healy, "Packet Radio Performance over Slow Rayleigh fading channels," *IEEE Trans.Commun.*, vol. COM-28, pp. 279-286, 1980.

※이 연구는 인하대학교 산업과학기술연구소 '90 학년도 자체학술연구비 지원에 의해 수행되었음.

《부 록》

이 부록에서는 점유확률(Capture probability)의 극한특성을 조사한다. 우리의 목적은 주어진 $\theta > 1$ 와 $m > 0$ 에서 $n \rightarrow \infty$ 일 때 $i = I, II, III$ 에 대하여 $C_i^\theta(n, m) \rightarrow 0$ 을 증명한다.

즉, $n \rightarrow \infty$ 일때 $C_i^\theta(n, m) \rightarrow 0$ 을 보여주는 것이다.

감마 함수의 점근적 급수 전개는 다음 (i), (ii)와 같음을 증명할 수 있다.

$$(i) \quad \Gamma(x) = (2\pi)^{0.5} e^{-x} x^{x-0.5} [1 + O(x^{-1})].$$

$$(ii) \quad \Gamma(a+x) = (2\pi)^{0.5} e^{-x} x^{a+x-0.5} [1 + O(x^{-1})].$$

여기서, 만약 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 이 상수값으로 점근(漸近)하면, 함수 $f(x)$ 를 $O(x)$ 라 말한다. 다음의 두 보조정리(Lemma)는 (i)와 (ii)을 사용하여 쉽게 보일수 있다.

보조정리(1) :

$$B(a, x) = \Gamma(a) x^a [1 + O(x^{-1})]$$

보조정리(2) :

$${}_2F_1(1, 1-m, (n-1)m+1, -\theta^{-1}) = [1 + O(n^{-1})]$$

정리1 : 주어진 $\theta > 1, m > 1/2$ 에 대하여

$$C_1^\theta(n, m) = (1 + \theta^{-1}) \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} [(n-1)\theta r^n]^m [1 + O(n^{-1})]$$

$$\text{여기서 } r = \frac{1}{1+\theta} < 1.$$

증명 : 식(3.9)으로 부터

$$C_1^\theta(n, m) = \frac{n}{(n-1)mB(m, (n-1)m)} \frac{\theta^{m-1}}{(1+\theta)^{nm-1}} {}_2F_1(1, 1-m, (n-1)m+1; -\theta^{-1})$$

보조정리(1)을 사용하여

$$C_1^\theta(n, m) = \frac{(n-1)^m m^{m-1} (1+\theta^{-1})}{\Gamma(m)} \left[\frac{\theta^m}{(1+\theta)^{nm}} \right] [1 + O(n^{-1})] {}_2F_1(1, 1-m, (n-1)m+1; -\theta^{-1})$$

보조정리(2)을 사용해서

$$C_1^\theta(n, m) = \frac{(1+\theta^{-1})m^{m-1}}{\Gamma(m)} \left[\frac{(n-1)\theta}{(1+\theta)^n} \right]^m [1 + O(n^{-1})]$$

여기서 $r = \frac{1}{1+\theta}$ 를 대입하면 정리1이 증명된다.

정리2 :

주어진 $\theta > 1, m > 0$ 에 대하여

$n \rightarrow \infty$ 일때 $C_{II}^{\theta}(n, m) \rightarrow 0$.

증명 : 식(3.12)로부터

$$C_{II}^{\theta}(n, m) = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^{\infty} n \left[\frac{r(m, y)}{\Gamma(m)} \right]^{n-1} y^{m-1} e^{-y} dy.$$

정의에 의해

$$\frac{r(m, y)}{\Gamma(m)} = \begin{cases} 0, & y=0 \\ 1, & y=\infty \\ < 1, & 0 < y < \infty \end{cases}$$

그리고

$$f_n(y) = n \left[\frac{r(m, y)}{\Gamma(m)} \right]^{n-1} y^{m-1} e^{-y}$$

와

$$f(y) = 0 \quad \text{그리고} \quad g(y) = 2y^{m-1} e^{-y}$$

으로 놓으면 다음 두식을 보일 수 있을 것이다.

모든 $y \geq 0$ 에 대하여

$$n \rightarrow \infty \text{ 이면 } f_n(y) \rightarrow f(y)$$

와

$$|f_n(y)| \leq g(y) \quad \text{그리고} \quad \int_0^{\infty} g(y) dy = 2\Gamma(m) < \infty.$$

그러므로 Lebesgue's Dominated Convergence 정리에 의해서 정리2의 결과에 도달할 수 있다.

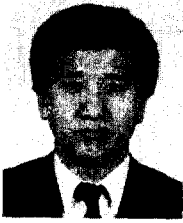
정리3 :

$$(i) C_{III}^{\theta}(n, m) \leq C_{II}^{\theta}(n, m)$$

$$(ii) n \rightarrow \infty \text{ 이면, } C_{III}^{\theta}(n, m) \rightarrow 0.$$

증명 (i) 이것은 P_{II}^{θ} 와 P_{III}^{θ} 정의에 의해서 이 결과를 얻을 수 있다.

(ii) 이것도 정리3의 (i)와 정리2에 의해서 얻을 수 있다.



郭慶燮(Kyung Sup KWAK) 正會員

1977年：仁荷大學校, 電氣工學
(學士)

1979年：仁荷大學校 大學院, 電氣
工學(碩士)

1981年：Univ. of So. California
大學院, EE (碩士)

1988年：Univ. of California 大學院, 通信理論 및 시스템
(博士)

1983年~1988年：Univ. of California, San Diego, 研究
助教

1988年~1989年：美國 Hughes Network Systems, 研究員

1989年~1990年：美國 IBM, Network Analysis Center,
研究員

1990年 3月~現在：仁荷大學校 電子工學科, 助教授

• 주 관심분야：위성 및 이동통신, 데이터통신, ISDN 등임.