

◎ 論 文

성층화된 사다리꼴 용기내에서의 이중확산유동에 관한 수치해석

현 명 택*

(1992년 9월 17일 접수)

Numerical Study on Double-Diffusive Convection in a Stratified Trapezoidal Enclosure

M. T. Hyun

Key Words : Double-Diffusive Convection(이중확산유동), Combined Buoyancy(복합부력), Flow Pattern(유동형태), Buoyancy Ratio(부력비), Cell(셀), Interface(인접면), Layered Flow(층을 이룬 유동), Stagnant Region(정체층)

Abstract

Numerical simulation is made of a stably stratified salt-water solution due to lateral heating in an equilateral trapezoidal enclosure using boundary-fitted coordinate in grid generation. Results show four types of the global fluid pattern depending on the buoyancy ratio in the enclosure, i.e., unicell flow pattern for the low buoyancy ratio, layered flow pattern for the increasing buoyancy ratio, layered flow pattern with stagnant zone for the relatively high buoyancy ratio and stagnant flow pattern for the much higher buoyancy ratio.

기호설명	g	: 중력가속도[m/s ²]	
Ar	: 종횡비(=H/L)	H	: 밀폐용기의 높이[m]
C	: 무차원농도	J	: Jacobian
C ₀	: 대표농도[wt %]	L	: 밀폐용기의 폭[m]
ΔC	: 양단의 농도차[wt %]	Le	: Lewis수(=κ/D)
D	: 물질확산계수[m ² /s]	N	: 부력비(=β _s ΔC/β _T ΔT)
		n	: 벽면의 수직방향

* 정회원, 제주대학교 공과대학 기관공학과

Nu	: 국소 Nusselt 수
\overline{Nu}	: 평균 Nusselt 수
p	: 무차원 압력
Pr	: Prandtl수(= ν/κ)
Ras	: 농도차에 의한 Rayleigh수(= $Ra_T \times N$)
Ra_T	: 온도차에 의한 Rayleigh수(= $g\beta_T \Delta T H^3 / \nu \kappa$)
T	: 무차원 온도
T_0	: 대표온도[$^{\circ}C$]
ΔT	: 양단의 온도차
t	: 무차원 시간
u, v	: x 및 y 방향 무차원 속도
\tilde{u}, \tilde{v}	: ξ 및 η 방향 무차원 속도
x, y	: 실제영역에서의 수평 및 수직 방향 무차원 좌표
α, β, γ	: 좌표변환으로 인한 계수
β_s	: 농도차에 의한 체적팽창계수[wt% $^{-1}$]
β_T	: 온도차에 의한 체적팽창계수[$^{\circ}C^{-1}$]
ξ, η	: 변환된 수평 및 수직방향 좌표
θ	: 밀각
κ	: 열확산계수[m 2 /s]
ν	: 동점성 계수[m 2 /s]

1. 서 론

이중확산유동(double-diffusive convection)은 열-소금 확산계 혹은 소금-설탕 확산계와 같이 확산율이 다른 두 부력인자들의 복합부력에 의한 유동을 의미한다. 두개의 부력인자가 동시에 작용하는 이중확산유동은 해양학, 지구물리학 및 천체물리학 등의 분야에서 관찰되고 태양연못, 액체가스 저장 그리고 구조, 응고, 결정성장과 같은 재료가공 분야 등과 밀접하게 관련되기 때문에 지난 20여년간 많은 연구가 진행되어 왔다¹⁾. 특히 최근 첨단산업의 발달로 말미암아 고순도 결정체의 제조를 위한 기술개발이 절실해짐에 따라 이에 대한 연구는 보다 활발해지고 있다²⁾.

이중확산유동은 어느 한 부력인자만에 의한 자연대류와 달리 두 부력인자가 공존하므로 이들의 상호작용 방향에 따라 여러가지 유형으로 나눌 수 있으며^{1, 3)}, 이 분야에 대한 초기의 연구는 온도 및

농도구배가 중력과 같은 방향으로 가해지는 ‘salt-finger’ 현상에 국한되었다⁴⁾. 그러나 1970년대에 이르러 한 부력인자가 중력과 수직 방향으로 가해질 때의 유동현상에 관한 연구⁵⁻⁹⁾가 수행되어 층을 이룬 유동형태가 존재함이 밝혀졌고, 아주 최근 두 부력인자가 중력과 수직으로 작용할 때 밀폐용기내의 유동형태에 관한 연구가 발표되었다¹⁰⁻¹²⁾.

성층화된 용액에 수평방향으로 온도구배가 가해질 때 발생하는 자연대류에 관한 현상은 이중확산 유동에서 광범위하게 관찰되고 있는 층을 이룬 유동형태의 메커니즘을 밝힐 수 있다는 점 때문에 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어 왔다. Thorpe⁵⁾은 선형 지배방정식에서 유동이 유발되는 임계조건에 관한 식을 제시하였고 이를 실험을 통해 대체로 일치함을 보였으며 수직평판에서의 유동이 여러개의 층을 이룬 유동으로 나타남을 처음 밝혔다. Chen⁶⁾과 Wirtz⁷⁾은 고온벽에서 발생한 롤(roll)이 저온벽으로 성장해 가면서 셀형태의 유동이 형성되고 시간이 경과하면서 밀폐용기내에 형성된 셀은 그 위 혹은 아래의 셀과 합쳐지면서 전체적으로 셀의 개수가 감소함을 관찰하였다. 최근 Lee^{8, 9)}은 성층화된 농도와 온도차에 의한 부력의 비에 따라 4가지 유동형태가 존재함을 보였고 수치해석을 통하여 정성적으로 일치함을 밝혔다. 한편 Wirtz¹³⁾는 2개의 층만이 존재하는 조건일 때 용액의 성층화는 열전달을 방해하는 요인이 된다는 사실을 보였다.

성층화된 용액내의 자연대류에 관한 지금까지의 연구는 주로 층이 형성되는 초기과정에 주안점을 두었기 때문에 부력비에 의한 영향이 제대로 구명되지 않은 실정이며 직각밀폐용기와 같이 간단한 형상에 국한되어 있다. 본 논문에서는 경계밀착좌표계를 도입하여 등변사다리꼴 용기내에 성층화된 유체에 수평방향으로 온도구배가 가해질 때의 이중확산유동에 있어서 부력비에 따른 유동형태, 그에 따른 온도 및 농도분포 그리고 열전달 특성에 대해 수치적으로 연구하였다.

2. 이론해석

본 연구의 해석영역은 Fig. 1과 같다. 유동은 x,

y평면의 2차원이며 수평, 수직방향 속도는 u, v이고 사다리꼴 용기의 폭은 L, 높이는 H이다. 두 수평벽면(Γ_1 과 Γ_3)은 단열이며 등농도인 반면 Γ_2 와 Γ_4 는 등온이며 불침투벽이다. 밀폐용기내의 유체는

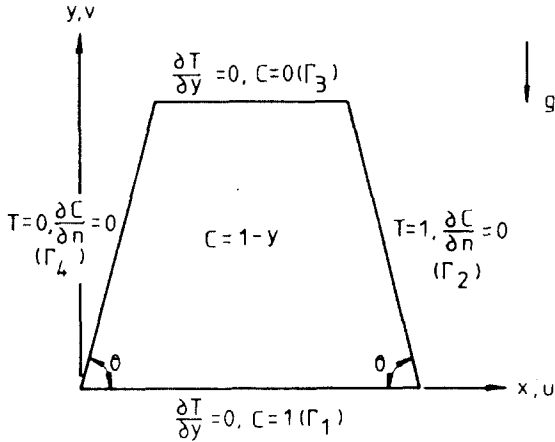


Fig. 1 Physical model of the present study

소금물로 초기온도는 양단 벽면의 평균온도이고 농도는 초기에 선형적으로 성층화되어 있다. 기본방정식에서 부력항을 제외한 모든 물성치가 일정하다고 가정하면 2차원, 층류, 비정상상태의 이중확산유동의 기본방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \text{Ra}_T \cdot \text{Pr} (T - N \cdot C) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{\text{Le}} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

여기서 무차원 변수는 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} x &= \frac{x'}{H}, \quad y = \frac{y'}{H}, \quad u = \frac{H}{\kappa} u', \\ v &= \frac{H}{\kappa} v', \quad t = \frac{\kappa}{H^2} t', \quad p = \frac{1}{\rho} \left(\frac{H}{\kappa} \right)^2 p', \\ T &= \frac{T' - T_0'}{\Delta T}, \quad C = \frac{C' - C_0}{\Delta C} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Pr} &= \frac{\nu}{\kappa}, \quad \text{Le} = \frac{\kappa}{D}, \quad \text{Ra}_T = \frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\nu \kappa}, \\ N &= \frac{\beta_S \Delta C}{\beta_T \Delta T} \end{aligned}$$

무차원화된 기본방정식 (1) - (5)를 좌표변환하면 다음과 같다.

$$\tilde{u}_\xi + \tilde{v}_\eta = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (J_u)_t + (\tilde{u}u)_\xi + (\tilde{v}u)_\eta = - [(y_\eta p)_\xi - (y_\xi p)_\eta] \\ + \text{Pr} \left[\left(\frac{\alpha}{J} u_\xi \right)_\xi - \left(\frac{\beta}{J} u_\eta \right)_\xi + \left(\frac{\gamma}{J} u_\eta \right)_\eta - \left(\frac{\beta}{J} u_\xi \right)_\eta \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (J_v)_t + (\tilde{u}v)_\xi + (\tilde{v}v)_\eta = - [(x_\eta p)_\xi - (x_\xi p)_\eta] \\ + \text{Pr} \left[\left(\frac{\alpha}{J} v_\xi \right)_\xi - \left(\frac{\beta}{J} v_\eta \right)_\xi + \left(\frac{\gamma}{J} v_\eta \right)_\eta - \left(\frac{\beta}{J} v_\xi \right)_\eta \right] \\ + J \cdot \text{Ra}_T \cdot \text{Pr} (T - N \cdot C) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (JT)_t + (\tilde{u}T)_\xi + (\tilde{v}T)_\eta = \left(\frac{\alpha}{J} T_\xi \right)_\xi + \left(\frac{\gamma}{J} T_\eta \right)_\eta \\ - \left(\frac{\beta}{J} T_\xi \right)_\eta \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (JC)_t + (\tilde{u}C)_\xi + (\tilde{v}C)_\eta = \frac{1}{\text{Le}} \left[\left(\frac{\alpha}{J} C_\xi \right)_\xi - \left(\frac{\beta}{J} C_\eta \right)_\xi \right. \\ \left. + \left(\frac{\gamma}{J} C_\eta \right)_\eta - \left(\frac{\beta}{J} C_\xi \right)_\eta \right] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 Ra_T 는 온도차에 의한 Rayleigh수를 나타내며 N은 온도차에 의한 부력에 대한 성층화된 농도에 의한 부력비이며, Pr과 Le는 각각 유체의 Prandtl수와 Lewis수이다. 또한 \tilde{u} 와 \tilde{v} 는 각각 식 (12)와 (13)으로 정의된다.

$$\tilde{u} = y_\eta u - x_\eta v \quad (12)$$

$$\tilde{v} = x_\xi v - y_\xi u \quad (13)$$

Fig. 1에서의 경계면에 대해 좌표변환된 경계면을 *로 표시하면 각 경계면에서 좌표 변환된 경계조건은 식(14)가 된다.

$$\Gamma_1^* : u=v=0, \quad \gamma T_\eta - \beta T_\xi = 0, \quad C=1 \quad (14a)$$

$$\Gamma_2^* : u=v=0, \quad T=1, \quad \alpha C_\xi - \beta C_\eta = 0 \quad (14b)$$

$$\Gamma_3^* : u=v=0, \quad \gamma T_\eta - \beta T_\xi = 0, \quad C=0 \quad (14c)$$

$$\Gamma_4^* : u=v=0, \quad T=0, \quad \alpha C_\xi - \beta C_\eta = 0 \quad (14d)$$

초기상태의 유체는 등온이며 선형적으로 성층화되어 있기 때문에 좌표변환된 초기 조건은 다음과 같다.

$$u=v=0 \quad (15a)$$

$$T=0.5 \quad (15b)$$

$$C=1-\eta \quad (15c)$$

차분화방정식은 식(7)–(11)를 시간에 대해서는 음함수방법으로, 공간에 대해서는 한 검사체적에 대해 적분하여 얻었으며, 압력과 온도 및 농도장에 대한 해는 주격자점(main grid point)에서, 속도장에 대한 해는 이동된 격자점(staggered grid point)에서 해를 구하였다. 검사면에서의 유속은 Power-Law Scheme을 이용하였고 SIMPLE Algorithm¹⁴⁾을 사용하여 계산하였다.

수치해석에서의 격자수는 35×35 , 무차원시간 증분은 0.0001–0.0025이며, 운동량방정식의 이완계수는 0.3–0.6, 압력방정식은 0.5–0.7 그리고 온도, 농도장의 경우 0.7–0.9로 각각 취하였다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

본 수치해석은 열-소금 확산계($Le=100$, $Pr=7.0$)에 대한 연구로 해석영역은 $Ar=1.0$, $Ra_r=1.0 \times 10^6$, $N=0-20$ 그리고 $t=0-0.2$ 이다. 등변사다리꼴 제한조건 때문에 $Ar=1.0$ 의 경우 $\theta=63.435^\circ-90^\circ$ 사이의 값만을 가질 수 있기 때문에 본 연구에서는 $\theta=70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 의 4가지 경우에 대하여 조사하였다.

Fig. 2는 $\theta=80^\circ, t=0.2$ 인 경우 각 부력비에 대한

유동함수, 등온 및 등농도선을 나타낸 것이다. 직각밀폐용기에서와 마찬가지로^{8, 9)} 유동형태는 4가지로 나타남을 알 수 있으나 기하학적 특성상 직각용기의 경우와는 달리 유동함수, 온도장 및 농도장이 점대칭으로 분포하지 않음을 알 수 있다. Fig. 2(a)에서 처럼 부력비가 작아 단일셀이 존재하는 경우 온도변화는 주로 수직 열계층내에서만 일어나며 코어(core) 영역에서는 수평방향으로 거의 변화가 없고 수직방향으로 안정되게 성층화되어 온도차만에 의한 순수 자연대류¹⁵⁾와 같은 특성을 갖는다. 농도는 용기 내부 전역에서 0.5로 균일하게 분포하여 농도변화는 수평 물질계층에서만 나타난다. 그러나 부력비가 증가하면 ($N=3$) Fig. 2(b)에서 알 수 있듯이 용기내에는 2개의 유동층이 형성되어 용기의 중앙부분에 인접면이 존재한다. 각 유동층내에서 온도는 성층화되나 농도는 균일한 분포를 갖으며, 인접면에서 온도 및 농도 변화는 등농도선이 등온선보다 훨씬 밀집되어 농도의 변화가 온도의 경우보다 더 급격함을 알 수 있다. 이는 본 연구에서 행한 열-소금 확산계의 경우 $Le=100$ 인 결과로 확산율이 상대적으로 큰 온도는 인접면에서 충분한 확산이 이루어지지만 확산이 느린 농도의 경우 빠른 셀 유동으로 인접면을 통한 확산이 충분치 못하기 때문에 두 유동층사이에서의 농도변화가 크게 되기 때문이다. 부력비가 7인 Fig. 2(c)를 살펴보면 용기 아랫부분에는 정체층이 존재하고 윗 부분에는 유동층이 형성되고 있다. 이때 밀각이 큰 경우에는 유동층이 밀폐용기의 위 아랫면에 공존하고 그 사이에 정체층이 존재하기도 하였으나 사다리꼴 형상 특성 때문에 대부분의 경우 유동층은 밀폐용기 윗면에 형성되었다. 또한 유동층에서는 열전달이 주로 대류에 의해 일어나는 반면 정체층에서는 전도에 의해 일어남을 알 수 있다. 또한 농도는 초기에 성층화되었다가 유동층이 성장하면서 유동층 내부에서는 균일한 분포를 갖지만 정체층에서는 성층화된 채 그대로 유지되고 있으며 정체층과 유동층이 공존하는 경우에는 정체층의 존재로 인접면에서의 농도변화는 극심하지 않다. Fig. 2(d)처럼 부력비가 아주 클 경우($N=20$) 유동함수 값이 아주 작아 거의 유동이 유발되고 있지 않음을 알 수 있다.

이때 온도분포는 밀폐용기 전역에서 전도현상만이 나타나고 농도는 선형적으로 성층화된 초기조건이 그대로 유지된다.

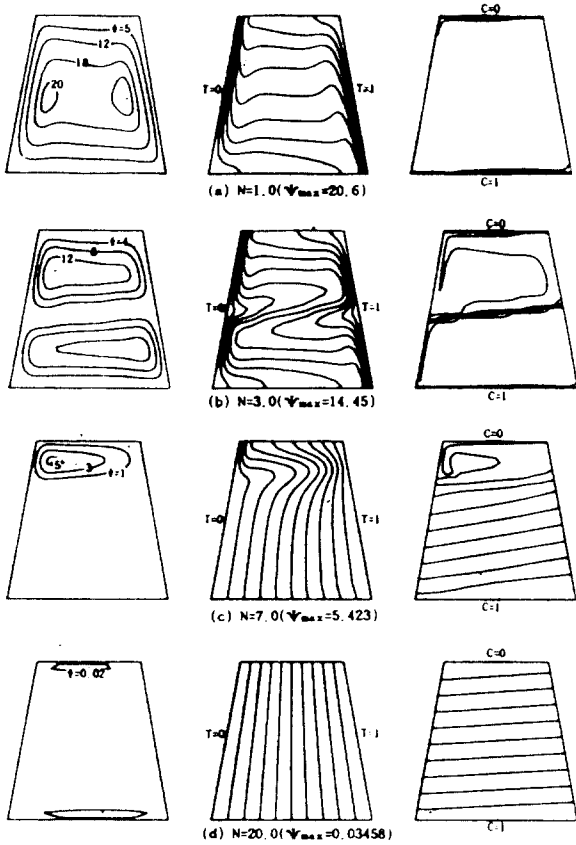


Fig. 2 Stream function, temperature and concentration isocontour maps for $\theta=80^\circ\text{C}$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $t=0.2$

이러한 각 조건에 대한 준정상 상태($t=0.2$)일 때 밀폐용기 중앙부($x=0.5$)에서의 x 방향속도를 Fig. 3에 도시하였다. 전술한 바와 같이 부력비가 증가함에 따라 밀폐용기에는 단일셀 유동, 두개의 층을 이룬 유동, 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동 그리고 거의 유동이 없는 정체상태의 4가지 유동 형태로 변화하고 있다. 또한 사다리꼴 용기이기 때문에 속도분포가 원점에 대해 점대칭으로 나타나지 않으며 밀폐용기 윗면에서의 유동이 아랫면보다 활발함을 알 수 있다.

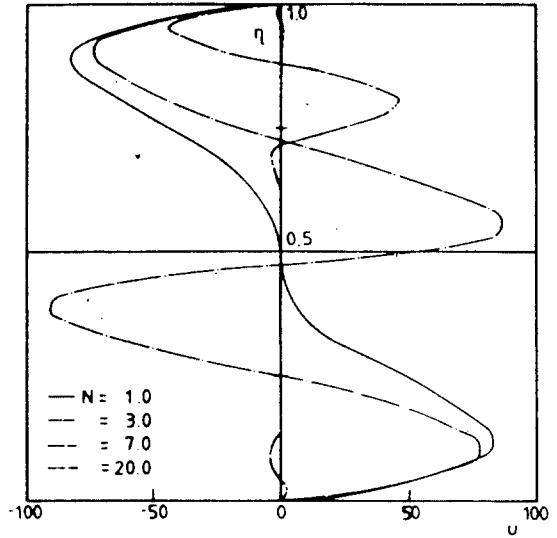


Fig. 3 Dimensionless horizontal velocity profiles at $x=0.5$ for $\theta=80^\circ\text{C}$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $t=0.2$

Fig. 4는 $Ra_T=1.0 \times 10^6$ 이고 $\theta=80^\circ$ 일 때 농도차에 의한 부력에 따른 평균 Nu수의 변화를 무차원 시간에 대해 나타내었다. 온도차만에 의한 자연대류의 경우($N=0$) 초기에는 용기내로의 열전달이 주로 전도에 의해 이루어지기 때문에 평균 Nu수가 급격히 감소함을 알 수 있다. 그러나 시간이 경과하여 유체내로 열전달이 충분히 이루어짐에 따라 온도차에 의한 밀도변화로 밀폐용기에 유동이 유발되므로 평균 Nu수는 완만히 증가하기 시작하여 결국 정상상태에 이른다. 이중확산유동의 경우에는 시간에 따른 평균 Nu수의 변화는 일반 자연대류($N=0$)와 같은 경향을 보이며 대류효과는 같은 Ra_T 수에서는 부력비가 증가할수록 늦게 나타남을 Fig. 4에서 알 수 있다. 또한 이중확산유동에서의 평균 Nu수는 부력비가 작은 경우 일시적으로 증가하는 경우를 제외하고는 온도차만에 의한 자연대류와 전도에 의한 평균 Nu수 사이에 존재하며 부력비가 증가할수록 그 값이 감소하여 전도의 경우와 비슷한 값을 갖는다. 이러한 경향은 θ 가 클수록 낮은 부력비에 관찰된다.

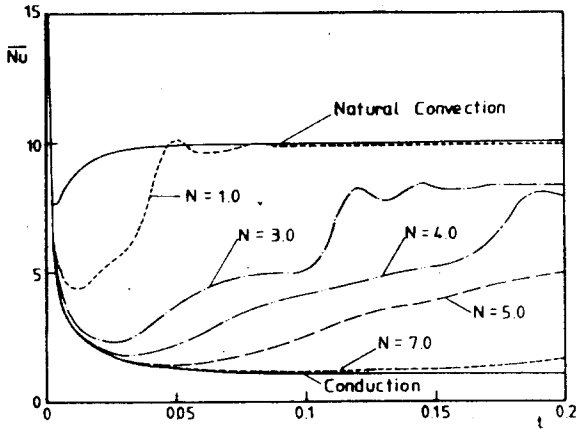


Fig. 4 Transient average Nusselt number with the buoyancy ratio for $\theta=80^\circ$ and $Ra_T=1.0 \times 10^6$

θ 의 변화에 따른 각 유동형태에서의 평균 Nu수를 Fig. 5-7에 제시하였다. Fig. 5는 단일셀 유동이 관찰되는 $N=1.0$ 인 경우이고, Fig. 6은 두개의 셀이 존재하는 $N=4.0$ 인 경우, Fig. 7은 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동이 나타나는 $N=7.0$ 인 경우이다. Fig. 5와 6에서 알 수 있듯이 밀폐용기내에 유동층만이 존재하는 경우 준정상상태에서의 평균 Nu수는 θ 에 관계없이 거의 비슷함을 알 수 있다. 그러나 정체층이 존재하는 경우(Fig. 7) 밀폐용기

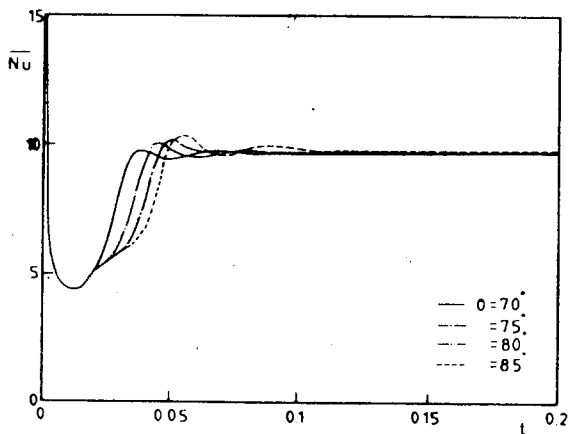


Fig. 5 Transient average Nusselt number with the base angle for $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $N=1.0$

내의 대류층 영역의 차이 때문에 θ 에 따라 준정상 상태에서의 평균 Nu수는 차이를 보이며 밀각이 증가할수록 평균 Nu수가 작아 정체층 영역이 넓어짐을 알 수 있다.

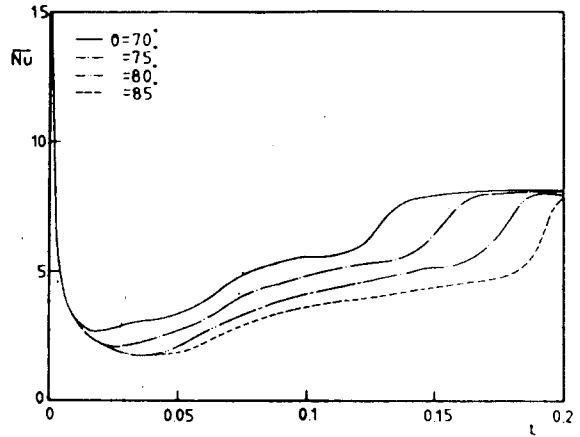


Fig. 6 Transient average Nusselt number with the base angle for $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $N=4.0$

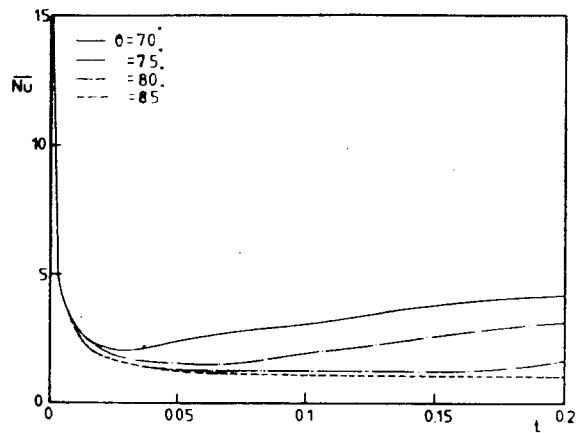


Fig. 7 Transient average Nusselt number with the base angle for $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $N=7.0$

Fig. 8은 $\theta=70^\circ$ 이고 $t=0.2$ 일 때 여러가지 부러비에 대한 고온벽면에서의 국소 Nu수를 나타낸 것이다. 국소 Nu수의 분포를 살펴보면 $N=1.0$ 인

경우 단일셀유동, $N=3.0$ 인 경우 두개의 층을 이룬 유동, $N=7.0$ 과 $N=10.0$ 인 경우 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동 그리고 $N=20.0$ 인 경우 거의 유동이 없는 유동형태가 나타남을 알 수 있다. 또한 정체층이 존재하는 경우($N=7.0$ 과 10.0) 부력비가 증가할수록 유동층이 축소되고 있다. $N=1.0$ 과 같이 단일셀이 나타나는 경우 최대 Nu 수는 밀폐용기 밑면 부근에서 나타나며 층을 이룬 유동의 경우 각 유동층에서의 최대 Nu 수는 그 셀의 하부에서 나타난다. 그러나 $N=7.0$ 과 10.0 처럼 정체층이 존재하는 경우 정체층에서는 전도만에 의한 특성을 보이며 $N=20.0$ 인 경우에는 거의 전 영역에서 전도에 의한 Nu 수와 유사하게 분포된다.

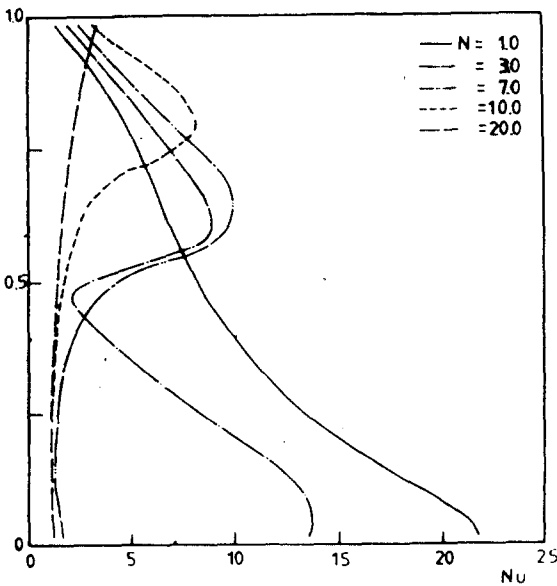


Fig. 8 Local Nusselt number with the buoyancy ratio for $\theta=70^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$ and $t=0.2$

4. 결 론

등변 사다리꼴 형태의 밀폐용기내에 수직방향으로 농도구배가, 수평방향으로 온도구배가 가해지는 이중확산유동 현상을 좌표변화 기법을 도입, 경계밀착좌표계를 사용하여 기본방정식을 좌표변

환하고 유한차분법으로 수치해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 유동형태는 단일셀유동, 층을 이룬 유동, 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동 및 정체상태의 네가지 유형으로 나타나며 정체층은 주로 용기 아랫부분에 존재한다.
- 2) 유동층내에서 온도는 온도차만에 의한 자연대류와 비슷하게 분포하고 농도는 균일한 반면 정체층에서는 전도에 의해 열전달이 일어나며 농도는 성층화된 채 그대로 유지된다.
- 3) 평균 Nu 수는 온도차만에 의한 자연대류와 전도에 의한 값 사이에 존재하고 부력비가 증가할수록 감소한다. 사다리꼴 밑각이 작아질수록 대류효과는 빨리 나타나나 평균 Nu 수는 밑각에 관계없이 유동형태에 따라 비슷한 값을 갖는다. 그러나 정체층이 존재하는 경우 밑각이 증가할수록 유동층의 감소로 평균 Nu 수는 감소한다.

후 기

이 논문은 1990년도 문교부지원 한국학술진흥재단의 학술연구조성비(과제명: 경계밀착좌표계를 이용한 불균일한 밀폐용기내의 이중확산유동에 관한 수치해석)에 의해 연구되었음.

참고문헌

- 1) Ostrach, S., "Natural Convection with Combined Driving Forces", Physico-Chemical Hydrodynamics, Vol. 1, pp. 233-247, 1980.
- 2) Ostrach, S., "Fluid Mechanics in Crystal Growth. The 1982 Freeman Scholar Lecture", Journal of Fluids Engineering, Vol. 105, pp. 5-20, 1983.
- 3) Turner, J.S. and Stommel, H., "A New Case of Convection in the Presence of Combined Vertical Salinity and Temperature Gradient", Proc. National Academy of Sciences, Vol. 52, pp. 49-53, 1964.
- 4) Turner, J.S., Buoyancy Effects in Fluids, Ca-

- Cambridge University Press, Cambridge, 1979.
- 5) Thorpe, S.A., Hutt, P.K. and Soulsby, R., "The Effect of Horizontal Gradients on Thermohaline Convection", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 38, pp. 375-400, 1969.
 - 6) Chen, C.F., Briggs, D.G. and Wirtz, R.A., "Stability of Thermal Convection in a Salinity Gradient Due to Lateral Heating", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 57-65, 1971.
 - 7) Wirtz, R.A., Briggs, D.G. and Chen, C.F., "Physical and Numerical Experiments on Layered Convection in a Density Stratified Fluid", *Geophysical Fluid Dynamics*, Vol. 3, pp. 265-288, 1972.
 - 8) Lee, J., Hyun, M.T. and Kang, Y.S., "Confined Natural Convection Due to Lateral Heating in a Stably Stratified Solution", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 869-875, 1990.
 - 9) Lee, J., Hyun, M.T. and Moh, J. H., "Numerical Heat Transfer in a Stably Stratified Solution Due to Side-Wall Heating", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 18, pp. 343-355, 1990.
 - 10) Kamotani, Y., Wang, L.W., Ostrach, S. and Jiang, H.D., "Experimental Study of Natural Convection in Shallow Enclosures with Horizontal Temperature and Concentration Gradients", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 165-173, 1985.
 - 11) Lee, J. and Hyun, M.T., "Experiments on Thermosolutal Convection in a Shallow Rectangular Enclosure", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 1, pp. 259-265, 1988.
 - 12) Lee, J., Hyun, M.T. and Kim, K.W., "Natural Convection in Confined Fluids with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1969-1977, 1988.
 - 13) Wirtz, R.A., "The Effect of Solute Layering on Lateral Heat Transfer in an Enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 1299-1305, 1977.
 - 14) Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw Hill, New York, 1980.
 - 15) Bejan, A., Al-Homoud, A.A. and Imberger, J., "Experimental Study of High Rayleigh Number Convection in a Horizontal Cavity with Different End Temperatures", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 109, pp. 283-299, 1981.