입·출력 관계에서 언어적 퍼지모델의 추출

An Extraction of Linguistic Fuzzy Model from Input/Output Relation

유완식*, 김성락*, 김종성*, 변증남*, 박동조*

*한국과학기술원 전기 및 전자공학과

Wan-Sik Yu*, Sung-Rak Kim*, Jong-Sung Kim*,
Zeungnam Bien*, Dong-Jo Park*

*Dept. of E. E., KAIST

요 약

퍼지제어기는 입·출력 관점에서 일반적으로 입·출력에 대한 비선형 함수로 볼 수 있다. 전문가의 제어 행위의 입·출력 관계가 크리시(crisp) 비선형 함수로 표현되었을때 그것을 언어적 퍼지 모델링(linguistic fuzzy modelling)하는 방법이 1-입력/1-출력 및 2-입력/1-출력의 static 시스템에 대하여 제안되었다. 이를 위해 소속함수 제한조건(membership function constraint)의 개념을 제시하고 선형계획법에 의한 최적화 기법을 이용하여 소속함수의 생성에 관한 체계적인 방법을 제안한다.

ABSTRACT

From the viewpoint of input / output(I / O) relation, the fuzzy logic controller(FLC) can be considered as a crisp function that is often nonlinear. In this paper, a linguistic fuzzy modelling method for the nonlinear I / O relation of an expert's action is proposed for 1-input / 1-output and 2-inputs / 1-output static systems. The concept of membership function constaints is introduced to generate the membership functions by an optimization technique.

Ⅰ. 서 론

1965년 L. A. Zadeh가 퍼지 집합에 관한 수학적 개념을 제시한 이래 시스템 제어 및 의사결정(decision making)분야에서 이론적 연구 및 실제적 응용이 지속적으로 이루어지고 있다. 퍼지집합에 관한 이론은 전문가나 숙련작업자의 형태로 인간이 중요한 제어요소로 참여하는 복잡하거나 불확실성이 존재하는 시스템에 대한 지식표현(knowledge representation)을 가능하게 하고 또 이를 이용하여 시스템을 자동화하는데 유용한 체계를 제공한다.

퍼지제어는 전문가의 경험으로부터 얻은 지식과 숙련에 근거한 언어로 표현되는 제어규칙을 추출하여 복잡한 대규모 시스템의 제어에 성공적으로 응용되어 왔다[1]. 퍼지제어기를 구성하는 요소는 사실(fact) 또는 측정의 결과를 scaling 및 양자화(quantization)하는 퍼지화부(fuzzifier)와 입력 퍼지집합에 대해서 데이타 베이스화 되어 있는 제어규칙으로부터 조작량을 추출해내는 추론부(inference engine) 및 비퍼지화부(defuzzifier)로 나눌 수 있다. 한편 이와같은 퍼지제어기를 입·출력관점에서 보면 궁극적으로 크리습(crisp) input / output(I / O)에 대한 mapping으로 볼 수 있다. 퍼지 제어기의 언어규칙은 IF - THEN에 의한 언어적 변수의 mapping관계를 정의하는 규칙과 언어적 변수 자체를 정의하는 소속함수로 구성된다. 언어적 퍼지모델을 얻는 문제는 규칙을 얻는것 뿐 만아니라 얻은 규칙에 상응하는 언어변수의 소속함수를 얻는 문제가 포함된다.

소속함수는 언어적 변수(linguistic variable)에 대한 속성을 수학적으로 나타내는 것으로써 변수에 대한 주관적 개념을 수식화하여 표현한다. 제어시스템에 퍼지제어기를 적용하는데 있어서 중요한 것은 숙련작업자나 전문가의 운전에 대한 경험적 지식 및 숙련을 그대로 언어적 규칙 베이스(linguistic rule-base)화 시키는 것이다. 그러나 일반적으로 퍼지제어기는 숙련자에의해 관찰된 물리량에 대한 언어적 개념이 잘 조정된 소속함수로 변환되어야만 언어적 규칙베이스 형태로 설계될 수 있음에도 불구하고, 현실적으로 그들의 영역지식(domain knowledge)을 곧바로 퍼지집합으로 표현하는데 어려움이 많다.

한편 대상 시스템으로부터 관찰된 특징적인 상태(characteristic states)로 부터 숙련작업자가 결정한 제어조작량을 크리시한 테이블(table)형태로 추출하는 것이 더 용이할 때가 많다[2][3]. 이때 이러한 제어조작 패턴 데이타 집합으로부터 보간에 의하여 크리시 조작함수를 추출한다고 가정하면, 역으로 주어진 전형적인 규칙 구조하에서 이 함수를 근사화시키는 소속함수를 생성할 수 있을 것이다. 즉, 언어적으로 표현하기 애매한 전문가의 조작결과 혹은 수학적 모델로 동작되는 제어기가 입·출력 데이타 집합으로 얻어진다고 가정하면 그것은 보간(interpolation)에 의해 비선형 함수로 묘사될 수 있고, 언어적 퍼지모델을 얻는다는 것은 바람직한 제어기의 조작함수가 있다고 가정할때 유한개의 규칙과 언어변수의 정의에 의해 그 함수를 근사화 시키는 문제이다.

본 논문에서는 전문가의 제어조작양식이 비선형 함수로 주어졌을 경우 그것으로 부터 언어적 퍼지모델을 최적화기법[5]을 이용하여 얻는 체계적인 방법을 기술한다.

Ⅱ. 본 론

2.1 대상 퍼지 제어기의 정의

퍼지 제어기의 입·출력 관계(그림 1)는 규칙과 규칙에 나타나는 언어 변수를 정의하는 퍼지집합의 소속함수, 추론 방법에 따라 달라질 수 있다. 따라서 입·출력 관계에서 규칙과 퍼지집합의 소속함수를 구하기에 앞서 본 논문에서 다루고자 하는 퍼지제어기(그림 4)를 다음과 같이 가정한다.

(1)규칙은 'IF input is 〈fuzzy set〉, THEN output is 〈singletone fuzzy set〉'로 기술된다.

(2)퍼지집합은 1-입력 / 1-출력 시스템에서는 다른 퍼지집합의 소속함수(membership)값이 0이고 자신은 1인 부분이 존재하고 그중 특징점 C로 정의된 1점이 존재한다. 2-입력 / 1-출력 시스템에서는 입력공간(input space)의 구획(partition)마다 퍼지집합의 소속함수값이 그림 2와 같이 $\mu(x_1, x_2)$로 R^2 공간에서 정의 되고 소속함수값이 1이고 다른 퍼지집합의 소속함수값이 0인 부분이 존재하고 그중 특징점 C로 정의된 1점이 존재한다.

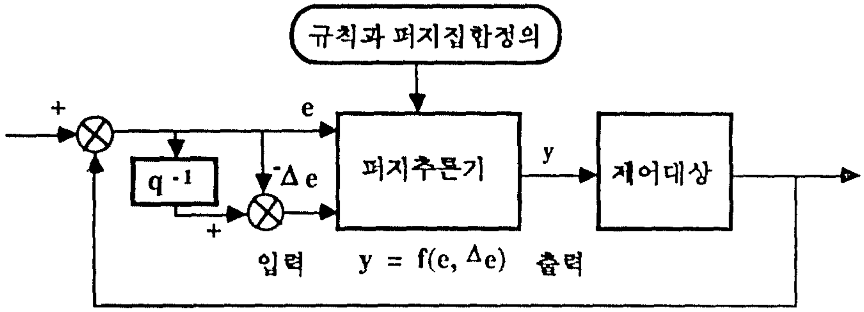


그림 1. 퍼지제어기의 입·출력 관계

Fig. 1. I / O relation of fuzzy-logic controller

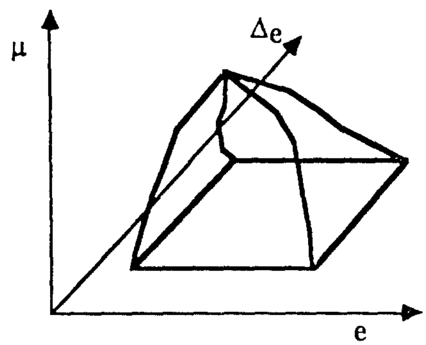


그림 2. 이차원 소속함수

Fig. 2. Two-dimensional membership function

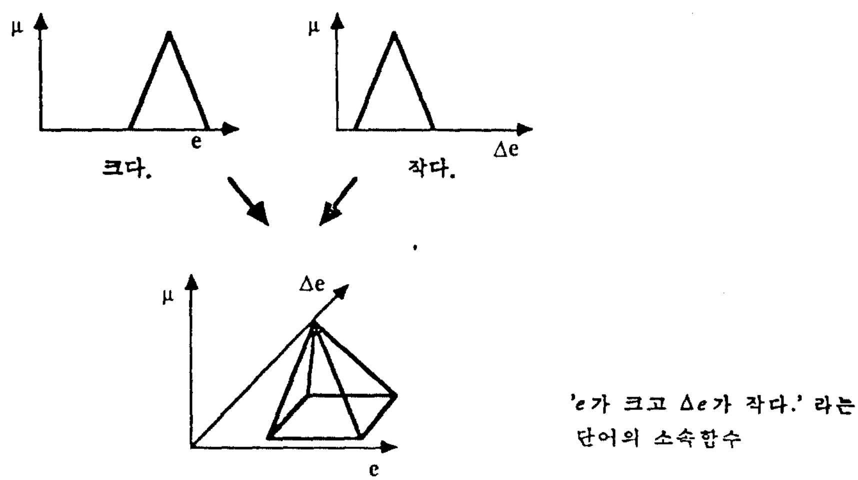


그림 3. 일차원 소속함수와 이차원 소속함수와의 관계

Fig. 3. The relation of one-dimensional and two-dimensional membership function

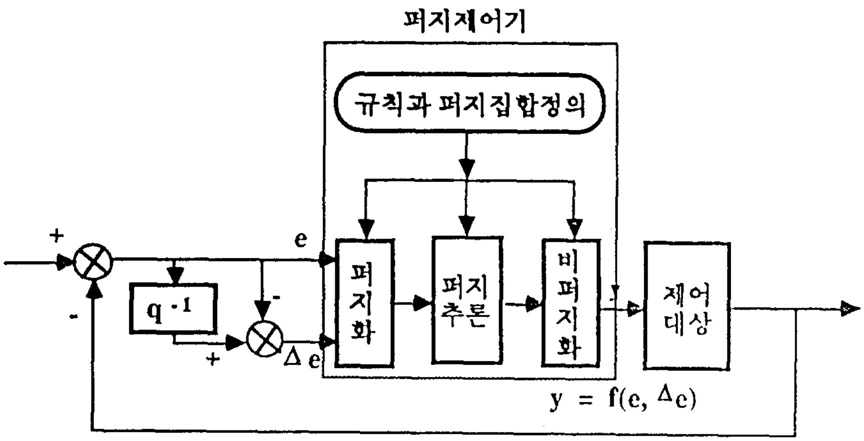


그림 4. 일반적인 퍼지제어 시스템

Fig. 4. General fuzzy logic control system

(3) 전건부(antecedent)는 2개이상의 퍼지집합의 AND-연산을 허용하지 않으나 소속함수의 특이한 모양(그림 3)에 의해 같은 효과를 얻을 수 있다.

(4) 후건부(consequent)는 싱글톤(singletone) 퍼지집합으로 표현되는데 소속함수값과 같은 무게를 갖는 것으로 가정하여 무게중심법(center of gravity)으로 비퍼지화(defuzzification)를 적용한다.

한편 퍼지화부(fuzzification)는 입력을 싱글톤으로 하여 그 입력에 해당하는 소속함수값을 취하여 규칙의 후건부의 적합도(rule compatibility)를 계산한다. 추론방법은 적합도를 후건부 싱글톤 퍼지집합의 소속함수값으로 취하고 규칙마다 생성된 싱글톤 퍼지집합의 소속함수값의 합을 구한후 무게 중심법으로 비퍼지화 시킨다. 따라서 전체 퍼지 제어기의 입·출력 관계 $f(x)$는 다음 식으로 구해질 수 있다.

$$f(x) = \frac{\sum_{k=1}^{n} O_k \cdot \mu_k(x)}{\sum_{k=1}^{n} \mu_k(x)} \tag{1}$$

여기서,

n : 규칙의 갯수

μ_k : 전건부 퍼지집합의 소속함수값

O_k : 규칙 k의 후건부 퍼지집합의 소속함수값이 1인 위치의 출력값

x : 입력 벡터

이다.

지금까지 기술한 대상 퍼지제어기의 입·출력 관계는 특징점에서는 다른 소속함수값이 영(zero)이므로 후건부의 퍼지집합의 위치에 해당하는 값을 가지고 있음을 알 수 있다. 그러므로 규칙이라는 것은 특징점이 어떤 값에 mapping되라는 것을 정의한 것이고 퍼지집합의 소속함수값은 mapping의 관점에서 특징점과의 가까운 정도를 나타내는 것으로 볼 수 있다.

따라서 입·출력 관계에서 퍼지제어기를 만드는 문제는 1-입력 / 1-출력 시스템에서는 이차원상의 2

점을 연결하는 선이 모사되도록 2점의 mapping을 규칙의 전건부 퍼지집합, 즉 규칙에 사용된 언어변수를 정의하는 문제가 될 수 있고 2-입력 / 1-출력 시스템에서는 삼차원상의 4점을 연결하는 평면이 모사되도록 4점의 mapping을 정의한 규칙의 전건부 퍼지집합을 구하는 문제로 귀결된다.

2.2 1-입력/ 1-출력 시스템의 퍼지모델

그림 5와 같은 $y=f(x)$의 입·출력 관계를 퍼지모델화하기 위하여 특징점 C를 인접한 특징점 사이의 함수값이 두 특징점의 함수값 사이에 존재하게하는 범위에서 임의로 잡는다. k번째 특징점 C_k에 해당하는 퍼지집합F_k의 소속함수 μ_k는 구간 (C_{k-1}, C_{k+1})에서만 0이 아닌 값을 갖도록 한다(그림 6). 제어규칙은 각 특징점마다 하나씩

IF input is F_k, THEN output is $f(C_k)$

로 기술하는데, 특징점 C_k와 C_{k+1}사이에 입력 x가 들어왔을때 다른 퍼지집합의 소속함수값이 x에서 0이므로

IF input is F_k, THEN output is $f(C_k)$.
IF input is F_{k+1}, THEN output is $f(C_{k+1})$.

의 두개의 규칙만 유효함을 알 수 있고 출력값Y는 식(1)에 의하여

$$Y=\frac{f(C_{k+1})\cdot\mu_{k+1}(x)+f(C_k)\cdot\mu_k(x)}{\mu_{k+1}(x)+\mu_k(x)} \tag{2}$$

이 된다. 여기서, μ_k는 F_k의 소속함수값이다. 문제는 위 식에서 입력 x가 들어왔을때 $y=f(x)$를 만족하는 μ_k와 μ_{k+1}를 인간의 언어변수 개념과 유사하도록 선택하는 것이다.

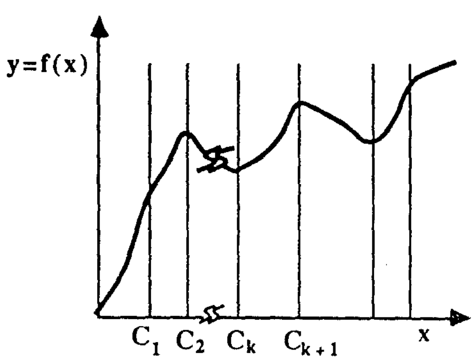


그림 5. 모사하려는 입·출력 관계
Fig. 5. I / O relation for reproduction

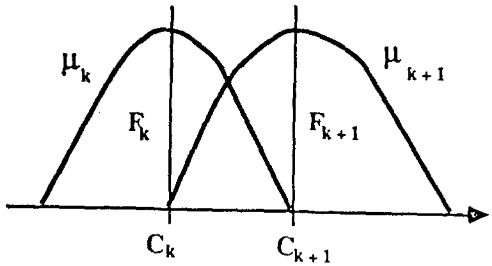


그림 6. 특징점과 그것의 퍼지집합
Fig. 6. charactristic point and its fuzzy set

한편 식(2)는 무수히 많은 해를 가질 수 있으므로 μ를 구한다는 것은 식(2)를 만족하고 아래의 인간의 언어변수 개념을 고려한 '소속함수 제한조건'을 만족시키는 해를 구하는 것이다. 여기서 소속함수 제한조건을 정의하면 다음과 같다.

〈소속함수 제한조건(Membership Function Constraint)〉

(1) $g_1(\mu_1)+g_1(\mu_2)+\cdots+g_1(\mu_n)=1$

여기서, n은 규칙의 갯수이고 g_1은 단조증가 함수이며 $g_1(0)=0$, $g_1(1)=1$을 만족하는 임의의 함수이다. 즉 하나의 원소가 한 퍼지집합에 속해 있을수록 다른 퍼지집합에는 속해 있지 않다는 개념이다.

(2) Maximize $J=Q_1\cdot g_2(\mu_1)+Q_2\cdot g_2(\mu_2)+\cdots+Q_n\cdot g_2(\mu_n)$

해가 될 수 있는 소속함수값 중에서 특징점에 거리상으로 가까울수록 그것의 퍼지집합의 소속함수값이 큰것으로, 즉 특징점과 mapping의 관점에서도 가까운것으로 선택되어야 한다. 여기서, g_2는 단조증가 함수이고 $g_2(0)=0$, $g_2(1)=1$인 임의의 함수이며, 가중치 Q_k는

$$Q_k=\frac{1}{\|C_k-x\|+\varepsilon},\quad(\varepsilon>0)$$

이다.

규칙이 두개만 유효한 1-입력/1-출력 시스템에서는 위의 제한조건 (1)로부터 유일해가 구해지므로 (2)의 조건은 필요없게 된다. 가령 $g_1(x)=x$로 놓고 풀면

$$\mu_k+\mu_{k+1}=1$$

이 된다. 이를 식(2)에 대입하여 풀면

$$\mu_k(x)=\frac{f(C_k)-f(x)}{f(C_k)-f(C_{k+1})} \tag{3}$$

$$\mu_{k+1}(x)=\frac{f(x)-f(C_{k+1})}{f(C_k)-f(C_{k+1})} \tag{4}$$

로 구할 수 있고 각 특징점마다 기술된 규칙과 그 규칙에서 사용된 언어변수가 정의되어 입·출력 관계에서 언어적 퍼지모델을 추출한 것이 된다.

2.3 2-입력/ 1-출력 시스템의 퍼지모델

그림 7과 같은 $y=f(x_1, x_2)$의 입·출력 관계를 퍼지모델화 하기위해 구간을 그림 8과 같이 한 사각형의 꼭지점의 집합을 B라고 하고, 꼭지점 4개에 둘러쌓인 영역을 A라고 하면 꼭지점의 각 값중에서 영역 A의 최대 최소값이 존재하도록 즉,

$$\max_{x \in A} f(x) = \max_{x \in B} f(x)$$
$$\min_{x \in A} f(x) = \min_{x \in B} f(x)$$

가 되도록 사각분할 한다. 이 꼭지점을 특징점이라고 정의하고 $x_1 = x_{1m}$, $x_2 = x_{2n}$에 위치한 특징점은 C_{mn} 이라고 한다. 또한 C_{mn}의 x_1값은 C_{1mn}, x_2값은 C_{2mn}이라고 할때 특징점 C_{mn}에 해당하고 퍼지집합 F_{mn}의 소속함수값이 0이 아닐 수 있는 구간은

$$x_1 \in (x_{m-1}, x_{m+1}),\ x_2 \in (x_{m-1}, x_{m+1})$$

로 정하고, 영역 A에서 $y=f(x_1, x_2)$가 주어졌을때 그 영역에서 0이 아닐 수 있는 특징점 C_{mn}, $C_{(m+1)n}$, $C_{m(n+1)}$, $C_{(m+1)(n+1)}$에 해당하는 소속함수값 F_{mn}, $F_{(m+1)n}$, $F_{m(n+1)}$, $F_{(m+1)(n+1)}$의 4등분중 하나씩 각각 구하는 문제를 다룬다. 같은 방법으로 모든 사각 영역에서 소속함수값을 구하면 모든 특징점에 해당하는 퍼지집합의 소속함수값을 구할 수 있게 된다.

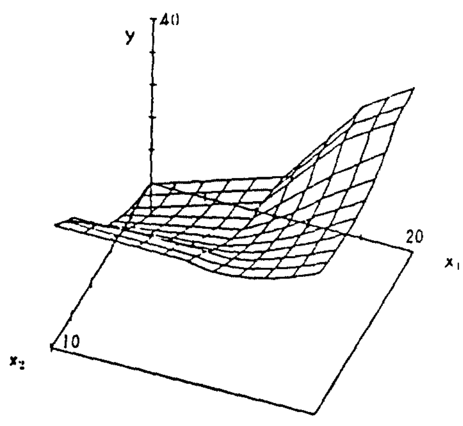
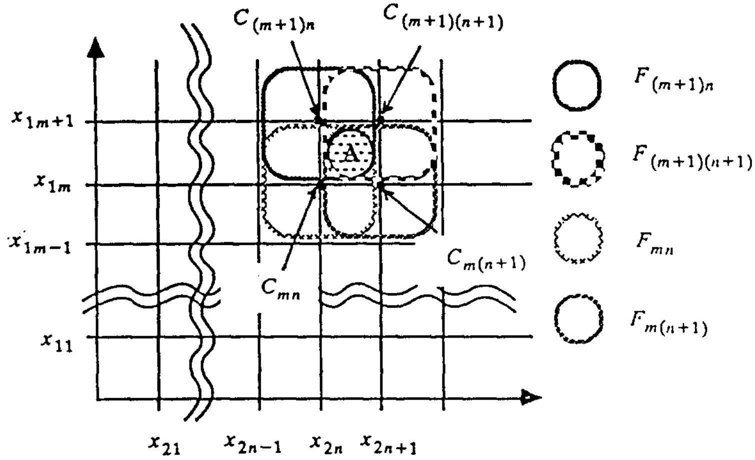


그림 7. 2-입력 / 1-출력 관계
Fig. 7. 2-input / 1-output relation



$$B = \{ C_{mn}, C_{m(n+1)}, C_{(m+1)n}, C_{(m+1)(n+1)} \}$$

그림 8. 입력 영역의 분할

Fig. 8. The partition of input region

제어규칙은 각 특징점마다 하나씩

IF input is F_{kl}, THEN output is $f(C_{1kl}, C_{2kl})$.

로 기술한다. (x_1, x_2)로 영역 A에 입력이 들어오면 나머지 퍼지집합의 소속함수는 0이 되므로

IF input is F_{mn}, THEN output is $f(C_{1mn}, C_{2mn})$.
IF input is $F_{m(n+1)}$, THEN output is $f(C_{1m(n+1)}, C_{2m(n+1)})$.
IF input is $F_{(m+1)n}$, THEN output is $f(C_{1(m+1)n}, C_{2(m+1)n})$.
IF input is $F_{(m+1)(n+1)}$, THEN output is $f(C_{1(m+1)(n+1)}, C_{2(m+1)(n+1)})$.

의 네개의 규칙만 유효하게 됨을 알 수 있다. 이때의 퍼지제어기의 출력 Y는 식(1)에 의해

$$\begin{aligned} Y_{x_1 x_2} = [&f(C_{1mn}, C_{2mn})\cdot\mu_{mn}(x_1, x_2) + f(C_{1(m+1)n}, C_{2(m+1)n})\cdot\mu_{(m+1)n}(x_1, x_2) \\ &+ f(C_{1m(n+1)}, C_{2m(n+1)})\cdot\mu_{m(n+1)}(x_1, x_2) \\ &+ f(C_{1(m+1)(n+1)}, C_{2(m+1)(n+1)})\cdot\mu_{(m+1)(n+1)}(x_1, x_2)]\cdot \\ &\cdot[\mu_{mn}(x_1, x_2) + \mu_{(m+1)n}(x_1, x_2) + \mu_{m(n+1)}(x_1, x_2) + \mu_{(m+1)(n+1)}(x_1, x_2)]^{-1} \end{aligned} \tag{5}$$

가 된다. 위 식을 만족하는 무수히 많은 μ_{mn}, $\mu_{(m+1)n}$, $\mu_{m(n+1)}$, $\mu_{(m+1)(n+1)}$중에 인간의 언어변수 개념에 유사하도록 2.2절에서 정의한 소속함수 제한조건(MF constraint)을 적용하여 각각의 소속함수를 구한다.

소속함수 제한조건에서 $g_1(x) = x^2$, $g_2(x) = x$로 놓고 풀면

$[x_1, x_2] \equiv x$

$\mu_{mn} = \mu_a,\ \mu_{(m+1)n} = \mu_b,\ \mu_{m(n+1)} = \mu_c,\ \mu_{(m+1)(n+1)} = \mu_d$

$f(C_{1mn}, C_{2mn}) = Y_a, f(C_{1(m+1)n}, C_{2(m+1)n}) = Y_b,$

$f(C_{1m(n+1)}, C_{2m(n+1)}) = Y_c, f(C_{1(m+1)(n+1)}, C_{2(m+1)(n+1)}) = Y_d$

라고 하면 식(5)는 아래와 같이 정리된다.

$$Y_x = \frac{\mu_a(x)\cdot Y_a + \mu_b(x)\cdot Y_b + \mu_c(x)\cdot Y_c + \mu_d(x)\cdot Y_d}{\mu_a(x) + \mu_b(x) + \mu_c(x) + \mu_d(x)} \tag{6}$$

이때 소속함수 제한조건 (1), (2)로 부터

$$\mu_a^2 + \mu_b^2 + \mu_c^2 + \mu_d^2 = 1 \tag{7}$$

$$J = Q_a\cdot\mu_a + Q_b\cdot\mu_b + Q_c\cdot\mu_c + Q_d\cdot\mu_d \tag{8}$$

를 얻는다. 문제는 주어진 입력값에 대하여 식(5)와 식(7)을 만족하는 $\mu_a, \mu_b, \mu_c, \mu_d$중에 식(8)을 최대화하는 소속함수값의 집합을 찾는 것이다.

$Y_a - f(x) = Y_a''$

$Y_b - f(x) = Y_b''$

$Y_c - f(x) = Y_c''$

$Y_d - f(x) = Y_d''$

라고 놓으면 식(6)은 다음과 같이 된다.

$$\mu_a\cdot Y_a'' + \mu_b\cdot Y_b'' + \mu_c\cdot Y_c'' + \mu_d\cdot Y_d'' = 0 \tag{9}$$

Lagrange multiplier P_1, P_2를 도입하여 식(7)과 식(8), 식(9)를 결합하면

$$J = Q_a\cdot\mu_a + Q_b\cdot\mu_b + Q_c\cdot\mu_c + Q_d\cdot\mu_d + P_1\cdot(\mu_a\cdot Y_a'' + \mu_b\cdot Y_b'' + \mu_c\cdot Y_c'' + \mu_d\cdot Y_d'') + P_2\cdot(1 - \mu_a^2 - \mu_b^2 - \mu_c^2 - \mu_d^2) \tag{10}$$

J를 최대화하기 위한 필요조건을 구하면

$$\frac{\partial J}{\partial \mu_a} = Q_a + P_1\cdot Y_a'' - 2P_2\cdot\mu_a = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mu_b} = Q_b + P_1\cdot Y_b'' - 2P_2\cdot\mu_b = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mu_c} = Q_c + P_1\cdot Y_c'' - 2P_2\cdot\mu_c = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mu_d} = Q_d + P_1\cdot Y_d'' - 2P_2\cdot\mu_d = 0 \tag{14}$$

위에서 μ_a, μ_b, μ_c, μ_d를 구하여 식(9)에 대입하면

$$\left[\frac{Q_a}{2P_2}+\frac{P_1\cdot Y_a^o}{2P_2}\right]\cdot Y_a^o+\left[\frac{Q_b}{2P_2}+\frac{P_1\cdot Y_b^o}{2P_2}\right]\cdot Y_b^o+\left[\frac{Q_c}{2P_2}+\frac{P_1\cdot Y_c^o}{2P_2}\right]\cdot Y_c^o$$

$$+\left[\frac{Q_d}{2P_2}+\frac{P_1\cdot Y_d^0}{2P_2}\right]\cdot Y_d^o=0$$

가 얻어지고 P_1에 대해서 풀면

$$P_1=-\frac{Y_a^o\cdot Q_a+Y_b^o\cdot Q_b+Y_c^o\cdot Q_c+Y_d^o\cdot Q_d}{Y_a^{o2}+Y_b^{o2}+Y_c^{o2}+Y_d^{o2}} \tag{15}$$

가 된다. 또한 μ_a, μ_b, μ_c, μ_d를 식(7)에 대입하면

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{P_2^2}\cdot(Q_a^2+Q_b^2+Q_c^2+Q_d^2)+\frac{P_1^2}{4P_2^2}\cdot(Y_a^{o2}+Y_b^{o2}+Y_c^{o2}+Y_d^{o2})$$

$$+\frac{P_1}{2P_2^2}\cdot(Q_a\cdot Y_a^o+Q_b\cdot Y_b^o+Q_c\cdot Y_c^o+Q_d\cdot Y_d^o)=1 \tag{16}$$

가 되고 P_2는 아래와 같이 구해진다.

$$P_2=\Big[Q_a^2+Q_b^2+Q_c^2+Q_d^2+P_1^2(Y_a^{o2}+Y_b^{o2}+Y_c^{o2}+Y_d^{o2})$$
$$+2P_1(Q_a\cdot Y_a^o+Q_b\cdot Y_b^o+Q_c\cdot Y_c^o+Q_d\cdot Y_d^o)\Big]^{\frac{1}{2}}$$

P_1, P_2를 식(11)~식(14)에 대입하면 인가된 입력에 대해 주어진 제어기의 출력이 나오게하는 소속함수의 값이

$$\mu_a=\frac{Q_a}{2P_2}+\frac{P_1}{2P_2},\qquad \mu_b=\frac{Q_b}{2P_2}+\frac{P_1}{2P_2}$$
$$\mu_c=\frac{Q_c}{2P_2}+\frac{P_1}{2P_2},\qquad \mu_d=\frac{Q_d}{2P_2}+\frac{P_1}{2P_2}$$

로 구해져 특징점마다 기술된 규칙의 언어변수를 정의할 수 있다.

Ⅲ. 수치예

3.1 1-입력/ 1-출력 시스템에서 언어적 퍼지모델 추출

플랜트의 상태 x에 대해서 운전자가 결정하는 조작량인 $f(x)$를 문제의 간략화를 위하여 그림 9의 $f(x)=x^3-4.5x^2+6x$로 주어진다고 가정하고 구간 $0<x<3$사이의 퍼지모델을 구해본다. 일단 $\frac{\partial f(x)}{\partial x}=0$에서 $x=1, 2$를 특징점으로 잡고 $x=0, 3$을 특징점에 추가한다. 즉 특징점은 $C_a=0$, $C_b=1$, $C_c=2$, C_d

$=3$이 되고, 특징점이 mapping될 값 $f(C)$는 $f(C_a)=0, f(C_b)=2.5, f(C_c)=2, f(C_d)=4.5$ 가 된다. 앞장의 방법으로 풀면 규칙은

IF input is F_a, THEN output is 0.
IF input is F_b, THEN output is 2. 5.
IF input is F_c, THEN output is 2.
IF input is F_d, THEN output is 4. 5.

이 되고 특징점과 mapping 의 관점에서 가까운 정도를 뜻하는 언어 변수 F_a, F_b, F_c, F_d는 그림 10과 같이 된다.

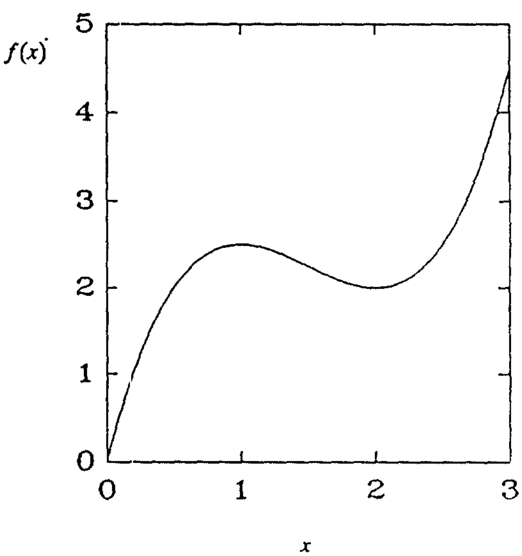


그림 9. 주어진 I / O 관계
Fig. 9. Given I / O relation

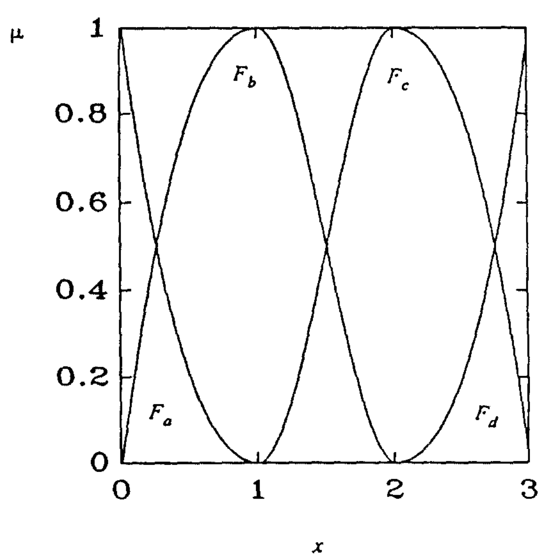


그림 10. 구해진 소속함수
Fig. 10. Abtained membership function

이번에는 $x=0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \cdots 2\frac{2}{3}, 3$ 의 점에만 $f(x)$값이 알려졌다고 가정하고 그값에서의 소속함수값을 구하고 소속함수를 선형 보간시키면 소속함수는 그림 11과 같이 되고 위의 제어규칙 및 소속함수로 구성된 퍼지제어기의 입·출력 관계는 그림 12와 같이 된다.

3.2 2-입력/ 1-출력 시스템에서 언어적 퍼지모델 추출

구간 $0<x_1<1$, $0<x_2<1$ 사이에 $f(x_1, x_2)=x_1+2x_2+1$(그림 13)의 언어적 퍼지모델을 추출해 보자. 사각형 구간의 꼭지점 4개를 특징점으로

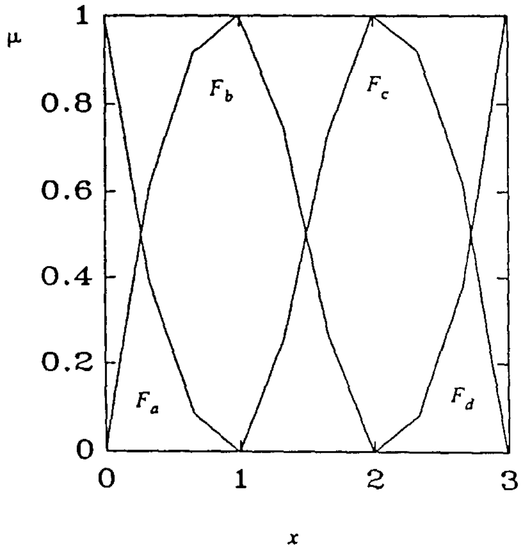


그림 11. 샘플 데이타에 의해 만들어진 소속함수
Fig. 11. The membership function from sample data

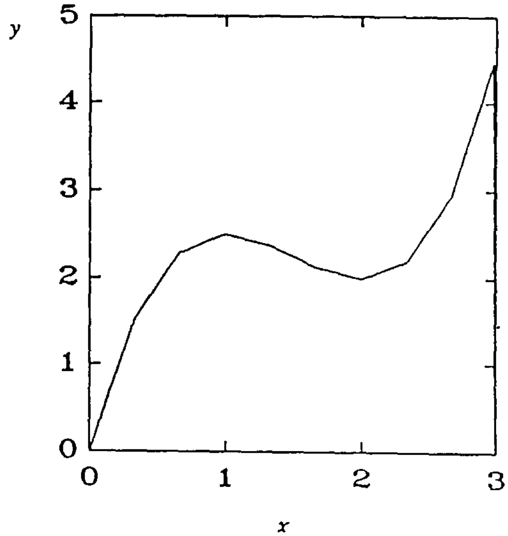


그림 12. 퍼지 제어기의 입·출력 관계
Fig. 12. The I / O relation of fuzzy controller

$C_a=(0, 0)$, $C_b=(0, 1)$, $C_c=(1, 0)$, $C_d=(1, 1)$로 잡고 앞장의 방법에 의해 F_a, F_b, F_c, F_d를 구한다. 결과적으로 $f(x_1, x_2)=x_1+2x_2+1$의 함수는 $0<x_1<1$, $0<x_2<1$ 구간에서 다음과 같은 언어적 퍼지 모델화 될 수 있다. 규칙은

IF input is F_a, THEN output is 1.
(입력이 (0,0)근처인 F_a에 있으면 약 1을 출력하시오.)

IF input is F_b, THEN output is 3.
(입력이 (0,1)근처인 F_b에 있으면 약 3을 출력하시오.)

IF input is F_c, THEN output is 2.
(입력이 (1,0)근처인 F_c에 있으면 약 2를 출력하시오.)

IF input is F_d, THEN output is 4.
(입력이 (1,1)근처인 F_d에 있으면 약 4를 출력하시오.)

이 되고 문장(규칙)에 사용된 언어변수, 즉 mapping의 관점에서 특징점과 얼마나 가까운가의 의미를 가진 F_a, F_b, F_c, F_d를 정의하는 소속함수는 그림 14와 같다.

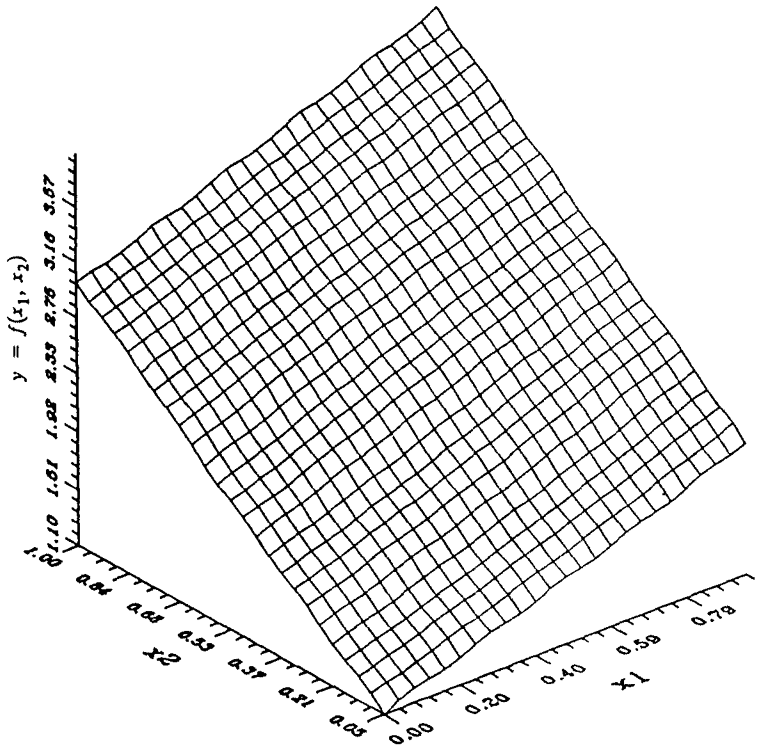
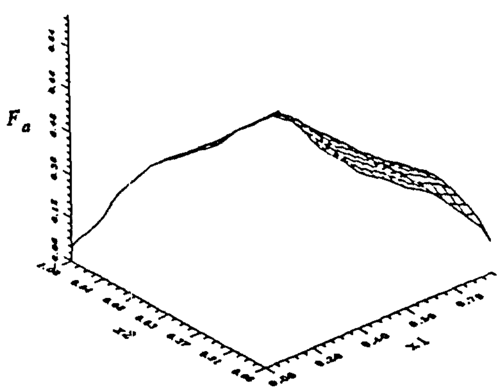
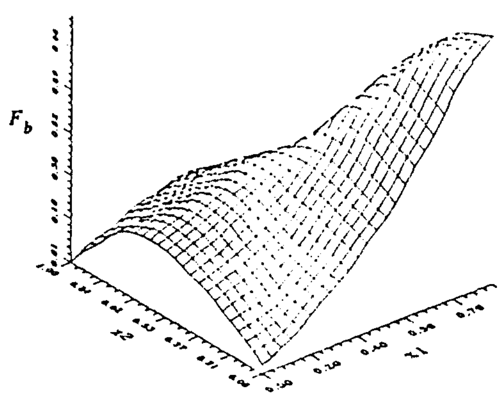


그림 13. 주어진 I / O 관계
Fig. 13. Given I / O relation





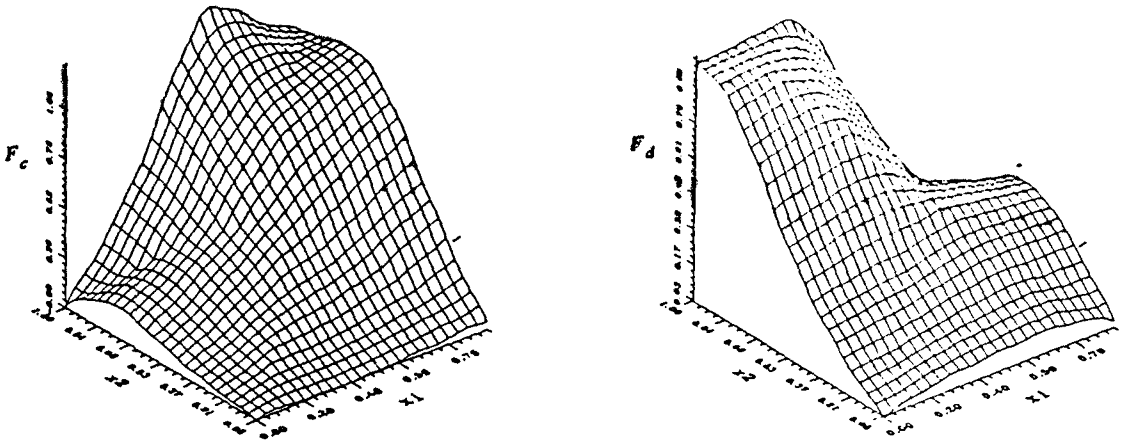


그림 14. 구해진 소속함수
Fig. 14. Abtained membership function

Ⅳ. 결 론

화력발전소 등과 같이 복잡한 시스템의 운전시 숙련자(expert)의 통상적인 제어조작 결과가 입·출력 데이타의 형태로 주어질 수 있고 이는 보간(interpolation)에의해서 함수로 표시된다.

본 논문에서는 제어기의 입·출력 관계가 함수로 주어졌을때 그것을 모사하는 언어적 퍼지모델을 구하기 위하여 소속함수의 모양을 체계적으로 생성시킬 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 주어진 함수를 근사화시키는 소속함수의 모양의 집합은 무수히 많이 정의될 수 있지만 소속함수 제한조건(MF constraint)의 개념을 도입해 최적화 기법으로 언어적 변수의 속성을 정의하는 소속함수를 구하였다. 이를 보이기위해 1-입력 / 1-출력과 2-입력 / 1-출력의 경우에 모의실험을 통해 그 유용성을 보였다.

참 고 문 헌

1. M. Sugeno, Ed., "*Industrial Application of Fuzzy Control,*" Amsterdam : North-Holland, 1985.
2. 정 병현, 이 지홍, "퍼지 제어기 해석에 관한 연구," 한국 퍼지 시스템 학회 추계학술대회 발표 논문집, pp. 151-155, 1991.
3. T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybern.*, vol. SMC-15, no. 1, Jan., 1985.
4. H. J. Zimmermann, "*Fuzzy Set Theory & Its Applications,*" Kluwer, 1985.
5. Y. Nakamura, "*Advanced Robotics-Rudundancy and Optimization,*" Addison-Wesley Publishing Company, 1991.