응용통계연구제 5권 2호
1992년 pp 193-209

두 개의 부품으로 구성된 시스템의 단계적 충격생명검사에 관한 연구1)

이석훈2), 박래현2), 박희창3)

<요 약>

정상조건에서 수명이 상당히 긴 두 개의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 생명검사(Life Test)를 현실적으로 수행하기 위하여 제안된 단계적 충격생명검사에 관하여 고찰하였다. 모형화 단계에서 우리는 특별히 시스템내에서 작동하는 두 부품의 수명을 나타내는 확률변수가 Block과 Basu(1974)에 의해서 제안된 이변량 지수분포를 따르는 경우를 논의하여, 이에 상응하는 충격누적에 관련된 기존모형을 변형 제안하였고, 직렬형 시스템내의 부품간 수명의 종속관계를 포함하는 정보와 부품의 독자적인 생명검사로부터 얻는 정보를 통합하는 모형을 제안하여 시스템내에서 갖는 부품의 분포에 관하여 논의하였다. 한편 자료분석 단계에서는 기본적으로 최대우도 추정법을 초기값의 설정방법을 중심으로 토의하고 모수의 근사 분산, 공분산의 구조를 이용하여 단순검사의 최적시점을 설정하는 방안을 제시하였다.

1. 서 론

일반적으로 수명이 긴 시스템의 생명검사(Life Test)에 있어서는 시간과 비용의 문제를 해결하기 위하여 가속화된 충격생명검사(Accelerated Life Testing : ALT)방법을 종종 사용하게 된다. ALT는 관심 있는 시스템을 정상조건보다 열악한 어떤 정해진 조건에서 검사하여 자료를 얻는 고정 충격생명검사(Constant-Stress Life Test : CSLT)와 적당한 시간 간격을 두어 단계적으로 조건을 변화시키면서 시스템 수명을 검사하는 단계적 충격생명검사(Step-Stress Life Test : SSLT)로 구별된다. 여기서 조건이라는 표현을 충격생명검사가 원래 제안된 원어에 일치시키고자 충격이라는 표현과 혼용하기로 한다. CSLT와 SSLT 모두 궁극적으로 목표하는 것은 정상충격에서의 시스템에 관한 추론이므로 검사의 결과에 외삽법(extrapolation)을 적용하게 되며 따라서 추론과정에 모형의존성이 크다는 문제점이 있다. ALT는 주로 공학분야에서 많이 보여지는데 생산품의 수명이나 그 성능의 검사 또는 생산 공정의 비교를 위하여 주로 사용된다.

우리는 이 논문에서 특별히 SSLT에 관하여 관심을 둔다. SSLT에 대한 연구로는

---

1) 본 연구는 한국과학재단 연구과제 KOSEF-911-0105-002-1에 의하여 지원 받았습.
2) 305-764 대전직할시 유성구 궁동 충남대학교 자연과학대학 통계학과 부교수
3) 305-764 대전직할시 유성구 궁동 충남대학교 자연과학대학, 통계학과 박사과정

고장 요인이 하나인 시스템, 즉 한 개의 부품으로 이루어진 시스템에 관하여 Nelson (1980), DeGroot와 Goel(1979), Miller와 Nelson(1983), 이석훈(1989),배도선 등(1989)에 의하여 수행되어 왔는데 Nelson과, DeGroot와 Goel은 모형의 제안 및 분석방법을, 이석훈은 모형의 발전 및 검사계획을, Miller와 Nelson, 배도선 등은 검사계획을 각각 토의하였다. 한편 배도선과 전영록(1990)은 고장요인이 다수인 직렬형 시스템에 관하여 충격이 두 개로 이루어진 소위 단순 단계적 충격생명검사(Simple Step Stress Life Testing)의 검사계획을 논의하였고, 이석훈 등(1992)은 고장요인이 두 개인 병렬형 시스템의 단순SSLT의 검사계획을 연구하였다. 여기서 시스템을 구성하는 부품의 수명을 시스템의 고장요인들로 생각하기로 하면 이들 연구는 시스템을 구성하는 부품의 수명이 서로 독립이라는 가정 아래에서 수행되었다.

이와 같은 연구 결과들로부터 우리는 한 부품의 수명이, 함께 작동하는 다른 부품에 의해서 영향을 받는 부품들로 구성된 시스템의 SSLT에 대한 연구가 필요하다고 판단하고 이 논문에서 특별히 두 개의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 SSLT에 관심을 두고 모형의 개발 및 자료의 분석과정 그리고 검사계획에 관한 연구를 수행하여 SSLT의 사용자들에게 보다 넓은 선택의 폭을 제시하며 또한 생명검사 자료분석에서 독립성의 가정이 합당한가에 관한 통계학의 오랜 논의를 SSLT에 도입하는 계기가 되도록 하였다. 2절에서는 관련된 모형을 개별적으로 논의하고, 3절에서는 자료분석과정을 소개하여 관심있는 모수의 추정을 논하고 이를 실제로 적용해 보이며, 4절에서는 검사계획에 관하여 토의한다.

2. 모형

SSLT로부터 획득된 자료를 통계적으로 분석하는 목적은 검사대상인 시스템이나, 그 부품이 정상적인 충격 아래에서 사용될 때 나타나는 수명분포에 관하여 추론하는 것이다. 이를 위하여 정상적인 충격 아래에서 시스템이 갖는 수명분포와 인위적으로 가해지는 충격 아래에서 갖게 되는 수명분포사이의 관계를 설정하는 모형과 SSLT에서 충격이 단계적으로 변화(대개의 경우는 강하여지는 쪽으로 변화한다.)할 때 그 충격이 시스템의 수명에 미치는 효과를 설정하는 모형이 필요하게 된다.

2.1 기호의 정의

1) X : 시스템내에서 작동하는 부품 1의 수명을 나타내는 확률변수
Y : 시스템내에서 작동하는 부품 2의 수명을 나타내는 확률변수
V_j : 단계 j에서 사용되는 충격 $(j=1,2,\ldots,k)$
τ_j : 충격 V_j가 끝나고 충격 V_{j+1}이 시작되는 시점
N : 검사에 투입되는 시스템의 총수

N_0 : 검사에 투입되어 고장이 예상되는 시스템의 총수
$n_{(.)}$: 고장난 시스템의 총수
$n_{(.l)}$: 부품 l로 인하여 고장난 시스템의 수 (l=1,2)
$n_{(j)}$: 충격 V_j에서 고장난 시스템의 수
$S_{(j)}$: 단계 j에서 고장나지 않은 시스템의 수
$n_{(jl)}$: 충격 V_j에서 부품 l로 인하여 고장난 시스템의 수 (l=1,2)
t_{jlm} : 단계 j에서 부품 l로 인하여 고장난 m번째 시스템의 수명 ($m=1,2,\ldots,n_{(jl)}$)
T_j : 단계 j에서 고장난 시스템의 수명의 합
$S_j(x,y)$: 충격 V_j에서 시스템 내에서 부품 1과 부품 2가 갖는 결합수명분포
$S_A(x,y)$: 충격 V_j들과 변경시점 τ_j가 주어진 상황에서 시스템내에서 부품 1과 부품 2의 결합수명분포

2) X^c : 부품 1이 독자적인 작동을 할 때 갖는 수명의 확률변수
Y^c : 부품 2가 독자적인 작동을 할 때 갖는 수명의 확률변수
V_c : 부품의 독자적인 수명검사에서 사용되는 충격
N^c_1 : 부품 1의 검사 총수
N^c_2 : 부품 2의 검사 총수
$N^c_.$: $N^c_1 + N^c_2$
T^c_j : 부품 j의 수명의 합

2.2 이 변량 결합수명분포의 가정

충격 V_j에 노출된 두 개의 부품으로 구성된 시스템의 수명분포는 두 개의 부품의 수명이 따르는 결합수명분포에 의해서 유도된다. 따라서 두 개의 부품의 수명이 따르는 이변량 결합수명분포를 가정하는 것이 우리의 관심사를 해결하는 모형화 1단계 작업이 된다. 그 동안 독립성의 가정을 토대로 수행된 연구 결과들이 모두 지수분포를 사용했던 것을 감안하여 우리는 이변량 결합지수모형들을 검토하였는데 이들 중에서 Block과 Basu(1974)가 제안한 절대연속 이변량 지수모형(Absolutely Continuous Bivariate Exponential Model : ACBVE)이 SSLT에 현실적으로 그리고 수리적인 용이성에 있어서 적절하다고 판단하였다. 여기서 현실적이란 뜻은 주관적인 시각의 차이가 있겠지만 Basu와 Ebrahimi(1987)이 CSLT에서 주장한 바대로 두 부품의 수명이 이루는 상관계수는 일반적으로 충격과 무관하다고 보는 관점을 받아들이는 것을 의미하고 수리적인 용이성은 뒤에서 제안되는 충격의 누적효과를 설명하는 모형의 개발에 편리하다는 것을 뜻한다.

Block과 Basu의 절대연속인 이변량 결합지수모형은 Marshall과 Olkin(1967)에 의해

서 제안된 이변량 지수모형에서 주변분포가 지수분포로 되는 것을 포기하는 대신 주변분포가 절대연속이 되도록 변형한 것으로 지수분포의 특징인 무기억 성질(Loss of Memory Property : LMP)을 갖고 있다.

X,Y를 각각 부품 1과 2의 시스템내에서의 수명을 나타내는 확률변수라고 정의하였으므로 이들이 ACBVE를 따른다고 하면 (X,Y)의 수명분포 S(x,y)는

$$S(x,y)=\frac{\lambda}{(\lambda_1+\lambda_2)}exp(\lambda_1 x-\lambda_2 y-\lambda_3 max(x,y))-\frac{\lambda_3}{(\lambda_1+\lambda_2)}exp(-\lambda max(x,y)) \quad \text{for } x,y>0,\ \lambda=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3 \tag{2.1}$$

으로 주어지며 잘 알려진 특징들이 다음과 같이 요약된다.

① 결합확률밀도함수

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \frac{\lambda_1\lambda(\lambda_2+\lambda_3)}{\lambda_1+\lambda_2}exp\{-\lambda_1 x-(\lambda_2+\lambda_3)y\} \quad \text{if } x<y \\ &= \frac{\lambda_2\lambda(\lambda_1+\lambda_3)}{\lambda_1+\lambda_2}exp\{-(\lambda_1+\lambda_3)x-\lambda_2 y\} \quad \text{if } x>y \end{aligned} \tag{2.2}$$

② T=min(X,Y)는 지수분포를 따르며 평균이 $1/\lambda$이다.

③ S(x,y)는 다음과 같은 LMP를 갖는다.

$$S(x+t,y+t)=S(x,y)S(t,t) \quad \text{for } x,y,t>0 \tag{2.3}$$

④

$$E(X)=\frac{1}{\lambda_1+\lambda_3}+\frac{\lambda_2\lambda_3}{\lambda(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_3)} \tag{2.4}$$

$$E(Y)=\frac{1}{\lambda_2+\lambda_3}+\frac{\lambda_1\lambda_3}{\lambda(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_2+\lambda_3)} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned} \rho_{XY}=Corr(X,Y)= &\ \lambda_3\{(\lambda_1^2+\lambda_2^2)\lambda+\lambda_1\lambda_2\lambda_3\}\{(\lambda_1+\lambda_2)^2\lambda^2+ \\ &\ \lambda_2\lambda_3(2\lambda_1\lambda+\lambda_2\lambda_3)\}^{-1/2}\{(\lambda_1+\lambda_2)^2\lambda^2+ \\ &\ \lambda_1\lambda_3(2\lambda_2\lambda+\lambda_1\lambda_3)\}^{-1/2} \\ &\ (0\le\rho_{XY}\le 1) \end{aligned} \tag{2.6}$$

2.3 충격과 수명과의 관계

일반적으로 널리 쓰여지고 있는 모형으로는 Power Rule 모형, Arrehenius Reaction Rate 모형, Eyring 모형 등이 있고 Klein과 Basu(1982)가 이를 일반화한 모형을 소개한 바 있다. 특별히 SSLT에서는 대부분 연구가 Inverse Power Law를 가정하였는데 우리도 역시 이것을 가정하여 다음의 관계식을 세운다.

$$\lambda_{jl} = C_l V_j^p \quad (l = 1,2,3,\ j = 1,2,\cdots,k) \tag{2.7}$$

따라서 2.2절의 충격 V_j아래에서의 결합수명분포는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} S_j(x,y) &= \frac{C}{(C_1+C_2)} exp[-V_j^p\{C_1x + C_2y + Cmax(x,y)\}] \\ &- \frac{C_3}{C_1+C_2} exp\{-CV_j^p max(x,y)\} \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\text{for} \quad x,y>0,\ C = C_1 + C_2 + C_3$$

이와 같은 가정에 따르면 우리는 각 부품의 주변평균수명(Marginal Mean Life Time) 역시 Inverse Power Law를 따르게 되며 또한 앞에서 모형선택의 이유로 제시하였던 X와 Y의 상관계수도 V_j에 관하여 독립이 되도록 할 수 있게 되어 우리가 지향하는 특성을 모두 만족시키게 된다.

$$E_j(X) = \{\frac{1}{C_1+C_3} + \frac{C_2C_3}{C(C_1+C_2)(C_1+C_3)}\}\frac{1}{V_j^p} \tag{2.9}$$

$$E_j(Y) = \{\frac{1}{C_2+C_3} + \frac{C_1C_3}{C(C1+C2)(C2+C3)}\}\frac{1}{V_j^p} \tag{2.10}$$

$$\rho_j = \frac{C_3\{(C_1^2+C_2^2)C + C_1C_2C_3\}}{\{(C_1+C_2)^2C^2 + C_2C_3(2C_1C+C_2C_3)\}^{1/2}\{(C_1+C_2)^2C^2 + C_1C_3(2C_2C+C_1C_3)\}^{1/2}} \tag{2.11}$$

$$(0 \le \rho_j \le 1)$$

2.4 누적되는 충격과 수명과의 관계의 모형

ALT중에서 특별히 SSLT에만 요구되는 것으로 그 동안 Nelson(1980)이 제안한 누적 노출 모형(Cumulative Exposure Model : CE모형)과 DeGroot와 Goel의 모형 두 가지가 주로 사용되어 왔다. 이석훈(1989)이 Bhattacharyya(1987)의 의견을 참조하여 두 모형을 비교하였는데 제안된 두 모형 모두 고장요인이 하나인, 즉 한 개의 부품으로 구성된 시스템을 대상으로 세워진 모형이다. 배도선과 전영록(1990)이 다수의 고장요인을 갖는 시스템을 토의하였으나, 그들은 부품간의 독립을 가정하였으므로 부품마다 개별적으로 CE모형을 가정하였다. 이에 우리는 상호 종속적인 부품으로 구성된 직렬형 시스템에 누적되는 충격의 영향을 계량적으로 설명하는 이변량 CE모형을 다음과 같이 확장 제안하였다. 충격 $V_1,\cdots,V_k$와 시점 $\tau_1,\cdots,\tau_k$가 주어진 SSLT에서 직렬형 시스템 내의 두 부품의 결합수명분포를 나타내는 $S_A(x,y)$는 다음과 같이 된다.

$$
\begin{aligned}
S_A(x,y) &= S_1(x,y), \quad 0<\min(x,y)<\tau_1 \\
&= S_2((x-\tau_1)+r_1,\ (y-\tau_1)+r_1), \quad \tau_1 \le \min(x,y) < \tau_2 \\
&\ \ \vdots \\
&= S_k((x-\tau_{k-1})+r_{k-1},\ (y-\tau_{k-1})+r_{k-1}), \quad \tau_{k-1} \le \min(x,y) < \tau_k
\end{aligned} \tag{2.12}
$$

, r_j 는 $S_A(\tau_j,\tau_j)=S_{j+1}(r_j,r_j)$ 를 만족하는 값이다.

그런데 ACBVE가 갖는 LMP의 성질을 사용하면

$$
\begin{aligned}
S_j\ &((x-\tau_{j-1})+r_{j-1},\ (y-\tau_{j-1})+r_{j-1}) \\
&= S_j(x-\tau_{j-1},\ y-\tau_{j-1})S_j(r_{j-1},r_{j-1}) \\
&= S_j(x-\tau_{j-1},\ y-\tau_{j-1})S_A(\tau_{j-1},\ \tau_{j-1}), \quad \tau_{j-1} < \min(x,y) < \tau_j
\end{aligned} \tag{2-13}
$$

가 되어 실제로 r_j 를 구할 필요가 없게 되는 것을 알 수 있다.

2.5 모수와 검사방법

우리는 두 개의 부품이 시스템을 이루고 작동할 때 그 부품들의 수명, 즉 X와 Y의 이변량 결합수명분포를 ACBVE로 가정하고, Inverse Power Law와 이변량 CE모형을 사용한 SSLT에서 X와 Y가 따르는 분포 $S_A(x,y)$가 다음과 같이 유도된다.

$$
\begin{aligned}
S_A(x,y) &= \frac{C}{(C_1+C_2)} exp\{-V_1^p(C_1x+C_2y+C_3m)\} - \frac{C_3}{(C_1+C_2)} exp(-V_1^pCm) \\
&\qquad\qquad ,0<\min(x,y)<\tau_1 \\
&= [\frac{C}{(C_1+C_2)} exp\{-V_2^p(C_1x+C_2y+C_3m)\} - \frac{C_3}{(C_1+C_2)} exp(-V_1^pCm)] \\
&\qquad \times exp\{C\tau_1(V_2^p-V_1^p)\} \qquad ,\tau_1<\min(x,y)<\tau_2 \\
&\ \ \vdots \\
&= [\frac{C}{(C_1+C_2)} exp\{-V_k^p(C_1x+C_2y+C_3m)\} - \frac{C_3}{(C_1+C_2)} exp(-V_k^pC_m)] \\
&\qquad \times \prod_{j=1}^{k-1} exp\{Ctau_j(V_{j+1}^p-V_j^p)\} \qquad ,\tau_{k-1}<\min(x,y)<\tau_k \\
&\qquad ,\text{여기서 } m=\max(x,y)\text{이다.}
\end{aligned} \tag{2.14}
$$

여기서 우리는 한 가지 사실을 주목하여야 한다. 그것은 이 시스템이 직렬형이기 때문에 실제로 우리가 관찰하는 것은 T = min(X,Y)와 indicatior인 I $=I_{(X<Y)}$가 되며 따라서 상호의존적인 두 개의 부품으로 구성된 직렬형 시스템의 독립성 검정이 불가능(untestability of independence)하게 된다는 것이다. 다시 말하면, 이 검사를 통하여 얻은 정보만으로는 의존성을 모수로 포함하고 있는 모형의 최대 우도 추정량을 얻을

수 없게 되는 것이다. 이와 같은 현상을 이석훈과 Klein(1988,1989)이 토의하고 그 대안을 제안하였는데, 그들은 시스템 내에서 다른 부품과 함께 작동하는 한 부품의 수명분포와 실험실과 같이 통제된 장치에서 일개 부품이 단독적으로 검사될 때 보여지는 수명분포는 다르다고 생각하였다. 예를 들면, 부품회사로부터 부품들을 납품받는 조립공장을 생각하면 각 부품회사는 자체검사 설비로부터 부품의 신뢰도를 구할 것이며, 직렬형 시스템의 조립공장은 그들대로 시스템의 신뢰도를 구하게 되는 현장을 생각해 볼 수 있다. 이와 같은 상황에서 그들은 양쪽의 정보를 통합하여 의존성을 나타내는 모수를 포함하고 있는 분포의 관심있는 모든 모수를 추정하였다.

따라서 우리도 그들의 생각을 따라서 부품 개별적인 검사를 수행하도록 하여 이들로부터 정보를 획득할 것을 제안한다. 따라서 우리는 각 부품의 수명 즉 X^c, Y^c가 고장율이 λ_1, λ_2인 지수분포를 따르는 것으로 가정하고자 한다. 이러한 가정의 하나의 설명은 부품의 독자적 검사 상태는, 시스템내에서 함께 작동하기 때문에 발생하는 의존성이 없는 상태, 즉 서로 독립적으로 작동하는 상태이므로 ACBVE에서 독립인 경우의 주변분포를 각각 가정하였다. 충격과 고장율과의 관계로는 역시 Inverse Power Law를 가정하고 V_c를 특별히 부품의 검사시 주어진 충격이라고 하면 $\lambda_i = C_i V_c^P$ $(i=1,2)$로 쓰여진다. 물론 부품의 생명검사에서도 일반화된 SSLT를 수행할 수도 있겠으나 이 논문에서는 우리의 관심이 시스템의 SSLT이므로 부품은 단순한 생명검사로 하기로 하였다. 부품의 SSLT는 앞에서 열거한 연구결과들을 참조하면 될 것이다.

3. 분 석

3.1 자 료

검사를 수행하며 얻게 되는 자료로는 먼저 k개의 충격이 정하여진 시간 $\tau_1, \cdots, \tau_{k-1}$에 따라 변하면서 행해지는 SSLT에 처음 N개의 시스템이 투입되어 j번째 단계에서 부품 l로 인하여 고장나는 시스템의 수명인 t_{jlm}를 얻는다. 이때 $j=1,2, \cdots, k$ 이고 $l=1,2$ 이며 $m=1,2,\cdots,n_{jl}$ 이다. 또한 N^c_1개의 부품이 투입되는 부품 독자적인 검사에서 우리는 각 부품의 수명인 X^c_l, Y^c_m을 얻는다. 여기서 $l=1,\cdots,N^c_1$, $m=1,\cdots,N^c_2$가 된다.

3.2 최대 우도 추정

2절의 모형을 받아들이고 충격 $V_1,\ldots,V_k$, 시간 $\tau_1,\cdots,\tau_k$에 의해서 주어지는 SSLT 아래에서 얻은 (3.1)절의 자료로부터 모수 C_1, C_2, C, P의 대수우도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}\log L &= n_{(\cdot)}\{\log C - \log(C_1+C_2)\} \\ &+ (n_{(\cdot 1)}+N_1^C)\log C_1 + (n_{(\cdot 2)}+N_2^C)\log C_2 \\ &+ \sum_{j=1}^{k} n_{(j)} P \log V_j \\ &- \sum_{j=1}^{k} C V_j^P \{T_j + S_{(j)}(\tau_j-\tau_{j-1}) - n_{(j)}\tau_{j-1}\} \\ &+ (N_1^C+N_2^C) P \log V_c \\ &- (C_1 T_1^C + C_2 T_2^C) V_c^P\end{aligned} \tag{3.1}$$

C_1과 C_2, C 그리고 P의 최대 우도 추정량은 (3.1)의 대수우도함수를 각 모수에 관하여 편미분한 네 개의 우도방정식의 해로써 얻어진다. 이들 추정량의 근사 분산,공분산은 정보행렬의 역행렬로부터 얻어진다. 먼저,

$$A_j = exp\{-CV_j^P(\tau_j-\tau_{j-1})\} \quad (j=1,2,\cdots,k),$$

$$A = -\sum_{j=1}^{k} V_j^P \log V_j \{T_j + S_{(j)}(\tau_j-\tau_{j-1}) - n_{(j)}\tau_{j-1}\},$$

$$\begin{aligned}B = &-\sum_{j=1}^{k} C V_j^P (\log V_j)^2 \{T_j + S_{(j)}(\tau_j-\tau_{j-1}) - n_{(j)}\tau_{j-1}\} \\ &+ (C_1 T_1^c + C_2 T_2^c) V_c^P (\log V_c)^2\end{aligned}$$

이라 할 때 우리는 다음의 값을 쉽게 구할 수 있는데

$$\begin{aligned}E[n_{(\cdot)}] &= N(1-\prod_{j=1}^{k} A_j) \\ E[n_{(.1)}] &= \frac{C_1}{(C_1+C_2)} E[n_{(.)}] \\ E[n_{(\cdot 2)}] &= \frac{C_2}{C_1+C_2} E[n_{(\cdot)}] \\ E[A] &= -\frac{N}{C}\sum_{j=1}^{k} \log V_j (\prod_{i=1}^{j-1} A_i - \prod_{i=1}^{j} A_i) \\ E[B] &= -N\sum_{j=1}^{k} (\log V_j)^2 (\prod_{i=1}^{j-1} A_i - \prod_{i=1}^{j} A_i) + (N_1^c+N_2^c)(\log V_c)^2\end{aligned} \tag{3.2}$$

여기서 각 항들을 직관적으로 설명할 수 있도록 시스템이 단계 j에서 고장날 확률인 $(\prod_{i=1}^{j-1} A_i - \prod_{i=1}^{j} A_i)$를 B_j라고 놓자. 그리하면 $1-\prod_{j=1}^{k} A_j = \sum_{j=1}^{k} B_j$가 성립되고 B_j들의 표준화된 값을 $b_j = B_j/(\sum_{j=1}^{k} B_j)$로 놓고, 검사 중에 고장이 예상되는 시스템의 수 $N(\sum_{j=1}^{k} B_j)$를 N_0

으로 놓기로 하면 근사 분산, 공분산은 다음과 같아진다.

$$AVar(\hat{C}) = \frac{C^2}{N_0} \frac{\sum(\log V_j)^2 b_j}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2]}$$

$$AVar(\hat{P}) = \frac{1}{N_0} \frac{1}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$AVar(\hat{C}_1) = \frac{C_1^2}{N^c_{\cdot}} \frac{Q_1}{Q_1+Q_2} + \frac{C_1^2}{N_1^c} \frac{Q_2}{Q_1+Q_2} + \frac{C_1^2}{N_o} \frac{(\log V_c)^2}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}.$$

$$AVar(\hat{C}_2) = \frac{C_2^2}{N^c_{\cdot}} \frac{Q_1}{Q_1+Q_2} + \frac{C_2^2}{N_2^c} \frac{Q_2}{Q_1+Q_2} + \frac{C_2^2}{N_o} \frac{(\log V_c)^2}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$ACov(\hat{C}, \hat{P}) = -\frac{C}{N_0} \frac{\sum(\log V_j) b_j}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2} \tag{3.3}$$

$$ACov(\hat{C}_1, \hat{C}_2) = \frac{C_1 C_2}{N^c_{\cdot}} \frac{Q_1}{Q_1+Q_2} + \frac{C_1 C_2}{N_o} \frac{(\log V_c)^2}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$ACov(\hat{C}_1, \hat{P}) = -\frac{C_1}{N_0} \frac{(\log V_c)^2}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$ACov(\hat{C}_2, \hat{P}) = -\frac{C_2}{N_0} \frac{(\log V_c)^2}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$ACov(\hat{C}, \hat{C}_1) = \frac{CC_1}{N_0} \frac{(\log V_c) \sum(\log V_j) b_j}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

$$ACov(\hat{C}, \hat{C}_2) = \frac{CC_2}{N_0} \frac{(\log V_c) \sum(\log V_j) b_j}{\sum(\log V_j)^2 b_j - \{\sum(\log V_j) b_j\}^2}$$

여기서 $Q_1 = \frac{N_0 N^c_{\cdot}}{C_1 C_2 (C_1 + C_2)^2}$, $Q_2 = \frac{N_1^c N_2^c}{C_1^2 C_2^2}$ 이고, 합 기호는 j가 1에서 k까지를 의미한다. Q_1과 Q_2는 Q_1+Q_2가 C_1과 C_2에 관한 정보행렬에서의 행렬식 값을 의미하는데 Q_1은 C_1과 C_2에 관한 시스템으로부터의 정보와 부품검사로부터의 정보의 곱으로 얻어진 것이다. Q_2는 부품검사로부터의 정보들만의 곱으로 얻어지는 값으로 해석할 수 있다. 위의 분산, 공분산의 공식에 나타나는 $\sum_{j=1}(\log V_j)^2 b_j - \{\sum_{j=1}(\log V_j) b_j\}^2$은 $\sum b_j = 1$이므로 $\log V_j$의 분산을 의미한다. 즉 단계별 시스템의 고장비율을 가중치로 생각할 때 검사에 사용되는 단계별 충격의 log값의 다양함을 나타내는데 이 값이 클수록 추정량들의 분산이 작아짐을 보여준다. 이는 SSLT의 가장 큰 문제인 외삽법을 극복하는 한 방법으로 넓은 범위의 충격들을 검사에 사용할 때 얻는 효과의 한 면을 보여준다.

3.3 가중 최소 자승 추정

비선형 우도방정식을 수치적으로 풀기 위하여 초기값이 필요하게 되는데 이를 위하여 우리는 가중 최소 자승 추정량을 자료로부터 얻을 것을 제안한다. 충격 V_j에서 가정된 임의의 시스템의 고장율 CV_j^P인 것과 ACBVE의 LMP성질로부터 CV_j^P의 추정량이 $M_j=n_{(j)}/\{T_j+S_{(j)}(\tau_j-\tau_{j-1})-n_{(j)}\tau_{j-1}\}$이고 이것의 근사 분산이 $1/n_{(j)}$인 것을 얻을 수 있다. 그리하여 $\log CV_j^P=\log C+P\log V_j$로부터 $\log M_j=\log C+P\log V_j+e_j$이고 e_j는 평균이 0, 분산이 $1/n_{(j)}$인 회귀모형을 세울 수가 있다.

$$F_1=\begin{bmatrix}1 & \log V_1\\ 1 & \log V_2\\ & \vdots\\ 1 & \log V_k\end{bmatrix}\qquad F_2=\begin{bmatrix}\log M_1\\ \log M_2\\ \vdots\\ \log M_k\end{bmatrix}$$

$W=diag\{1/n_{(1)},\ 1/n_{(2)},\cdots,1/n_{(k)}\}$ 라고 할 때

이로부터 $\beta=(\log C,P)$의 가중 최소 자승 추정량은 $[F'_1W^{1}F_1]^{1}F'_1W^{1}F_2$가 된다. 이 때 $n_{(j)}=0$인 경우는 $\log M_j$가 대단히 작은 값이 되지만 가중치가 0으로 주어지게 되므로 자동적으로 제거된다.

3.4 예 및 토의

지금까지 토의한 모형과 추정방법을 사용하여 우리는 모수 C_1, C_2, C, P를 추정하기 위한 가상적인 자료를 고려하였다. SSLT는 4단계에 걸쳐서 시행되는데 정상충격 V_o을 5로 하기로 하고 검사에 사용하는 충격들을 $V_1=10$, $V_2=20$, $V_3=30$,그리고 $V_4=50$이고 그 변화시점을 $\tau_1=.4$, $\tau_2=.55$, $\tau_3=.65$, $\tau_4=.70$으로 하였다. $C_1=2.0\text{x}10^{-3}$, $C_2=3.0\text{x}10^{-3}$, $C=7.5\text{x}10^{-3}$, $P=2$의 값을 갖고 2절에서 가정한 SSLT를 위한 모형들을 만족하는 SSLT에 100개의 시스템이 시간 0에서 충격 $V_1=10$에 투입되어 얻은 자료는 아래와 같이 요약된다. 또한 $V_c=10$으로 하여 검사한 부품별 관찰값도 함께 요약하였다.

단계	τ_j	T_j	$n_{(j1)}$	$n_{(j2)}$	$S_{(j)}$	부품	N^c_i	T^c_i
1	0.4	35.36	12	14	74	1	40	175.96
2	0.55	20.33	8	20	46	2	40	127.48
3	0.65	16.96	11	14	21			
4	0.70	10.42	8	7	6			

이들로부터 3.3절의 공식을 이용하여 구한 가중 최소 자승 추정치인 (C_1, C_2, C, P)의 초기값은 ($1.6\text{x}10^{-3}$, $2.3\text{x}10^{-3}$, $5.3\text{x}10^{-3}$, 2.14)으로 얻었고, 우도방정식으로부터 최대우도 추정량 ($1.64\text{x}10^{-3}$, $2.29\text{x}10^{-3}$, $5.26\text{x}10^{-3}$,2.14)를 얻었다. 한편 이들 값으로부터 추정한 근사 분산, 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 5.57\times10^{-7} & 7.34\times10^{-7} & 2.16\times10^{-6} & -1.34\times10^{-4} \\ & 1.09\times10^{-6} & 3.02\times10^{-6} & -1.87\times10^{-4} \\ & & 9.56\times10^{-6} & -5.67\times10^{-4} \\ & & & 3.56\times10^{-2} \end{bmatrix}$$

이들로부터 여러 가지 관심 있는 값들을 추정할 수 있다. 특별히 관심을 갖는 것은 각 부품이 독자적으로 수행될 때의 평균수명인 $E(X^c)$와 $E(Y^c)$와, 두 부품이 서로 결합되어 시스템에서 수행될 때의 주변 평균수명인 E(X),E(Y)는 다음과 같이 요약되는데 여기서 우리는 가정된 모형 아래에서 부품이 시스템에서 타 부품과 연계하여 작동할 때 실제로 예상되는 수명이 각 부품이 독자적으로 작동되는 상황에서보다 상당히 줄어드는 것을 볼 수 있다.

모수	추정치	추정표준편차
$E(X^c)$	19.47	3.7083
E(X)	12.33	4.6585
$E(Y^c)$	13.88	2.6544
E(Y)	9.75	3.2717

이석훈과 Klein(1988,1989)이 언급한 바와 같이 이러한 현상은 서로 독립으로 가정된 각 부품의 개별적인 수명분포로부터 유도된 시스템의 수명분포를 가정하고 행하여지는 부품의 평균수명이나 시스템의 평균수명에 관한 추론방법에 대하여 다소간 통제된 부품의 독자적인 검사 자료와 부품이 실제로 사용되는 시스템 내에서 타 부품들과 상호의존적으로 작동하는 상태를 검사한 결과를 통합하는 입장인 2절과 3절의 추론방법의 차이를 보여주는데 상황에 따라서는 후자의 방법이 보다 현실적일 수도 있다고 생각된다. 표본의 크기에 관하여는 우리는 시스템을 100개, 부품을 각 40개씩으로 하였는데 이는 직렬형 시스템의 SSLT를 통하여 얻어지는 정보의 양과 추정되는 모형에 포함된 모수와의 관계로 설명되어야 할 것이라고 생각된다.쉽게 발견할 수 있는 한 가지는 $\sum(\log V_j)^2 b_j / \{\sum(\log V_j)^2 b_j - (\sum(\log V_j) b_j)^2\}$ 을 F라고 할 때 C의 추정량의 근사분산은 $(C^2/N_o)F$가 되므로 단순히 표본의 크기의 제곱에 역비례하는 것이 아니라 V_j및 τ_j들의 값들에 크게 의존하는 F에 영향을 받게 되는데 F의 값이 커지면 C의 분산이 대단히 커진다. 만약 F의 값에 대한 범위한계를 얻을 수 있다면 좀 더 합리적인 표본의 크기를 제안할 수 있는데 우리는 이 점에 대하여는 좋은 결과를 얻지는 못하였다. V_j와 τ_j들에 대한 우리의 실험은 F가 대단히 예민하게 변하는 것을 강력하게 시사하고 있다. 이 실험에서는 주어진 V_j와 τ_j로부터 F값이 30정도가 나오므로 우리

는 100을 시스템의 표본의 크기로 하였다. 다른 이유로는 Basu와 Ebrahimi(1987)이 유사한 모형에서 45개의 병렬형 시스템을 표본으로 사용하였는데 우리가 관심을 갖고 있는 직렬형 시스템에서는 두 배를 갖는 것이 타당하다고 판단하였다. 일반적으로 ALT에서 단순 ALT를 제외하고는 표본의 크기 결정 문제와 검사계획 문제가 아직 많이 연구되어 있지 않은 상태이고 우리도 이 연구에서는 모형의 정립 및 추론과정의 고찰에 초점을 맞추었기 때문에 이 문제는 추후 연구 과제로 준비하고자 한다.

4. 검사계획

4.1 문제 설정

SSLT의 검사 계획에 관하여는 앞에서도 언급한 바와 같이 Miller와 Nelson(1983), 이석훈 등(1989,1982), 배도선 등(1989,1990)이 고찰하였는데 이들은 단일 부품의 시스템 또는 서로 독립인 부품으로 구성된 시스템의 단순 SSLT에 있어서 충격의 변환시점을 제안하는 연구를 수행하였다. 이 절에서는 이들의 연구에 이어서, 서로 독립이 아닌 부품으로 구성된 시스템의 SSLT를 위한 우리의 모형 아래에서 검사가 수행된다고 가정할 때 충격의 변환시점을 결정하는 방법에 관하여 토의하고자 한다.

일반적인 변환시점의 탐색 방법은 두 단계로 구성된다. 관심 있는 모수의 추정량의 분산 또는 근사 분산을 변환시점의 함수로 나타내는 단계와 이를 변환시점에 관하여 최소화하는 단계로 이루어진다. 그러나 단순 SSLT의 경우에는 두 개의 충격만이 사용되므로 변환시점은 하나이고 따라서 최소화의 단계는 기존에 잘 알려진 기법들이 사용되므로 추정량의 분산을 시점의 함수로 나타내는 단계에 역점을 두게 된다. 여기서 특별히 두 가지를 언급할 수 있는데 하나는 무엇을 관심있는 모수로 할 것인가 하는 문제와, 변환시점에 영향을 미치는 요소를 명시적으로 발견할 수 있는가 하는 문제이다. 앞에서 언급한 연구자들은 관심 있는 모수에 관하여는 부품의 평균수명 또는 평균수명에 log를 취한 값을 그리고 두 개 이상의 독립적인 부품으로 구성된 경우에는 각 부품의 평균수명 또는 그것들의 log값의 합을 생각하여 이들의 추정량의 근사분산을 최소화하는 시점을 소위 최적 변환시점으로 제안하였다. 한편 시점에 영향을 주는 요소로는 정상충격 V_0와 검사에 사용되는 충격 V_1, V_2의 관계를 표현하는 $(V_1-V_0)/(V_2-V_1)$의 값이 모든 선행 연구에서 지적되었고 또한 배도선과 전영록(1990)은 부품들의 고장율의 비율(평균수명의 비율)을 소개한 바 있다. 그러나 이와 같은 요소들은 가정된 모형에 크게 의존하는 것으로 일반적으로 해석될 수는 없는 한계를 갖고 있다.

우리도 이 절에서 단순 SSLT가 대상이므로 관심 있는 모수의 결정이 주요한 토의 내용이 된다. 그런데 우리의 연구는 두 개의 부품이 한 시스템 속에서 함께 작동할

때 나타나는 의존성의 영향을 고찰하는 것이므로 이 연구에서 중요한 모수는 선행 연구들에서와 같은 단순한 부품 별 평균수명보다는 보다 현실적인 값이라고 할 수 있는 한 부품이 시스템 속에서 타 부품과 함께 작동될 때의 평균수명이 된다고 생각되어 이를 일차적인 관심의 대상으로 제안하고자 한다.

4.2 최적 변환시점의 결정 방법

우리는 이 절에서 세 가지의 모수를 고려하여 이들의 추정량의 근사 분산을 변환시점의 함수로 표현하고 최적화 작업의 목적함수로 사용할 수 있도록 한다. 여기서는 특별히 단순검사의 종료시점인 τ_2를 T로 하고 충격이 V_1에서 V_2로 변환되는 시점인 τ_1을 t로 표시하기로 하고, $\log V_i$ 를 l_i로 하고 $i = 0,1,2,c$ 로, $B_1 = 1-\exp(-CV_1^P t)$, $B_2 = \exp(-CV_1 t) - \exp(-CV_2 T) - \exp\{-C(V_1^P - V_2^P)t\}$으로 한다.

1) 시스템의 평균수명의 log값의 추정량의 분산을 최소화하는 충격 변환시점은 다음의 $V_{s(t)}$에 검사자가 추측하는 모수 C, P의 값을 대입하였을 때 함수값을 최소화하는 t로 결정한다.

$$V_s(t) = \frac{1}{B_2} r^2 + \frac{1}{B_1}(1+r)^2 \tag{4.1}$$

여기서, $r = (l_1-l_0)/(l_2-l_1)$ 이다.

2) 각 부품의 평균수명의 log값의 추정량의 분산의 합을 최소화하는 충격 변환시점은 다음의 $V_1(t)$에 추측되는 모수 C_1, C_2, P의 값을 대입하였을 때 함수값을 최소화하는 t로 결정한다.

$$V_1(t) = \frac{2NC_1C_2B_1B_2 + N^c_\cdot(C_1+C_2)^2}{NN^c_\cdot C_1C_2B_1B_2 + N^c_1N^c_2(C_1+C_2)^2} + \frac{2}{N}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) r_c^2 \tag{4.2}$$

여기서, $r_c = (l_c-l_0)/(l_2-l_1)$ 이다.

3) 두 개의 부품이 시스템에서 함께 작동할 때 기대되는 평균수명의 추정량의 분산의 합이 최소가 되게 하는 충격 변환시점은 다음의 $V_D(t)$에 추측되는 모수 C_1, C_2, C, P의 값을 대입하였을 때 함수값을 최소화하는 t로 결정한다.

$$V_D(t) = \frac{1}{N_0}\frac{1}{D}(V_{D1}(t) + V_{D2}(t)) \tag{4.3}$$

여기서

$$
\begin{aligned}
V_{Di}(t) &= \{b_1(l_1-l_0)^2+b_2(l_2-l_0)^2\}\{1/C^2+2A_iC_i(C_1+C_2)\} \\
&+\{b_1(l_0-l_1)(l_c-l_0)+b_2(l_0-l_2)(l_c-l_0)\}\{2A_iC_i^2(C_1+C_2)/C\} \\
&+[b_1\{Cl_1-(C-C_i)l_0\}\{C(l_1-l_0)+C_i(l_0-2lc)\} \\
&+b_2\{Cl_2-(C-C_i)l_0\}\{C(l_2-l_0)+C_i(l_0-2lc)\}]\{A_i^2C_i^2(C_1+C_2)^2\} \\
&+[N_0^2DC_1C_2/\{N_0N^cC_1C_2+N_1^cN_2^c(C_1+C_2)2\}]\{A_i^2C_i^2(C_1C_2+C_i)^2\} \\
&+[N_0DN_i^c(C_1+C_2)^2/\{N_0N_1^cC_1C_2+N_1^cN_2^c(C_1+C_2)^2\}]\{A_i^2C_1^2C_2^2(C-C_i)^2\} \\
&+[N_0D(C_1+C_2)^2/\{N_0N_1^cC_1C_2+N_1^cN_2^c(C_1+C_2)^2\}](A_i^2C_i^2Q_i)
\end{aligned}
$$

여기서,

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= N_2^c(C_1+CC_2)^2 \\
Q_2 &= N_1^c(C_2+CC_1)^2 \\
A_i &= 1/\{(C_1+C_2)(C-C_i)\}^2 \\
b_1 &= B_1/(B_1+B_2) \\
b_2 &= 1-b_1
\end{aligned}
$$

위에서 우리는 궁극적인 검사의 목적이 무엇이냐에 따라 시점 t를 구할 수 있는 목적함수를 구하였다. 특히 4.1절에서 언급한 대로 시스템에서 작동하는 부품의 평균수명의 추정의 정도를 높이기 위한 변환시점 t는 $V_D(t)$를 최소화하는 것임을 알았다. 그러나 $V_D(t)$는, $V_S(t)$나 $V_I(t)$가 간단 명료하여 시점 t가 r이나 r_c와 B_1,B_2의 관계에 의하여 결정된다는 사실을 직접적으로 보여주는데 반하여, 대단히 복잡하여 쉽게 설명할 수 없음을 유감스럽게 생각하며 이를 위하여 $V_D(t)$의 상한값을 찾는 작업을 추후에 추진하고자 한다.

5. 결론

특별히 수명이 긴 개체의 생명검사에 사용되는 단계적 충격생명검사가 두 개의 서로 의존적으로 작동하는 부품으로 구성된 시스템에 수행되는 상황을 모형, 분석, 계획의 세 단계로 나누어 연구 검토하고 실제 검사 수행자들에게 필요한 결과를 제안하였다.

모형화 단계에서는 부품이 상호 의존적으로 작동한다는 것을 표현하는 이변량 결합분포를 탐색하여 Block과 Basu(1974)가 제안한 ACBVE를 가정하였고 Nelson(1980)이 검사개체에 충격의 누적효과를 설명하기 위하여 제안한 CE모형을 두 개의 부품으로 구성된 직렬형 시스템에 적용하기 위하여 확장 발전시켰다.

분석 단계에서는 특별히 부품의 독자적인 검사로부터 획득된 자료와 시스템의 검사자료를 통합하여 시스템 속에서 다른 부품과 함께 작동할 때 갖는 각 부품의 평균수명을 추정하였는데 특히 최대 우도 추정을 위하여 초기값을 얻는 방안을 제시하여 효율적인 추론과정을 제시하였다. 여기서 표본의 크기에 관한 부분은 크기가 상대적으로 커야한다는 점은 실험적으로 파악하였으나 보다 구체적인 결과나 제안을 하지 못하였다. 끝으로 검사 계획에 있어서는 세 개의 목적함수를 제시하여 검사자가 가장

중요하게 생각하는 모수 또는 모수의 함수에 따라 선택할 수 있도록 하였다.

향후 연구과제로는 병렬형 시스템의 SSLT를 상호 독립인 경우에 관하여 연구한 이석훈 등(1992)의 결과와 의존성을 고려한 이 논문의 결과를 바탕으로 서로 의존적인 부품으로 구성된 병렬형 시스템의 SSLT에 관한 내용이 기대된다.

참 고 문 헌

[1] 이 석훈(1989), "계단적 충격 생명검사에 관한 연구", 응용통계연구 제2권 제2호, 61-78.

[2] 이석훈,박희창,임대혁,최만석(1992), "병렬형 시스템의 단계적 충격 검사를 위한 최적 실험 계획", 충남대학교 자연과학 연구지 발표 예정

[3] Bai, D.S., Kim, M.S., and Lee. S.H.(1989), "Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Censoring", *IEEE Transactions on Reliability*. 38, 528-532.

[4] Bai, D.S. and Chun, Y.R.(1990), "Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests with Competing Causes of Failure", unpublished manuscript.

[5] Basu, A.P. and N. Ebrahimi(1987), "On a Bivariate Accelerated Life Test Data", *Journal of Statistical Planning and Inference*, 16, 297-304.

[6] Bhattacharyya,G.K.(1987), "Parametric Models and Inference Procedures for Accelerated Life Tests", Invited Paper for the 46th Session of the International Statistical Institute.

[7] Block , H.W. and Basu, A.P.(1974), "A Continuous Bivariate Exponential Extension", *Journal of the American Statistical Association*, 69, 1031-1037.

[8] DeGroot, M.H. and Goel, P.K.(1979), "Bayesian Estimation and Optimal Designs partially Accelerated Life Testing", *Naval Research Logistics Quarterly*, 26, 223-235.

[9] Klein,J.P. and Basu,A.P.(1982), "Accelerated Life Tests under Competing Weibull Causes of Failure", *Communications in Statistics Theory and Methods*, II, 2271-2286.

[10] Lee, Sukhoon and Klein, J.P.(1988),"Bivariate Models with a Random Environmental Factor", *IAPQR Transactions*, 13-2, 1-17.

[11] Lee, Sukhoon and Klein, J.P.(1989), "Statistical Method for Combining Laboratory and Field Data", Proceedings of International Conference on Recent Developments in Statistics and Their Applications, 87-116.

[12] Marshall, A.W., and Olkin, I.(1967), "A Multivariate Exponential Distribution", *Journal of the American Statistical Association*, 62, 30-44.

[13] Miller, R. and Nelson, W.B.(1983), "Optimum Simple Step Stress Plans for Accelerated Life Testing", *IEEE Trans. Reliability*, 32, 59-65.

[14] Nelson, W.B.(1980), "Accelerated Life Testing - Step Stress Models and Data Analysis ", *IEEE Trans. Reliability*, 29, 103-108.

On a Bivariate Step-Stress Life Test[1)]

Sukhoon Lee[2)], Nae-Hyun Park[2)], and Hee-Chang Park[2)]

Abstract

We consider a Step Stress Life Testing which is deviced for a two-component serial system with the considerably long life time. In the modelling stage we discuss the bivariate exponential distribution suggested by Block and Basu as the bivariate survival function for the two-component system, and develope the cumulative exposure model introduced by Nelson so that it can be used under the bivariate function. We consider inference on the component life time when the components are at work in the system by combining the information from system life test and that from the component tests carried out separately under the controlled environment.

In data analysis, maximum likelihood estimators are discussed with the initial value obtained by an weighted least square method. Finally we discuss the optimal time for changing the stress in the simple step stress life testing.

1) Research was supported by the Korea Science & Engineering Foundation Grant KOSEF 911-0105-002-1.

2) Department of Statistics, Chungnam National University, Daejeon, 305-764 Korea