

신뢰성 이론에 기초한 철근콘크리트 건축구조물의 하중 및 저항계수 설계식에 관한 연구

Development of Probability-Based LRFD Formats for R.C. Structure

김 상 효* 조 형 균** 배 규 웅***
Kim, Sang Hyo Cho, Hyung Keun Bae, Kyu Woong

요 약

확률이론을 이용한 구조물 신뢰성에 관한 연구가 최근 급속히 발달함과 동시에 구조물의 저항능력과 작용하중들의 확률적 특성들에 대한 인식이 재고됨에 따라 여러나라에서 확률이론에 근거한 설계규준이 개발되고 있다. 작용하중이나 구조저항력의 확률적 특성은 지역적인 특성을 보이고 있기 때문에 외국의 설계규준을 직접 도입하는 것은 여러가지 문제점이 있으며, 따라서 국내 현실에 적합한 설계규준에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 국내 철근콘크리트 구조물의 합리적인 설계규준을 제시하기 위하여 국내에서 수집·분석된 구조부재강도 및 작용하중의 확률적 모형을 이용하여 현행 설계규준에 내포된 신뢰도를 검정하고 나아가 최적하중계수 및 저항계수를 분석하였다.

Abstracts

Based on the recent developments of the reliability-based structural analysis and design as well as the extending knowledge on the probabilistic characteristics of loadings and resistances, the probability based design criteria have been successfully developed for many standards. Since the probabilistic characteristics depend highly on the local environments(loadings) and workmanship (resistances), it is recognized to develop the design criterion compatible with domestic requirements. In this study, therefore, the proper probability based design criterion(load and resistance factor design formats) has been developed based on the safety levels observed from calibration with existing standards, which applies to the ultimate limit states of reinforced concrete members.

Keywords : load models, resistance models, probabilistic models, design codes, reliability levels implied in design codes, target reliability, load factors, resistance factors

* 정회원, 연세대 공과대학 토목공학과 조교수

** 호남대학교 건축공학과

*** 한국건설기술연구원 구조연구실

1. 개요

확률이론을 이용한 구조물해석 및 설계에 관한 연구가 최근 급속히 발달함에 따라 많은 구조공학자들은 지금까지 사용되어온 설계규준들이 갖는 안전도에 관심을 갖기 시작했다. 또한 구조부재의 강도 및 구조물에 작용하는 하중들이 갖는 특유의 불확실성을 고려할 때, 지금까지 사용되어온 허용응력설계법에서와 같이 안전계수(safety factor) 하나만으로 여러가지 다른 하중조건들에 대하여 일정한 안전도를 달성한다는 것이 어렵다는 것을 알게 되었다. 이에 따라 최근 각국의 시방서들은 구조부재와 하중들 각각의 특성에 맞는 계수들을 사용하여 여러 하중조건에서 보다 일정한 안전도를 가질 수 있는 다중안전계수형(multiple factor formats)으로 설계규준을 변환하고 있다.

극한강도설계법에 의한 현행 설계규준(1)에서 제시하고 있는 하중조합에 대한 안전검토식은 미국 ACI 318 규준에 기초한 것으로 이의 직접적인 도입은 구조물의 안전측면에서 문제점이 있다. 이는 여러 연구결과에서 지적되었듯이 적용하중이 서로 다른 특성을 가지고 있으며^(2, 3) 철근콘크리트 구조물의 시공수준에서도 많은 차이를 가지고 있기 때문이다.⁽⁴⁾

따라서 본 연구에서는 국내에서 수집한 자료로부터 기개발된 각종 하중모형^(2, 3)과 철근콘크리트 부재력의 모형⁽⁵⁾을 이용하여 현행 설계규준이 내포하고 있는 안전도의 수준을 검정하고, 나아가서 합리적이고 현실적인 목표신뢰도와 이에 근거한 최적 하중계수 및 저항계수를 제시하고자 한다. 분석대상이 되는 신뢰도는 각종 철근콘크리트 부재의 극한강도(ultimate strength)가 구조물 사용기간중에 여러 작용하중에 의해 초과되는 가능성에 대한 것이다. 검토대상은 미국 ACI 318 규준에 기초하여 채택한 “극한강도 설계법에 의한 철근콘크리트 구조계산규준”에서 제시하고 있는 복합하중들에 대한 안전검토조건이며, 현행 허용응력설계규준도 비교, 검토되었다.

국내에서도 이미 관련된 연구가 수행된 바가 있으나,^(6, 7, 8) 하중 및 저항력의 모형화를 위하여 대부분 외국의 조사 및 분석결과를 이용하고 있어

본 연구에서는 국내에서 수집, 분석된 자료를 이용하여 수행하고자 한다.

2. 부재저항력 모형

철근콘크리트 부재저항력은 참고문현 5에서 분석하였듯이 부재별로 매우 다른 특성을 보이고 있다(표1). 표1에서 \bar{R} 은 실제의 평균저항력, R_n 은 설계규준에서 제시하는 공칭저항력을 나타내며, c.o.v는 변이계수(δ)이다.

슬래브의 부재저항력을 결정하는 중요요소인 시공오차의 수준이 부위 및 슬래브두께등에 따라 매우 큰 차이를 보이고 있으나, 전체의 대표치로서 $\bar{R}/R_n=0.90$ 과 $\delta_R=0.18$ 을 택하였다.

Table I. Load & resistance models

| Structural Member Strength | \bar{R}/R_n | c.o.v | |
|----------------------------|--------------------------|-------|------|
| Slab | 0.90 | 0.18 | |
| Beam | 1.00 | 0.14 | |
| C O S U M N | Compression Failure | 0.92 | 0.15 |
| | Tensile Failure | 0.92 | 0.14 |
| | Pure Compression Failure | 0.78 | 0.19 |

보에서는 단철근보와 복철근보의 구별없이 하나의 대표값으로 $\bar{R}/R_n=1.00$ 과 $\delta_R=0.14$ 를 선정하였다. 기둥에서는 과괴형태에 따라 확률특성이 다르기 때문에 압축과괴영역에서는 $\bar{R}/R_n=0.92$ 와 $\delta_R=0.15$, 인장과괴영역에서는 $\bar{R}/R_n=0.92$ 과 $\delta_R=0.14$, 편심이 매우 작은, 또는 없는 압축과괴에서는 $\bar{R}/R_n=0.78$ 과 $\delta_R=0.19$ 를 선정하였다. 기둥에서는 참고문현 5에서 분석한 평균저항력에 대해 0.97의 감소계수를 적용하였으며,⁽⁹⁾ 변이계수는 모형화에 의한 변이를 추가로 고려하였고 특히 편심이 없는 순수 압축과괴에서는 기둥의 수직성에 있어서의 시공오차 등을 고려하여 $\delta_l=0.15$ 를 가정하였다. 즉 $\delta_R=\sqrt{(\delta^2+\delta_l^2)}$ 을 이용하였다. 저항력의 확률분포는 모든 경우에서 참고문현 5에서 분석한 바와 같이 정규분포를 이용하였다.

3. 하중모형

신뢰도분석 대상이 되는 각종 하중효과(force, moment 등)들은 작용하중과 다음과 같은 관계를

가진다.

$$Q=c \cdot m \cdot W \quad (1)$$

여기서 c 는 영향계수로서 하중을 하중효과로 변환시켜주는 것이며, m 은 실제하중을 이상적으로 모형화하므로써 발생하는 오차를 보정하는 역할을 하는 것이며, W 는 작용하중이다. 따라서 하중효과의 확률적 특성은 식(1)의 각 변수가 가지는 확률특성에 의해 결정되며, 평균은

$$\bar{Q}=\bar{c} \cdot \bar{m} \cdot \bar{W} \quad (2)$$

이 되며, 변이계수는

$$\delta_Q=[\delta_c^2+\delta_m^2+\delta_W^2]^{1/2} \quad (3)$$

이 된다. 여기에서는 모든 변수들이 확률적으로 상호 독립이라고 가정하였다. 고정하중의 모형은 널리 사용되는 확률모형을 이용하여 평균은 $D=1.05D_n$, 변이계수는 0.10, 확률분포는 정규분포를 선정하였다. 적재하중효과의 산정에서는 \bar{c} 와 \bar{m} 을 모두 1.0, 즉 편향성을 가지지 않는다고 보았다. (10) 영향계수의 변이계수 δ_c 는 0.05로, 하중의 모형화에 따른 변이계수는 사용기간 최대 적재하중(50년 최대 적재하중)에 대하여 $\delta_m=0.20$ 을 선정하였다. (10) 참고문헌 2의 결과에 기초하여 부재별로 사용기간 최대 적재하중의 특성을 분석하면 슬래브에서는

$$\begin{aligned}\bar{L}/L_n &= 261.6/300 = 0.872 \\ \delta_L &= (0.05^2+0.20^2+0.13^2)^{1/2} = 0.244\end{aligned}$$

보에서

$$\begin{aligned}\bar{L}/L_n &= 186.9/180 = 1.038 \\ \delta_L &= (0.05^2+0.20^2+0.12^2)^{1/2} = 0.239\end{aligned}$$

기둥에서는

$$\begin{aligned}\bar{L}/L_n &= 155.5/180 = 0.864 \\ \delta_L &= (0.05^2+0.20^2+0.12^2)^{1/2} = 0.239\end{aligned}$$

이 된다. 상시적재하중의 확률적 특성은 일반적으로 Gamma분포로 모형화되어 지며, 사용기간 중에 변화하는 상시적재하중들의 최대값의 확률분포는 Gumbel의 Type-I 극한값 분포로 모형화

할 수 있다. (2)

상시적재하중(L_s)의 모형은 참고문헌 2의 결과와 $\delta_m=0.10$ 을 이용하여 보에서는

$$\begin{aligned}\bar{L}_s/L_n &= 69.0/180 = 0.383 \\ \delta_L &= (0.05^2+0.10^2+0.43^2)^{1/2} = 0.44\end{aligned}$$

이며, 기둥에서는

$$\begin{aligned}\bar{L}_s/L_n &= 65.0/180 = 0.361 \\ \delta_L &= (0.05^2+0.10^2+0.39^2)^{1/2} = 0.41\end{aligned}$$

을 선정하였다. 확률분포는 Gamma분포를 이용하였다. 슬래브에서는 일반적으로 풍하중의 효과가 작기 때문에 고려하지 않았다.

사용기간 최대풍하중(50년 최대풍하중)의 모형은 참고문헌 3의 분석결과를 이용하였으며 $\delta_c=0.05$ 와 $\delta_m=0.24$ 를 선정하였다. (11) 즉 대표모형으로 참고문헌 3의 분석결과중에서 지역분류 I~III에 대한 결과를 이용하여

$$\begin{aligned}\bar{W}/W_n &= 0.55 \\ \delta_W &= (0.05^2+0.24^2+0.70^2)^{1/2} = 0.74\end{aligned}$$

을 Gumbel의 Type-I 극한값 분포와 함께 선정하였다. 지역분류 I 및 지역분류 II~III에 대한 풍하중 모형도 비교하였으나 매우 유사한 결과를 주는 것으로 나타났다. 일최대풍하중의 모형도 참고문헌 3의 결과로 부터 Gumbel의 Type-I 극한값 분포와 함께 특성값 $u=-0.12$ 와 $\alpha=15.8$ 을 선정하였다.

4. 현행 설계식 검정

4.1 고정하중과 적재하중

고정하중(D)과 적재하중(L)만이 작용할 경우, 미국 ACI 318 규준에서는 다음과 같은 안전검토식(load and resistance factor design formats)을 제시하고 있다 :

$$\phi R_n \geq 1.4 D_n + 1.7 L_n \quad (4)$$

여기에서 ϕ 는 감소계수로서 철근콘크리트 부재의 종류와 파괴형태에 따라 결정된다.

일반적으로 식(4)의 공칭값들은 실제값과 차이를 보이고 있으며, 따라서 부재의 안전수준은 아래와 같이 평가된다.

$$P_s = 1 - P_f \quad (5)$$

$$P_f = \text{Prob} [R < D + L] \quad (6)$$

즉 식(4)를 만족시키는 R_n 을 산정하여 이 공칭 저항력의 실제 저항력(R)이 사용기간중에 실제 고정하중(D)과 실제 적재하중(L)에 의해 초과되는 확률(P_f)을 산정하는 것이다.

본 연구에서 선정한 하중 및 저항력의 모형들을 이용하여 부재별로 산정한 안전수준이 그림 1에 신뢰성 지수(reliability index)로 정리되어 있다. 그림 1에서 알 수 있듯이 슬래브에 있어서는 신뢰도의 수준이 다른부재에 비하여 낮게 나타났다. 즉 일반적인 적재하중 대 고정하중의 비($L_n / D_n = 0.5 \sim 2.5$)에서 $\beta = 2.00 (P_f = 22.8 \times 10^{-3})$ 의 수준이다.

슬래브를 허용응력설계규준에 의해 설계할 경우(여기에서 허용응력은 콘크리트와 철근에서 각각 $f_{ca}=0.4fc$, $f_{sa}=0.67fy$), 안전계수(safety factor, ϕ_s)는 대략 2.0에서 2.5수준이다. 따라서 허용응력설계규준에 의해 설계된 슬래브의 극한강도에 대한 안전수준은 신뢰성지수로 $\beta = 2.5 \sim 3.1 (P_f = 6.2 \sim 1.0 \times 10^{-3})$ 의 수준이 되며, 이는 참고문헌 10에서의 수준과 비교될 수 있는 수준이다.

보에서는 일반적인 하중조건($L_n / D_n = 0.25 \sim 1.50$)에서 안전수준이 $\beta = 2.4 (P_f = 8.2 \times 10^{-3})$ 를 약간 상회하는 결과를 보이고 있다. 이는 참고문헌 10의 철근콘크리트 보에 대한 결과인 $\beta = 2.8 (P_f = 2.6 \times 10^{-3})$ 에 비해 낮은 수준이나 슬래브보다는 양호한 결과이다. 허용응력설계를 실시할 경우에는 보에서도 극한강도에 대한 안전계수가 대략 $\phi_s = 2.0 \sim 2.5$ 이며, 따라서 안전수준도 $\beta = 3.1 \sim 3.8 (P_f = 9.7 \sim 0.7 \times 10^{-4})$ 의 수준으로 나타나고 있다.

기둥에서는 파괴형태에 따라 약간씩 다른 안전수준을 보이고 있다. 즉 일반적인 하중조건($L_n / D_n = 0.25 \sim 1.25$)에서 압축파괴의 경우 $\beta = 3.2 (P_f = 0.7 \times 10^{-3})$ 의 수준이며, 인장파괴의 경우 $\beta = 2.9 (P_f = 1.9 \times 10^{-3})$, 순수 압축파괴의 경우

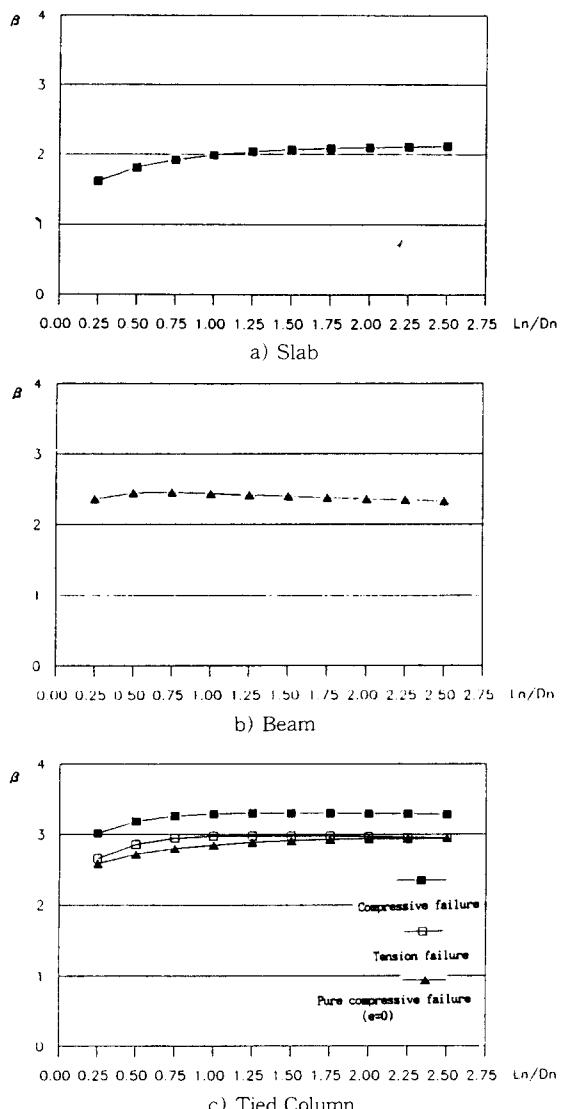


Fig. 1 Reliability levels implied in current practices (Dead+Live)

$\beta = 2.75 (P_f = 3.0 \times 10^{-3})$ 의 수준이다. 따라서 보에서 보다 신뢰성지수가 0.5 이상 높은 것으로 나타났다. 이는 일반적으로 보의 파괴보다 기둥의 파괴를 피하려고 하는 경향과 저항력의 모형화 과정에서 기둥의 기하학적 및 콘크리트 타설과 양생에서 발생하는 불확실성을 완전히 반영하지 못한 효과가 동시에 작용한 것으로 판단된다. 또한 압축파괴영역에서 인장파괴영역보다 높은 안전수준을 보이는 것은 인장파괴영역에서는 저항감소계수를

0.7대신에 평균수준인 0.8을 이용하였기 때문이다.

기둥에서도 허용응력설계규준에 의해 설계한 경우 안전계수는 압축파괴영역에서는 $\phi s = 2.5 \sim 3.0$ 이 되며, 인장파괴영역에서는 이보다 약간 낮은 것으로 나타났다. 따라서 압축파괴영역에서 $\beta = 3.7 \sim 4.2$ ($P_f = 1.1 \sim 0.1 \times 10^{-3}$) 정도가 확보되는 것으로 분석되었다.

4.2 고정하중, 적재하중 및 풍하중

고정하중, 적재하중과 더불어 풍하중이 작용하는 경우에 ACI 318 규준에서 제시하는 안전검토식은

$$\phi R_n \geq 0.75(1.4D_n + 1.7L_n + 1.7W_n) \quad (7)$$

이다. 식(7)에 의해 설계된 부재의 사용기간 동안의 안전수준을 검토하기 위해서는 아래의 두 가지 하중조합 최대값(P_m)에 대하여 검토하여야 한다.

$$P_{m_1} = D + \max[L(t)] + W(t) \quad (8)$$

$$P_{m_2} = D + L_s(t) + \max[W(t)] \quad (9)$$

즉 $\text{Prob}[R < P_{m_1}]$ 과 $\text{Prob}[R < P_{m_2}]$ 중에서 높은 초파학률이 대표치가 되는 것이다. 식 (8)에서의 풍하중(W)은 일최대풍하중으로 모형화하였으며, 식 (9)에서의 적재하중(L_s)은 상시적재하중이다.

부재별 저항력은 앞에서 설명한 모형을 그대로 이용하였으며 단지 풍하중에 의한 파괴시의 하중재하속도에 의한 저항력 증가효과/loading rate effect를 고려하여 평균값(R/R_n)에 1.05의 보정계수를 곱해 주었다.

풍하중 재하시의 식 (7)에 의한 안전수준은 그림 2에 신뢰성 지수(β)를 이용하여 부재별로 정리되어 있다. 적재하중 대 고정하중의 비는 $L_n/D_n = 0.5$ 와 1.0의 두 가지 경우만 고려하였으며 풍하중은 $W_n/D_n = 0.25 \sim 2.00$ 까지 검토하였다. 전반적인 결과는 적재하중 비율이 커짐에 따라 신뢰성지수가 증가하며, 풍하중 비율이 커짐에 따라 신뢰성지수가 감소하는, 즉 파괴학률이 커지

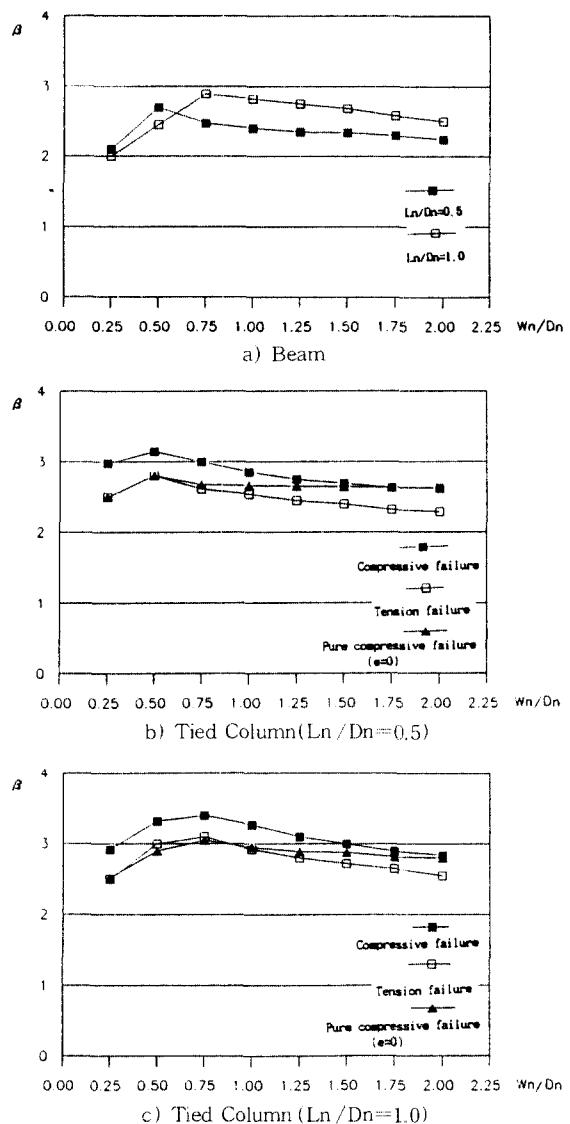


Fig. 2 Reliability Levels Implied in current practices
(Dead+Live+Wind)

는 것을 알 수 있다. 또한 고정하중과 적재하중만의 경우에서와 같이 전반적으로 기둥이 보보다 높은 안전수준을 보이고 있다.

보에서의 안전수준은 조건에 따라 $\beta = 2.0 \sim 2.8$ 정도이며 평균 $\beta = 2.5$ 의 수준으로, 고정하중과 적재하중만이 작용하는 경우에서의 보가 가지는 안전수준 $\beta = 2.4$ 보다 약간 높은 것을 알 수 있다. 이는 참고문헌 4에서의 결과(고정하중과 적재하중 : $\beta = 3.0$ 과 풍하중포함 : $\beta = 2.5$)와는 상반되는 것으로

로 그 주요원인은 참고문헌 2에서 분석하였듯이 보의 현행 설계적재하중이 타부재에 비하여 낮은 것과 반면에 참고문헌 3에서 분석하였듯이 국내설계 풍하중이 참고문헌 10의 경우와 비교하여 약간 높기 때문인 것으로 사료된다. 풍하중이 작용하는 경우에 허용응력설계규준을 적용하여 보를 설계 하면(허용응력이 50%증가됨), 안전계수는 대략 $\phi s=1.3\sim 1.7$ 이 되며 이는 식 (7)에 의한 보의 극한 강도 $R_n = 1.05Dn + 1.27Ln + 1.27Wn$ 보다 높은 안전수준을 확보한다. 기둥에서의 안전수준은 압축파괴영역의 경우 $\beta=2.8\sim 3.3$ 으로 풍하중을 제외한 경우의 $\beta=3.2$ 보다 전반적으로 낮은 수준이며, 인장파괴와 순수압축파괴에서도 $\beta=2.4\sim 2.9$ 의 수준으로 고정하중과 적재하중만의 경우 ($\beta=2.75\sim 2.9$)보다 전체적으로 낮게 나타났다. 그러나 이들 모든 경우에 있어 참고문헌 10의 결과($\beta=2.5$)보다는 높은 안전수준을 보이고 있다. 허용응력설계 규준에 의해 설계된 기둥의 안전계수는 압축파괴 영역에서 대략 $\phi s=1.7\sim 2.0$ 이 되며 인장파괴영역에서는 아주 낮은 철근비의 경우를 제외하면 안전계수 ϕs 는 1.50을 상회하므로 허용응력설계규준이 현행 ACI 318 규정보다 높은 안전수준을 내포하고 있다고 할 수 있다.

4.3 현행 설계규준의 안전수준 분석

현행 극한강도 설계규준과 허용응력설계규준이 내포하고 있는 안전수준을 검토한 결과는 다음과 같이 정리할 수 있다.

고정하중과 적재하중, 즉 소위 말하는 중력에 의한 하중만 작용하는 경우에는 현행 극한강도설계규준은 충분한 안전수준을 확보하지 못한다. 특히 슬래브는 매우 낮은 수준($\beta=2.0$)이며, 보와 기둥도 비교적 낮은 수준($\beta=2.4$ 와 3.0)이다. 그러나 현행 허용응력설계규준에 의해 설계된 부재는 슬래브를 제외하고는 높은 안전수준($\beta=3.0\sim 4.0$)이며, 슬래브에서도 상당한 수준($\beta=2.5\sim 3.0$)이 확보되는 것을 알 수 있었다.

풍하중이 함께 작용하는 경우에는 극한강도설계규준에서도 매우 높은 안전수준을 확보할 수 있었다. 보($\beta=2.5$)에서는 외국의 경우($\beta=2.5$)와

유사한 수준이며, 기둥에서는 $\beta=3.0$ 정도로 크게 나왔다. 이러한 결과는 중력에 의한 하중만 작용할 때 보다 오히려 높은 수준으로 그 원인은 상대적으로 낮은 설계적재하중과 높은 설계풍하중에 있다고 분석된다. 풍하중과 중력하중이 함께 작용하는 경우에도 허용응력설계규준이 현행 극한강도설계규준보다 전반적으로 높은 안전수준을 확보한다.

5. 최적하중 및 저항계수 분석

5.1 하중 및 저항계수식

하중 및 저항계수식에는 여러가지 형태가 있다. 고정하중, 적재하중 및 풍하중만을 고려하는 경우, 현행설계규(1)과 ACI 318 규준에서 사용하는 형태는

$$\phi R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (10)$$

$$\phi R_n \geq \alpha (\gamma_D D_n + \gamma_L L_n + \gamma_W W_n) \quad (11)$$

이며 여기에서 ϕ 는 부재별로 제시된 저항계수(resistance factors)로서 부재력의 불확실성을 반영해 주는 것으로 일반적으로 1.0보다 작은 값을 가진다. γ 는 하중계수(load factors)로서 각종 하중들의 불확실성을 반영하며 적정한 수준의 안전도를 확보하고자 일반적으로 1.0보다 큰 값을 가진다. 또 α 는 여러하중이 조합되는 경우에 적용하는 감소계수로서 여러하중의 최대값이 동시에 작용할 가능성이 매우 작다는 것을 반영하며, 따라서 대부분 1.0보다 작은 값을 사용하고 있다.

미국내 건물에서의 최소설계하중과 하중조합식을 제시하고 있는 ANSI A58에서는 약간 다른 형태의 하중 및 저항계수식을 제시하고 있다.⁽¹⁰⁾ 즉 풍하중이 포함되는 경우에 식 (11)에서의 감소계수 α 대신에 고정하중과 적재하중만을 다루는 식, 즉 식(10)에서의 하중계수(γ_D 와 γ_L)와 다른 하중계수를 사용하여 식 (11)과 동등한 효과를 얻고 있으며 실제로 이러한 형식이 보다 효과적인 것으로 나타나고 있다. 즉 ANSI A58에 제시된 형태는

$$\phi R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (12)$$

$$\phi R_n \geq \gamma'_D D_n + \gamma'_L L_n + \gamma_W W_n \quad (13)$$

이다. 여기에서 일반적으로 γ'_D 은 γ_D 와 편의상 동일한 값을 사용하고 있다. 따라서 식(13)에서 γ'_L 은 1.0보다 작은 값을 가지게 된다.

식(10)~식(13)과 같은 선형식을 이용한 하중 및 저항계수식은 사용상 매우 편리하다. 그러나 다양한 하중조건 및 부재들에 대해 일정한 안전수준을 확보한다는 것은 불가능하다. 따라서 최적하중 및 저항계수의 설정을 위해서는 선형식의 사용에 따라 발생하는 오차, 즉 목표로 하는 안전수준(목표 신뢰도, target reliability)과의 차이를 다양한 하중조건 및 부재들에 대하여 최소로 하는 하중 및 저항계수를 찾아야 한다. 즉 임의의 하중 및 저항계수에 의해 구해지는 저항력을 R_f 라고 하면

$$R_f = (\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) / \phi \quad (14)$$

이 되며, 주어진 하중조건에서 실제 목표신뢰도를 확보하기 위한 저항력을 R_f 이라고 하면 여러가지 하중조건에 대한 전체 누적오차는 최소자승오차법에 의해

$$\Delta(\phi, \gamma_D, \gamma_L) = \sum (R_{ri} - R_{fi})^2 W_i \quad (15)$$

이며, 여기에서 W_i 는 각 하중조건에 대한 가중치로서 발생빈도를 반영하는 것이다. 따라서 최적하중 및 저항계수란 전체 누적오차 Δ 를 최소화하는

ϕ, γ_D, γ_L 이다. 풍하중을 포함하는 경우에도 동일한 방법으로 최적하중 및 저항계수를 유도한다.

5.2 고정하중과 적재하중

최적 하중계수 및 저항계수는 각 하중조합별로 분석하였으며, 고정하중과 적재하중만의 조합에서는 식(12)의 형식을 이용하였다. 최적 하중계수는 설계하중의 확률적 수준과 밀접한 관계가 있는데, 참고문헌 2에서 지적되었듯이 구조부재별로 제시되어 있는 현행 설계하중은 확률적으로 동등한 수준을 가지고 있지 않기 때문에 본 연구에서는 현행 설계하중에 대한 최적계수와 함께 일부 설계하중을 확률적으로 동등한 수준이 되도록 보정하는 경우에 대한 최적계수를 분석하였다.

표 2와 표 3은 현행 설계하중에 대한 분석 결과를 정리해 놓은 것인데 표 2는 하중계수를 일반적으로 사용되는 값으로 고정한 후, 부재별 감소계수만 분석한 결과이며, 표 3은 부재별 감소계수를 고정하고 그에 적합한 하중계수를 분석한 결과이다. 따라서 이들은 서로 보완적으로 이용될 수 있을 것이다. 여러가지 수준의 목표신뢰도가 설정되었는데 첫째는 목표신뢰도를 부재종류에 관계없이 $\beta_T=3.0$ 으로 설정한 결과이며, 이는 참고문헌 7에서 제안하고 있는 수준이다. 둘째는 기둥에 대해 약간 높은 목표신뢰도를 설정하여 슬래브와 보에 대해서는 $\beta_T=3.0$, 기둥에서는 $\beta_T=3.4$ 로 설정한 결과이다.

Table 2. Optimum resistance factors for dead & live loads (Fixed load factors - current design loads)

| Load Factor | | Resistance Factor | | | | | | | | | | | |
|-------------|------------|------------------------------------|------------------|----------------------|---------------|--|------------------|----------------------|---------------|--|------------------|----------------------|---------------|
| | | $\beta_T=3.0$ (Slab, Beam, Column) | | | | $\beta_T=3.0$ (Slab, Beam) $\beta_T=3.4$ (Column) | | | | $\beta_T=2.8$ (Slab, Beam) $\beta_T=3.2$ (Column) | | | |
| γ_D | γ_L | S L A B | B E A M | COLUMN | | S L A B | B E A M | COLUMN | | S L A B | B E A M | COLUMN | |
| | | Comp. Failu re | Pure Comp. | Comp. Failu re | Pure Comp. | Comp. Failu re | Pure Comp. | Comp. Failu re | Pure Comp. | Comp. Failu re | Pure Comp. | Comp. Failu re | Pure Comp. |
| 1.4 | 1.7 | 0.64 | 0.78 | 0.74 | 0.68 | 0.64 | 0.78 | 0.65 | 0.63 | 0.69 | 0.82 | 0.69 | 0.66 |
| 1.4 | 1.8 | 0.66 | 0.80 | 0.75 | 0.68 | 0.66 | 0.80 | 0.67 | 0.63 | 0.71 | 0.84 | 0.71 | 0.66 |
| 1.4 | 1.9 | 0.68 | 0.82 | 0.77 | 0.68 | 0.68 | 0.82 | 0.68 | 0.63 | 0.74 | 0.87 | 0.73 | 0.66 |
| 1.4 | 2.0 | 0.70 | 0.84 | 0.79 | 0.68 | 0.70 | 0.84 | 0.70 | 0.63 | 0.76 | 0.89 | 0.74 | 0.66 |
| 1.3 | 1.8 | 0.64 | 0.77 | 0.72 | 0.68 | 0.64 | 0.77 | 0.64 | 0.63 | 0.69 | 0.81 | 0.68 | 0.66 |
| 1.3 | 1.9 | 0.66 | 0.79 | 0.74 | 0.68 | 0.66 | 0.79 | 0.66 | 0.63 | 0.71 | 0.83 | 0.70 | 0.66 |
| 1.3 | 2.0 | 0.68 | 0.81 | 0.75 | 0.68 | 0.68 | 0.81 | 0.67 | 0.63 | 0.74 | 0.86 | 0.71 | 0.66 |

Table 3 Optimum load factors for dead & live Loads (Fixed resistance factors—current design loads)

| Resistance Factor | | | Load Factor | | | | | |
|-------------------|------|------|------------------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------|------------------------|------------|
| S | B | C | $\beta_T=3.0$ (Slab, Column, Beam) | $\beta_T=3.0$ (Slab, Beam) | $\beta_T=2.8$ (Slab, Beam) | $\beta_T=3.4$ (Column) | $\beta_T=3.2$ (Column) | |
| L | E | O | γ_f | γ_e | γ_i | γ_r | γ_c | γ_u |
| A | A | U | | | | | | |
| B | M | M | | | | | | |
| | | N | | | | | | |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.24 | 2.54 | 1.40 | 2.46 | 1.34 | 2.27 |
| 0.80 | 0.90 | 0.70 | 1.33 | 2.23 | 1.49 | 2.15 | 1.42 | 1.98 |
| 0.70 | 0.85 | 0.65 | 1.28 | 1.94 | 1.43 | 1.87 | 1.37 | 1.72 |
| 0.70 | 0.80 | 0.70 | 1.31 | 1.87 | 1.50 | 1.79 | 1.43 | 1.65 |
| 0.70 | 0.80 | 0.65 | 1.24 | 1.92 | 1.39 | 1.84 | 1.33 | 1.70 |
| 0.70 | 0.80 | 0.60 | 1.15 | 1.96 | 1.29 | 1.90 | 1.23 | 1.75 |

그러나 이러한 수준은 앞에서 분석된 현행 설계준이 내포하고 있는 안전수준보다 매우 높기 때문에 세번째 경우에는 목표신뢰도를 약간 낮추어 슬래브와 보에 대해서는 $\beta_T=2.8$, 기둥에서는 $\beta_T=3.2$ 를 선정하였다.

전반적인 결과를 살펴보면 하중계수는 현행보다 증가되어야 하며, 부재별 감소계수는 더 작아져야 한다는 결론이 나온다. 현행 설계하중을 그대로 유지하는 경우에 대한 최적 하중계수 및 저항계수는 다음과 같이 제시될 수 있다.

1) 목표신뢰도를 전부재에 대해 $\beta_T=3.0$ 으로 선정한 경우 :

전반적인 결과분석과 현행 하중 및 저항계수의 수준을 참조할 때, 최적하중 및 저항계수식은

$$\phi R_n \geq 1.34 D_n + 1.87 L_n \quad (16)$$

여기에서 부재별 감소계수 ϕ 는 부재별로 0.70(슬래브), 0.80(보), 0.70(기둥)이 되는데, 이를 감소계수는 현행 감소계수($\phi=0.90, 0.90, 0.70$)와 비교할 때 기둥을 제외하면 모두 현행보다 작은 값이다. 하중계수에서는 고정하중계수는 현행(1.4)보다 약간 작으나, 적재하중계수는 현행(1.7)보다 큰 값이다. 또한 목표신뢰도 $\beta_T=3.0$ 에 대해 최적하중계수를 제시하고 있는 ANSI A58(10)의 하중조합식 :

$$\phi R_n \geq 1.2 D_n + 1.6 L_n \quad (17)$$

과 비교하면 식 (16)의 하중계수들이 낮은 부재별

감소계수에도 불구하고 매우 높게 나타난 것을 알 수 있다. 만약 현행 하중계수(1.4와 1.7)를 유지하고자 한다면 부재별 감소계수는 슬래브, 보, 기둥에 대해 각각 0.64, 0.78, 0.74가 되어야 한다. 만약 현행 부재별 감소계수($\phi=0.9, 0.9, 0.7$)를 그대로 사용하고자 하면 하중계수는

$$\phi R_n \geq 1.24 D_n + 2.54 L_n \quad (18)$$

이 되어 적재하중계수가 매우 커지는 것을 알 수 있다.

2) 목표신뢰도를 슬래브 및 보($\beta_T=3.0$)와 기둥($\beta_T=3.4$)에 대해 다르게 선정한 경우 :

최적하중 및 저항계수식으로

$$\phi R_n \geq 1.43 D_n + 1.87 L_n \quad (19)$$

이 제시될 수 있다. 여기에서 ϕ 는 0.70(슬래브), 0.85(보), 0.65(기둥)이 제시되어야 한다.

3) 목표신뢰도를 슬래브 및 보($\beta_T=2.8$)와 기둥($\beta_T=3.2$)에 대하여 낮추어 선정한 경우 :

이 경우에서의 최적하중 및 저항계수식은

$$\phi R_n \geq 1.37 D_n + 1.72 L_n \quad (20)$$

여기에서 ϕ 는 0.70(슬래브), 0.85(보), 0.65(기둥)이며, 식 (9)와 비교할 때 감소계수는 동일하나 하중계수가 작아졌다. 이 경우에 대하여 약간 큰 감소계수를 사용하는 것이 바람직하다면, 하중 및 저항계수식은

$$\phi R_n \geq 1.42 D_n + 1.98 L_n \quad (21)$$

이 되며, 여기에서 ϕ 는 0.80(슬래브), 0.90(보), 0.70(기둥)인데 후자의 경우에서 오차가 커지는 것을 알 수 있었다.

현행 부재별 설계하중을 확률적으로 비슷한 수준이 되게 보정한 설계하중에 대하여 분석한 최적 하중 및 저항계수는 표4와 표5에 정리되어 있다. 여기에서 보정된 설계하중이란 각 부재별로 조합효과의 사용기간 90% 최대값(참고문헌 2)에 상응하는 값으로 슬래브와 기둥은 현행과 같으며, 보의 경우에만 180kg/m²대신에 210kg/m²를 사용하는 것이다.

Table 4 Optimum resistance factors for dead & live loads (Fixed load factors - modified design loads)

| Load Factor | | Resistance Factor | | | | | | | | | |
|-------------|------------|------------------------------------|------|--------|------|----------------------------|------|--------|------|------------------------|---|
| γ_0 | γ_1 | $\beta_T=3.0$ (Slab, Beam, Column) | | | | $\beta_T=2.8$ (Slab, Beam) | | | | $\beta_T=3.2$ (Column) | |
| | | S | B | COLUMN | | L | B | COLUMN | | A | M |
| | | L | E | Comp. | Pure | A | E | Comp. | Pure | B | M |
| 1.4 | 1.7 | 0.64 | 0.84 | 0.74 | 0.68 | 0.69 | 0.88 | 0.69 | 0.66 | | |
| 1.4 | 1.8 | 0.66 | 0.86 | 0.75 | 0.68 | 0.71 | 0.90 | 0.71 | 0.66 | | |
| 1.4 | 1.9 | 0.68 | 0.88 | 0.77 | 0.68 | 0.74 | 0.93 | 0.73 | 0.66 | | |
| 1.4 | 2.0 | 0.70 | 0.90 | 0.79 | 0.68 | 0.76 | 0.95 | 0.74 | 0.66 | | |
| 1.3 | 1.8 | 0.64 | 0.83 | 0.72 | 0.68 | 0.69 | 0.87 | 0.68 | 0.66 | | |
| 1.3 | 1.9 | 0.66 | 0.85 | 0.74 | 0.68 | 0.71 | 0.89 | 0.70 | 0.66 | | |
| 1.3 | 2.0 | 0.68 | 0.87 | 0.75 | 0.68 | 0.74 | 0.92 | 0.71 | 0.66 | | |

Table 5. Optimum load factors for dead & live loads (Fixed resistance factors - modified design loads)

| Resistance Factor | | | Load Factor | | | |
|-------------------|------|----------------------------|------------------------------------|------------|----------------------------|------------|
| S | B | C O L U M N | $\beta_T=3.0$ (Slab, Column, Beam) | | $\beta_T=2.8$ (Slab, Beam) | |
| | | | γ_0 | γ_1 | γ_0 | γ_1 |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.23 | 2.46 | 1.33 | 2.19 |
| 0.80 | 0.90 | 0.70 | 1.32 | 2.14 | 1.42 | 2.91 |
| 0.70 | 0.85 | 0.65 | 1.27 | 1.86 | 1.36 | 1.65 |
| 0.70 | 0.80 | 0.70 | 1.33 | 1.80 | 1.42 | 1.59 |
| 0.70 | 0.80 | 0.65 | 1.23 | 1.85 | 1.32 | 1.63 |
| 0.70 | 0.80 | 0.60 | 1.14 | 1.89 | 1.22 | 1.68 |

5.3 고정하중, 적재하중 및 풍하중

고정하중 및 적재하중과 함께 풍하중이 작용하는 경우에 대한 최적 하중계수 및 저항계수의 분석에서는 ACI 318 규준에서 사용하는 형식(식(11))보다는 ANSI A58에서 사용하는 형식(식(13))이 효과적이기 때문에 본 연구에서도 이를 적용하였다. 또한 저항계수(또는 감소계수)가 하중조합 조건에 따라 바뀌는 것은 바람직하지 않기 때문에 앞에서 고정하중과 적재하중만이 작용하는 경우에 대하여 선정된 감소계수를 고정시키고 이에 적합한 하중계수를 유도하였다. 풍하중이 포함되는 하중조건에 대한 목표신뢰도는 본 연구에서 분석한 결과와 참고문헌 10에서의 결과를 참고하여 각

부재에 대해 $\beta_T=2.5$ 로 통일한 경우와 부재별로 $\beta_T=2.5$ (보)와 $\beta_T=2.7$ (기둥)로 다르게 선정한 경우 중에서 고정하중과 적재하중만의 하중조건에 대한 목표신뢰도와 적절히 조합하여 사용하였다. 적재하중의 설계하중도 현행설계하중과 보정된 설계하중에 대하여 분류하여 분석하였다.

표 6은 현행 설계적재하중을 유지하는 경우에 대한 분석결과로서, 표 6-a는 목표신뢰도를 각 하중조건에 있어서 모듈 부재에 대해 $\beta_T=3.0$ (D+L조합)과 $\beta_T=2.5$ (D+L+W조합)로 통일한 경우이며, 표 6-b는 표에 명시되어 있듯이 부재별로 다른 목표신뢰도를 선택한 경우이다. 여기에서 고정된 감소계수는 앞절에서 각 경우에 대해 최적으로 선정된 하중계수 빛 감소계수의 조합에서 선정된 감소계수이다.

전반적인 결과를 분석하면 풍하중을 포함하는 하중조건에 대한 하중계수들은 ANSI A58에서 제시된 하중 조합식 :

$$\rho R_n \geq 1.20 D_n + 0.5 L_n + 1.3 W_n \quad (22)$$

과 매우 비슷한 형태를 보이고 있다. 즉 적재하중계수는 매우 비슷한 수준이고 풍하중계수는 약간 크며, 고정하중계수는 약간 작은 것으로 나타났다. ANSI A58에서는 풍하중을 포함하는 경우에서의 고정하중계수를 고정하중과 적재하중만을 고려하는 하중조합식의 고정하중계수와 동일하게

Table 6. Optimum load factors
(Fixed resistance factors - current design loads)

| a) | | | Load Factor | | | | | | |
|-------------------|------|--------|--|------------|-------------|--|------------|-------------|------------|
| Resistance Factor | | | $\gamma_0 D_n + \gamma_1 L_n$ ($\beta_T=3.0$) | | | $\gamma_0 D_n + \gamma_1' L_n + \gamma_3 W_n$ ($\beta_T=2.5$) | | | |
| Slab | Beam | Column | γ_0 | γ_1 | γ_1' | γ_0 | γ_1 | γ_1' | γ_3 |
| 0.70 | 0.80 | 0.70 | 1.34 | 1.87 | 1.01 | 0.47 | 1.47 | | |
| 0.64 | 0.78 | 0.70 | 1.40 | 1.70 | 1.00 | 0.47 | 1.45 | | |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.24 | 2.54 | 1.07 | 0.51 | 1.57 | | |

| b) | | | Load Factor | | | | | | |
|-------------------|------|--------|---|------------|-------------|---|------------|-------------|------------|
| Resistance Factor | | | $\gamma_0 D_n + \gamma_1 L_n$ ($\beta_T=2.8, 3.0$) | | | $\gamma_0 D_n + \gamma_1' L_n + \gamma_3 W_n$ ($\beta_T=2.5, 2.7$) | | | |
| Slab | Beam | Column | γ_0 | γ_1 | γ_1' | γ_0 | γ_1 | γ_1' | γ_3 |
| 0.70 | 0.85 | 0.65 | 1.37 | 1.72 | 1.02 | 0.48 | 1.54 | | |
| 0.69 | 0.82 | 0.69 | 1.40 | 1.70 | 1.03 | 0.48 | 1.56 | | |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.34 | 2.27 | 1.09 | 0.51 | 1.64 | | |

Table 7. Optimum load factors
(Fixed resistance factors-modified design loads)

| Resistance Factor | | | Load Factor | | | | | |
|-------------------|------|--------|--|------------|--|-------------|------|------------|
| Slab | Beam | Column | $\gamma_o Dn + \gamma_i Ln$ ($\beta_T = 3.0$) | | $\gamma_o' Dn + \gamma_i' Ln + \gamma_w Wn$ ($\beta_T = 2.5$) | | | γ_w |
| | | | γ_o | γ_i | γ_o' | γ_i' | | |
| 0.70 | 0.80 | 0.70 | 1.33 | 1.80 | 1.01 | 0.41 | 1.49 | |
| 0.64 | 0.84 | 0.70 | 1.40 | 1.70 | 1.03 | 0.42 | 1.53 | |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.23 | 2.46 | 1.07 | 0.43 | 1.58 | |

| b) | Resistance Factor | | | Load Factor | | | | | |
|------|-------------------|--------|---|-------------|---|-------------|------|------------|--|
| Slab | Beam | Column | $\gamma_o Dn + \gamma_i Ln$ ($\beta_T = 2.8, 3.2$) | | $\gamma_o' Dn + \gamma_i' Ln + \gamma_w Wn$ ($\beta_T = 2.5, 2.7$) | | | γ_w | |
| | | | γ_o | γ_i | γ_o' | γ_i' | | | |
| 0.70 | 0.85 | 0.65 | 1.36 | 1.65 | 1.02 | 0.41 | 1.55 | | |
| 0.69 | 0.82 | 0.69 | 1.40 | 1.70 | 1.03 | 0.42 | 1.57 | | |
| 0.90 | 0.90 | 0.70 | 1.33 | 2.19 | 1.09 | 0.44 | 1.66 | | |

사용하고자 하였기 때문에 약간 큰 고정하중계수 가 유도되었다. 따라서 본 연구에서도 풍하중을 포함하는 경우의 고정하중계수를 고정하중과 적재하중만의 조합식에서의 고정하중계수와 같이 선정하면 풍하중계수는 약간 줄어들 것이다. 그러나 이러한 경우에는 풍하중이 다른 하중보다 월등한 하중조건에서는 충분한 안전수준을 확보하기 어렵다. 반면에 고정하중계수가 1.00에 가까울 때는 풍하중이 작은 경우에 풍하중을 포함하는 하중 조합식만으로는 충분한 안전수준의 확보가 어렵다. 그러나 이러한 경우는 고정하중과 적재하중만을 포함하는 하중조합식에 의해 보완이 되어지므로 문제가 되지 않는다. 표 7은 보에 대하여 보정된 설계적재하중(210kg/m^2)에 대한 분석결과이며 표 6의 결과와 비교하여 적재하중계수가 작아지고 풍하중계수가 증가하는 현상을 보이고 있다.

6. 결론

국내실정에 맞는 극한강도설계규준을 제안하기 위하여 각 하중조합별로 분석한 최적 하중계수 및 저항계수의 결과로 부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 국내에서 시공되는 철근콘크리트 부재는 현장

타설 콘크리트강도를 포함하여 시공오차가 상대적으로 크기 때문에 외국 규준에 근거한 현행저항계수(감소계수)를 사용하는 데는 무리가 있다. 특히 부재별에 따라 발생하는 오차의 특성에 차이가 있어(예: 슬래브와 보) 동일한 저항계수를 사용하는 것은 불합리한 것으로 나타났다.

2) 본 연구에서의 분석결과와 국내에서 사용되는 현행설계규준이 내포하고 있는 안전수준에 비추어 다음과 같이 하중 및 저항계수식을 제안 할 수 있다.

I. 현행 설계하중을 유지하는 경우 :

$$\phi R_n \geq 1.40Dn + 1.70Ln \quad (23)$$

$$\phi R_n \geq 1.05Dn + 0.50Ln + 1.50Wn \quad (24)$$

여기에서 $\phi = 0.70$ (슬래브)

0.85 (보)

0.65 (기둥)

II. 현행 설계적재하중을 보정하는 경우(보 : 210kg/m^2)

$$\phi R_n \geq 1.40Dn + 1.65Ln \quad (25)$$

$$\phi R_n \geq 1.05Dn + 0.40Ln + \underline{1.50Wn} \quad (26)$$

여기에서 저항계수는 (I)의 경우와 동일하게 사용한다. 식(23)과 식(24)를 사용하여 확보할 수 있는 안전수준은 $\beta_T = 2.8$ (슬래브와 보)과 $\beta_T = 3.2$ (기둥)이며, 식(24)와 식(26)이 내포하는 안전수준은 $\beta_T = 2.5$ (보)와 $\beta_T = 2.7$ (기둥)로 외국의 규준 개발에서 선정된 목표신뢰도와 비교하여 고정하중과 적재하중의 조합식에서는 약간 낮은 수준이며, 풍하중이 포함된 조합식에서는 약간 높은 수준이다.

3) 향후 관련 시방서의 개정에서 보다 높은 안전수준이 요구된다면 본 연구의 분석결과를 이용하여 약간 증가된 하중계수를 선정할 수 있으며, 국내 건설현장에서의 시공품질관리 수준, 특히 슬래브와 같은 부재에서의 철근배근위치에 대한 관리가 향상된다면 본 연구에서 제안된 저항계수를 상

향조정할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. 극한강도설계법에 의한 철근콘크리트 구조계산 규준 및 해석, 대한건축학회, 1988.
2. 김상효, 조형근, 배규웅, 박홍석, “사무실의 사용 기간 최대 적재하중에 대한 확률론적 분석,” 한국 전산구조공학회 논문집 제3권 제1호, 1990.3.
3. 김상효, 배규웅, 박홍석, “국내 풍하중의 확률적 모형개발,” 한국전산구조공학회 논문집 제3권 제2호, 1990.6.
4. 김상효, 배규웅, 박홍석, “국내 콘크리트 구조물의 시공오차에 관한 조사분석,” 대한건축학회 추계학술발표회 논문집, 1989. 10.
5. 김상효, 배규웅, 박홍석, “철근콘크리트 부재 강도의 확률적 특성 분석,” 한국콘크리트학회 논문집 제3권 4호, 1991.12.
6. 조효남, 장동일, 신재칠, “확률이론에 기초한 철근콘크리트 강도설계규준,” 대한토목학회 논문집 제6권 제4호, 1986.12.
7. 오병환, 이성노, “부분 및 조합저항계수형식에 의한 철근콘크리트구조의 신뢰성 제기준,” 대한토목학회 논문집 제10권 제1호, 1990.3.
8. 구봉근, 강종수, 김유식, 김태진, “하중 저항계수 설계법에 의한 철근콘크리트 구조물의 최적설계,” 한국콘크리트학회 논문집 제2권 2호, 1990.6.
9. Ellingwood, B., “Statistical Analysis of RC Beam-Column Interaction,” ASCE, VOL.103, NO. ST7, July, 1977, pp.1377~1387.
10. Ellingwood, B., et al., “Development of a Probability Based Load Criterion for Americal National Standard A58,” NBS SP 577, U.S. Development of Commerce, June, 1980.
11. Ravindra, M.K., and Galambos, T.V., “Load and Resistance Factor Design for Steel,” ASCE Structural Division, Vol.104, No. ST9, Sep., 1978, pp.1337~1353.

(접수일자 : 1992. 9. 19)