

鐵筋콘크리트 構造의 動的 有限要素 解析

Finite Element Analysis for Reinforced Concrete Structures under Dynamic Loads

정 영 수*



1. 序 論

우리의 사회생활의 기반을 형성하는 데 필수적인 건설재료인 鐵筋 콘크리트는 교량, 건축물, 항만, 댐, 도로 등 이루 헤아릴 수 없을 만큼 많은 構造物에 사용되고 있으며 또한 최근에 건설되고 있는 각종 鐵筋 콘크리트 構造物들은 다양한 형태로 그리고 대형화되고 있는 추세이다. 이러한 복잡한 構造物의 解析 및 設計에는 1960년대 부터 급속히 발달되기 시작한 다양한 전산기기의 도움으로 有限要素解析法의 도입을 촉진시켰으며 昨今에는 靜的 및 動的 構造解析의 가장 강력한 도구로 등장하였다.⁽¹⁾ 그리고 각종의 構造物이 대형화되고 있는 탓에 이들의 動的解析은 적절한 모형실험과 함께 필수적인 것으로 당면시되고 있는 상황이다.

本 小考는 이러한 시대의 요구에 부응하는 적절

한 과제로써 크게 다음과 같은 3 부제로 나누어 간략히 기술하고자 한다. 첫째로 鐵筋 콘크리트 構造物의 이력거동(Hysteretic Behavior) 모델의 연구 특히 이들의 비선형거동의 解析을 위해서는 鐵筋 콘크리트 부재의 강성저하, 강도저하, 단면의 유효전단길이에 따른 전단의 영향등을 감안한 합리적인 이력거동(Hysteretic Behavior) 모델의 사용이 바람직하며 간략한 이력거동(Hysteretic Behavior) 모델의 예를 소개하고자 한다. 둘째로 單自由度系 혹은 多自由度系의 鐵筋 콘크리트 構造物의 전산기기를 이용한 動的解析은 모두 드 중첩법 혹은 직접적분법등을 이용하여 수행가능하며 本 小考에서는 多自由度系의 構造物의 動的解析을 위한 주요 해법을 요약 기술하고자 한다. 셋째로 鐵筋 콘크리트의 解析을 위한 有限要素法은 構造物의 형태에 따라 트러스, 프레임, 板要素등 要素別 정상함수에 따른 有限要素解析理論⁽²⁾을 사용하여 수행할 수 있으며 本 小考에서는 有限要素 모델링과 解析過程時 중요한 사항들을 요점 정리하고자 한다.

* 정회원, 중앙대학교 건설대학 토목공학과 조교수

2. 鐵筋 콘크리트 構造物의 이력거동(Hysteretic Behavior) 모델

動的荷重하에서의 鐵筋 콘크리트 構造의 이력 거동 모델은 복잡한 형태이며 특히 비선형거동은 매우 복잡하고 여러 변수와의 상호 작용에 의하여 복잡적으로 나타내게 된다. 鐵筋 콘크리트 構造物의 비선형거동의 정확한 예측 즉 신뢰할 수 있는 이력거동 모델의 개발은 각 구성 재료의 응력-변형을 관계 즉 콘크리트, 引張鐵筋, 壓縮鐵筋 등의 응력-변형률관계에 대한 연구가 선행되어야 하며 이를 기초로 그림 1과 같은 鐵筋과 콘크리트의 각각의 응력-변형을 법칙과 단면적이 주어지면 引張鐵筋 또는 壓縮緣 콘크리트의 변형율을 零에서 예상되는 파괴변형까지의 변형율의 크기를 증분하는 동안의 단면의 중립축을 구하면서 이에 따른 곡률값 및 단면의 모멘트를 계산하면서 단조荷重에 의한 3선형 모멘트-곡률관계 곡선을 찾을 수 있다. 특히 항복모멘트 M_y 는 引張鐵筋 항복시의 단면의 극한 강도이며 극한 모우멘트 M_u 는 단면이 저항할 수 있는 최대 모우멘트를 나타낸다.⁽³⁾

動的荷重하에서의 鐵筋 콘크리트 構造의 解析은 단조荷重 형태의 경우와 달리 鐵筋과 콘크리트의 부착강도의 저하등으로 인하여 파괴의 원인이 되기도 한다. 즉 반복荷重하에서는 강성저하, 강

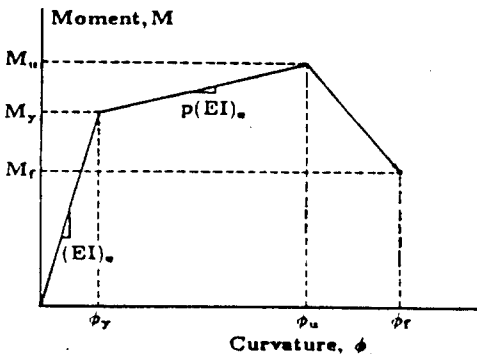


그림 1. RC부재의 모멘트-곡률 관계 곡선

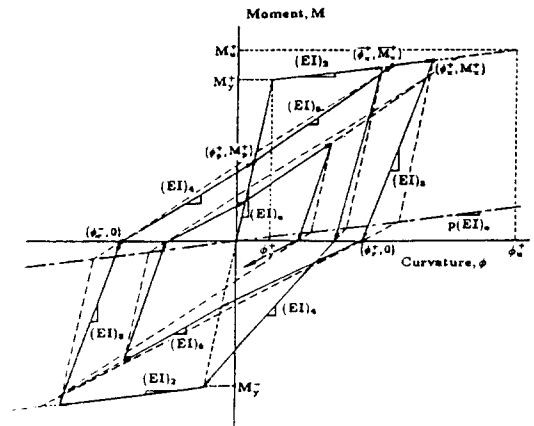


그림 2. RC부재의 이력 거동 모델

도저하 및 전단의 이력거동에 대한 영향등을 충분히 검토한 연후에 이들을 반영한 그림 2와 같은 解析的인 이력거동 모델을 사용할 수 있다. 특히 有限要素解析을 위하여 構造物은 질점과 질점을 연결하는 부재로 가정하는 질점질량법에 의한 構造解析시 질점간의 부재의 강성계수는 부재의 탄성/소성영역을 적절히 감안하는 방법으로 구할 수 있다.⁽³⁾

3. 動的解析

構造物의 動的解析의 필요성은 재하된 荷重의 특성과 그에 따른 構造物의 특성을 검토한 연후에 설정해야 하며 動的解析모델은 그림 3과 같이 실제의 構造物의 형태 및 특성에 맞게 만들어져야 한다. 다시 말하면 解析時 低振動數 모우드가 지배적인 荷重下에서 고려하는 構造物의 진동모우드는 低振動數 모우드로서 충분하나 高振動數 모우드要素가 지배적인 荷重下에서 사용되어질 有限要素모델은 高振動모우드형상을 고려할 수 있도록 충분히 미세해야 한다.

構造物 강성의 모형화는 動的 解析의 정확성을 높이기 위하여 앞에서 언급한 바와 같이 탄/소성영역을 고려하여 정밀히 수행되어야 하며 또한 動的 解析에 있어서 有限要素모델링은 荷重의 적절

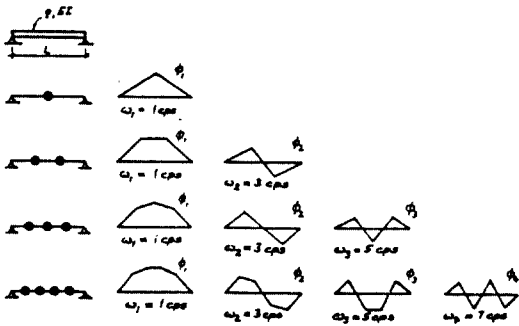


그림 3. 단순보의 모델링

한 묘사뿐만 아니라 構造物의 질량과 감쇠율의 정확한 표현을 요구한다.⁽¹⁾

3.1 운동 방정식

單自由度계에서의 운동방정식은 그림 4와 같이 질량계의 자유물체도를 취함으로써 아래와 같이 구할 수 있다.

$$m \ddot{X}_t + c \dot{X}_t + k X = f(t)$$

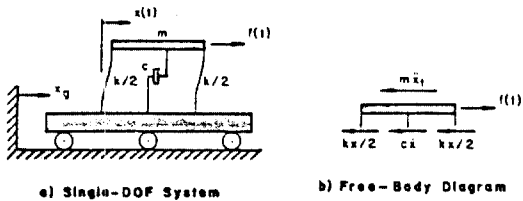


그림 4. 단 자유도계

또는 지진과 같은 지반의 운동, \ddot{X}_g , 를 고려하면 운동방정식은

$$m \ddot{X} + c \dot{X} + k X = f(t) - m \ddot{X}_g(t) \text{ 이다.}$$

특히 多自由度系에서의 운동방정식은 위와 유사하나 행렬식을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F(t)\} - [M][I]\{\ddot{X}_g(t)\}$$

상기 식에서 [M]; 질량행렬, [C]; 감쇠행렬, [K]; 강성행렬 그리고 [I]; 가속도 벡터를 의미한다. 그러나 정확한 動的解析을 위해서는 構造物 및 재료의 특성에 따른 [M], [C], [K]의 합리적인 모델링은 중요한 과정이다.⁽⁴⁾

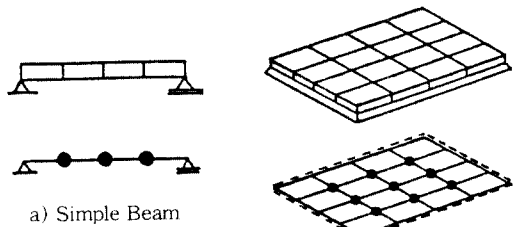
* 강성 모델

강성의 미소한 변화에 따른 構造物의 振動數의 변화는 動的荷重에 의한 構造物의 거동에 큰 변화를 일으킨다. 따라서 예상되는 構造物의 거동의 범위를 정하기 위하여 연결부 강성과, 지지부 그리고 각각의 構造要素들의 강성값의 상/하한 값을 사용하는 것이 통상적이다.

* 질량 모델

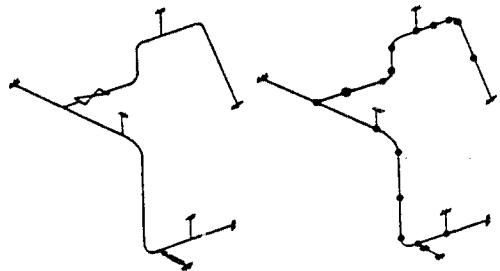
a) 절점 질량법

有限要素解析法에서 가장 일반적이고 쉬운 접근 방식은 점유면적 혹은 체적에 따른 각각의 지점에 해당되는 질량을 각 node에 집합시키는 lumped mass 방법으로서 이 방법의 장점은 질량행렬은 대각선 성분만 갖고 그 이외의 성분들은 모두 零인 것이다. 다시말하면 "i" 번째 자유도의



a) Simple Beam

b) Simple Plate



c) Piping System

그림 5. 질점 질량 모델 예

가속도는 “i”번째 자유도의 관성력에 의해서만 영향을 받고 他 자유도의 관성력에 의해서는 영향을 받지 않는 것이다. 그림 5는 lumped mass 계의 한 예이다.

특히 모델링시 주의할 점은 1) 모델에서 모든 절점의 질량의 합은 전 構造物의 질량과 동일, 2) 강체 운동형태의 構造物의 動的 거동이 유지되도록 실제 構造物과 解析모델의 질량의 중심은 거의 일치, 그리고 3) 解析모델의 질량의 단면 1차모멘트는 실제의 構造物의 질량의 단면 1차모멘트와 거의 동일하도록 모델링할 것 등이 있으며 특히 非 構造要素에 해당되는 질량을 계산할 때 그것은 解析모델의 해당절점에 집중시키는 것이 바람직하다. 또한 非 構造要素의 경우에도 전 질량의 합, 질량의 중심 그리고 질량의 단면 1 차모멘트는 가능한 일치하도록 해야 한다.

b) 분포 질량법

그림 6과 같이 보要素를 고려하면 변위와 가속도를 정의하는 데 3차 보간함수가 사용된다. 절점 가속도 \ddot{w}_1 은 관성력 $f_1(x) = \rho(x)\phi_1(x)\ddot{w}_1$ 을 유발시키고 해당되는 자유도의 유효 분포질량은 다음과 같다.

$$m_{11} = \int_0^L \rho(x) \phi_1^2(x) dx$$

상기 식에서 $\phi_1(x) = 1 - 3(\frac{x}{L})^2 + 2(\frac{x}{L})^3$ 이다. 일반적으로 $m_{ij} = \int_0^L \rho(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx$ 이고 ϕ_i, ϕ_j 는 有限要素행렬을 구하기 위한 형상함수이다. 특히 이 방법은 질점질량법과 달리 “i”번째 자유도의 가속도는 “j”번째 자유도에 관성력을 일으키는 것에 주목해야 한다.

후자의 분포질량법은 실제의 構造物보다 더 큰



그림 6. 보의 3차 보간함수

강성을 갖는 것으로 모형화됨으로 계산되는 진동수들은 다소 과대평가되고 있지만 반면에 전자의 질점질량법은 실제의 構造物보다 관성력이 더 크게 평가됨으로 계산되는 진동수들은 작아지는 경향이 있다. 이들 두 오차들은 양 방법을 비교하면서 오차를 감소 즉 보정할 수 있다.

* 감쇠 모델

모든 물리학적 모델은 에너지를 상실한다. 즉 감쇠는 振動構造에서 모든 에너지 흡수의 일반적인 표현이다. 構造物의 운동에너지 및 위치에너지의 합은 일반적으로 열의 형태로 나타나는 기계적 에너지 손실때문에 운동시 시간의 경과와 함께 감소된다. 특히 에너지 손실의 주요한 원인은 1) 공기와 기름 같은 유체내에서 진동하는 계의 점성감쇠 즉 충격 흡수제와 같은 점성 액체속에서의 움직임, 2) Coulomb 감쇠 즉 강철 프레임의 볼트와 리벳 결합과 같이 접촉된 두 물체의 상대운동으로 인한 마찰, 3) 히스테릭 감쇠 즉 항복점을 초과하는 응력상태하에서의 히스테릭 거동을 일으키는 강철과 같은 물체의 소성 작용, 4) 라디에이션 감쇠 즉 연속 매체를 통한 파의 보급 전파에 있어서 기하학적 분산을 통한 국부에너지 손실, (예를 들어 다공질 構造에서의 매체의 상호 작용 문제) 등으로 요약할 수 있다. 鐵筋 콘크리트 構造物의 경우 감쇠값을 결정하기 위하여 그림 7과 같은 강성행렬과 질량행렬에 비례상수를 도입하여 선형조합의 형태를 갖는 다음과 같은 감쇠식을 사용할 수 있다.

$$[C] = a_1[M] + a_2[K]$$

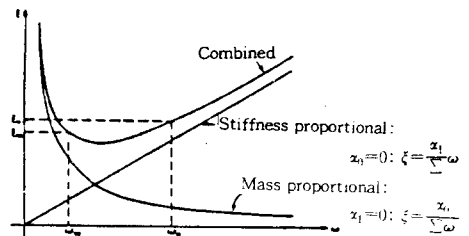


그림 7. Rayleigh 감쇠의 진동수와 감쇠의 관계 곡선

3.2 動的解析 過程

構造物の動的解析은 動的荷重 유무에 따라 자유진동해와 荷重에 의한 강제진동해로 구분되어 나누어 지며 이들의 합이 構造物の動的荷重下에서의 일반적인 해로 나타내고 있다. 특히 動的荷重 작용시의 초기조건을 도입할 때 소멸되고 잔류되는 해인 steady state solution은 構造物の動的解析時 중요한 要素이다. 이들의 해를 구하기 위한 數値解析 기법은 크게 두가지로 구분된다. 즉 time domain solution 과 frequency domain solution으로 이들의 解析技法중 多自由度系 構造物の 有限要素解析을 위한 모드 중첩법 및 직접적분법에 대해서만 아래와 같이 간략히 요약하고자 한다.⁴⁾

* 單 自由度系 解析

單 自由度系에 있어서 임의의 動的荷重 f(t)가 정해지면 그림 8과 같이 짧은 시간에 연속적으로 작용하는 충격荷重(consecutive impulse)으로 나타낼 수 있으며 각각의 단위 충격荷重에 대한 해에 가중치를 감안한 후 전 시간영역에 대해서 적분하면 주어진 動的荷重에 대한 해를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$X(t) = \int_0^t F(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

상기 식에서 h(t)=단위 충격荷重에 의한 응답

$$= \begin{cases} \frac{1}{m\omega_d} e^{-\xi\omega t} \sin\omega_d t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

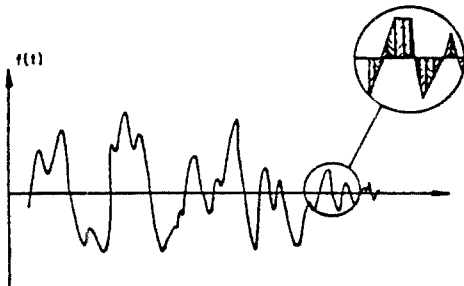


그림 8. 연속 충격하중으로 나타낸 임의 동적하중

$$\omega_d = \text{감쇠진동수} = \omega\sqrt{1-\xi^2}$$

$\xi =$ 감쇠계수를 나타낸다.

* 多 自由度系 解析

多 自由度系에서의 構造解析을 위한 대표적인 방법으로써 모우드 중첩법(modal superposition method)과 직접적분법(direct time integration method)등이 있다. 우선 振動數 및 모우드계산법에 대해 기술한 후 이들 解析方法을 간략히 요약하면 아래와 같다.

* 기본 振動數 및 모우드 결정

荷重이 없는 多 自由度系의 비감쇠 構造物の 자유진동을 위한 운동방정식은

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0$$

으로 나타낼 수 있으며 이 방정식의 일반해는 $X = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = C \cos(\omega t + a)$ 이다. 이를 운동방정식에 대입한 주기와 모우드를 계산할 수 있는 특성방정식은

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi_i\} = 0$$

을 구할 수 있으며 상기 식으로부터 ω_i 는 "i"번째 자연진동수와 이를 기본으로 $\{\Phi_i\}$ 는 "i"번째 자유진동모우드를 구할 수 있다. 한 예로 그림 9와 같이 3 自由度系로서 有限要素 모델된 외팔보 構造物の 특성함수는

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ 0 & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \{\Phi_i\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

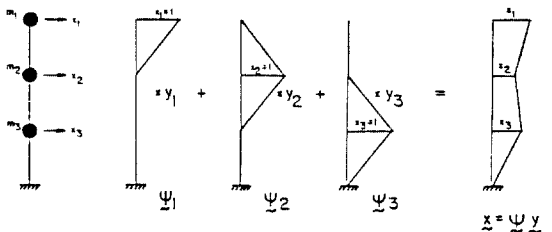


그림 9. 모우드 중첩에 의한 변위 계산

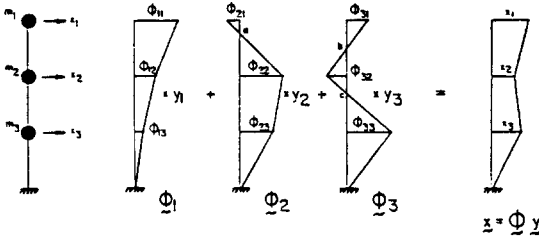


그림 10. 자연 좌표계의 모우드

상기 행렬식으로 부터 기본진동수 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 을 구할 수 있으며 이를 기본으로 모우드 Φ_1, Φ_2, Φ_3 를 구할 수 있다. 또한 임의의 변위 벡터 X 는 그림 9, 10과 같이 모우드 중첩의 원리를 이용하여

$$\{X\} = [\Phi]\{y\}$$

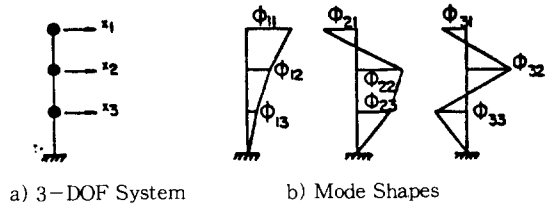
를 구할 수 있다.

특히 근사해법으로서 몇몇의 주요 진동수와 모우드를 결정하는데 가장 일반적인 방법인 subspace iteration method 와 determination search method 등이 있으며 특히 多自由度系 構造物의 해를 구하기 위하여 모우드의 직교성 (orthogonality)을 이용하여 多自由度系의 연성 운동방정식(coupled equation of motion)을 비연성 운동방정식(uncoupled equation of motion)으로 변환하여 解析하는 과정을 숙지해야 한다.

- 모우드 중첩법 (modal superposition method)

- 1) 앞에서 기술한 바와 같이 특성함수식을 이용하여 진동수와 모우드를 구한다.
- 2) 모우드의 직교성을 이용하여 多自由度系 연성운동방정식을 비연성 운동방정식으로 변환한다.
- 3) 비연성운동 방정식 즉 각각의 自由度에 대한 운동방정식을 앞에서 기술한 방법으로 單自由度系의 해를 구한다.
- 4) 그림 11과 같은 선형 모우드 중첩법에 의해 모든 Node에서의 각각의 自由度에 대한 해를 구한다.

- 직접적분법 (direct time integration method)



a) 3-DOF System

b) Mode Shapes

c) First Mode Response

d) Second Mode Response

e) Third Mode Response

f) Combined Response

g) Response Spectrum

그림 11. 모우드 중첩법

좌표의 변환없이 직접 시간영역에 대해서 적분하여 構造解析하는 직접적분법은 크게 Explicit Method 와 Implicit Method로 나누어 진다.^(4,5)

1) Central difference method (explicit 법)

시간 t 에서 속도와 가속도는 다음과 같다.

$$\dot{X}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-X_{t-\Delta t} + X_{t+\Delta t})$$

$$\ddot{X}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (X_{t-\Delta t} - 2X_t + X_{t+\Delta t})$$

$$+ \left(\frac{3}{\Delta t} X_t + 2\dot{X}_t + \frac{\Delta t}{2} \ddot{X}_t \right) C$$

상기의 시간 t에서의 속도 및 가속도를 운동방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$m\ddot{X}_t + c\dot{X}_t + kX_t = f_t$$

이를 單自由度系 및 多自由度系에 대해서 다시 정리하면

$$\begin{aligned} \text{單自由度系: } & \left(\frac{1}{\Delta t^2} m + \frac{1}{2\Delta t} c \right) X_{t+\Delta t} \\ & = f_t - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} m \right) X_t - \left(\frac{1}{\Delta t^2} m - \frac{1}{2\Delta t} C \right) X_{t-\Delta t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{多自由度系: } & \left(\frac{1}{\Delta t^2} [M] + \frac{1}{2\Delta t} [C] \right) \{X_{t+\Delta t}\} \\ & = \{f_t\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right) \{X_t\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2} [M] \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2\Delta t} [C] \right) \{X_{t-\Delta t}\} \end{aligned}$$

즉 시간 t+Δt에서의 변형은 시간 t와 시간 t-Δt에서의 구해진 변형을 이용하여 구할 수 있다.

2) Linear acceleration method (implicit 법)

Newmark법의 일종인 본 해법은 위 방법과 유사하나 시간 t에서의 속도와 가속도는 아래와 같다.^(4.5)

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \frac{3}{\Delta t} (X_{t+\Delta t} - X_t) - 2\dot{X}_t - \frac{\Delta t}{2} \ddot{X}_t$$

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = \frac{6}{\Delta t^2} (X_{t+\Delta t} - X_t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{X}_t - 2\ddot{X}_t$$

마찬가지로 상기식들을 시간 t+Δt에서의 평형방정식을 만족시키는 운동방정식에 대입하여 아래와 같은 식들을 얻을 수 있으며 응답 또한 구할 수 있다.

$$M\ddot{X}_{t+\Delta t} + C\dot{X}_{t+\Delta t} + KX_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t}$$

$$K^* X_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t}^*$$

상기식에서

$$K^* = K + \frac{6}{\Delta t^2} M + \frac{3}{\Delta t} C$$

$$F_{t+\Delta t}^* = F_{t+\Delta t} + \left(-\frac{6}{\Delta t^2} X_t + \frac{6}{\Delta t} \dot{X}_t + 2\ddot{X}_t \right) M$$

4. 有限要素解析

構造物의 動的有限要素解析은 動的荷重下에서의 構造物의 강도, 변형의 크기 및 構造物의 振動數等を 구하기 위하여 우선 解析되어질 構造物의 관성능력, 감쇠특성, 解析構造物의 단순화에 따른 문제점, 감쇠현상의 수치적 모델, 재료의 변형율의 크기에 따른 영향, 動的解析 방법등에 대한 충분한 연구가 선행되어져야 한다.⁽⁶⁾ 본 절에서는 鐵筋 콘크리트 構造物의 형태 및 荷重의 형태에 따른 有限要素 모델링 및 解析시 주의해야 할 사항들을 요약하고자 한다.

4.1 有限要素 모델링

- 모델링의 일반적사항

1) 비틀림 응답이 중요시 되는 경우에는 構造物은 2차원 모델 대신에 3차원 모델로 解析되어야 한다. 즉 그림 12와 같이 질량과 강성의 중심이 분리되어 있는 경우 빌딩의 전단 벽과 같이 비틀림은 배열된 강성要素들에 의해 야기될 수 있다.

2) 만약 비틀림 진동수가 횡방향의 주요 진동수들중 하나에 가까운 값을 보인다면 순수 횡방향 荷重은 횡방향 진동수에 추가하여 비틀림 진동을 일으킬 수 있다. (빌딩 주변의 좁은 간격으로 세워진 기둥과 같은 튜브와 같은 모양의 構造物에서 비틀림 진동수는 전형적으로 횡방향 진동수보다 크므로 비틀림 현상이 일어나지 않는다.)

3) 有限要素解析을 위한 Mesh규격은 荷重에 의해서 발생하는 모든 모드 형상을 재 창출할 수 있도록 충분히 작아야 한다. 일반적으로 cut-off

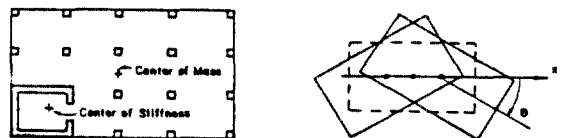


그림 12. 비틀림 진동

진동수는 기계 要素의 振動解析에서는 200-250 Hz 그리고 지진 공학에서는 333 Hz 정도이다.

4) 임의 부재의 질량이 이 要素에 의해 지지되는 질량이나 집중질량보다 작으면 무시할 수 있다. 일례로 자동차의 질량이 보의 무게보다 훨씬 크다고 생각 되면 構造物의 질량을 무시한 有限要素 解析法은 신뢰할 수 있는 값을 준다 그리고 자동차에 의한 진동수 ω_d 는 1차 모우드 진동수 ω_1 보다 훨씬 작은 경우 다시말하면 $\omega_d > \omega_1$ 이면 보의 자중을 포함한 有限要素解析法은 공명현상에 대한 가능성여부를 반드시 검토해야 한다.

5) 만약 기계기초가 매우 강성이고 보의 길이보다 상대적으로 길다면 기계기초는 有限要素 모델에 고려해야 한다. 만약 荷重의 진동수 밴드가 알려졌다면 절점 荷重모델에서 요구되는 각 지간 마다의 절점의 수와 분포질량 모델에서 요구되는 각 지간사이의 중간 절점의 수는 합리적으로 계산가능하다. (예를들어, 등분포질량 m, 휨강성 EI 그리고 n차 자연진동수가 $\omega_n = f$ 을 갖는 단순보의 길이는 아래와 같다.

$$L_n = \frac{n\pi}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

6) 충돌과 폭발과 같은 충격 荷重에 있어서 有限要素 Mesh는 Wave 길이당 적어도 4개의 要素를 가지고 있을 정도로 세분화 되어야 한다. 탄성 연속체에서 Wave 길이는

$$\lambda = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{E}{m}} = \frac{C}{\omega}$$

상기 식에서 ω 는 荷重의 진동수, E는 탄성계수, m는 질량 밀도 그리고 C는 wave 속도를 나타낸다.

7) 고층 건물의 바람과 지진 荷重에 의한 응답은 몇몇의 최저모드만에 의한 결과들이다. 즉 최저 모우드가 빌딩의 변위에 90% 이상의 영향을 미치기 때문이다. (각 층의 전단력과 층간의 변위는 움직임은 몇개의 고 모드의 고려없이 정확하게 구할 수 없다.) 일반적으로 10 modes 이상은 거의 고려치 않는다.

- 강성 모델링

1) 構造要素의 진동수들이 cut-off 진동수들보다 클 만큼 강성인 構造要素들은 강절점으로 고려되어질수 있다. 일반적으로 cut-off 진동수는 荷重의 진동수들에 좌우된다. 그러나 대체로 약 200-250 cps 정도이다.

2) 他 要素와 비교해서 매우 연성인 要素는 非構造要素로 간주한다. 따라서 단지 그들의 질량만이 解析에 포함된다.

3) 큰 변형율을 가지는 動的荷重 즉 충격, 폭발 荷重등에서 물체의 거동의 특성은 정적 荷重의 경우와 훨씬 다르다. (지진, 바람과 같은 動的荷重등에서 10%-20% 증가된 강도와 강성으로 고려하는 것이 강부재 그리고 콘크리트 構造 解析에서 더 실제적이다.)

4) 만약 기초의 효과가 解析에 포함되면 기초지반의 특성은 動的振動數와 크기에 좌우되는 것이 더 실제적이므로 解析은 비선형이 된다. 이런 경우의 解析은 기초지반을 위한 상하한 값을 고려하여 解析하는 것이 바람직하다.

- 질량 모델링

1) 모든 질량들은 기계류의 무거운 要素와 같은 강성 要素와 관계가 있다. 그런 강성 要素는 집중 질량점으로 모델되어 진다.

2) 절점 荷重은 構造物의 관성율을 높게 평가하는 경향이 있다. 다시말하면 변위 계산을 위한 有限要素法은 대체로 상한치의 要素 강성값을 나타낸다. 절점질량법으로 계산된 진동수들은 연속질량법으로 계산된 값들보다 정확치는 않지만 적어도 실제적인 값들로 평가된다. 그러나 모우드형상, 응력 그리고 변형율등을 고려 한다면 연속질량법이 일반적으로 더 좋은 방법으로 평가된다.

3) 제한된 질량 自由度數가 요구되는 解析方法에서 질량점을 선택할 때 등분포된 질량을 갖는 構造物의 動的 거동과 비슷한 모델을 나타낼 수 있도록 몇개의 큰 질량점등을 선택하는 것이 바람직하다.

- 감쇠 모델링

1) 감쇠는 질량과 강성비의 함수로 표시되는 감쇠계수 식을 사용함으로써 진동의 자연적인 모우드에 대한 감쇠율을 정하는 것으로 평가하고 있다. Rayleigh 감쇠에서 감쇠율은 ω_n , ω 의 2가지의 진동수로 나타낼 수 있다.

2) 2% 또는 그 이하의 임계감쇠값을 갖는 경감쇠 構造에서는 중요한 構造物의 진동수에 대한 荷重의 진동수가 0.5와 2.0사이에 있지 않는 이상 감쇠는 보통 무시될 수 있다.

- 荷重 모델링

1) 적분시 고려되는 Δt 는 動的荷重의 기록에 적합하도록 정해야 한다. 그림 13에서 보인 바와 같이 적분시의 Δt 값이 動的荷重의 샘플링 간격보다 큰 경우에는 많은 중요한 荷重기록의 정점들이 누락되는 경우가 있다. 일반적으로 지진解析時 鐵筋콘크리트 構造物의 Δt 는 적어도 0.02초 이하이다.

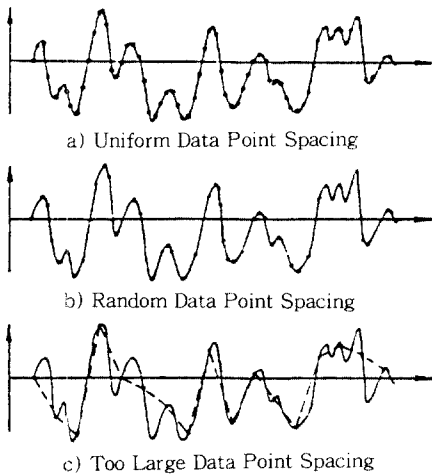


그림 13. 동적하중의 모델링

4.2 有限要素解析 過程

1) 앞에서 기술한 바와 같이 비감쇠 自由振動解析을 이용하여 構造物의 진동수와 모드를 결정할 수 있다. 대부분의 실제 문제에서 감쇠 진동수는 비감쇠 진동수 ω 와 매우 유사한 값을 갖는다.

2) 動的解析에 있어서 등방성 Plate와 Shell要素를 정확하게 解析하기 위해서는 감차적분을 수

행하는 것이 좋다.

3) 모우드 중첩법은 대다수의 선형 steady-state 응답 계산시 요구되고 있다. 그러나 직접적분법에 의한 解析은 진동수와 모우드의 계산을 수행하지 않지만 반드시 構造物의 動的 특성을 파악하기 위하여 계산하도록 권장한다. 따라서 실제적인 면에서 모우드 중첩법은 더 효과적인 방법인 것이다.

4) 解析에서 포함되어질 모우드의 수는 構造物의 중요한 動的 응답을 유발하는 荷重의 고진동수 모우드에 의해 제어된다. (그러나 이것은 構造物의 응답 스펙트럼과 荷重의 스펙트럼이 있다면 용이하게 결정되어 질 수 있다.)

5) 대부분의 실제의 動的 解析에서는 10개 이하의 저 모드를 사용한다. (그러나 荷重의 진동수밴드가 構造物의 진동수 스펙트럼안에서의 어떤 곳에서 많은 수의 모우드를 포함하는 경우들이 있음에 주의해야 한다.)

6) 적분 시간간격의 선택은 解析에 포함된 고진동수 모우드에 의해서 또는 荷重함수의 샘플링 크기에 의해서 아래와 같이 결정된다.

$$\Delta t \leq \min(\Delta t_s, \frac{T_m}{10})$$

상기 식에서 Δt_s 는 荷重함수에서 일정하게 샘플링된 간격 그리고 T_m 은 解析에 포함된 고진동수 모우드의 주기를 나타낸다.

7) 解析시 많은 수의 모우드를 필요로 하는 構造物에서는 직접적분에 의한 방법이 필수적이다. 이것은 좁은 진동수의 밴드안에서의 많은 모우드가 closely spaced된 경우이기 때문이다. 매우 큰 진동수를 갖는 荷重에서 explicit적분법은 더욱 경제적이다. 특히 직접적분법은 비선형 動的解析시 자주 사용되어 지고 있다.

8) 만약 운동 방정식이 안정된 implicit법에 의해서 적분되었다면 (일례로 newmark방법) 적분 시간간격은 수학적 적분안정성에 관계되어 있으므로 임의로 크게 할 수 있는 것이다. 그러나 정확한 응답을 얻기 위해서는 간격은 중요한 荷重이

작용하는 곳에서의 고려될 시간 간격보다 커서는 안된다.

9) 응답 스펙트럼 방법은 time domain 解析方法 만큼 정확하지는 않다. 그러나 많은 경우에 높은 정확도가 항상 필요한 것은 아니기 때문에 이런 경우에는 응답 스펙트럼방법이 계산 노력이 적게 들기 때문에 사용된다. 사용조건은 設計 스펙트럼의 형태로 나타내어진 스펙트럼의 유용성에 좌우된다.

10) 有限要素 모델의 자연 진동수가 매우 넓게 분포한다면 각각의 스펙트럼 응답은 SRSS (square root of the sum of the squares)법을 사용하여 조합한다.

11) 構造物의 질량은 전체 構造物 뿐만아니라 動的解析을 반드시 해야 하는 어떤 副 構造物에서도 질량의 합, 질량의 중심과 질량의 1차 모우멘트 등을 일치하도록 이상화해야 한다.

12) Node point를 선택할 때 대각要素에 질량에 대한 강성값이 작거나 가장 큰 질량점을 선택하는 것이 좋다. 실제 문제에서 전체 절점수의 10-20%정도 관계된 "master nodes"의 선택은 충분하다.

5. 結 論

위에서 언급한 바와 같이 鐵筋 콘크리트 構造物의 動的有限要素解析은 우선 鐵筋 콘크리트 부재의 動的舉動的 모델의 모형화, 動的 운동방정식의 형상화 그리고 적절한 有限要素解析기법을 이용하여 수행하여야 한다. 특히 有限要素解析 과정시 필요한 속지사항들은 1) 構造物의 강성비가 정확하게 모델링되었나를 증명하기위해서는 動的荷重解析의 有限要素 모델의 수행을 위해서 반드시 처음 정적 解析을 해야된다. 2) 만약 실험적인 결과가 사용될 수 있다면 실험적 그리고 解析的인 진동수와 모우드 형상이 잘 일치할 수 있을 때까지 강성과 질량값들을 적절히 조정하여 有限要素모

델을 간결하게 조정되어야 한다. 3) 解析은 ribs, holes, bevels 및 복잡한 curvature등을 제외하면서 개략적인 모델로서 시작하며 세부사항을 상세히 포함한 要素網은 운동에너지 밀도와 높은 변형율을 갖는 부분에서 만들어 질 수 있다. 4) 만약 모델이 비감쇠라면 unbounded 응답 크기들은 모델의 자연 진동수들 중의 하나와 일치하는 진동수를 갖는 荷重에 대한 것들이다.

이상에서 정리한 바와 같이 鐵筋 콘크리트 構造物의 動的有限要素解析은 昨수의 다양화 그리고 대형화되는 構造物의 解析 및 設計를 위해서 적절한 모형실험과 함께 필수적인 과정으로서 今後부터는 이들에 대해서 실무에 종사하는 엔지니어들도 이론적인 배경을 갖추고 있어야만 하리라 思料되며 특히 UR 시장개방에 따른 設計 用役業務의 불가피한 시장개방은 우리에게 각종 構造物의 解析을 위한 컴퓨터 프로그램의 개발 및 解析된 각종 構造物의 Data Bank의 설치등 많은 과제를 시급히 처리해야 하리라 思料된다.

참 고 문 헌

1. Task Committee on Finite Element Idealization (Edited by Christian Meyer), "Finite Element Idealization", ASCE, 1987
2. 최창근, "有限要素解析法", 집문당, 1992년
3. 정영수, 김세열, "鐵筋 콘크리트 프레임要素의 수리적 이력모델", 대한토목학회 논문집, 12권 1호, 1992년
4. R. D. Cook, D. S. Malkus and M. E. Plesha, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis," 3rd Ed, John Wiley and Sons, Inc, 1989.
5. K. J. Bathe, "Finite Element Procedure in engineering Analysis," Prentice-hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1982.
6. R. W. Clough and J. Penzien, "Dynamics of Structures," McGraw hill Book Co., New York, 1975.