

# 탄·소성 구성 모델의 土質媒介變數 銳敏性

Sensitivity of Parameters for Elasto-plastic Constitutive Model

정진섭\*<sup>1</sup>

Jeong, Jin-Seob

김찬기\*<sup>2</sup>

Kim, Chan-Kee

이문수\*<sup>3</sup>

Lee, Moon-Soo

---

## Abstract

This paper dealt with the influence of experimental error generated inevitably during performing experiments on the granular soil behaviour analysis selecting Lade's Single Work-Hardening constitutive model.

Several isotropic compression-expansion tests and a series of drained conventional triaxial tests with various confining pressures for Baekma river sands were performed and the values of parameters for the above model were determined using computer program developed for this study based on regression analysis. By finding the range of the upper and lower bound for deviator stress and volumetric strain versus axial strain dependant on the increase and decrease of the standard deviation from mean value of parameters, sensitivities of all the parameters were examined. Practical use of program to determine the parameters and capability to predict the behaviour of granular soil by Lade's Single Work-Hardening model verified.

## 요 지

本 文은 Lade의 단일항복면 구성모델(single work-hardening model)을 선정하여 사질토의 舉動解析에 필요한 土質媒介變數를 室內試驗을 하여 구하는 과정에서 필연적으로 발생하는 實驗誤差가 解析結果에 미치는 영향을 분석하였다.

研究方法으로서는 백마강 모래에 대하여 등방압축-팽창시험과 구속압력을 달리한 일련의 배

---

\*1 정회원, 원광대학교 공과대학 토목공학과 교수

\*2 정회원, 원광대학교 대학원 토목공학과 박사과정

\*3 정회원, 전남대학교 농과대학 농공학과 부교수

수삼축시험을 하고 이 시험자료를 이용하여 회귀분석을 근거로, 본 연구에서 개발된 토질 매개 변수 결정 프로그램에 의해 土質媒介變數를 결정하고 그 평균치에서 표준편차를 증감시켜 축방향변형률에 대한 축차응력 및 체적변형률의 상계 및 하계 범위를 밝힘으로서 각 土質媒介變數의 민감도를 규명하였다. 그 결과 토질매개변수결정 프로그램의 실용성이 크다는 것을 확인하고 Lade의 단일항복면 구성모델의 예측능력이 좋다는 것을 알았다.

## 1. 序 論

흙의 舉動解析을 위해서는 적절한 흙의 구성식을 선정하게 된다. 이 선정된 구성모델의 신뢰성은 얼마나 정확히 應力-變形率을 예측할 수 있는가에 좌우 된다. 또한 모든 구성식에는 다만 한정된 시료에 대한 실내 시험으로부터 얻은 자료만을 이용하여 구한 土質媒介變數를 이용한다. 따라서 시험으로부터 정교한 土質媒介變數를 얻는다는 것은 흙의 거동 예측에 중요한 요소이다. 즉 구성방정식에서 사용되는 여러 土質媒介變數의 값은 제안된 구성모델의 정도를 나타내는 기본적인 사항이지만 각 土質媒介變數의 결정에는 실제로 상당한 주관적인 판단과 개인적 또는 기계적인 원인 및 흙의 地域性(locality) 때문에 발생한 실험오차가 포함되기 마련이다. 또 구성모델을 제안한 학자는 제안된 모델의 타당성을 검증하기 위하여 소수의 시험만을 통하여 결정된 土質媒介變數를 이용하여 흙의 變形舉動을 예측하고 이를 觀測한 시험치와 비교하므로써 구성모델의 정도를 논의하여 왔다. 그러므로 이미 제안된 구성모델에 대하여 실내시험을 통하여 얻어진 각 土質媒介變數의 통계학적 분석을 하고 이를 이용하여 그 구성식의 확률론에 입각한 정확도를 규명하는 것은 매우 의미있는 연구라고 하겠으나 아직까지 구성모델에 대한 확률론적 접근방식에 관한 연구는 거의 없는 실정이다.

본 문은 이와 관련하여 오차가 포함된 시험자료를 통계처리하여 각각의 土質媒介變數가 舉動解析結果에 미치는 敏感度解析을 하고자

하였다. 연구 방법으로는 사질토의 舉動解析에 관하여 간단한 수학적 표현과 계산시간의 단축 등의 특성을 갖고 있으며 Lade의 複合降伏面(double work-hardening)構成모델<sup>1)</sup>에 비하여 매개변수의 종류도 줄어들고 수학적 표현이 간단한 Lade의 單一降伏面(single work-hardening)構成모델<sup>2, 3, 4, 5)</sup>을 선정하고 실험으로부터 이 모델에 필요한 土質媒介變數를 회귀분석으로 구하는 전산프로그램을 개발<sup>6)</sup>하고 이 프로그램을 통하여 얻어진 土質媒介變數를 구성식에 이용하여 應力-變形率관계를 예측하였다.

이 연구에서 사용된 시료는 백마강에서 채취한 모래이며 등방압축-팽창 및 배수삼축 압축 시험 등을 수행하여 11종의 土質媒介變數를 회귀분석에 의하여 구하고 이를 통계 처리하여 각 土質媒介變數의 標準偏差, 分散 및 變動係數를 구하여<sup>7)</sup> 이들 土質媒介變數의 통계적 특성을 밝혔으며, 각각 土質媒介變數의 평균값으로부터 標準偏差를 증감하여 일정수준의 軸變形率에 대한 軸差應力 및 體積變形率에 대한 상계 및 하계의 범위를 구하여 敏感度를 파악하였다. 최종적으로 전체 土質媒介變數의 변화가 해석에 미치는 영향을 알아보기 위하여 모든 土質媒介變數 평균치에서 표준편차 만큼 증감하여 분산 정도의 범위를 알아보았다.

## 2. 單一降伏面(single work-hardening) 구성모델<sup>2, 3, 4, 5)</sup>

파괴규준은 응력불변량을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\eta_1 = (I_1^3/I_3 - 27) \cdot (I_1/P_a)^m \quad (2.1)$$

여기서  $\eta_1$ 과  $m$ 은 土質媒介變數이고  $P_a$ 는 대기압이며 응력불변량  $I_1$ 과  $I_3$ 는 다음과 같다.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_3 = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} + \tau_{yx} \cdot \tau_{zy} \cdot \tau_{xz} - (\sigma_x \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \sigma_y \cdot \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} + \sigma_z \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yx})$$

塑性變形率増分은 流動則으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$de_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.2)$$

$$g_p = (\Psi_1 \cdot I_1^3/I_3 - I_1^2/I_2 + \Psi_2) \cdot (I_1/P_a)^\mu \quad (2.3)$$

여기서  $g_p$ 는 소성포텐셜함수이고  $d\lambda_p$ 는 비례상수이며 응력불변항  $I_2$ 는 다음과 같다.

$$I_2 = \tau_{xy} \cdot \tau_{yx} + \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} - (\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x)$$

항복함수는 경화인 경우와 연화인 경우에 대하여 다음과 같이 각각 나타낸다.

$$f_p = fp'(\sigma) - fp''(Wp) = 0 \quad (2.4)$$

$$f_p' = (\Psi_1 \cdot I_1^3/I_3 - I_1^2/I_2) \cdot (I_1/P_a)^h \cdot e^q \quad (2.5)$$

$$f_p'' = (1/D)^{1/\rho} \cdot (Wp/p_a)^{1/\rho} \text{ (for Hardening)} \quad (2.6)$$

$$f_p'' = A \cdot e^{-B \cdot (Wp/p_a)} \text{ (for Softening)} \quad (2.7)$$

다만 식(2.1)~식(2.7)에 나타난 土質媒介變數  $\eta_1$ ,  $m$ ,  $\mu$ ,  $\Psi_1$ ,  $h$ ,  $\rho$ ,  $D$ ,  $A$ ,  $B$  등은 다음 4.2장에서 상세히 설명한다.

### 3. 실험 및 土質媒介變數결정

#### 3.1 시료 조제 및 방법

單一降伏面構成모델의 土質媒介變數의 敏感度를 검토하고자 백마강유역에서 채취한 모래를 자연건조시킨 후 #60체를 전부 통과하고 #200체에 잔유하도록 시료를 체가름하고 이 시료의 최대간극비( $e_{max}$ ), 최소간극비( $e_{min}$ )를

측정하여 상대밀도(Dr)를 60%가 되도록 시료의 초기간극비( $e_{spc}$ ) 값을 결정하여 시험에 이용할 수 있도록 시료를 준비하였으며 준비된 시료의 물리적특성은 표 1.과 같다. 그리고 이 준비된 시료를 사용하여 등방 압축시험 12회 및 구속압력을 1, 2, 4(kg/cm<sup>2</sup>)로 각각 달리한 배수삼축 압축시험 9회를 하였다.

Table 1. Physical properties of Baekma river sand

비 중	$e_{max}$	$e_{min}$	$e_{spc}$	Dr
2.706	1.255	0.973	1.086	0.60

삼축시험장치의 상부 캡(cap)과 저판(base)에 마찰이 없도록 윤활제(grease)를 바른 후에 시료를 저판위에 직접 준비한다. 고무막(rubber membrane)을 저판둘레에 펴서 두르고 오-링(O-ring)으로 감는다. 다음에 眞空圓筒成形箱子(vacuum cylindrical forming jacket)를 저판 위에 定置 시킨 다음 고무막을 상자의 내부 둘레에 접촉 관통하여 상부 까지 펴 올린 다음 진공을 가한다. 성형상자 내부에 들어 갈 수 있는 체(sieve)를 설치하고 氣乾狀態인 일정량의 모래를 체에다 붓는다. 다음에 체를 천천히 들어 올리면서 균일하고 느슨한 모래를 가라 앉힌다. 촘촘한 시료는 느슨한 경우와 같이 3층으로 모래를 가라 앉혀서 성형한다. 이때 각 층은 바로 형성된 층위에 놓인 수동진동기로(손으로) 진동을 가한다. 상부 캡은 시료의 중앙에 오도록 하고 고무막은 상부 캡을 짜서 감아 올린다. 2개의 오-링을 사용하여 상부 캡을 봉한다. 상부 배수관을 상부 캡에 연결하고 漏氣(leak: 공기가 새는 현상)을 확인하기 위하여 0.2kg/cm<sup>2</sup> 정도의 진공압을 기포실(bubble chamber)을 통하여 시료에 가한다. 성형상자를 제거한 후에 漏氣가 발견되면, 멈출 때 까지 시료에 생고무액을 발라서 생고무액층을 형성한다. 생고무액층이 마른 다음에 다시 발라 새로운 층을 만들어야 한다. 이제 삼축압축실(triaxial chamber)을 조립한다. 조립

된 삼축압축실에 물을 채우고 시료속의 진공을 빼 내면서 동시에 구속압을 가한다. 시료의 포화를 목적으로 탄산가스(CO<sub>2</sub>)를 저부 배수관을 통하여 유입시키며 시료내의 공기를 상부 켈래 배수관으로 밀어올린다. CO<sub>2</sub>는 약 15분간 시료내부에 스며들게 하여 CO<sub>2</sub>보다 가벼운 공기로 채워진 공극을 완벽하게 대체되도록 한다. 이 때 CO<sub>2</sub>는 기포가 없는 물(증류수)과 거의 같은 체적으로 용해 되기 때문에 상부 켈래 배수관 시료내부에 남아있는 CO<sub>2</sub>는 가해진 기포가 없는 물속에서 용해되고 따라서 시료내의 공극을 매꾸게 된다. 포화도는 시험을 시작할 때 간극 수압계수, B를 측정하여 검토한다. 대부분의 경우 B 값은 0.97-1.00이며 이는 시료가 거의 완전포화 상태에 있음을 의미한다. 이와같이 준비된 시료를 이용하여 등방압축시험과 배수 삼축압축시험을 실시 하였다. 이 때 탄성계(Eur)를 결정하기 위하여 최대하중에 도달했을 때 연속적으로 재하-제하-재재하를 하였으며 전단속도는 0.2mm/min로 하였다. 이들 시험결과 중 土質媒介變數를 결정할 수 있는 최소 단위의 조합을 택하여 그림 3.1과 그림 3.2에 나타냈다.

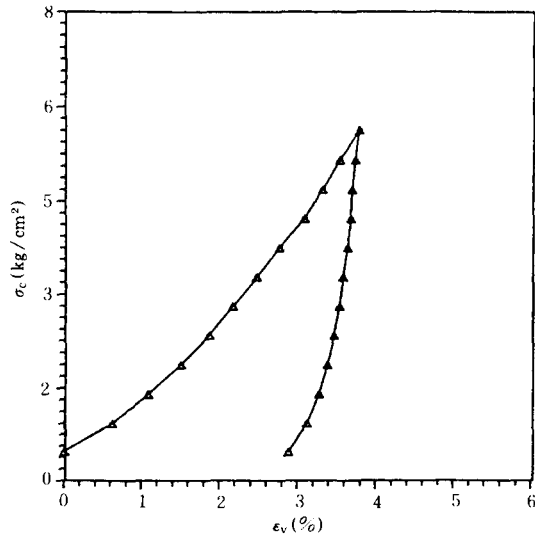


Fig 3.1. Isotropic compression tests for Baekma river sand

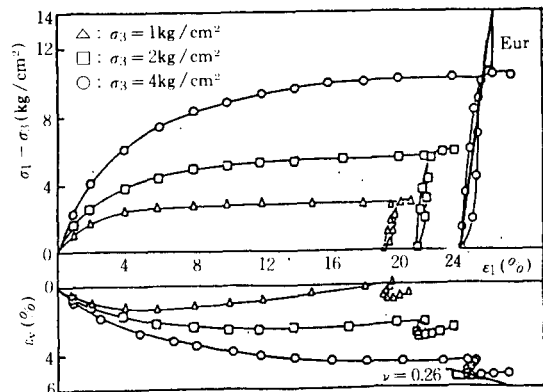


Fig 3.2. Result of drained triaxial compression tests for Baekma river sand

### 3.2 土質媒介變數 결정

실내 시험결과로부터 단일항복면구성모델에 필요한 土質媒介變數를 얻는 과정은 매우 복잡하여, 手作業으로 수행할 때는 많은 시간이 소요되며 다소 오차가 유발될 우려가 있다. 따라서, 본 연구에서는 보다 신속하고 더 신뢰할 수 있도록 회귀분석(regression analysis)에 의하여 土質媒介變數 결정을 위하여 전산프로그램을 개발하여 사용하였다.

이 프로그램의 흐름도는 그림 3.3과 같으며 이 프로그램을 이용하여 백마강 모래에 대한 土質媒介變數를 구한 결과는 표 2와 같다.

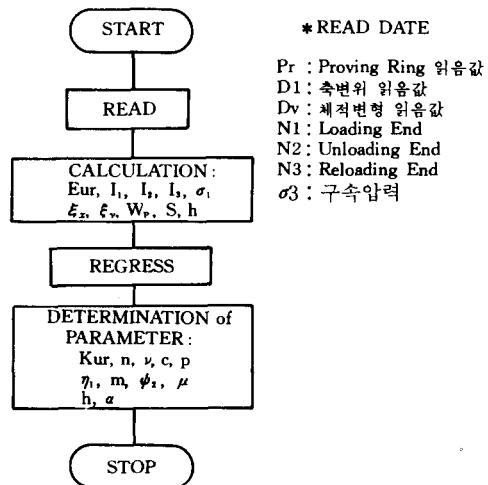


Fig 3.3 Flow chart for determination of soil parameters.

Table 2. Parameters of single work-hardening model for Baekma river sand

Kur	n	$\nu$	c	P	$\eta_1$	m	$\Psi_2$	$\mu$	h	$\alpha$
348.	0.741	0.28	0.00064	1.865	33.	0.13	-3.353	2.22	0.676	0.146

#### 4. 토질매개변수의 통계처리 및 예민도 분석

##### 4.1 토질매개변수의 통계적 특성

단일항복면構成모델<sup>2,3,4,5)</sup>의 土質媒介變數는 탄성거동성분(kur, n,  $\nu$ ), 경화함수에 관련된 변수(a, c, p), 파괴규준에 관련된 변수( $\eta_1$ , m), 소성포텐셜( $\psi_2$ ,  $\mu$ ) 및 항복함수에 관련된 변수(h,  $\alpha$ ) 등 12종이나 사질토의 경우 a=0 이므로 본문에서는 11종만 검토의 대상이 된다. 그림 3.1의 등방압축시험 및 그림 3.2와 같은 3조의 배수삼축압축시험결과를 이용하여 여러개의 土質媒介變數를 결정하기 위하여 拘束應力이 다른 상태의 시험은 서로 통계적 독립이라 가정하고 조합을 이루어 가능한 한 많은 수의 土質媒介變數를 구하였다.<sup>7)</sup> 이들의 통계적 특성은 표 3과 같다. 표에서 알 수 있는 바와 같이 매개변수 m은 변동계수(C.O.V)가 0.843으로 큰 값을 나타내고 있으며 각각 경화함수와 관련된 토질매개변수 p와 항복함수에 관련된 h는 0.03으로써 가장 작은 값을 보이고 있다.

##### 4.2 토질정수의 예민성 분석

###### 4.2.1 분석 방법

單一降伏面構成모델에 필요한 11개의 토질매개변수가 축변형률( $\epsilon_1$ )과 축차응력( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) 및 축변형률( $\epsilon_1$ )과 체적변형률( $\epsilon_v$ )에 미치는 영향을 규명하기 위하여 실험결과를 통계처리하여 얻은 토질매개변수의 평균값에 표준편차만큼 가감하여 구성식에 대입, 응력-변형률곡선을 구하여 각 토질매개변수에 대한 예민도를 검토하였다.

###### 4.2.2 탄성성분(Kur, n, $\nu$ )

그림 4.1은 그림 3.2의 排水三軸壓縮試驗의 除荷-再荷載部分에서 軸變形率( $\epsilon_1$ )에 대한 軸差應力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )의 기울기로 부터 구한 탄성계수 Eur 값을  $\sigma_3$ 에 대하여 兩對數紙上에 그린 것이다. 試驗結果에서 얻은 Eur 값은 直線 즉 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\log(\text{Eur} / \text{Pa}) = \log \text{Kur} + n \log(\sigma_3 / \text{Pa}) \quad (4.1)$$

Table 3. Statistic characteristics for parameters of single work-hardening model

Parameter	No of tests	E[X]	S.D.[X]	Var[X]	C.O.V.	remarks
Kur	27	348.	16.	256	0.046	elastic behavior
n	27	0.741	0.086	0.0073	0.111	
$\nu$	27	0.28	0.116	0.0134	0.414	
c	12	0.00064	0.000087	0.000000008	0.152	hardening function
P	12	1.865	0.054	0.0029	0.030	
$\eta_1$	27	33.	2.620	6.841	0.079	failure criterion
m	27	0.130	0.035	0.0121	0.843	plastic potential
$\Psi_2$	27	-3.353	0.149	0.0230	0.045	
$\mu$	27	2.22	0.072	0.0052	0.033	yield function
h	27	0.676	0.018	0.0003	0.030	
$\alpha$	27	0.146	0.013	0.00017	0.082	

식(4.1)의 兩邊의 對數를 除去하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$Eur = Kur \cdot pa \cdot (\sigma_3 / pa)^n \quad (4.2)$$

그림 4.1에서 정한 Kur은  $\sigma_3 = 1(\text{kg/cm}^2)$ 일 때의 Eur 값이고 n는 이 直線의 기울기이다. 이들 土質媒介變數의 평균값은 각각 348, 0.741 이고 變動係數는 0.046, 0.111 로서 비교적 작은 변화를 보이고 있다. 특히 Kur 값은 0.046으로 n의 1/2 정도에 불과하다.

이 土質媒介變數의 평균값에 標準偏差 만큼 증감시켜 軸變形率에 대한 軸差應力과 體積變形率의 관계를 나타낸 것이 각각 그림 4.2와 그림 4.3이다.

그림에서 보는 바와 같이 土質媒介變數의 평균값에 標準偏差 만큼 증감시켰으나 軸變形率에 대한 軸差應力이나 體積變形率 모두 변화가 거의 없이 같은 곡선에 모아지고 있다.

이와같이 두 土質媒介變數의 증감에도 불구하고 차이를 나타내지 않는 것은 전체 變形率에 대한 탄성 變形率성분이 매우 작기 때문으로 판단된다.

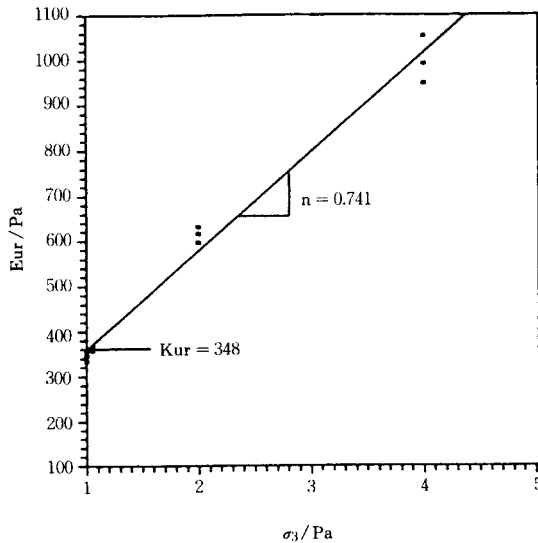


Fig 4.1. Variation of elastic modulus with confining pressure for Baekma river sand.

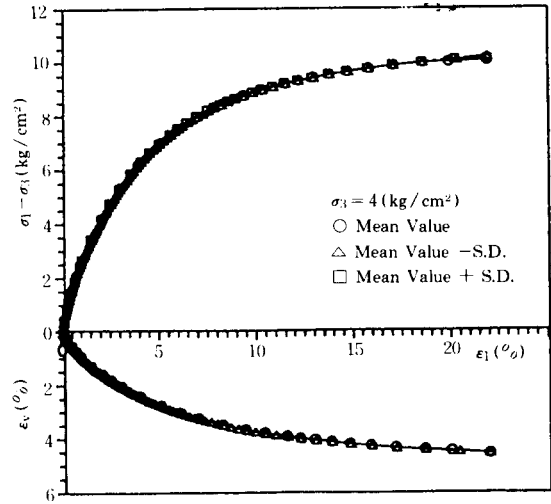


Fig 4.2. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of Kur

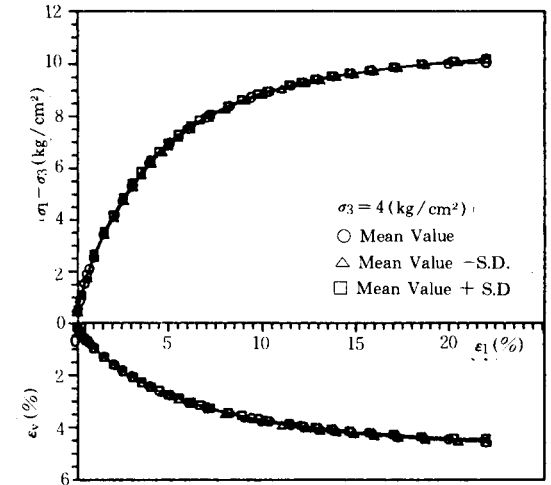


Fig 4.3. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of n

그림 4.4는 그림 3.2의 排水三軸壓縮試驗의 제하-재재하 部分에서 얻은  $\Delta\epsilon_v / \Delta\epsilon_1$ 를 사용,  $\nu = 1/2(1 - \Delta\epsilon_v / \Delta\epsilon_1)$ 로 計算한 포아송비,  $\nu$ 와 구속압력,  $\sigma_3$ 와의 관계를 나타낸 것이다. 이 그림에서 보는 바와 같이 포아송비는 구속압력의

크기에 무관하며 거의 일정한 값을 나타내고 있다. 그러므로 본 논문에서는 포아송비는 三軸試驗結果에서 얻은 값의 平均値를 사용한다. 평균포아송비는 0.28이고 變動係數는 0.414로서 비교적 큰 편차를 보이고 있다. 그림 4.5는 포아송비의 평균값에 標準偏差 만큼 증감시켜 軸變形率에 대한 軸差應力 및 體積變形率關係를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 축변형율에 따라 축차응력은 변화가 거의 없으나 체적변형율에는 약간의 변화를 보이고 있다. 이것은 소성변형율 성분에 대한 탄성변형율 성분이 상대적으로 매우 작은 값이지만 이와같은 영향을 보이는 것은 주목을 할 만한 사실이다.■

#### 4.2.3 경화합수와 관련되는 토질매개변수 (c, p)

그림 3.1의 等方壓縮試驗 結果로부터 다음식을 이용하여 塑性일을 구한다.

$$W_p = f \sigma_3 \cdot d \epsilon_v^p \quad (4.3)$$

여기서  $d \epsilon_v^p$ 는 그림 3.1의 등방압축시험결과에서 測定된 全體積變形率로부터 彈性體積變形率을 감하여 구하였다.

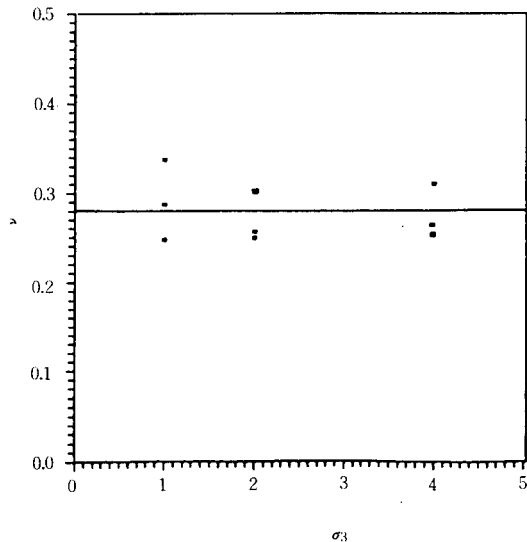


Fig 4.4. Variation of Poisson's ratio  $\nu$  with confining pressure for Baekma river sand

한편 等方壓縮에 대한  $I_1$  값은 다음식으로 구한다.

$$I_1 = 3 \cdot \sigma_3 \quad (4.4)$$

그림 4.6은 백마강모래에 대한  $W_p/p_a$ 와  $I_1/p_a$  관계를 兩對數紙에 나타낸 것이다. 이들 관계는 兩對數紙上에서 直線 즉 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\log(w_p/p_a) = \log c + p \cdot \log(I_1/p_a) \quad (4.5)$$

식(4.5)의 兩邊의 對數를 除去하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$W_p = C \cdot P_a (I_1/p_a)^p \quad (4.6)$$

그림 4.6에서 C는  $(I_1/P_a) = 1$  일때의 절편 값이고 P는 이 직선의 기울기이다. 그림 4.6에서 보는 바와 같이 初期 部分의 試驗값은 직선 部分에서 약간 이탈되고 있음을 알 수 있다. 이것은 試料의 성형 과정에서 先行 拘束壓力이 일정하지 못한 結果에 의해 발생하는 誤差이므로 媒介變數 c, p 값의 精度를 높이기 위하여 初期의 이탈된 값을 除去한 資料를 使用하는 것이 보다 더 精巧한 應力-變形率關係를 豫測할 수 있었다.

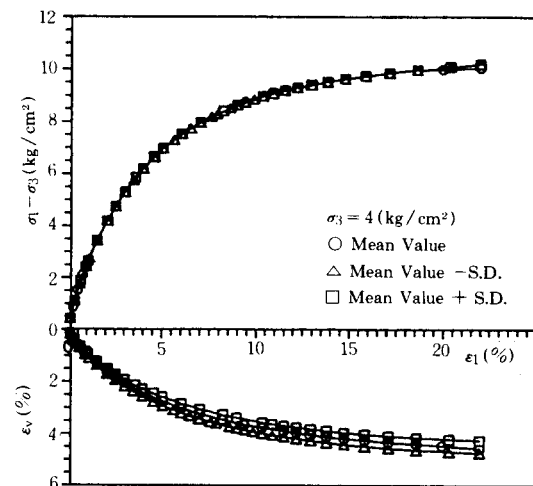


Fig 4.5. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $\nu$

그림 4.7과 그림 4.8에는 硬化函數에 대한 土質媒介變數  $c$ 와  $p$ 의 평균값 0.00064와 1.865에 標準偏差 0.000087과 0.054를 가감하여 軸變形率에 대한 軸差應力 및 體積變形率關係를 나타내었다. 그림에서와 같이 경화함수에 관련되는 이들 매개변수는 축차응력에는 일정변형률을 초과하게 되면 거의 같은 분산을 보이고 있으나 체적변형률은 축변형률이 증가함에 따라 분산의 정도가 증가하며  $c$ 보다는  $p$ 가 영향을 크게 미치고 있음을 알 수 있다. 특히  $p$ 는 변동계수가 0.03으로 아주 작은 값임에도 불구하고 응력-변형률 해석에 큰 영향을 나타내고 있어  $p$ 의 유효숫자를 세자리 까지 구하는 것이 좋을 것으로 생각된다.

#### 4.2.4 파괴규준에 관련된 토질매개변수( $\eta_1, m$ )

그림 4.9는 그림 3.2의 排水三軸壓縮試驗 結果에서 얻은 破壞 時의 應力을 사용하여 計算한  $(Pa/I_1)$ 에 대한  $(I_1^3/I_3 - 27)$ 의 값을 兩對數紙上에 그린것이다. 그림에서 보는 바와 같이 兩對數紙上에서  $(I_1^3/I_3 - 27)$  대  $(Pa/I_1)$ 의 관계는 直線, 즉 다음의 관계식으로 표현 할 수

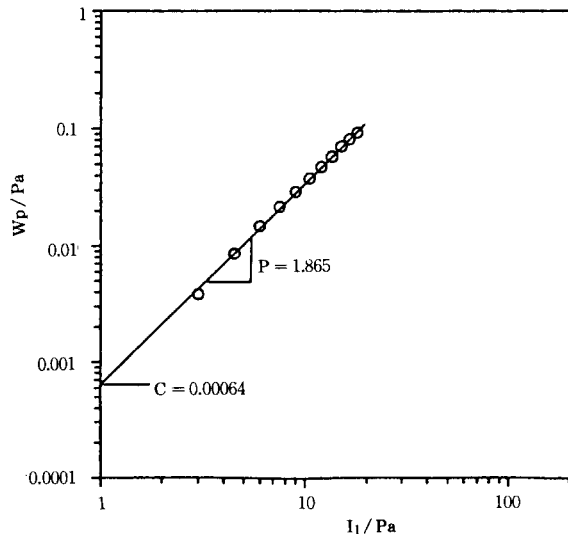


Fig 4.6. Determination of parameters  $c$  and  $p$  in hardening law for Baekma river sand

있다.

$$\log \eta_1 = \log(I_1^3/I_3 - 27) + m \cdot \log(Pa/I_1) \quad (4.7)$$

式(4.7)의 兩邊의 對數를 除去하면 다음식이 된다.

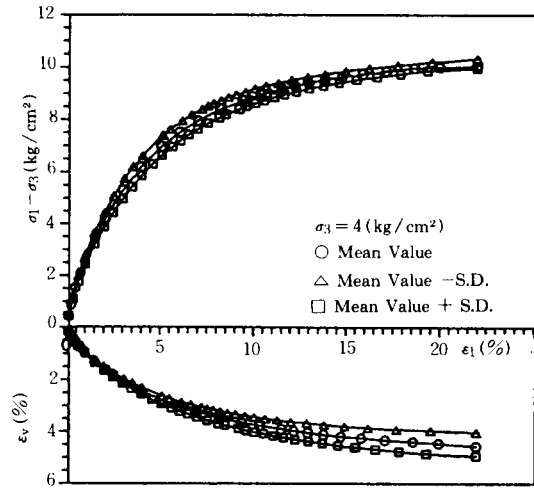


Fig 4.7. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $c$

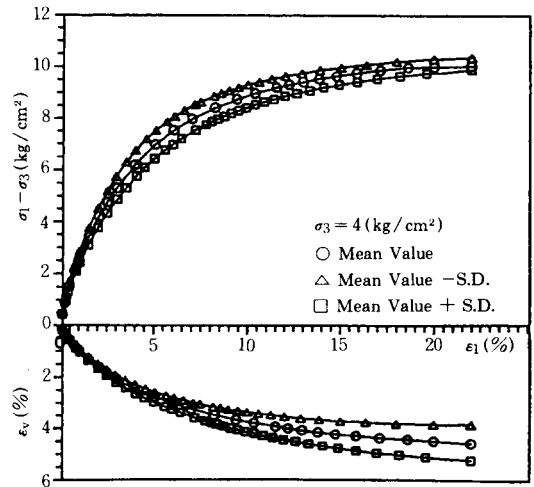


Fig 4.8. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $p$



$$\eta_1 = (I_1^3 / I_3 - 27) \cdot (Pa / I_1)^3 \quad (4.8)$$

여기서  $\eta_1$ 은  $Pa / I_1 = 1$  일 때 절편 ( $I_1^3 / I_3 - 27$ ) 값이며,  $m$ 은 이 직선의 기울기이다.

그림 4.10과 그림 4.11은 파괴규준을 나타내는  $\eta_1$ 과  $m$ 의 평균값 33과 0.13에 각각 標準偏差 2.62와 0.035를 가감하여 軸變形率에 대한 軸差應力 및 體積變形率關係를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이  $\eta_1$ 과  $m$ 은 파괴규준을 나타내는 土質媒介變數이므로 軸差應力에 크게 영향을 미치고 있는 것은 당연한 것이며 體積變形率에도 큰 영향을 미치고 있다.  $\eta_1$ 은 軸差應力 및 體積變形率에 있어서 변형의 초기단계에서는 거의 영향을 미치지 않고 있으나 變形率이 증가함에 따라 큰 편차가 발생하고 있다. 특히 土質媒介變數  $m$ 의 값은 평균치에서 표준편차 만큼 감소했을 때 축차응력은 평균치와 근접하고 있으나 체적변형률은 크게 감소하고 있으며, 증가했을 때는 축차응력이 평균치와 초기에서 부터 상당히 감소하고 있으며 체적변형률은 작은 값을 나타내고 있다.  $m$ 의 變動係數 또한 0.843으로서 모든 土質媒介變數중

에서 가장 큰 값을 나타내고 있어  $m$ 의 값의 올바른 결정이 해석결과의 정도를 좌우 한다고 볼 수 있다.

#### 4.2.5 소성포텐셜에 관련된 매개변수 ( $\Psi_2, \mu$ )

그림 3.2에 나타난 배수삼축압축시험 결과에

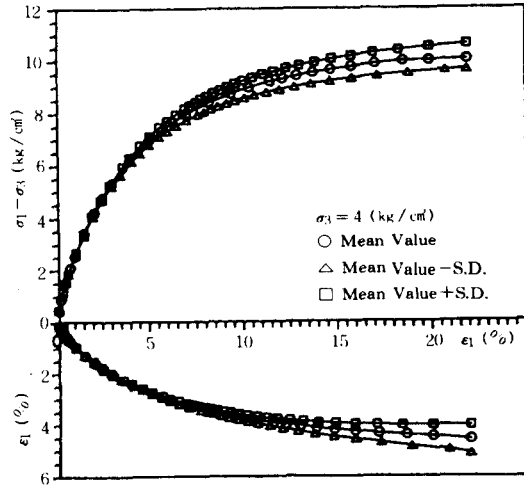


Fig 4.10. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $\eta_1$

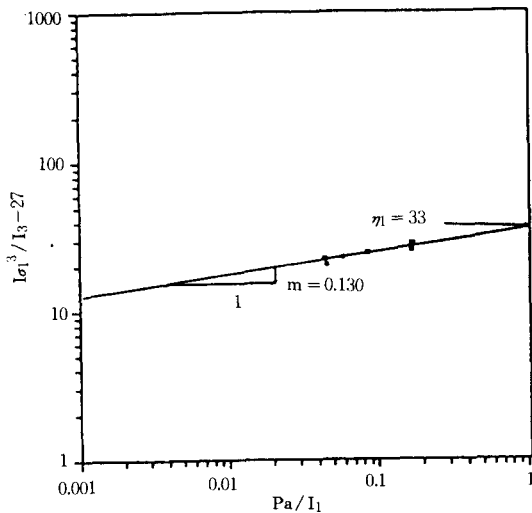


Fig 4.9. Determination of the value of  $\eta_1$  and  $m$  involved in failure criterion for Baekma river sand

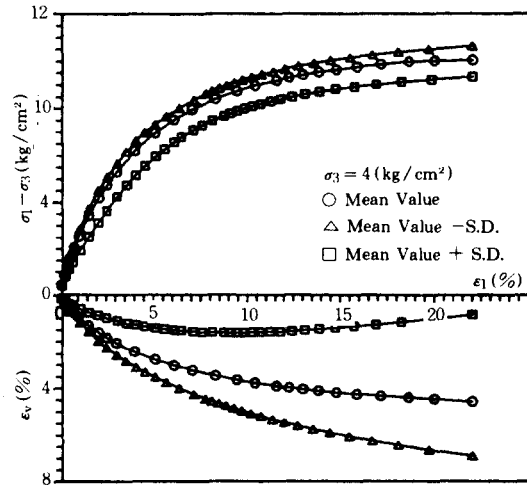


Fig 4.11. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $m$

서 얻은 각 시험 자료를 사용, 다음 식을 이용하여  $\zeta_x$ 와  $\zeta_y$ 를 구한다.

$$\zeta_x = \frac{1}{1+\nu^p} \left[ \frac{I_1^3}{I_2^2} (\sigma_1 + \sigma_3 + 2\nu^p \cdot \sigma_3) + \Psi_1 \cdot \frac{I_1^1}{I_3^2} (\sigma_1 \cdot \sigma_3 + \nu^p \cdot \sigma_3^2) \right] - 3\Psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} + 2\frac{I_1^2}{I_2} \quad (4.9)$$

$$\zeta_y = \Psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \quad (4.10)$$

여기서  $\Psi_1$ 과  $\nu^p$ 는 다음과 같다.

$$\Psi_1 = 0.00155 \cdot m^{-1.27} \quad (4.11)$$

$$\nu^p = -\frac{d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p} \quad (4.12)$$

그림 4.12는 위에서 구한  $\zeta_x$ 를 횡축에  $\zeta_y$ 를 종축으로 하여 나타낸 것이다.

그림에서 보는 바와 같이  $\zeta_x$ 와  $\zeta_y$ 의 관계를 직선 즉 다음의 관계식으로 표현 할 수 있다.

$$\zeta_y = \frac{1}{\mu} \zeta_x - \Psi_2 \quad (4.13)$$

여기서  $-\Psi_2$ 는 이 직선의 절편값이며  $1/\mu$ 는 기울기이다.

그림 4.12에서 보는 바와 같이  $\zeta_x$ 와  $\zeta_y$ 의 관계는 초기와 종기에서 약간의 이탈을 보이고

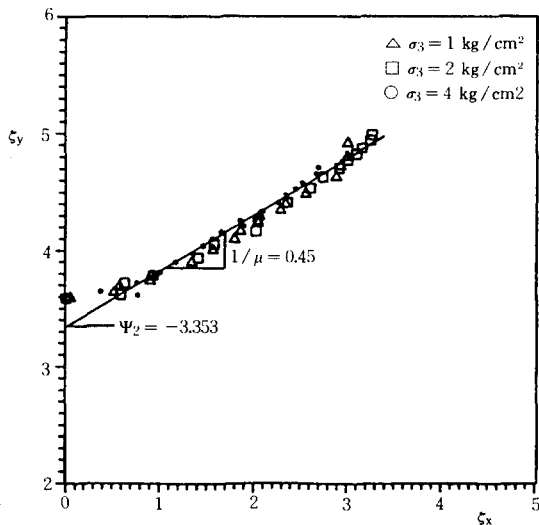


Fig 4.12. Determination of plastic potential parameters for Baekma river sand

있으나 구속압력,  $\sigma_c$ 의 크기에 무관하게 하나의 직선상에 나타남을 알 수 있다. 그림 4.13과 그림 4.14는 이들 변수의 평균값에서 표준편차만큼 증감하여 해석한 결과를 나타낸 것이다. 그림 4.13에 나타난 바와 같이  $\Psi_2$ 의 변화는 축차 응력에는 축변형률 3%~13%에서 차이를 주

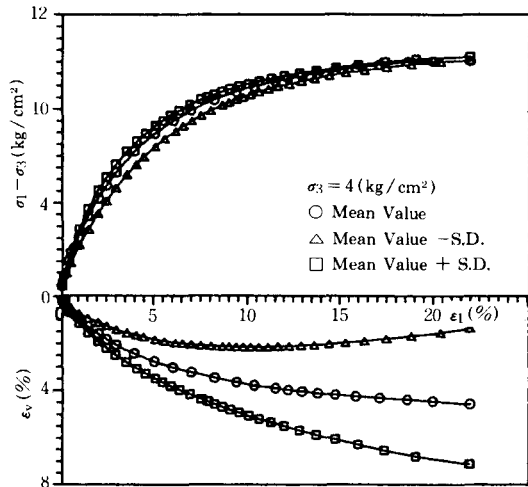


Fig 4.13. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $\Psi_2$

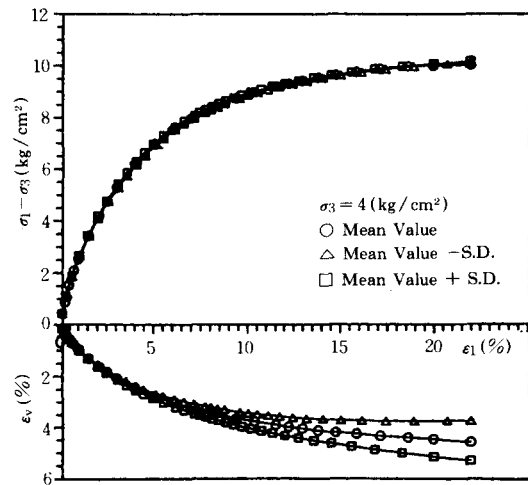


Fig 4.14. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $\mu$

고 있으나 체적변형률에는 축변형률이 증가함에 따라 크게 분산을 나타내면서 영향을 주고 있다. 특히  $\Psi_2$ 의 경우는 변동계수가 0.045로 극히 작은 값을 나타내고 있으나 체적변형률 결과에 미치는 영향은 매우 크므로 이 매개변수의 결정에는 주의를 기울여야 할 것이다. 한편 그림 4.14에서와 같이  $\mu$ 의 변화는 축차응력에 는 영향이 없으나 체적변형률 축변형률의 증가와 함께 편차를 보이고 있으며 변동계수 또한 0.033으로써 작은 값을 나타내고 있다.

#### 4.2.6 항복함수에 관련된 토질매개변수 ( $h, \alpha$ )

그림 3.2에 나타낸 배수삼축압축시험 결과에서 얻은 각 시험 자료를 이용하여, 항복함수에 관련된 토질매개변수  $h$ 를 다음식으로 구한다.

$$h = \frac{\ln \frac{(\Psi_1 \cdot \frac{I_{1B}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1B}}{I_{2B}}) \cdot e}{27 \cdot \Psi_1 + 3}}{\ln \frac{I_{1A}}{I_{1B}}} \quad (4.14)$$

여기서  $I_{1A}$ 과  $I_{1B}$ 는 등소성일 곡선상에서 정수압축선 위의 제 1 응력불변량과 파괴포락선 위의 제 1 응력불변량을 각각 나타내며,  $e$ 는 자연 대수의 기저이다.

그림 4.15는 구속압력( $\sigma_c$ )과  $h$ 의 관계를 나타낸 것이다. 그림에 나타난 바와 같이 구속압력이 증가함에 따라  $h$ 의 값이 증가하고 있음을 알 수 있으나 지금까지는 구속압력( $\sigma_c$ )과  $h$ 의 관계가 무관하다고 생각하여 구속압력( $\sigma_c$ )을 달리하여 구한 여러개의  $h$  값을 평균하여 사용하여 왔다. 그림 4.16은 지금까지의 방법으로 구한 토질매개변수  $h$ 의 평균값에 표준편차 만큼 증감하여 응력-변형률관계를 해석한 결과이다. 그림에서 보는바와 같이 이 토질매개변수의 증감에는 축차응력과 체적변형률에 거의 영향을 미치지 않고 있음을 알 수 있다. 또한 이 토질매개변수의 변동계수는 0.03으로 아주 작은 값을 갖고 있다. 그러므로 이 토질매개변수의 값은 구속응력에 따라 선형으로 증가하고 있다 하여도 구속응력에 무관한 것으로 생각하

여 여러개의  $h$  값을 평균하여 결정하는 통상의 방법을 이용하여도 좋을 것으로 생각된다.

그리고 항복함수에 관련된 토질매개변수  $\alpha$ 는 다음 식에서 구한다.

$$\alpha = \frac{1-s}{s} \frac{q_s}{1-q_s} = \frac{1}{s} \frac{q_{so}}{1-q_{so}} \quad (4.15)$$

여기서 응력수준  $s$ 는 식(4.16)과 같으며,  $q$ 의 값은 식(4.17)과 같이 표현된다.

$$s = \frac{1}{\eta_1} \cdot \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \cdot \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m \quad (4.16)$$

$$q = \ln \frac{\left( \frac{W_p}{D \cdot p_a} \right)^{1 \cdot \rho}}{\left( \Psi_1 \cdot \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^h} \quad (4.17)$$

식(4.17)에서  $D$ 는 다음식으로 구한다.

$$D = \frac{C}{(27\Psi_1 + 3)\rho} \quad (4.18)$$

여기서  $\rho = p/h$  이다.

식(4.15)에서  $q_{so}$ 은  $s = 0.8$ 일 때의  $q$  값이다. 그림 4.17은 구속압력,  $\sigma_c$ 의 변화에 따른 매개변수  $\alpha$ 의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이  $\alpha$  값은 구속압력,  $\sigma_c$ 의 응력수준이 증가함에 따라 약간 증가하는 경향이 있으나 지금까지는 평균값을 사용하여  $\alpha$  값을 결정하고 있다. 그림 4.18은 지금까지의 방법으로 구한  $\alpha$ 의 평균치에 표준편차만큼 증감하여 해석한 결과를 나타내고 있는데 이 토질매개변수 또한 전혀 해석에 영향을 미치지 않고 있으며 변동계수는 0.082로 비교적 작은 값을 나타내고 있다.

그러므로 이 토질매개변수에 대해서는 평균치를 사용하여도 해석결과의 정도에는 문제가 없다고 본다.

#### 4.2.7 전체토질 매개변수의 예민성

이제 11종의 모든 매개변수를 평균치에서 표준편차만큼 가감하여 해석한 결과를 나타낸 것이 그림 4.19이다. 축차응력은 일정량의 축변형률(예를 들면 3%)을 초과하면 분산의 정도가 일정하지만 체적변형률은 축변형률과 비례하여 분산이 증가하고 있음을 알 수 있다. 전체

매개변수를 변경한 결과 각각의 변수를, 예로 들면  $\mu$  같은 변수를 변경할 때의 큰 분산이 발생되지 않고 있음은 각 매개변수가 서로 상관을 갖고 있으므로 상쇄되고 있기 때문이라고

판단된다.

이것으로 미루어 보아 모델의 예측기능은 상당히 높다는 것을 알 수 있다.

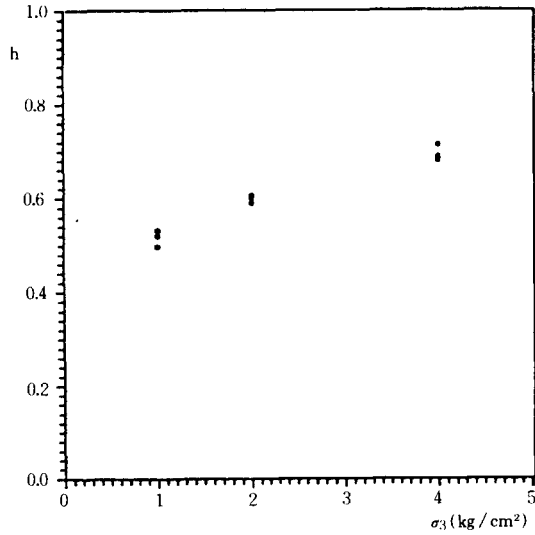


Fig 4.15. Variation of yield criterion parameter  $h$  with confining pressure for Baekma river sand

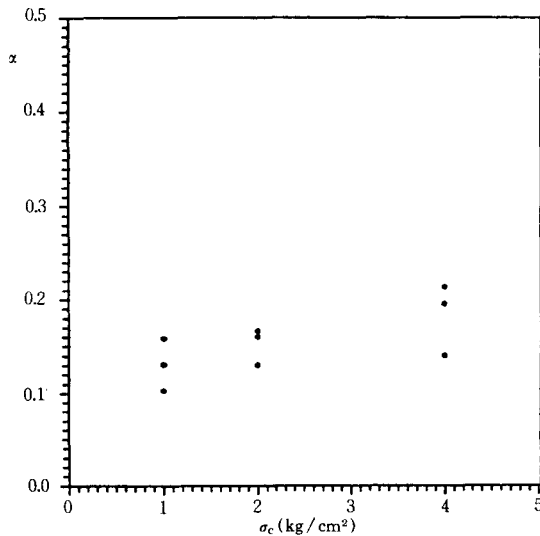


Fig 4.17. Variation of yield function parameter  $\alpha$  with confining pressure for Baekma river sand

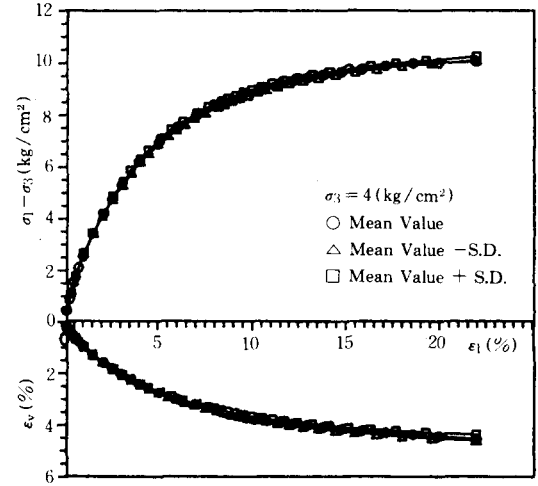


Fig 4.16. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $h$

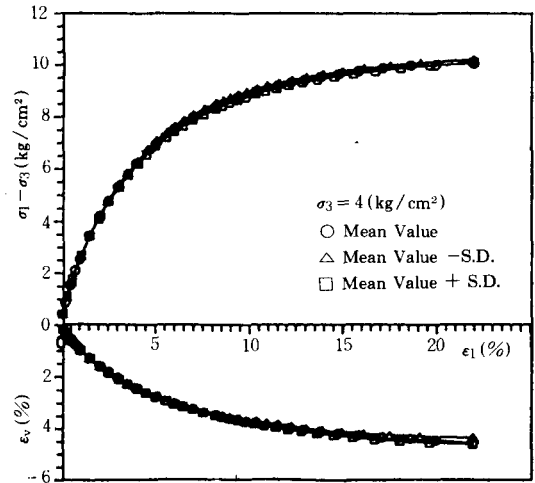


Fig 4.18. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of  $\alpha$

### 4.3 단일항복면 구성모델의 精度 •

#### 4.3.1 등방압축시험

그림 4.20은 백마강모래에 대한 등방압축시험결과를 나타낸 것이다. 12개의 등방압축시험 가운데 4개를 선정하여 동일조건으로 시행한 시료에 대하여 시험중에 발생하는 分散의 정도를 알아보기 위한 것이다. 그림에서와 같이 불가피하게 시험중에 약간의 分散이 발생되기 마련이다. 4.1에서 언급한바에 의거 통계처리하여 구한 土質媒介變數의 평균치를 사용하여 단일항복면 구성모델에 의하여 얻은 예측치를 이 그림에 함께 나타냈다. 그림에서와 같이 體積變形率과 拘束壓力관계에 있어 예측치가 탄성부분에서 시험자료의 중심부분에 위치하므로 좋은결과를 보이고 있으나 全體積變形率과의 관계에서는 예측치가 초기부분이 약간 작은 쪽으로 편기되어 있어 兩者간의 다소의 차이를 보이고 있으나 대체적으로 좋은 일치를 나타낸 것으로 판단된다.

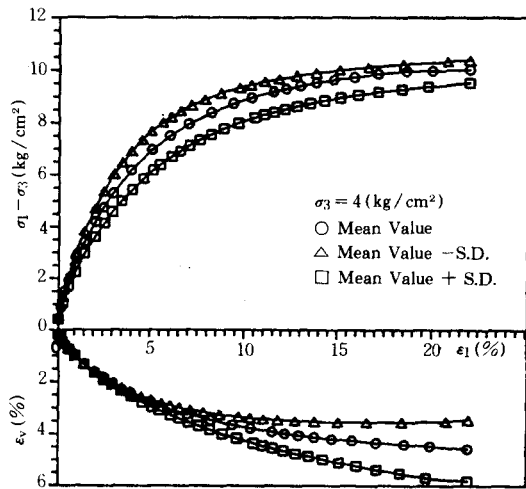


Fig 4.19. Deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain with variation of all parameters

#### 4.3.2 배수삼축압축시험

백마강모래에 대하여 구속압력을 1, 2, 4 kg/cm<sup>2</sup>로 하여 각 경우에 대하여 3회씩 배수삼축압축시험한 결과를 軸變形率에 대한 軸差應力과 體積變形率 관계를 나타낸 것이 그림 4.21이다.

이 그림에도 시험치에 피할 수 없는 약간의 分散이 나타나고 있다. 또한 시험치와 이론치의 비교를 위해서 4.3.1과 같이 통계처리한 土質媒介變數의 평균치를 사용하여 단일항복면 구성모델에 의한 예측치를 함께 나타냈다. 구속압력 1, 2 kg/cm<sup>2</sup>의 경우 軸差應力은 초기부분에서 예측치가 관측치에 비하여 약간 큰 값을 보이고 있으며 반면 體積變形率은 구속압력 4 kg/cm<sup>2</sup>에서 다소 큰 값을 보이나, 이 부분을 제외하고는 좋은 일치를 보이고 있어 전반적으로 예측치와 시험치 상호간에 좋은 대응성을 나타내고 있다.

이상의 사실로 미루어 보아 土質媒介變數 결정프로그램의 실용성과 Lade의 단일항복면 구성모델의 精巧함을 확인할 수 있었다.

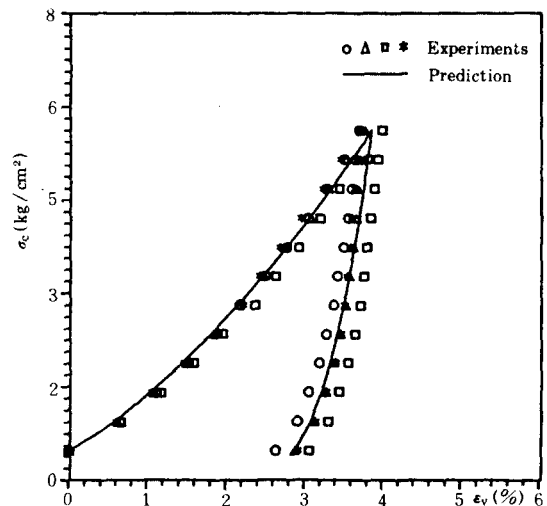


Fig 4.20. Comparison between measured and predicted isotropic compression tests for Baekma river sand

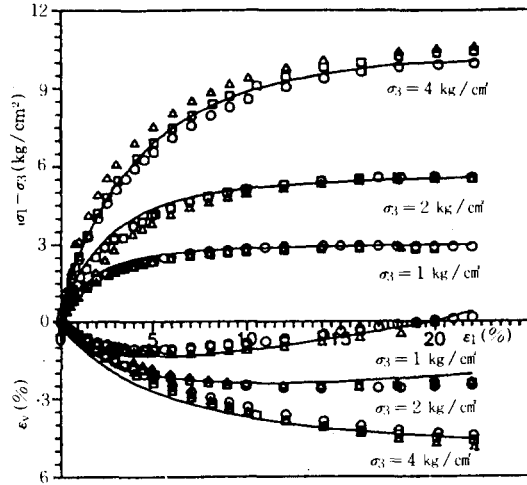


Fig 4.21. Comparison between measured and predicted deviatoric stress and volumetric strain vs axial strain for Baekma river sand

## 5. 結 論

單一降伏面構成모델의 精度를 評價하기 위하여 백마강모래를 사용 많은 수의 土質媒介變數를 決定하여 각 土質媒介變數의 平均과 分散을 구하고 더불어 모델에 대한 土質媒介變數의 銳敏度를 분석한 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 통계처리된 모든 土質媒介變數 중에서 破壞標準에 관련된 m의 變動係數가 가장크고 경화함수와 항복함수에 관련된 p와 h가 가장 작은 값을 나타낸다.
2. 분산의 정도가 軸差應力보다 體積變形率에 크게 나타난다.
3. 降伏函數에 관련된 h와  $\alpha$ 의 변화는 해석결과에 전혀 영향을 미치지 않는다.
4. 破壞規準에 관련된 土質媒介變數, m과 소성포텐셜에 관련된  $\Psi_2$ 는 體積變形率에 민감한 영향을 주므로 이들 土質媒介變數 결정에는

신중을 기해야 한다.

5. 土質媒介變數決定 프로그램의 실용성과 lade의 단일항복면 구성모델의 예측능력이 좋다는 것을 알았다.

## 참고문헌

1. Lade, P.V. (1977), "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces", Int. J. Solids and Structs, Pergamon press Inc. New York, Vol. 13, pp. 1019-1035
2. Lade, P.V. (1990), "Single-Hardening Model with Application to NC Clay", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 394-414
3. Kim, M. K. & Lade, P. V. (1988), "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials I. Plastic Potential Function", Computers and Geotechnics, pp. 307-324
4. Lade, P. V. & Kim, M. K. (1988a), "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials II. Yield Criterion and Plastic Work Contours", Computers and Geotechnics, 6(1), pp. 13-29
5. Lade, P. V. & Kim, M. K. (1988b), "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials III. Comparisons with Experimental Data", Computers and Geotechnics, 6(1), pp. 30-47
6. 정진섭, 송용선, 김찬기, 이문순 (1991), "Lade의 Single and Double Work-Hardening 구성모델의 정도비교", 대한토목학회 학술발표개요집, pp. 553-556
7. Alfredo. H-S. Ang & Wilson H. Tang, (1975), Probability concepts in engineering planning and design, John Wiley and sons Inc.,

(접수일자 1992. 3. 9)