

하중계수에 기초한 최적신뢰성의 해석모델 개발

Development of Load Factors-Based Analysis Model of Optimum Reliability

이종빈* 신형우**
Lee, Cheung-Bin Shin, Hyung-Woo

요약

토목구조물 설계에 있어서 가장 보편적으로 사용되고 있는 도로교에 대한 하중계수에 기초한 최적신뢰성 해석모델을 제안하고, 또 총기대비용 최소화원칙에 기인한 최적하중-저항계수 및 최적 공칭안전율에 대한 이론적 근거를 제시하는 것이 본연구의 주요 내용이다.

MFOSM과 AFOSM을 포함하는 주요 2차 모멘트신뢰성 이론을 비교분석함으로써 AFOSM의 근사식과 대수정규포근사식을 본연구에서 제안하는 최적신뢰성 및 설계규준의 유도에 사용함이 적절하다는 것을 알 수 있었다.

Abstract

This study proposes a Load Factors-based Analysis Model of Optimum Reliability for the High way bridge, which is most common type of structural design, and also proposes the theoretical bases of optimum nominal safety factors as well as optimum load and resistance factors based on the expected total cost minimization.

Major 2nd moment reliability analysis and design theories including both MFOSM(Mean First Order 2nd Moment) Methods and AFOSM(Advanced First Order 2nd Moment) Methods are summarized and compared, and it has been found that Lind-Hasofer's approximate and an approximate Log-normal type reliability formula are well suited for the proposed optimum reliability study.

1. 서론

토목 구조물의 안전성에 영향을 미치는 요인은 사용 구조 재료의 통계적 변동 및 품질관리, 시공상의 불량에 따른 구조 설계강도의 인위적 오차, 그리고 설계하중의 이상화와 단순화에 대한 오차 또는 설계 작업중에 생기는 인위적 오차등 많은 불확실성을 갖게 된다.

이러한 불확실요인 때문에 오랜 경험과 기술자의 직감 능력으로 결정되는 확정적인 허용응력 설계법은 안정성 조사에 있어서 일관성 있는 안전 수준을 유지하기가 어렵다. 또 현행 토목 구조물 시방서에서 규정하고 있는 하중계수도 구조물에 작용하는 하중분포 모형, 하중 분배등 구조물의 통계적 특정치를 충분히 고려하지 않고 있어 확률적인 신뢰성 이론에 의한 안전 수준 및 하중 계수

* 순천공업전문대학 토폭과 교수(공학박사).
** 순천공업전문대학 토폭과 전임강사.

이논문에 대한 토론을 1993년 3월 31일까지 본학회에 보내주시면 1993년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

의 개선이 시급히 이루어져야 한다. 이와 같은 관점에서 지금까지 구조물의 신뢰성 해석 및 설계 규준은 경제성을 무시하고 구조물의 역학적 안전성만을 고려하여 산정된 것이다. 이 신뢰성 이론은 MFOSM 법과 AFOSM 법인 2차 모멘트법으로 실용적이며 현대적인 방법으로 발전되었다. 즉 MFOSM 법인 Cornell²⁾의 정규 변형 모델 및 Rosenbruth-Esteva⁴⁾의 대수정규변형 모델과 AFOSM 법인 Lind-Hasofer³⁾의 최소거리법, Eiling wood의 부분대수변형 모델 및 Rackwitz z-Fiessler⁵⁾의 근사 확률분포 모델등 다양한 기법이 있다. 이러한 신뢰성 해석 모델을 이용한 구조 설계시방서의 설계규준의 개발에 적용하는 연구가 활발히 진행되어 왔다^{7,8)}

본 연구에서는 실용적인 구조 신뢰성 이론으로 발전되어 각종 구조 설계시방서의 설계규준의 개발에 적용한 2차 모멘트법을 이용하여 하중계수의 대소에 대응하는 구조물의 역학적 안정성과 사회적, 경제성(Socio-economic)을 동시에 고려한 최적 신뢰성 해석 및 설계규준을 통계적 의사결정 이론(Probability-based decision mode)⁹⁾에 의해 효율적인 알고리즘을 개발하였고, 이 하중계수에 기초한 최적신뢰성 해석(LFBOR : Load Factors-Based Analysis of Optimum Reliability)을 정규, 대수 정규 및 부분대수 정규표준화 변형 모델로 간소화시키고 기존의 복잡한 반복 시행법을 해석적으로 간단하고도 비교적 정확하게 최적 신뢰성 지수를 구할 수 있는 근사식을 도입하였다. 또한 부분대수 변환 모델로부터 하중-저항계수 및 중앙 안전율등을 반복시행에 의하여 산정하던 기존의 방법으로부터 중앙안전율과 저항계수에 무관하게 하중계수만을 반복시행 함으로써 하중계수 및 저항계수 등을 산정하고 있음을 보이고, 근사식을 유도하였다.

2. 최적 신뢰성 이론 및 해석

2.1 신뢰성 최적화 이론

불확실량을 확률 및 통계적으로 취급하는 신뢰

성 설계법중에서 총비용 최소화의 원칙을 이용한 최적 신뢰성 설계방법은 대상 구조물의 안전성과 경제성을 고려한 것이다. 이 방법은 통계적 의사 결정 이론에 기초한 방법으로서 가장 간단한 신뢰성 최적화 이론은 다음과 같다.^{9,15)}

$$C_T = C_I + P_f + C_f \quad (1)$$

여기서 C_T =구조물의 건설 비용

C_I =구조물의 초기 건설 비용

C_f =구조물 파괴시 손실 비용

P_f =구조물의 파괴 확률

식(1)은 표준화 공간내에서 $R^* = S^*$ 일 때의 초기 건설비용 C_0 , 공칭 건설비용비 k , 공칭 파괴 건설비용 g 의 함수로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} C_T &= C_0[1+k(R^*/S^*-1)] + C_0 P_f g \\ &= C_0[1+k(R^*/S^*-1)] + P_f g \end{aligned} \quad (2a)$$

$$P_f = \phi(-\beta) \quad (2b)$$

$$k = 1/[1+\alpha n_c(1/b)-1] \quad (2c)$$

여기서, R^* =공칭 또는 설계 저항

S^* =공칭 또는 설계 하중 효과

2.1.1 근사적 해법

Level-II 2차 모멘트법^{1,2)}에 의한 신뢰성 해석 이론은 문헌 (2) 등에 기술되어 있고 이때 저항 R 과 하중 효과 S 를 결과 변수로 이용하여 신뢰성 지수 β 를 구할 수 있다. 식(2a)의 파괴 확률 P_f 는 신뢰성 지수 β 의 함수로서 MFOSM법을 이용하면 한계상태파괴역의 경계면은

$$g(R, S) = R - S \leq 0 \quad (3)$$

으로 표현할 때 한계상태함수는 Cornell의 정규분포형 $Z = R - S$ 인 경우, 정규 분포형 표준화 변환 $(X - \bar{X})/\sigma_x$ 를 취하면, 표준화 공간의 파괴점(γ^*, s^*)은 $(-\alpha_R \beta, \alpha_S \beta)$ 로 구해지며 이때 선형화파괴조건식은¹⁶⁾

$$\begin{aligned} Z &= (\bar{R} + \sigma_R \gamma^*) - (\bar{S} - \sigma_S s^*) \\ \bar{R}(1 - \alpha_R \beta \Omega_R) - \bar{S}(1 + \alpha_S \beta \Omega_S) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\alpha_R = \sigma_R / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$,

$$\sigma_S = \sigma_S / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \text{ 입}$$

반면에 Resenblueth-Estevael 대수형 표준화 ($\ln X - \ln \bar{X})/\Omega_x$ 를 취하면 파괴점 (γ^*, s^*)은 $(-\alpha_R\beta, \alpha_S\beta)$ 로 구해지면 이때 선형화 파괴 조건식은¹⁶⁾

$$\begin{aligned} Z &= \bar{R} \exp(\gamma^* \Omega_R) - \bar{S} \exp(s^* \Omega_S) \\ &= \bar{R} \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R) - \bar{S} \exp(\alpha_S \beta \Omega_S) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\alpha_R = \Omega_R / \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}$,

$$\alpha_S = \Omega_S / \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2} \text{ 입}$$

식(4), (5)에서 α_i 는 선형화 계수(Separation factor)이다.

2.1.2 반복 시행 해석

2차 모멘트법인 MFOSM법의 단점을 극복하기 위하여 AFOSM법이라고 불리우는 방안이 Lind-Hasofer에 의하여 제안되었는데 이를 최소 거리법이라고 하기도 한다.^{4,16,19)}

표준화 변환의 좌표계에서 한계상태 방정식은 다음과 같이 된다.

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (6)$$

이때, 한계 상태에서 확률 변수 x_i 는 다음과 같이 좌표변환시키면

$$x_i = (x_i - \bar{x}_i) / \sigma_{x_i} \quad (7)$$

여기서, 신뢰성 지수 β 는 이 방법에 의하여 환산 x_i 좌표계의 원점으로부터 파괴점까지의 최단 거리가 되며, 이러한 최소 거리에 대응하는 경계 면상의 점($X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$)은 검사점(또는 설계 점)이라 불리우며 다음 방정식(8)–(10)으로부터 반복시행에 의해 계산할 수 있다^{16,19)}.

$$\alpha_i^* = \frac{(\partial g / \partial x_i) \sigma_{x_i}}{\sum [(\partial g / \partial x_i)^2 \sigma_{x_i}^2]} \quad (8)$$

$$X_i^* = \bar{X}_i - \alpha_i \beta \alpha_{x_i} = \bar{X}_i (1 - \alpha_i \beta \Omega_{x_i}) \quad (9)$$

$$g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) = 0 \quad (10)$$

따라서 설계계수(design factor)은 다음과 같다.

$$\gamma_i = X_i^* / \bar{X}_i = 1 - \alpha_i \beta \Omega_{x_i} \quad (11)$$

식(7), (8), (9)를 이용하여 저항 R 및 하중효과 S 에 대해 정규 표준화 변환인 경우 한계상태 함수 $Z = R - S$ 의 R, S 를 $\gamma = (R - \bar{R}) / \sigma_R, s = (S - \bar{S}) / \sigma_s$ 로 표준화 시키면 원점에서 파괴점까지의 최소 거리 좌표점은 $\gamma^* = 1 - \alpha_R \beta, s^* = 1 + \alpha_S \beta$ 이므로 이때 한계상태 방정식은 식(4)와 같이 된다.

반면에 대수형 표준화 변환인 경우, 즉 $\gamma = (\ln R - \ln \bar{R}) / \Omega_R, s = \ln S - \ln \bar{S} / \Omega_S$ 로 표준화 시키면 원점에서 파괴점까지의 최소거리좌표점은 $\gamma^* = -\alpha_S \beta, s^* = \alpha_S \beta$ 이므로 이때 한계상태 방정식은 식(5)와 같이 된다.

2.2 최적 신뢰성 해석

2.2.1 균사적 해석

1) 정규 표준화 변환

저항 R 및 하중 S 에 대해 파괴점 $\gamma^* = s^*, R^* = S^*$ 로 놓고 식(4)을 이용하여 정규 표준화 변환시키면 공칭(설계) 저항 R^* 및 공칭(설계) 하중효과 S^* 는 다음과 같이 된다.

$$R^* = \bar{R}(1 - \alpha_R \beta \Omega_R) \quad (12a)$$

$$S^* = \bar{S}(1 + \alpha_S \beta \Omega_S) \quad (12b)$$

여기서, \bar{R} =평균 저항

\bar{S} =평균 하중 효과

식(12)에서 α_R, α_S 는 각종 저항 및 하중 효과의 선형화 계수라고 하면 다음과 같다.

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (13a)$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (13b)$$

그러므로 식(12)에서 공칭 저항 R^* 및 공칭 하중효과 S^* 를 γd 로 하여 $R^* = S^*$ 로 놓으면 최적 신뢰성 지수(β_{opt})를 구할 수 있다. 즉, 식(2a)에 (2b) 및 식(12b)를 대입하여 $\partial C_T / \partial S^* = 0$ 로 식(2a)를 편미분하면 최적공칭 하중 효과(γ_{opt})는 다음과 같이 된다.¹⁵⁾

$$\gamma_{opt} = S(1+\alpha_s) \sqrt{\left[2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi k} \cdot \alpha_s \Omega_s} \right]} \Omega_s \quad (14)$$

따라서, 식(14)와 식(12b)를 비교해 보면 최적 신뢰성 지수(β_{opt} : Optimum Reliability Index)는 다음과 같이 된다.

$$\beta_{opt} = \sqrt{2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{g}{k \cdot \alpha_s \Omega_s}} \quad (15)$$

이때, $\alpha_s=0.85$ 가 최소 오차를 주는 값이 된다.

2) 대수 정규 표준화 변환

정규 표준화 변화의 해석과 같이 γ^* , s^* 는 파괴 면상에서 원점까지의 최소거리의 좌표점으로서 설계점이라 부르기도 하는데 $\gamma^*=s^*$, $R^*=S^*$ 로 놓고 식(5)을 이용하여 대수 정규 표준화 변환시키면 공칭저항 R^* 및 공칭하중 효과 S^* 는 다음과 같다.

$$R^* = \bar{R} \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R) \quad (16a)$$

$$S^* = \bar{S} \exp(\alpha_s \beta \Omega_s) \quad (16b)$$

여기서,

$$\alpha_R = \frac{\Omega_R}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (17a)$$

$$\alpha_s = \frac{\Omega_s}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (17b)$$

따라서 식(2a)에 식(2b), (16b)를 대입하여 $\partial C_T / \partial s^* = 0$ 로 하면 최적 공칭 하중 효과 γ_{opt} 는 다음과 같이 된다.¹⁵⁾

$$\begin{aligned} \gamma_{opt} &= S \exp[\alpha_s(-\alpha_s \Omega_s \\ &\quad + \sqrt{(\alpha_s \Omega_s)^2 + 2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi k} \cdot \alpha_s \Omega_s}}) \Omega_s] \end{aligned} \quad (18)$$

그러므로 식(16b), 식(18)를 비교하면 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 는 다음과 같이 된다.

$$\beta_{opt} = \sqrt{(\alpha_s \Omega_s)^2 + 2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi k} \cdot \alpha_s \Omega_s}} - \alpha_s \Omega_s \quad (19)$$

여기서, $\alpha_s=0.85$ 임

2.2.2 반복 시행 해석

1) 부분 대수 정규 표준화 변환

AFOSM법을 이용하여 표준화 공간의 원점에서 한계상태면까지의 최소거리로서 좀더 정확한 값을 얻을 수 있는 기법으로서 부분 하중 효과를 전체 하중효과로 취하여 Ellingwood⁶⁾와 같이 저항을 표준대수 변환시키고 하중효과를 표준 정규 변환시키면 식(18)에서 다음과 같이 된다.^{7,8,18)}

$$\phi \bar{R} = \gamma_s \bar{S} \text{ (또는 } \phi n_0 = \gamma_s) \quad (20)$$

$$\text{여기서, } \phi = \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R) \quad (21a)$$

$$\gamma_s = 1 + \alpha_s \beta \Omega_s \quad (21b)$$

이때

$$\alpha_R = \frac{\gamma_s \Omega_R}{\sqrt{\lambda \gamma_s \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (22a)$$

$$\alpha_s = \frac{\Omega_s}{\sqrt{\lambda \gamma_s \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (22b)$$

$$\text{여기서, } \Omega_s = \sqrt{\Omega_s D^2 + \rho^2 \Omega_{sL}^2} / (1 + \rho)$$

$$\lambda = \frac{1 - \alpha_s^2}{\alpha_s^2} \cdot \frac{\Omega_s^2}{\Omega_R^2} \cdot \gamma_s^2 = \lambda \gamma_s$$

$$\rho = \bar{L}/\bar{D} \text{ (하중비)} \quad n_0 = \bar{R}/\bar{S} \text{ (중앙 안전율)}$$

따라서 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 에 대한 수치해는 Newton-Raphson 법을 이용한 반복 시행 알고리즘으로 나타내면 다음과 같이 된다.

Step 1 : ρ , Ω_i 가 주어지면 근사법으로 ϕ , γ_i 를 가정하여 식(22)으로부터 α_i 를 구하여 식(21)을 식(20)에 대입한 다음 식(20)으로부터 β_{opt} 계산

Step 2 : 이 β_{opt} 를 식(21)에 대입 ϕ , γ_i 를 구한 다음 식(22)으로부터 α_i 를 계산

Step 3 : 전 싸이클의 α_i , β 치를 현 싸이클의 값과 비교한 후에 수렴할 때까지 반복 시행

한편, 정규 표준화 변환인 경우는 식(21)을 $\phi = 1 - \alpha_R \beta \Omega_s$, $\gamma_s = 1 + \alpha_s \beta \Omega_s$ 로 바꾸어 최적 신뢰성

지수 β_{opt} 를 계산하고 대수 표준화 변환인 경우는 식(21)대신에 $\phi = \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R)$, $\gamma_s = \exp(-\alpha_s \beta \Omega_s)$ 로 하여 부분 대수 정규 표준화 변환의 반복 시행 알고리즘을 사용하면 된다.

3. 최적 신뢰성 설계규준

신뢰성 설계 규준은 대상 구조물의 안전성을 확보하기 위하여 적절한 목표 신뢰성 지수(β_0 : Target Reliability Index)를 결정하고 이로 부터 저항 계수(ϕ)와 하중 계수(γ_i)를 산정하는 것이다. 즉 하중 계수를 설계 하중에 곱하고 저항 계수를 부재 저항에 곱함으로서 구조물의 안전성을 확보하는 것이다.^{17,18)}

본 연구에서 도입한 최적 신뢰성 해석 및 설계 규준 해석은 구조물의 역학적 안전성에 대상 구조물의 파괴로 인한 인명 재산피해와 사회·경제적 주요도를 고려하여 정책적 결정까지 확보한 방법으로서 선형화 계수(α) 및 공정 건설 비용비(k)와 공정 파괴 건설비용과의 비 즉, g/k 로 부터 최적 신뢰성 지수(β_{opt})를 구하고 β_{opt} 에 따른 ϕ , γ_i 를 구하는 방법이다. 따라서 본 연구에서 도입된 근사적 해석 및 반복 시행 해석에 의한 ϕ , γ_i 를 구하는 방법을 소개한다.

3.1 근사적 해석

3.1.1 정규 표준화 변환 근사법

Level-II인 2차 모멘트법에 의한 신뢰성 해석 이론은 문헌 2)등에 서술되어 있음으로 이에 대한 서술은 생략하고 전술한 신뢰성 해석에서 $\beta = \beta_{opt}$ 로 놓고 식(12)을 정리하면 정규 변환근사법에 의한 최적 신뢰성 설계 규준 ϕ , γ_i 는 다음과 같이 된다.

$$\phi = 1 - \alpha_R \beta_{opt} \Omega_R \quad (23a)$$

$$\gamma_D = 1 + \alpha_{SD} \beta_{opt} \Omega_{SD} \quad (23b)$$

$$\gamma_L = 1 + \alpha_{SL} \beta_{OPT} \Omega_{SL} \quad (23c)$$

여기서,

$$\alpha_R = \frac{\Omega_R}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (24a)$$

$$\alpha_{SD} = \frac{\Omega_{SD}}{(1+\rho) \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (24b)$$

$$\alpha_{SL} = \frac{\rho \Omega_{SL}}{(1+\rho) \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (24c)$$

이때, ϕ =저항 계수

γ_s =조합 하중 계수

γ_D =사하중 계수

γ_L =활하중 계수

한편, 대수 표준화 변화인 경우는 식(23)를 $\phi = \exp(\alpha_R \beta_{opt} \Omega_R)$, $\gamma_D = \exp(\alpha_{SD} \beta_{opt} \Omega_{SD})$, $\gamma_L = \exp(\alpha_{SL} \beta_{OPT} \Omega_{SL})$ 로 바꾸어 ϕ , γ_i 값을 계산하고, 부분대수 표준화 변화인 경우는 식(23)의 ϕ 대신에 식(21a)의 ϕ 대신에 식(21a)로 바꿔어 계산하면 된다.

3.2 반복 시행 해석

3.2.1 부분 대수 표준화 변환 반복법

2.2절의 식들을 그대로 이용하여 ϕ , γ_i 를 구할 수 있으며, 이때 반복 알고리즘은 2.2에서 밝힌 것과 동일하다. 그러나 ϕ , γ_i 를 구하는데에도 식(22b)을 식(21b)에 대입하여 다음과 같이 단순화 시킬 수 있다.¹⁸⁾

$$\gamma_s = 1 + \frac{\Omega_s^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (25)$$

식(25)에서 본 바와 같이 전체 하중계수 γ_s 는 저항 계수 ϕ 와 중앙 안전율 n_0 와 무관함을 알 수 있다.

따라서 γ_s 는 적당히 가정하여 식(25)만을 반복 시행함으로서 n_0 , ϕ 에 관계없이 γ_i 를 구할 수 있고 γ_i 의 값이 결정되면 최적 신뢰성 설계규준 ϕ , γ_i 는 다음식으로부터 얻을 수 있다.

$$\phi = \exp(-\alpha_R \beta_{opt} \Omega_R) \quad (26a)$$

$$\gamma_D = 1 + \alpha_{SD} \beta_{opt} \Omega_{SD} \quad (26b)$$

$$\gamma_L = 1 + \alpha_{SL} \beta_{OPT} \Omega_{SL} \quad (26c)$$

여기서,

$$\alpha_R = \frac{\gamma_s / \Omega_R}{\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (27a)$$

$$\alpha_{SD} = \frac{\Omega_{SD}}{(1+\rho) \sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (27b)$$

$$\alpha_{SL} = \frac{\rho \Omega_{SL}}{(1+\rho) \sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_s^2}} \quad (27c)$$

따라서 식(25)에 의한 반복 시행으로 ϕ , γ_i 를 구하는 수치해는 Newton-Rephson법을 이용한 알고리즘으로 나타내면 다음과 같다.

Step 1 : ρ , Ω_s , β_{opt} 가 주어지면 ϕ , γ_i 를 근사적으로 가정하여 γ_s 를 계산 (식(25)이용) 한 다음 가정치와 비교하여 수렴할 때까지 반복 수행

Step 2 : ϕ , γ_i 계산(식26)이용)

한편, 정규 표준화 변환 반복법은 식(26)대신에 식(23)을 이용하고 대수 표준화 변환 반복법도 최적 신뢰성 해석과 같이 최적 신뢰성 설계규준 ϕ , γ_i 를 부분 대수 표준화 변환 반복법의 알고리즘 수치해로 구할 수 있다.

3.2.2 부분 대수 표준화 변환 근사법

부분 대수 표준화 변환에서 γ_s 는 n_0 를 알 수 없음으로 식(25)을 다음과 같이 변형하여 근사적으로 γ_s 를 얻을 수 있다.¹⁸⁾

$$\gamma_s = 1 + \frac{\Omega_s^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\lambda} \Omega_R^2 + \Omega_s^2} \quad (28)$$

여기서,

$$\lambda = \frac{1 - \alpha_s^2}{\alpha_s^2} \cdot \frac{\Omega_s^2}{\Omega_R^2}$$

식(28)으로부터 γ_s 를 구하여 식(26)에 대입하면 근사적으로 ϕ , γ_i 를 구할 수 있다. 이때 λ 는 α_s 와 Ω_R , Ω_s 의 함수로서 구해지는데 $\lambda = 1.05 - 1.8$ 정도의 값이다.

표-1 저항 및 하중 효과의 불확실량

| | 저항(R) | 하 중 효 과 (S) | |
|-------|-------|-------------|--------|
| | | 사하중(D) | 활하중(L) |
| 평균/공칭 | 1.15 | 1.05 | 1.25 |
| 변동 계수 | 0.16 | 0.10 | 0.30 |

4. 계산 및 고찰

4.1 최적 신뢰성 이론의 비교 분석

총비용의 최소화의 원칙을 이용한 최적 신뢰성 해석 및 설계이론은 한계상태 함수의 형태, 표준화 좌표변환의 형식, 근사화 기법등에 따라 달라지기 때문에 최적 신뢰성 해석 및 평가 규준의 개발에 앞서 합리적이며 효과적인 알고리즘과 근사 해법의 일관성 있는 선택이 중요하다. 현재 까지 알려진 바로는 AFOSM법 중에서 Ellingwood 등이 이용한 부분대수 표준화 변환 방법과 확률변수의 분포상태가 비정규분포로 변환시키는 Rackwitz-Fiessler의 근사 확률분포법이 가장 효율적이라고 간주되고 있다.

본 연구에서는 하중 계수에 기초한 최적 신뢰성 해석 및 설계 이론으로 개발한 알고리즘과 기존문헌 17.18)의 해석법과 비교 분석하는 것이 주안점이므로 표-1과 같이 R,C 도로교의 상부 구조에 대한 저항 및 하중 효과의 불확실량으로 해석한다. 그림-1은 표-1의 불확실량을 사용하여 $D+L$ 하중조합인 경우 g/k (g =공칭 파괴 비용, k =공칭 경비비)에 따른 하중비 $\rho=L/D$ 의 변화의 최적신뢰성 지수 β_{opt} 를 산정하여 도시한 것이다. 그럼에서 보면 AFOSM 근사해석법은 g/k 를 10, 5

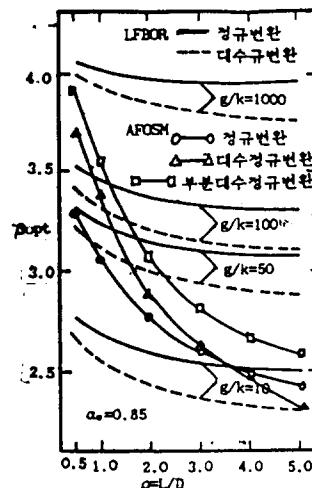


그림-1. 하중비 ρ 에 따른 β_{opt} 비교

표-2 최적 신뢰성 지수(β_{opt})의 비교

| g/k | LFBOR(본연구) | | AFOSM(문헌·18) | | |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 정 규 변환형 | 대 수 변환형 | 정 규 변환형 | 대 수 변환형 | 부분 대수 변환형 |
| 10 | 2.71 -2.42 | 2.61 -2.22 | 3.23 -2.34 | 3.84 -2.23 | 3.97 -2.50 |
| 50 | 3.25 -3.01 | 3.15 -2.81 | () | () | () |
| 100 | 3.45 -3.24 | 3.35 -3.03 | () | () | () |
| 1000 | 4.07 -3.88 | 3.97 -3.68 | () | () | () |

0, 100, 1000의 경우, 하중비 ρ 가 커짐에 따라 β_{opt} 가 단계적으로 완만하게 변화하는데 반하여 AFOSM 반복시행법(문헌·18)은 g/k 에 무관하게 하중비 ρ 가 커짐에 따라 급격히 감소함을 나타내고 있다. 이는 표-2에서와 같이 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 가 총비용 최소화의 원칙을 사용한 식(2)가 과과 확률까지 고려하여 계산했기 때문에 단계적으로 완만하게 변화한다.

그리고 그림-1 및 표-2에서 계산된 β_{opt} 는 하중 효과의 선형과 계수 α_s 에 좌우되는데 α_s 는 통상 $0.55 < \alpha_s < 0.95$ 범위에서 신뢰성 해석 이론에 사용되어 지는데, 본 연구에서는 $\alpha_s=0.85$ 로 했기 때문에 반복 시행법의 β_{opt} 는 근사 해석과 거의 같게 나타나고 있다.

한편 기존의 AFOSM 반복 시행법의 정규 변환형 β_{opt} 가 대수 변환형 보다 0.6~0.2정도 하한치를 주고 있고 본 연구의 AFOSM 근사법의 정규 변환형 β_{opt} 가 대수 변환형 보다 0.1~0.2정도 상한치를 주고 있다.

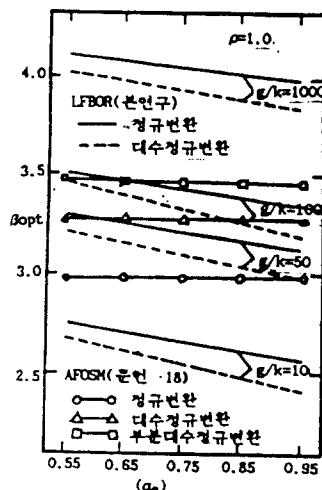
따라서 AFOSM반복 시행법과 근사 해석법으로 계산한 β_{opt} 의 상대 오차가 $\rho=0.5-1.5$ 사이의 ±0.5% 이하의 오차임을 알 수 있어 최적 신뢰성 해석에 있어서 하한치를 주는 대수 변환형 공식(19)을 이용함이 바람직하다고 본다.

이때 β_{opt} 는 대상 구조물의 구조적 안전과 과과로 인한 인명, 재산피해와 사회, 경제적 중요도까지 고려한 안전수준을 결정할 수 있다.

4.2 최적 목표 신뢰성 지수의 선정

구조물의 신뢰성 해석에 있어서 목표 신뢰성 지수 β_0 의 합리적인 선택 방법은 많은 연구에도 불구하고 선택 기준에 대한 이론적 근거의 결핍으로 인하여 아직 정립되지 못했다. Ellingwood 등이 현행 규준에 대한 신뢰성 개정 방법으로 β_0 를 결정 했으나 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 를 결정하는 방법이라 할 수 있으며, 예민성 해석 및 최적화 방법에 기초한 최적 신뢰성 지수의 선택에 관한 연구가 현재 진행중에 있다.

본 연구에서 제시한 최적 신뢰성 지수의 결정 요소로서는 하중 효과의 선형화계수의 선정이 중요한데, 하중비 $\rho=1.0$ 일 경우 α_s 의 변화에 따른 β_{opt} 를 AFOSM 근사법으로 계산하여 도시하면 그림-2와 같이 된다. 그림에서 보면 α_s 가 커짐에 따라 β_{opt} 감소하고 g/k 가 커짐에 따라 β_{opt} 가 단계적으로 증가함을 알 수 있다. 이는 구조물 설계시에 극한 상태에 있어서 강도설계(USD)의 과과 확률은 $P_f=10^{-3}-10^{-4}$ (즉, $\beta=3.09-3.719$) 정도이고 허용응력 설계(WSD)의 과과 확률은 $P_f=10^{-6}-10^{-7}$ (즉, $\beta=4.265-5.197$) 정도로 구조물의 안전성 수준을 검사하고 있으므로 USD의 최적 신뢰성 지수의 범위를 g/k 로 등분하여 계산했기 때문이다.

그림-2. 선형화 계수 α_s 에 따른 β_{opt} 비교

한편, 그림-2에서 하중비 $\rho=1.0$ 일 때 기존 AFOSM 반복 시행법(문헌·18참조)의 신뢰성 지수 β_0 와 본 연구의 AFOSM 근사법의 β_{opt} 를 비교하면 $g/k=50-100$ 내외의 $\beta_{opt}=3.5-3.0$ 정도로 기존방법의 β_0 와 거의 일치함을 알 수 있다. 이때 대수 변환형 근사법의 β_{opt} 와 같으므로 선형화 계수는 $\alpha_s=0.85$ 로 계산함이 최적치임을 입증하고 있다.

그림-3은 하중비 $\rho=1.0$ 일 때 g/k 의 변화에 따른 β_{opt} 를 α_s 의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면 α_s 가 커짐에 따라 β_{opt} 가 0.05정도 증가하고, $g/k=50-100$ 사이에서 β_{opt} 가 완만하게 변화하며 $g/k=10-50, 100-1000$ 사이에서는 예민하게 급변함을 알 수 있다. 여기서 정규 변환형 β_{opt} 가 대수 변환형 보다 0.13 정도 상한치를 보여주고 있다. 또한 그림-4는 $\alpha_s=0.85$ 일 때 g/k 의 변화에 따른 β_{opt} 를 하중비 $\rho=L/D$ 의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면 g/k 가 커짐에 따라 β_{opt} 가 현저하게 커지며 하중비 ρ 가 커짐에 따라 β_{opt} 감소함을 알 수 있다.

이는 총비용 최소화의 원칙에 의한 신뢰성 해석 시에 파괴 확률의 변수인 k, g 에 좌우되기 때문이다. 문헌(·15)에서 공청 건설비용의 비 k 는 $k=0.02-0.1$ (교량 및 건축물), $k=0.01-0.05$ (원자력 발전소) 값으로 구조물에 따라 다른 값을 갖게

되고, 공청 파괴 비용 g 는 파괴 비용(C_f)과 초기 건설비(C_0)의 비, 즉, $g=C_f/C_0$ 로서 $g/k=10$ 인 경우 즉, $g=1.0$, $k=0.1$ 로서 초기 건설비 C_0 와 파괴 비용 C_f 와 같다다는 것이며, 이것은 설계 하중이 50% 감소한다는 것이다.

그림-4와 같이 구조물의 신뢰성 해석을 할 때 (문헌-8 참조) 통상 하중비는 $\rho=0.5-1.5$ (R.C 구조), $\rho=1.0-2.0$ (강구조) 범위의 β 값을 최적목표 신뢰성 지수로 설정하는데, 본 연구에서는 하중비의 변화와 파괴 확률에 따른 파괴 적용까지 예측하는 g/k 의 변화를 고려한 β_{opt} 를 계산할 수 있는 것이 특징이라 하겠다. 따라서 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 를 결정하여 검정할 때는 AFOSM의 대수 변환형 근사법이 바람직하다. 이때 β_{opt} 는 g/k 에 따라 결정되는데 ACI, ANSI에서는 $15 < g/k < 50$ 의 범위 값을 선정함이 타당하지만, 우리나라 시방서에는 구조물의 저항 불확실량 및 하중의 불확실량에 대한 통계치의 결합 기술수준과 중량화, 교통 하중등의 불예측의 오차를 고려하면, β_{opt} 가 $50 < g/k < 100$ 의 범위에서 결정함이 10-20% 내외의 안전측 설계로서 바람직하다고 본다. 따라서 k, g 값에 대한 연구가 국내에서는 전무인 상태이므로 우리 현실에 맞는 대상구조물의 파괴 및 보수에 의한 직접 손실비용과 사회적, 경제적 영향에 의한 간접손실비용의 산정방법이 시급하다

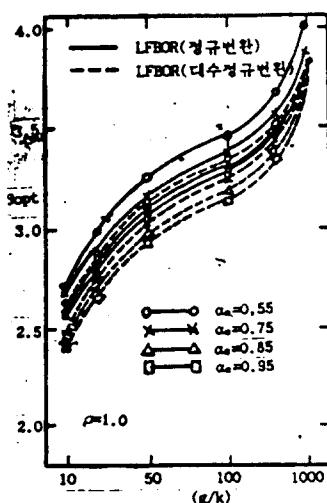
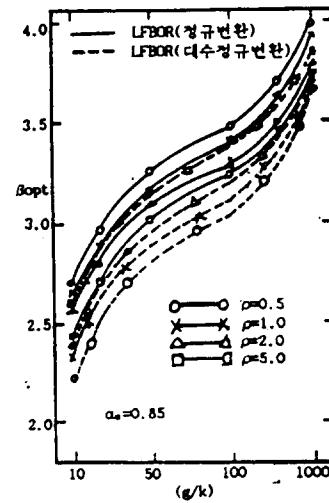
그림-3. g / k 에 따른 β_{opt} 비교그림-4. g / k 에 따른 β_{opt} 비교

표-3 하중-저항 지수의 비교

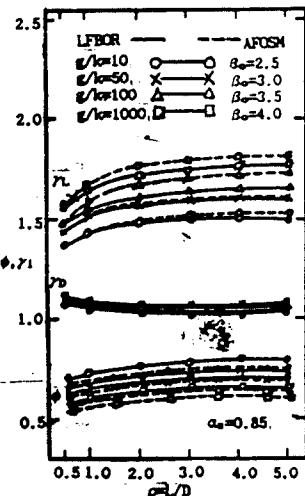
| α_s | g/k | β_{opt} | 본 연구 | | | β_0 | 문현·18) | | |
|------------|-------|---------------|--------|------------|------------|-----------|--------|------------|------------|
| | | | ϕ | γ_D | γ_L | | ϕ | γ_D | γ_L |
| 0.85 | 10 | 2.47 | 0.7328 | 1.0484 | 1.4356 | 2.5 | 0.7318 | 1.0497 | 1.4318 |
| | 50 | 3.03 | 0.6792 | 1.0578 | 1.5203 | 3.0 | 0.6832 | 1.0577 | 1.5195 |
| | 100 | 3.24 | 0.6596 | 1.0612 | 1.5514 | 3.5 | 0.6379 | 1.0660 | 1.5941 |
| | 1000 | 3.87 | 0.6045 | 1.0714 | 1.6400 | 4.0 | 0.5951 | 1.0740 | 1.6660 |

하겠다.

4.3 최적 신뢰성 설계 규준

그림-5는 AFOSM의 반복 시행법으로 문현(·18)의 부분 대수 변환형으로 계산한 목표 신뢰성 지수 β_0 에 따른 평균 저항계수(ϕ) 및 하중계수(γ_i)와 본 연구에서 제안한 g/k 의 변환에 따른 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 으로 계산한 ϕ , γ_i 를 하중비 $\rho=L/D$ 의 변화에 따라 비교하여 도시하였고, $\rho=1.0$ 일 때의 ϕ , γ_i 의 계산한 값을 표-3에 나타냈다.

그림-5 및 표-3에서 보면 표-1를 사용한 동일한 조건에서 본 연구와 문현(·18)로 계산한 ϕ , γ_i 값이 거의 비슷함을 알 수 있다. 여기서 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 는 과과 확률 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 범위로서 $\beta_{opt}=3.09 \sim 3.719$ 사이 값으로 현행 USD 설계 규준의 검정시에는 g/k 가 $50 < g/k < 100$ 범위에서 결정함이 타당하다고 본다. 따라서 막연한 기준의

그림-5. 하중비 ρ 에 따른 ϕ , γ_i 비교

목표 신뢰성 지수를 결정하여 ϕ , γ_i 값을 결정하는 방법보다는 통계적 결정 이론을 도입한 총비용 최소화 원칙에 의한 g/k 의 함수 및 하중비(ϵ)의 변화로서 결정되는 β_{opt} 을 선정하여 ϕ , γ_i 를 결정하는 것이 합리적이라 하겠다.

그림-6은 AFOSM 근사법으로 저항 계수 ϕ , 하중지수 γ_i 를 하중비에 따라 계산한 것을 도시한 것이다. 그림에서 보면 ϕ , γ_i 값이 대수 변환형>정규변환형>부분 대수 변환형 순으로 최적 신뢰성 설계규준의 ϕ , γ_i 값 결정을 위한 근사법으로는 AFOSM의 부분 대수 변환형 공식을 사용함이 바람직하다고 본다.

그림-7은 근사법으로 g/k 의 변화에 따른 ϕ , γ_i 값을 하중비의 변화로 계산하여 도시한 것이다.

그림에서 보면 ϕ , γ_i 값이 대수 변환형>부분 대수 변환형>정규 변환형 순으로 되는데, 전절 4-1에서와 같이 AFOSM 근사법 중에서 부분대수

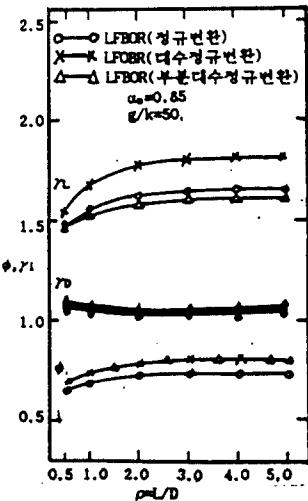
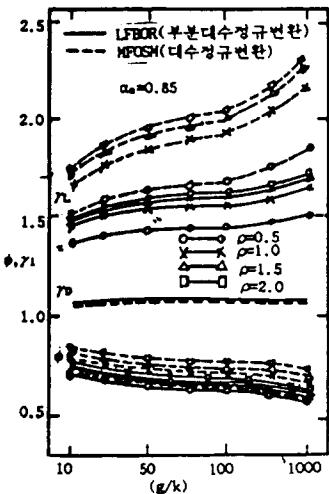
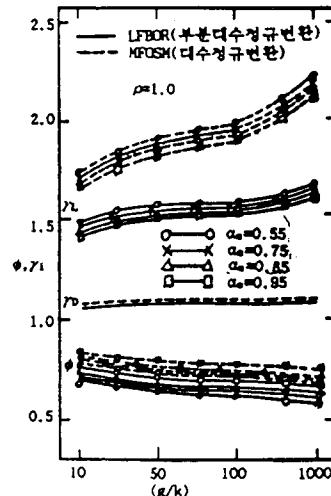
그림-6. 하중비 ρ 에 따른 ϕ , γ_i 비교

표-4 g/k 에 따른 공칭 저항-하중 계수 및 공칭 안전율

| α | ρ | 평균 저抵抗-하중 계수 | | | 공칭 저抵抗-하중 계수 | | | 공칭안전율 (n^{opt}) | |
|----------|--------|--------------|------------|------------|--------------|-------------|-------------|------------------------|--------|
| | | ϕ | γ_D | γ_L | ϕ' | γ'_D | γ'_L | | |
| 0.85 | 1.0 | 10 | 0.7328 | 1.0484 | 1.4356 | 0.8427 | 1.1008 | 1.7945 | 1.6821 |
| | | 50 | 0.6792 | 1.0578 | 1.5203 | 0.7811 | 1.1107 | 1.9004 | 1.8835 |
| | | 100 | 0.6595 | 1.0612 | 1.5514 | 0.7585 | 1.1143 | 1.9392 | 1.9655 |
| | | 1000 | 0.6045 | 1.0714 | 1.6400 | 0.6952 | 1.1250 | 2.0500 | 2.2256 |

그림-7. 하중비 ρ 에 따른 ϕ, γ_i 비교그림-8. 하중비 ρ 에 따른 ϕ, γ_i 비교

변환형이 가장 합리적인 방법임을 입증해 주고 있다. 그리고 그림-8은 g/k 의 변화에 따른 ϕ, γ_i 값을 α , ρ 의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면 그림-8과 같이 대수 변환형이 부분대수 변환형 보다 γ_L 가 0.12~0.27정도 상한치해를 주고 있는데 반하여 정규 변환형의 ϕ , 값이 부분대수 변환형 보다 $\phi=0.11\sim0.20$ 정도 하한치해를 보여주고 있다.

한편, AFOSM와 MFOSM 근사법의 비교에서도 MFOSM-대수 변환형 γ_L 가 0.25~0.58정도 상한치해를 주고 있으며 $g/k=100\sim1000$ 사이에서 급변하고 있다. 이는 MFOSM의 대수 변환형 근사법이 하중비의 재하상태에 따라 민간함을 나타낸 것이다.

따라서, 최적 신뢰성 설계 규준은 기존의 목표 신뢰성 지수 β_0 를 선정하여 구한 ϕ, γ_i 값을 결정하는데 반하여 본 연구에서 구한 최적 신뢰성 설계 규준 ϕ, γ_i 는 $g/k < 50$ 범위에서

최적치를 얻을 수 있다.

표-4 AFOSM-부분 대수 변환형으로 공칭 하중-저항 계수 및 공칭 안전율(n^{opt})을 나타낸 것이다. 표-4에서 보면 현행 도로시방서에서 휨부재의 강도설계 규준은 $\phi'=0.85, \gamma'_D=1.2, \gamma'_L=1.8$ 로 규정하고 있는데, 본 연구에서 계산한 $g/k=10$ 의 ϕ, γ_i 값과 거의 비슷한 수준을 보여주고 있으며 공칭 안전율도 현행 시방서에서 약 1.7~8정도 취하고 있는데 반하여 본 연구에서는 $n=1.68$ 정도로 다소 적은 값으로 나타나고 있다. 이러한 공칭 안전율이 높아짐에 따라서 총비용 최소화 모델의 초기 비용 C_i 가 증가하는데 WSD에서는 중앙 안전율 $n_0=2.5$ 로 할 때, 공칭 안전율이 1.5~1.8 정도로서 $n^{opt}=1.0$ 에 대해서 총비용 C_i 는 약 1.5~1.8배 정도 증가된다. 그리고 문현(11)에서 공칭 파괴 비용 $g=C_f/C_0$ 는 약 1.5~3.0점을 취하고 있다.

한편 ACI, ANSI에서는 공칭 안전율 $n^{opt}=$

1.63 정도로 본 연구에서 계산한 $g/k=10$ 의 공칭 안전율과 거의 비슷한 값인데 현행 우리나라 시방서의 공칭 안전율 $n_{opt}=1.78$ 보다 0.15정도 낮게 취하고 있어 총비용 C_T 를 15% 정도 절약하는 설계 규준을 택하고 있음을 알 수 있다.

따라서 공칭 안전율은 최적 신뢰성 지수 β_{opt} 및 g/k 가 증가함에 따라 커지며 이 공칭 안전율이 총비용 C_T 의 증가에 좌우됨을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구는 통계적 의사 결정 이론을 사용한 총비용최소화의 원칙에 의한 최적 신뢰성 해석 및 설계규준을 도입하여 현행 구조물의 설계 규준의 개정방향을 제시하기 위한 기초적 연구로서, 2차 모멘트법인 AFOSM에 의해 하중계수에 기초한 최적 신뢰성 해석 이론 알고리즘을 개발하였고, 이 알고리즘으로 기존의 신뢰성 해석 이론과 비교 검토하였다.

본 연구의 결과를 분석 고찰 함으로서 다음과 같은 결론에 도달할 수 있었다.

1) 총비용 최소화의 원칙 모델에 의한 최적 신뢰성 해석 및 설계 규준을 검정 또는 규정할 때는 하중효과의 선형화 계수 $\alpha_s=0.85$ 로 계산되는 g/k 의 범위는 $15 < g/k < 50$ 로 함이 바람직하다고 본다.

2) 최적 신뢰성 해석 및 설계 이론으로는 AFOSM 근사법 중에서 저항-대수 정규 표준화 알고리즘으로 하는 부분 대수 변환형을 사용함이 바람직하다고 사료된다.

3) 통계적 의사 결정 이론에 기초한 최적 신뢰성 해석 이론 알고리즘은 하중비와 g/k 를 동시에 고려한 파괴 확률에 따른 파괴 비용까지 설계에 반영되는 직접손실비용과 간접손실비용에 대한 체계적인 연구가 진행되어지므로서 대상구조물에 대한 시방서의 신뢰성 검정시에 활용될 수 있다고 본다.

참 고 문 헌

- [1] Leporati, E., "The Assessment of Structural". Series in Cement & Concrete, Vol.1, Research Studies Press. 1979.
- [2] Cornell C.A., "A probability-Based Structural Code". Journal of the American Concrete Institute, Vol.66, No.12, Dec.1969, pp.974-985.
- [3] Lind.N.C.Haasler, A.M. "Exact and Invariant second-moment code format" journal of the Engineering Mechanics Div, ASCE, Vol.100, No Em 1, Feb, 1974, pp.111-121.
- [4] Rosenblueth, E and Esteval, L. "Reliability Bases for some Mexico codes" Special Publication 31. The American Concrete Institute, Denver, Concrete Institute, Denver, Colo.Mar. 1971, pp.1-42.
- [5] Rackwitz, R and Fiessler, B "Structural Reliability under Combined Random Load Sequences" Computers & Structures, Vol.9, 1978., pp.489-491.
- [6] Ellingwood, B "Reliability Based Criteria for Reinforced Concrete Design" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol.105, No.ST, April 1979, pp.713-727.
- [7] Ellingwood B. Macgregor J.G. Galambos T.V. and Cornell C.A., "Probability Based Load Criteria : Assessment of Current Design Practice" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol.108, No ST 5, May, 1982, pp.959-977.
- [8] Ellingwood.B.MacGregor, J.G. Galambos, T.V and Cornell, C.A, "Reliability Based Combination", Journal of the Structural Div., ASCE, Vol.108. NO ST5, May.1982, pp.978-997.
- [9] Sugiyama, T. Saksi, T.Fujino, Y, and Ito.M, "Decisions on Reliability Level and Safety Factor for Structural Design" Proc. of JSCE, No 327, NOV 1982, pp.1-28.
- [10] Sugiyama, T, and Fujino,Y. "Optimal Allocation of the Safety Factors in A Long-Span Suspension Bridge Design" Proc. of JSCE, No 398.I-10. 1988, pp.167-175.
- [11] Koyama, K. "A Fundamental Study using

- Entropy Theory to the Structural Design” Proc, of JSCE, No 337, 1983, pp.1–7.
- [12] Matsuo, M.Demura, Y.and Kobori,T. “Updating the Safety Factors in Structural Design Specification” Proc, of JSCE, No 340, 1983, pp. 39–47.
- [13] Matsuo,M.and Demura, Y. “Study on Optimization for System Reliability of Soil-Supported Structure” Proc, of JSCE, No 352, 1984, pp. 129–138.
- [14] Chou,T, “Optimum Safety Indices Based on Expected total cost minimization”, Jour.of Structural Engineering.(in Japanese), Vol.37A, 1991, pp.543–555.
- [15] Eilingwood,B, and Kanda,J. “Formulation of Load Factors Based on Optimum Reliability” Structural Safety, 9. Elsevier, 1991, pp.197–210.
- [16] Shiraishi, N. Furuta, H, and Nakaso M “Some Considerations on Stural Design on Based on Second-Moment Theory” Proc, of JSCE, No 311, July 1981, pp.1–12.
- [17] 조효남, “철근콘크리트 도로교 상부구조의 신뢰성 설계규준에 관한 연구”, 대한토목학회 논문집 제2권 제3호, 1982년 9월, pp.87–99.
- [18] 조효남, 김우석, 이종빈, “강도로교의 신뢰성 설계규준에 관한 연구” 대한토목학회 논문집 제5권 제1권, 1985년 3월, pp.43–53.
- [19] 조효남, 장동일, 신재철, “확률이론에 기초한 철근 콘크리트 강도설계규준”, 대한토목학회 논문집 제6권 제4호, 1986년 12월, pp.53–60
- [20] Ferrito, J.M., “Economics of Seismic design for New Buildings” Journal of the Structural Engineering, Vol, 110, No,ST12, 1984., pp.2925-2938.

(접수일자 : 1992. 10. 10)