

고층기둥 축하중의 사용기간 최대값에 대한 확률론적 분석

Probabilistic Analysis of Lifetime Extreme Live Loads of Multi-Story Columns

김 상 효* 박 홍 석**

요 지

적재하중은 설계편의상 등가등분포하중으로 환산하여 사용하며 따라서 영향면적이 커짐에 따라 하중은 감소하는 경향이 있다. 특히 고층건물 기둥의 축하중은 지지하는 각층으로부터의 축하중이 누적되므로 결과적으로 영향면적이 커지게 되며 사용기간 최대값은 줄어들게 된다. 따라서 현행 국내 시방서와 같이 설계하중이 영향면적에 따라 제시되어 있지 않고 구조부재의 종류별로 주어져 있는 경우에는 기둥과 같이 받치는 바닥의 수가 증가함에 따라 영향면적이 급격히 변할 수 있는 부재에 대하여 적절한 감소계수를 사용하고 있다.

본 연구에서는 단층바닥을 받치는 기둥의 축하중에 대해 현장조사를 통해 분석한 하중모형을 이용하여 고층기둥 축하중의 특성을 분석하였으며, 현행 건축물의 구조설계기준에 제시되어 있는 받치는 바닥의 수에 따른 감소계수의 타당성을 검토하였다.

ABSTRACT

The live loads acting on structures are generally computed in terms of equivalent uniformly distributed loads for the simplicity in design process. The loads, therefore, tend to decrease with increasing influence area in both load intensity and variance. Since multi-story column loads result from accumulation of loadings action on several different floors, its influence area becomes wider and lifetime maximum decreases. In the design codes proposing the design loads according to types of structural members(i.e., slabs, beams, columns), rather than the change of influence area, some proper reduction factors are given for columns which support more than one floor.

Using the live load models developed for columns supporting single floor, in this study, the probabilistic characteristics of multi-story column loads are analyzed. In addition reduction factors given for multi-story columns in current practice are calibrated.

* 연세대학교 토목공학과 조교수

** 한국건설연구원 구조연구실 연구원, 연세대학교 토목공학과 박사과정

이 논문에 대한 토론을 1992년 12월 31일까지 본학회에 보내주시면 1993년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 개요

적재하중(live load)은 고정하중(dead load)과 함께 건축구조물의 설계에 있어 매우 중요한 하중이다. 특히 우리나라와 같이 풍하중, 지진하중등의 자연발생적 하중이 심각하지 않은 지역에서는 경제적이며 안전성 있는 구조물 설계에 가장 많은 영향을 미치는 것이 적재하중의 적절한 선정이다. 따라서 각국에서는 설계시방서 등에 각 지역의 특성에 맞는 합리적인 설계하중을 제시하고 있다. 그러나 적재하중은 고정하중과는 달리 시간적, 공간적 변화특성을 가지고 있어 합리적인 설계하중의 산정이 어렵다. 최근 구조공학에서의 확률이론 도입이 활발해지며 이러한 적재하중의 변화특성을 확률이론으로 모형화하여 합리적인 설계하중을 분석하는 작업이 이루어지고 있다.

본 연구에서는 국내 사부실용 건물을 대상으로 체계적으로 조사, 분석한 사무실의 적재하중 모형⁽¹⁾을 이용하여 고층건물 기둥의 축하중의 확률적 특성을 분석하고, 이로부터 사용기간 최대하중의 특성을 분석하였다. 또한 현행 건축물의 구조설계에 제시되어 있는 받치는 바닥의 수에 따른 감소계수의 타당성을 검토하였다.

2. 적재하중 모형

적재하중은 크게 상시하중(sustained live load)과 일시하중(transient live load)으로 구분될 수 있다. 이 분류는 주로 시간적인 개념에 의한 것으로, 상시하중은 구조물의 수명, 즉 사용기간 중 오랜 시간동안 지속적으로 작용하며 사용자의 교체가 없는 한 하중크기의 변화가 비교적 작은 하중이며, 일시하중은 상대적으로 짧은 시간동안 재하되며 사용자의 변화가 없이도 하중크기의 변화가 심한 하중이다. 사무실의 경우 이러한 하중은 집회, 회의 등에 의한 균중하중이나 이사 또는 보수공사를 위한 가구의 이동, 밀집등에 의해 발생한다고 예상된다.

본 연구에서 이용한 상시하중의 모형은 현장 조사를 통해 수집한 적재하중의 중량 및 분포자

료를 이용하여 단층바닥을 받치는 기둥의 축하중에 대해 분석한 등가등분포 적재하중(equivalent uniformly distributed live load)의 모형이다⁽¹⁾. 조사된 자료의 규모는 영향면적이 다른 720개의 기둥이며, 분석된 자료의 확률적 특성은 <그림 1>과 같다. 상시하중의 평균은 65kg/m², 변이계수(COV)는 0.39로 분석되었다. 참고로 같은 조사자료를 이용하여 슬래브 및 보에 대해 분석한 등가등분포하중의 분포특성은 슬래브(조사규모: 431)에서 평균 94kg/m², 변이계수 0.46이며, 보(조사규모: 948)에서 평균 69kg/m², 변이계수 0.43이다. 확률분포모형의 선정을 위하여 Gamma 분포와 대수정규분포에 대해 적합도 검정을 실시한 결과 모두 합리적인 모형으로 판명되었다. 그러나 외국의 연구결과에서는 일반적으로 Gamma 분포가 상시하중의 모형으로 제시되고 있다⁽²⁾. 따라서 본 연구에서도 Gamma 분포를 이용하였다.

일시하중의 모형으로는 MaGuire and Cornell⁽³⁾이나 Ellingwood and Culver⁽²⁾에 의해 제안된 모형을 이용하였다. 즉 일시하중의 평균과 변이(variance)는

$$\mu_E = \frac{\mu_Q \mu_R \lambda}{A} \tag{식 1}$$

$$\sigma_E^2 = \frac{\lambda \kappa (\mu_Q^2 \mu_R^2 + \mu_R \sigma_Q^2 + \mu_Q^2 \sigma_R^2)}{A^2} \tag{식 2}$$

- 여기에서 μ =평균, σ =표준편차이며,
- Q =하중그룹을 형성하는 하중단위 하나의 중량
- R =하중그룹을 형성하는 하중단위의 수
- λ =영향면적(A)내의 하중그룹 수
- κ =하중효과에 따라 결정되는 계수

본 연구에서 이들 계수의 모형을 국내 특성을 참고하여 결정하였다.⁽⁸⁾ 즉 단위기둥에 대한 평균 영향면적 $A=160m^2$ 이며, $(\mu_Q, \sigma_Q)=(65, 11)$, $(\mu_R, \sigma_R)=(4, 2)$, $\lambda=16.1$, $\kappa=2.2$ 로 결정되었다. 받치는 바닥수에 따른 일시하중의 모형은 <표 1>에 정리되어 있다. 확률분포모형은 Gamma 분포를 이용하였다.

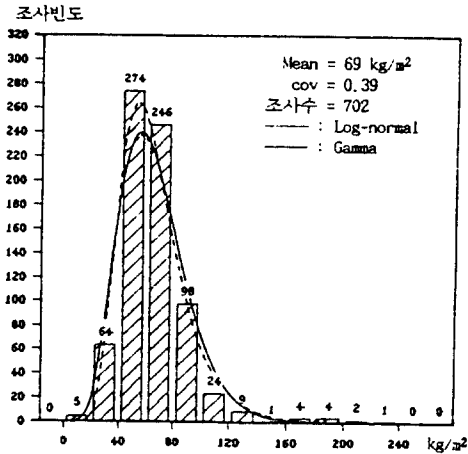


그림 1. 기둥의 상시하중 분포

3. 상시적재하중의 최대값 분석모형

최근 건축구조물이 장대화 및 고층화 되어감에 따라 고층건물 기둥에 대한 설계하중의 합리적인 결정이 구조설계에 있어 관심을 모으고 있다. 앞서 언급하였듯이 합리적인 설계하중의 선정을 위해서는 먼저 적재하중의 확률적 특성을 분석하여야 하며, 이를 위한 기본적인 단계는 적재하중의 현장측정이다. 그러나 이러한 현장측정은 많은 시간과 조사인력이 필요하며, 조사대상 선정의 어려움 등의 비현실성을 가지고 있다. 특히 고층기둥에 작용하는 축하중을 현장측정만으로 분석한다는 것은 요구되는 조사량 때문에 거의 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 앞에서 언급한 단층바닥을 받치는 기둥의 축하중에 대한 등가등분포 적재하중의 모형을 이용하여 고층기둥 축하중의 특성을 분석하고자 한다.

고층건물 기둥의 축하중(multi-story column load)은 지지하는 각층으로부터 축하중이 누적되므로, 결과적으로 영향면적이 커지게 되며 전체 영향면적에 대한 등가등분포하중으로 표시되는 사용기간 최대값은 단층기둥에 비하여 줄어들게 될 것이다. 이러한 현상을 반영하기 위하여 현행건축물의 구조설계기준에도 받치는 바닥의 수에 따라 감소계수를 취하고 있다(4). 참고로 외국에서는 구조부재의 종류와 관계없이 단순히 설계대상 부재의 영향면적에 따라 설계하중을 감소시키는 기준을 택하고 있다(5).

앞서 언급하였듯이 고층건물 기둥의 축하중은 각층으로부터 축하중이 누적되기 때문에 기존의 확률분포특성과는 관계없이 Central limit theorem(6)에 의해 정규분포를 따르게 되며 이때의 등가등분포하중의 평균과 변이는 다음과 같다.

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X}_i = \bar{X} \tag{식 3}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \\ &= \frac{1}{n^2} \sigma_x^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \end{aligned} \tag{식 4}$$

여기에서

\bar{X} , $\sigma_x=1$ 개 지지층에서의 평균(mean)과 편차(S.D)

\bar{Y} , $\text{Var}(Y)=n$ 개 지지층에서의 평균과 변이

$\gamma_{ij}=i$ 층과 j 층 하중사이의 상관관계 (correlation coefficient)

또한 여기에서는 모든 층에서의 하중은 동일한 확률분포특성(identically distributed)을 가진다고 가정하였다.

사용기간 최대값의 분석을 위해 고층기둥 축하중을 확률과정(random process)을 통해 모형화하기 위해서는 하중의 발생빈도, 여기에서는 고층기둥 축하중의 변화빈도가 분석되어야 하는데 각층에서의 변화가 서로 독립적이라고 본다면 고층기둥 축하중의 변화빈도는

$$\nu = \sum_{i=1}^n \nu_i = n\nu_1 \tag{식 5}$$

여기에서 ν_1 은 1개층에서의 평균 변화빈도이며, 각층에서의 평균 변화빈도는 동일한 것으로 가정하였다. 그러나 층간에 상관관계를 가진다고 가정하면 변화빈도는 줄어들 것이다. 예를 들어 1개 회사가 평균 2개층을 사용하며 하중변화가 회사단위로 발생한다면 발생빈도는 $\nu=(n/2) \cdot \nu_1$ 이 될 것이다. 그러나 하나의 층에서도 여러 사무실이 공동사용하는 경우도 있으므로 본 분석에서는 $\nu=n\nu_1$ 으로 가정하였다.

고층기둥 축하중은 여러층으로부터 전달되는 하중의 합이므로 변화가 발생하더라도 여러층 가운데 하나만 바뀌어지는 것이므로 변화시점

전후의 하중의 크기는 밀접한 상관관계를 가지고 있다. 따라서 고충기동 축하중은 Markov 확률과정에 의해 모형화되며⁽⁷⁾, 이때의 상관관계는

$$\rho Y_j Y_k = \left[\frac{n-1}{n} \right]^{j-k} \quad (\text{식 6})$$

이다. 여기에서 Y_j 와 Y_k 는 각각 j 와 k 번째 변화에 의한 고충기동 축하중의 등가등분포하중이다 (그림 2) 참조. (그림 2)에서 X_i 는 i 번째를 받치는 기둥의 등가등분포하중이며, Y_j^n 은 n 개 바닥을 받치는 고충기동의 축하중으로, n 개층에서의 영향면적이 각층에서 동일하다면 $Y_j = (1/n) \cdot Y_j^n$ 의 관계를 가진다.

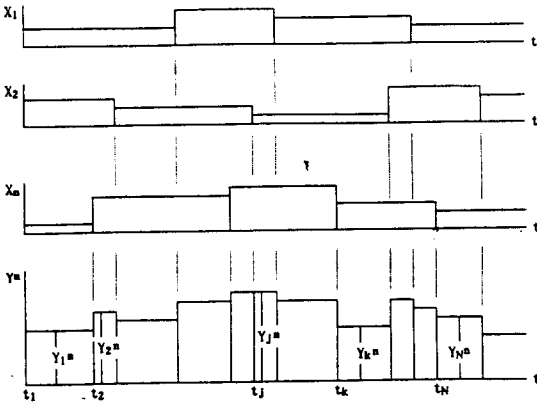


그림 2. 고충기동 축하중의 하중모형

따라서 고충기동 축하중의 사용기간 최대값의 분석을 위해서는 사용기간 최대값의 평균과 편차를 다음과 같이 산정하여야 한다. 만약 Y_1, Y_2, \dots, Y_N 을 사용기간 동안 발생하는 고충기동 축하중의 등가등분포하중이라고 하면(여기에서 $N = n \cdot \nu_1$), 우선 Y_1 와 Y_2 의 최대값, $Z_2 = \max(Y_1, Y_2)$ 에 대한 것은

$$E[Z_2] = \mu_1 \Phi(\alpha) + \mu_2 \Phi(-\alpha) + a \phi(\alpha) \quad (\text{식 7})$$

$$E[Z_2^2] = (\mu_1^2 + \sigma_1^2) \Phi(\alpha) + (\mu_2^2 + \sigma_2^2) \Phi(-\alpha) + (\mu_1 + \mu_2) a \phi(\alpha) \quad (\text{식 8})$$

여기에서

$\mu_i = Y_i$ 의 평균

$\sigma_i = Y_i$ 의 표준편차

$\Phi(-) =$ 표준정규 누적분포함수

$\phi(-) =$ 표준정규 밀도함수

$$a = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}$$

$$\alpha = \frac{\mu_1 - \mu_2}{a}$$

여기에서는 $\sigma_1 = \sigma_2, \mu_1 = \mu_2$ 이므로 $\alpha = 0.0$ 이며,

$$a = \sqrt{2(1-\rho_{12})} \sigma_1 \quad (\text{식 9})$$

이 된다. 따라서

$$\begin{aligned} \mu_{z_2} &= \mu_1 \Phi(0) + \mu_1 \Phi(0) + a \phi(0) \\ &= \mu_1 + \sqrt{\frac{(1-\rho_{12})}{\pi}} \sigma_1 \end{aligned} \quad (\text{식 10})$$

$$E[Z_2^2] = (\mu_1^2 + \sigma_1^2) + \sqrt{\frac{(1-\rho_{12})}{\pi}} (2\mu_1) \sigma_1 \quad (\text{식 11})$$

이 된다.

다음 단계는 $Z_3 = \max(Z_2, Y_3)$ 의 평균과 편차를 구하는 것인데, 이때 Z_2, Y_3 의 상관관계는

$$\rho_{z_2, Y_3} = \frac{\sigma_1 \rho_{13} \phi(\alpha) + \sigma_2 \rho_{23} \phi(-\alpha)}{\sigma_{z_2}}$$

여기에서

$$\sigma_{z_2} = \sqrt{E[Z_2^2] - E[Z_2]^2}$$

이다. 따라서 $E[Z_3]$ 과 $E[Z_3^2]$ 은 (식 7) 및 (식 8)과 같은 요령으로 구할 수 있다. 이러한 계산은 N 번 반복한 후에 구해지는 $E[Z_N]$ 과 σ_{z_N} 이 고충기동 축하중에 대한 등가등분포하중의 사용기간 최대값의 평균과 표준편차이다. 확률분포는 각각의 하중의 크기가 정규분포이므로 최대값의 확률분포는 Gumbel의 Type-I 최대값 분포로 결정될 것이다.

4. 사용기간 최대값분석 및 감소계수

앞에서 분석한 상이하중의 사용기간 최대값과 사용기간동안 수시로 발생할 일시하중과의 조합효과는 Ellingwood⁽²⁾ 등에 의해 제안된 기법을 이용하여 분석하였다. 즉 고충기동 상이하중의 사용기간 90% 최대값과 상이하중 평균지속기간동안의 일시하중 최대값의 평균을 합한 것을 각각 조합효

표1. 받치는 바닥수에 따른 사용기간 최대값

(단위 : kg/m²)

받치는 바닥의 수	영향 면적 m ²	상 시 하 중 (최대값)						일시하중		조 합 효 과					
		Case I		Case II		Case III				90%			95%		
		평균	cov	평균	cov	평균	cov	평균	cov	I	II	III	I	II	III
1	160	112.1	0.17	-	-	-	-	26.2	0.41	180	-	-	190	-	-
2	320	96.7	0.10	107.5	0.12	107.5	0.12	18.9	0.34	130	154	154	145	162	162
3	480	92.6	0.09	105.9	0.11	107.2	0.12	15.5	0.31	127	145	147	131	152	154
4	640	89.9	0.08	103.6	0.11	106.0	0.11	13.5	0.29	119	138	141	123	144	148
5	800	88.0	0.07	101.5	0.10	104.3	0.10	12.1	0.27	114	132	136	117	138	142
6	960	86.5	0.07	99.6	0.09	102.6	0.10	11.1	0.26	110	128	132	113	133	137
7	1120	85.3	0.06	98.0	0.09	101.1	0.09	10.3	0.25	107	124	128	110	129	134
8	1280	84.2	0.06	96.6	0.09	99.7	0.09	9.6	0.24	104	121	125	107	126	130
9	1440	83.4	0.06	95.4	0.08	98.5	0.09	9.1	0.24	102	118	122	105	123	127
10	1600	82.3	0.05	94.3	0.08	97.4	0.08	8.6	0.23	100	116	120	103	120	125

과의 사용기간 90% 최대값 및 99% 최대값으로 추정하는 것이다. 이러한 기법의 타당성은 Monte Carlo 모의기법에 의해 검증되었다. 조합효과의 확률분포모형은 상시하중의 사용기간 최대값의 분포모형과 같이 Gumbel의 Type-I 극치분포로 모형화하였다.

본 연구에서 선정한 상시하중과 일시하중의 특성값을 이용하여 분석한 고층기둥의 받치는 바닥수에 따른 사용기간 최대값은 <표 1>에 상시하중 최대값 및 상시하중과 일시하중의 조합효과 최대값으로 분류하여 정리하였다. 여기에서 사용기간은 50년으로 가정하였다. <표 1>에서는 (식 4)에서 언급한 층간 하중상관관계(γ_{ij})에 대해 여러 가지 다른 값을 적용하여 검토하였다. 즉 <표 1>에서의 Case I은 층간하중크기가 확률적으로 상호독립적(statistically independent)인 경우이며, Case II는 1개층 사이에서는 상관관계가 0.8, 2개층 사이에서는 0.2, 그 이상에서는 상호 독립적인 것으로 가정한 경우이다. Case III은 층별하중간의 상관관계를 보다 높게 추정한 것으로 1개층 사이에서 0.8, 2개층사이에서 0.4, 3개층사이에서 0.2이며, 그 이상에서는 상호독립적인 경우이다.

<표 1>의 결과를 분석하면 모든 경우에 있어 받치는 바닥의 수가 증가함에 따라 등가등분포하중의 최대값의 크기가 줄어드는 것을 알 수 있다. 특히 받치는 바닥의 수가 작을 때는 매우 급속히 감소하며 수가 많을 때는 완만히 감소하는 것을 알 수 있다. 층간 하중상관관계에 있어서는

예측할 수 있는 바와 같이 층간 하중상관관계가 높은 경우가 사용기간 최대값도 크며, 변이계수도 크게 나타났다. 실제 고층건물에서의 층간 하중상관관계는 대상건물의 1개층 바닥면적, 층수, 건물 용도 등에 따라 차이는 있겠지만, 일반적으로 Case II나 Case III에 가까울 것으로 사료된다.

<표 1>의 조합효과 90%와 95%에서 받치는 바닥수가 2층인 경우($A=320m^2$)의 결과와 참고문헌 1에서 단층기둥의 영향면적이 $300m^2$ 인 경우의 조합효과 90%(154kg/m²) 및 95%(163kg/m²)를 비교하면 매우 유사한 것을 알 수 있다. 이들 결과는 실제로 다른 모형에 대하여 분석되었으나 유사한 결과를 주므로써 이들 방법의 타당성을 보여주고 있다.

표2. 받치는 바닥수에 따른 감소계수

받치는 바 닥의 수	영향면적 (m ²)	90% 설계하중 (180kg/m ²)	현행감소 계 수	제안감소 계 수
1	160	100	1.00	1.00
2	320	0.77~0.86	0.95	0.90
3	480	0.70~0.82	0.90	0.85
4	640	0.66~0.78	0.85	0.80
5	800	0.63~0.76	0.80	0.77
6	960	0.61~0.73	0.75	0.74
7	1120	0.59~0.71	0.70	0.71
8	1280	0.58~0.69	0.65	0.68
9	1440	0.57~0.68	0.60	0.65
10	1600	0.56~0.67	0.60	0.65

기둥의 기본설계하중을 현행대로 180kg/m²으로 취할 경우, 받치는 바닥수에 따른 조합효과 9

0% 최대값의 기본설계하중에 대한 비율과 현행 구조기준에서 제시하고 있는 감소계수를 비교한 것은 <표 2>에 정리되어 있다. 여기에서 조합효과와 사용기간 90% 최대값을 비교치로 선정한 것은 참고문헌 1의 분석결과에 따르면 현행기둥의 기본설계하중인 180kg/m^2 가 단층기둥의 조합효과에서 사용기간 90% 최대값과 같은 수준이기 때문이다. 이 결과를 분석하면 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수가 분석치보다 크게 나타났다. 받치는 바닥수가 증가함에 따라 현행 감소계수가 작아지는 것을 알 수 있다. 여기에서 고려하여야 할 사항은 상시하중 최대값의 유도에서 고층기둥의 축하중은 여러층으로 부터의 하중효과가 누적되기 때문에 Central limit theorem에 의해 정규분포를 가정하였다는 것이다. 이 가정은 받치는 바닥수가 증가할 수록 오차가 작아지나, 받치는 바닥수가 작을 경우에는 각층에서의 실제 하중은 Gamma분포를 따르기 때문에 분석치가 실제값보다 작은 최대값을 주게 된다. 이러한 점을 고려하여 본 연구에서 제안한 감소계수가 <표 2>에 정리되어 있다. 새로 제안된 감소계수는 분석결과에 기초하여 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수를 약간 줄였으며, 받치는 바닥수가 많을 경우에는 현행보다 약간 증가시켰다. 즉 현행 감소계수는 최대 0.95에서 최소 0.60까지 있으나, 새로 제안된 것에는 최대가 0.90, 최소가 0.65이다.

5. 결 론

받치는 바닥수의 증가에 따라 축하중의 사용기간 최대값이 감소하는 경향은 Markov 확률과정을 이용하여 체계적으로 분석되었다. 이렇게 분석된

결과는 현행 구조설계기준에 제시된 감소계수와 비교, 검토되었으며 결과적으로 현행 감소계수를 약간 수정, 보완하여 합리적인 감소계수를 제안하였다. 즉 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수를 하향조정할 수 있으며, 받치는 바닥수가 많을 경우에는 부분적으로 상향조정하여야 하는 것으로 판단되었다.

참 고 문 헌

- [1] 김상효, 조형근, 배규웅, 박홍석, "사무실의 사용기간 최대 적재하중에 대한 확률적 분석", 한국건설구조공학회 논문집 제3권 제1호, 1990.3.
- [2] Ellingwood, B., and Culver, C., "Analysis of Live Loads in Office Buildings", ASCE Vol. 103, No.ST 8, August, 1977, pp.1551-1560.
- [3] McGuire, R.K., and Cornell, C.A., "Live Load Effects in Office Buildings", Research Report 73-28, M.I.T., Dept. of Civil Eng., Cambridge, Mass., May, 1973.
- [4] 건축물의 구조기준 등에 관한 규칙, 건설부, 1988.
- [5] American National Standard Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, A5 8.1-1982, American National Standards Institute, 1982.
- [6] Ang, A. H-S., and Tang, W.H., Probability Concepts in Eng. Planning and Design, John Wiley & Sons, N.Y.M 1975.
- [7] Wen, Y-K, "Statistics of Extreme of Live Load on Buildings", ASCE Vol.105, No.ST 10, Oct., 1979, pp.1893-1900.
- [8] 한국건설기술연구원, "구조물의 신뢰성에 관한 연구", 최종보고서, 1989.12.

(접수일자 : 1992. 8. 25)