

## 膜과 케이블 構造物의 形狀探索解析

徐 三 悅\* 權 宅 鎮\*\*

### 1. 머릿말

막과 케이블 구조물은 일반적으로 구조물이 항상 큰 프리스트레스를 받도록 설계된다. 따라서, 외부하중이 적용되지 않고, 자중이 무시된다 하더라도, 전체 구조물의 응력 받지 않은 형상은 일반적으로 의미가 없다. 이것은 설계자가 초기에 응력받은 형상을 정의해야함을 의미한다. 따라서, 실제적인 설계를 수행하기 위해서는 그 초기형상이 구조물에 대한 현실적인 형상을 나타내고, 기준형상은 평형조건을 만족하는 것이 중요하다.

또한, 막의 형태가 적용하중의 평형면과 다르게 된다면, 막은 적용하중에 대한 평형형태로 정렬하기 위해서 대변형을 일으키게 된다. 따라서, 막의 기준면의 기하형태를 정의하고 그것을 적용하중의 평형면에 근접시키는 것이 좋다. 이러한 형상을 막력평형형상으로 정의한다. 또한, 초기에 막 구조물에 도입된 장력에 오차가 발생하면, 막면은 스스로 등장력의 형태로 이동하게 되므로, 초기에 막장력의 분포가 등장력의 상태가 되도록 형태를 결정하는 것이 바람직하다. 부득이 여러가지 여건에 의해서 등장력 상태가 아닌 형태를 필요로 하는 경우에는 전술한 바와 같은 막력평형형상을 얻거나, 케이블로써 보강하는 것이 필요하다.

따라서 이 글에서는 막과 케이블 구조물의 형상

탐색 해석에 관한 각국의 연구동향을 소개하고, 막과 케이블구조물의 각 형태별로 막력평형화 형상 또는 등장력곡면의 형상을 탐색하는 방법을 소개하고자 한다. 형상탐색해석에는 여러가지 접근방법이 있으나 일반적으로 많이 사용하는 기하학적 비선형 이론을 이용한 유한요소법의 접근방법을 개략적으로 기술하고자 한다.

또한, 형상탐색해석의 응용으로서, 막 구조물에 대한 인장력만으로도 형상탐색해석 결과를 고형화(固化)하여 반전(反轉)하게 되면, 압축력만으로 외력에 저항하는 형상이 찾아지게 되고 이러한 형태를 압축력에 유효한 재료를 사용하는 예로서, 콘크리트 또는 철판 등을 이용한 셸구조물에 적용할 수 있음을 예로서 제시한다.

### 2. 형상탐색해석에 관한 연구동향

막 구조물의 형상탐색문제는 1950년 초 부터 실험적으로 또는 해석적으로 활발하게 수행되기 시작하였다. 1955년 Anton, Fialho등은<sup>1)</sup> 셸구조물에 대한 현수선 형태를 결정하는 방법을 제안하였다.

이 방법은 고무막 유추(Rubber Membrane Analogy)로 명명되었으며(그림 1.1), 미국과 유럽에서 아치댐(Arch Dam)에 대한 예비적 형상결정문제에 성공적으로 적용되었다. 고무막은 인장력만을 수용할 수 있기 때문에 역하중 시스템이 적용되어야 하고, 따라서 상향으로 작용하는 고정

\* 정회원, 명진기술연구소 소장, 공학박사

\*\* 회 장, 성균관대학교 교수, 공학박사

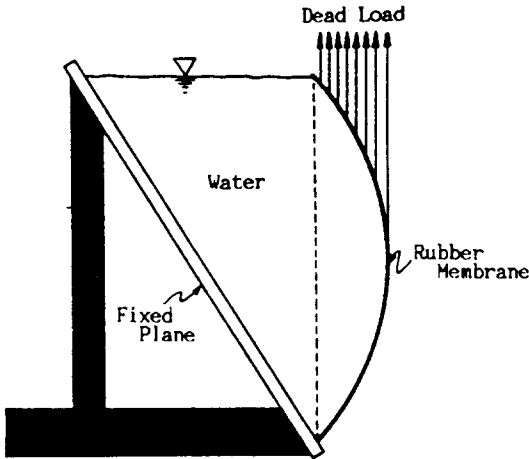


그림 1.1 Rubber Membrane Analogy

하중은 고무막의 표면에 부착된 철선을 이용하여 적용된다. 이러한 역하중 체계의 적용에서 고무막은 이중으로 굽어진 평형상태로 변형하며, 막은 휨모멘트를 전달할 수 없기 때문에, 적용하중은 좀 더 효과적인 체계의 면내응력으로써 평형화된다.

이러한 고무막 유추와 유사한 방법이 Ramaswamy에 의한 논문에서 제안되었다.<sup>2)</sup> 그는 주거용 건물에서 지붕의 보강근을 절약하기 위해서 현수선형태의 셸구조형태를 선택하였으며, 이러한 셸 지붕은 압축에 의해서 주로 하중을 전달하고 따라서 보강근의 양을 감소시킬 수 있었다. 셸 지붕에 대한 막형태는 다음과 같은 실험적 방법으로 얻어진다. 먼저, 지붕으로 덮여야할 구조물의 지반평면과 기하학적으로 유사한 강골조가 건립되고 유연한 섬유가 그것을 가로질러 놓인다. 그 섬유는 주변의 Sagging형태로 된 골조에서 지지되고, 콘크리트가 그 위에 균등하게 타설된다. 그 후에 섬유는 콘크리트 하중에 저항하기 위해서 현수선형태로 변형되며 따라서 섬유는 인장에 의해서 콘크리트 하중을 전달한다. 콘크리트가 경화된 후에 구조체는 반전되고, 하중은 경화된 콘크리트에 의해서 순수압축으로 전달된다. 이러한 보강근이 없는 작은 프리캐스트 셸 지붕은 인도에서 대단위 주택 프로젝트에서 사용되었다. 이러한 물리적 모델링 방법은 1969년 까지만 해도 막형셸

구조물의 형상해석에서 사용된 주된 방법이었다.

Frei Otto는 다양한 서로 다른 매체를 사용하여 광범위한 실험을 수행하였다.<sup>3)</sup> 균등한 등장력을 갖고 최소표면적을 갖는 많은 비누 거품의 형상이 그것이다. 그러나 이러한 비누 거품모델은 막형셸 구조물의 형상가능성을 개척하는 데 흥미로운 매체를 제공하나, 상세한 설계적용이 어렵다. 그것은 이러한 모델에서는 정확한 측정이 어렵고 그 형태를 오래 보전할 수 없기 때문이다. 또한 공기 흐름의 영향과 비누거품 자체의 자중에 따라서 형상에 대한 정확성이 크게 떨어진다.

또 다른 매체로써, 얇은 섬유로 제작된 모델은 비누거품 모델보다는 좀 더 큰 규모와 지속적인 실험매체를 제공하고, 이 방법은 막셸구조물의 개략적인 개념 把握을 위해서 현재 널리 사용되고 있는 방법이다. 또한, 케이블-네트 구조물에 대한 해석모델로써 철선모델이 많이 사용되고 있으며, 이 방법은 1976년 뮌헨올림픽 메인 스타디움의 지붕설계에서 Frei Otto가 시도하여 만족할만한 결과를 얻었다.

형상탐색 문제의 해석적 접근방법의 가장 간단한 예로서, 수평투영면적에 대한 등분포하중을 받은 아치가, 적용하중에 대해서 부재의 응력이 모멘트가 없는 응력상태가 되도록 아치의 형상을 결정하는 것이다. 이 문제에 대한 일반해는  $y=c_1x^2+c_0$ 의 포물선 형태가 된다. 이 경우 아치의 현수선형태는 수학적으로 현수케이블의 곡선과 일치하며, 이러한 방법은 판과 셸 구조물의 형태 결정 문제로의 확장이 시도되었다.<sup>4), 5)</sup> 이러한 경우에서 막응력 상태의 평형방정식은 편미분방정식이 되고 여러가지 형태의 수치해석법이 방정식의 해를 얻기 위해서 사용되었다. 그러나 이러한 방법은 편평셸(Shallow Shell) 또는 타원, 포물선, 쌍곡선형태의 미분방정식으로 지배되는 셸에 국한되었으며, 좀 더 일반적인 형태의 지배방정식 전개는 Szilard 등에 의해서 전개되었으나 일반해의 유도는 극히 제한된 형태의 셸에 국한되었다.<sup>6), 7), 8)</sup>

또한, 직접적 해석 기법에 의해서 설계되는 또 다른 형태의 셸구조는 그림 1.2와 같은 일정강도의 셸(Shell of Constant Strength)로 정의된다.<sup>9)</sup>

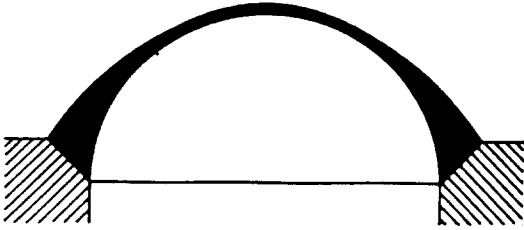


그림 1.2 Shell of Constant Strength

<sup>10)</sup> 이러한 셸에서의 균등한 응력장은 그 형태 뿐 아니라 두께의 함수가 되며, Novozhilov<sup>11)</sup>는 돔의 두께는 經線을 따라서 상당히 변화되어야 함을 지적하고 있다. 예로써, 높이에 대한 저변반경의 비가 0.5인 돔에서, 돔의 저변두께는 정상부 두께의 2.5 배이면 일정강도의 셸형태가 가능하나, 높이에 대한 저변반경의 비가 1인 경우에는 정상부의 두께보다 저변부의 두께가 20배 정도로 증대되어야 함을 그의 저서에서 지적하고 있다. 따라서 이 방법에 의한 셸형태 결정은 지극히 제한적이고 실제적이지 못하다. 이와 유사한 문제로서, 액체저장 탱크의 현수선 형태결정이 있다. 이것은 내부의 액체 정수압이 경선과 위선방향의 막응력  $N_x$ ,  $N_y$ 를 유발하고, 이것이 셸의 모든점에서 일정하게 되는 형태를 찾는 것으로 회전셸의 형태에 국한되어 적용되고 있다.

그러나 이러한 해석적 방법은 다양한 형태의 막구조물의 형상해석에 필요한 일반성을 결여하고 있다.

최근에는 컴퓨터의 급속한 발전에 따른 다양한 형태의 수치해석법의 개발에 따라서 점차 막구조물의 형상해석은 수치해석법에 크게 의존하게 되었다. 막구조물의 형상해석과 응력해석에 대한 비선형 변위법의 적용은 Argyris<sup>16)</sup>, Argyris, Angelopoulos, Bichat<sup>12)</sup>, Haug, Powell<sup>13)</sup>,<sup>15)</sup>, Smith, Wilson<sup>14)</sup>, Martin<sup>17)</sup>, Oden<sup>18)</sup> 등에 의해서 시도되었다. Argyris 등은 케이블 구조의 형상해석에서 평평분할을 처음 사용하였으며, 3차원 형태는 지점부를 미리 규정된 위치가 얻어질 때까지 강제변위시킴으로써 생성하였다. 그러나 결과적인 변형도는 바람직하지 않은 응력상태를 유발시키고, 따라서 변형된 기하형태에 대한 적절한 프

리스트레스를 직접 규정하는 조정단계(Control Stage)를 사용하여 이러한 문제를 해결하고 있다. Haug와 Powell은 가상의 구성방정식을 사용하여 형상해석을 수행하였다. 즉, 변형도의 임의변화에 무관하게 일정한 응력을 유지하도록 하는 재료의 법칙이 가정되었다. 따라서, 각 요소의 응력은 직접적으로 규정되고, 구조물의 최종형상과는 무관하게 된다. 또 다른 방법으로서 무한의 탄성계수를 규정하여 각 요소가 강제 변위를 일으키도록 하는 것이다. 이것은 구조물의 요소가 최소차원의 변화를 보이는 효과가 있는 반면에 구조물의 응력 변화는 크게 된다.

이러한 방법은 시공상의 목적에서, 케이블 분할의 정확한 간격을 유지할 필요가 있을 때 유용하나 그 결과적인 응력이 실제적이지 못하다. Barnes<sup>19)</sup>,<sup>20)</sup>는 비선형 변위법과 유사한 기법으로 형상해석 문제에 대한 동적해석법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 동적거동의 효과를 고려해서 얻는 결과의 정확도의 이점이 있으나, 이에 따른 계산시간이 크게 증가하여 효과적인 계산법으로 평가받지 못하였다.

Haber등은<sup>21)</sup>,<sup>22)</sup>,<sup>23)</sup> 일반화된 최소자승법에 의한 형상해석 방법과 가정된 기하학적 강성법, 반복적 Smoothing법 등을 사용하여 다양한 형태의 설계변수와 미지수에 대한 해결방안을 제시하였고, 응력해석에서 케이블과 막의 미끌어짐(Slip)의 효과를 고려하고 있다. 또한, 모든 해과정은 컴퓨터의 화면처리에 의해서, 설계자와의 대화방식의 형태를 취하고 있다. 이와 유사하게 Kunita<sup>24)</sup> 등은 케이블과 막구조의 반복적 형상해석의 방법으로서, 시스템의 주요함수를 절점의 수정, 요소의 수정등으로 설정하고, 컴퓨터의 터미널상에서 각 단계별 형상해석 결과를 수정하는 방법을 취하고 있다.

케이블-네트의 비선형 대수방정식에 의한 이산화 모델의 접근방법은 Siev, Eidelman<sup>25)</sup>의 방법이 대표적이다. 이 방법은 내부절점의 x-y 좌표, 경계 좌표, 케이블력의 수평성분, 그리고 절점에서의 z-방향의 하중이 주어질 때, 내부 절점의 높이(Elevation)를 결정하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 Siev-Eidelman법으로 불리며 유한요소법에

의한 해석 이전에 가장 널리 사용되었던 방법이나, 일정한 수평력과 격자형태 그리고 하중방향에 대한 제한성은 이 방법의 적용분야를 제한하고 있다.

Knudson, Scordelis<sup>26)</sup>, Kawamata, Ohyama<sup>27)</sup>는 경계부 절점높이가 주어지고 x-y 평면투영상에서 서로 직교하는 케이블-네트에 대한 내부절점의 높이가 규정될 때, 일단의 규정된 내부 절점높이가 근사적으로 만들어내는 수평케이블력성분을 찾아내는 접근방법을 사용하고 있다. 이것은 미지수의 수보다 방정식의 수가 많은 경우가 되며, 따라서 이들은 최소자승법을 사용하여 문제를 해결하고 있다. Schek<sup>28)</sup>에 의해서 제안된 응력밀도법 (Force-Density Method)은 Siev-Eidelman법의 제한성중 몇가지를 극복하면서 케이블-네트의 형상해석 문제에 대한 선형해를 제공한다. 이 방법에서는 네트워크의 내부 기하형태에 대한 제한성이 없고, 자유단 조건을 갖는 격자형태에 적합하며, 하중의 형태를 임의로 설정할 수 있다. 또한 문제의 정식화에서 케이블의 길이에 대한 축력의 비 (Ratio)를 사용하고 있다. 그러나 이 방법은 선형 선분으로 구성된 케이블-네트워크에 국한되며, 공기 지지네트워크와 같은 구조방식에는 부적합하다.

또한, 케이블 네트워크의 최적화 문제로써 Nakanishi와 Namita<sup>29), 30)</sup>는 기하학적 경계조건과 하중 등이 미리 규정되고, 표면형상과 응력분포를 미지수로 취급하여 문제에 대한 해를 얻고 있다. 최적요소로는 목적형상과 완성형상의 차(差)와 모든 부재의 인장응력상태 유지 등을 사용하고 있다.

또한, Hangai와 Kawaguchi<sup>31), 32), 33)</sup> 등은 불안정 링(Link) 구조물에 대한 안정화이행 과정의 접근으로 일반화된 역매트릭스 과정을 이용하고 있다. Leonard<sup>34)</sup>와 Kollar, Szabo<sup>35)</sup> 등은 그들의 저서에서 다양한 형태의 케이블 구조물에 대한 해석례를 제시하고 있다.

### 3. 유한요소법을 이용한 형상탐색해석

#### 3.1 케이블 구조

케이블-네트 구조물은 다른 구조방식에 비해서 매우 유연하기 때문에, 무응력 상태 (Stress-Free)로 부터 사용하중이 재하될때 또는 초기장력이 도입될 때 현저한 기하학적 비선형 거동을 나타낸다. 따라서 이 구조물에 초기강성을 도입하고, 사용하중이 재하되었을 때 구조물 전체에 압축력을 받는 부분(Infesible Region)이 발생하지 않도록, 또는, 그 영역이 최소로 될 수 있는 초기장력을 도입하는 것은 필수적이다. 그러나 이러한 초기장력의 도입은 설계초기에 제안된 형태와, 초기력도입에 따른 평형형태가 서로 다르게 되는 원인이 되고, 이러한 차이를 최소로 하는 것이 필요하다.

고전의 선형 탄성론에서 모든 변형성분은 미소하다고 고려되며 회전(회전)의 효과 또한 무시된다. 그러나 케이블 구조물의 대변위 문제는 비선형 탄성론의 문제이며, 다음의 두 가지 측면에서 고전의 선형탄성이론과 차이가 있다. 첫째, 평형방정식은 변형된 기하형태에 대해서 구성되어야 하며, 또한 케이블 요소의 변형은 미소하다고 고려될 수 있으나 회전의 효과는 무시될 수 없다는 것이다. 따라서, 일반적으로 사용되는 케이블구조물의 형상탐색해석과 응력-변형해석의 기하학적 비선형 문제는 미소변형, 유한회전의 문제로 정의 할 수 있다.

케이블요소에 대한 지배방정식을 유도하기 위해서 3차원의 비향압성 봉(Bar) 요소를 사용하고 비선형의 변형도-변위관계식과 가정된 선형의 변위식을 이용하면 다음과 같은 강성 방정식을 유도할 수 있다.

$$\{F\} = \{[k_E] + [k_G]\} \{u\} \quad (1)$$

여기서,  $[k_E]$ 는 부재의 재료특성과 부재차원등으로 구성된 선형탄성매트릭스이고,  $[k_G]$ 는 부재 길이와 초기력의 향으로 구성된 기하학적 강성매트릭스이다.

또한, 케이블-네트의 지지부로서, 철근콘크리

트 또는 철골보를 이용하는 경우가 많이 있으므로 이러한 단부부재의 효과를 고려하여 해석을 수행하는 경우 이러한 단부부재의 효과는 다음과 같은 가정을 사용한 보요소를 이용한다.

- 1) 보요소는 절점사이에서 직선이고, Prismatic이다.
- 2) 재료의 구성관계는 선형, 탄성이다.
- 3) 적용하중은 절점에만 작용한다.
- 4) 적용하중은 모든 해석 단계에서 원래의 방향을 유지한다.
- 5) 보요소의 단면적은 모든 하중 증분동안 일정하게 유지된다.
- 6) 보요소는 절점당 6개의 자유도를, 케이블 요소는 절점당 3개의 자유도를 갖는다.
- 7) 케이블 요소는 보단면의 剪斷中心에 부착된다고 가정한다.

8) 보요소의 처짐은 충분히 미소하기 때문에 보요소의 변형되지 않은 기하형태는 요소력과 힘의 평형을 결정하는 데 사용될 수 있다.

이상의 가정에서, 마지막 가정은 고전의 3차원 보요소의 강성매트릭스를 부재력 결정을 위한 해석에 사용해서 이 힘들을 비선형 해석기법의 연속적인 반복단계에서 사용되는 절점불균형 매트릭스의 결정에 사용한다는 의미이다. 그러나 이것은 절점의 불균형 계산에서, 보요소의 절점은 고려하지 않는다는 것을 의미하지는 않는다. 변형되지 않은 형태를 이용하여 계산된 부재력을 절점의 불균형력 계산에 사용한다는 것을 의미한다.

이상과 같은 보요소를 케이블 구조물의 지배방정식에 포함시키면 다음과 같은 형태의 강성방정식을 유도할 수 있다.

$$\{F\} = \{[K_E] + [K_G]\} \{u\} + [K_{BE}] \{u'\} \quad (2)$$

여기에서,

$\{F\}$ : 외부절점하중벡터

$\{u\}$ : 케이블 구조물에 대한 미지의 절점변위벡터 (3 d.o. f)

$[K_E]$ : 케이블 구조물의 탄성 강성 매트릭스

$[K_G]$ : 케이블 구조물의 기하학적 강성매트릭스

$[K_{BE}]$ : 3차원 보요소에 대한 선형탄성강성 매트릭스

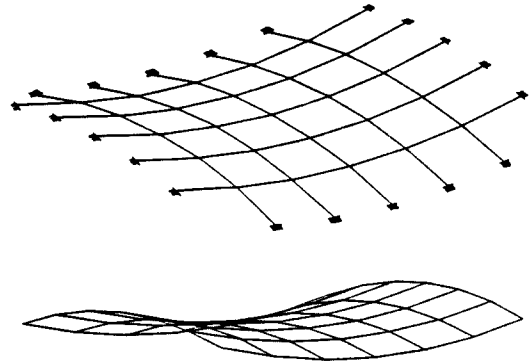


그림 3.1 케이블-네트의 형상탐색해석에

$\{u'\}$ : 3차원 보요소에 대한 미지의 절점변위 벡터 (6d.o.f)

### 3.2 막구조

막구조에 대한 형상탐색해석은 일반적으로 평면응력 상태의 삼각형 요소를 많이 사용한다. 따라서, 이 글에서는 평면응력의 삼각형요소를 사용한 막구조물의 강성방정식을 지배방정식으로 사용한다. 삼각형요소의 절점은 시계 반대방향의  $i, j, m$ 의 순서로 붙여지고, 요소의 한면이  $x$ 축상에 놓여 있는  $x-y$  평면상에 있다. 따라서, 국소좌표계는 요소에 부착되어 있고, 각 절점은 국소좌표계에서는 2개의 자유도( $x, y$ 방향의 이동자유도)를, 전좌표계에서는 3개의 자유도( $X, Y, Z$ 방향의 이동자유도)를 가지고 있다. 요소내부의 임의점에 대한 변위 성분은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} u &= u(x, y, z) \\ v &= v(x, y, z) \\ w &= w(x, y, z) \end{aligned} \quad (3)$$

요소내의 연속범위 함수에 부가적으로, 각 절점에서의 이산변위가 있다. 절점  $i$ 에서의 변위는  $u_i, v_i, w_i$ 로 나타내고, 같은 방법으로  $j, m$  절점에서의 변위를 나타낼 수 있다. 절점력은  $F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}$ 에 의해서 표시되고, 절점  $j, m$ 에서의 절점력은 첨자를 변화시키므로써 나타낼 수 있다. 또한 전좌표계에서의 힘과 변위는  $\{R\}$ 과  $\{u\}$ 로서 표시한다. 따라

서,  $R_i$ 와  $u_i$ 는 절점  $i$ 에 대한 전좌표계의 힘과 변위를 나타낸다. 앞에서 언급한바와 같이 막 구조물의 막은 일반화된 평면응력 상태에 있다고 가정할 수 있다. 따라서,

$$\begin{aligned} u &= u(x, y) \\ v &= v(x, y) \\ w &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

가 되고, 다음과 같은 비선형의 변형도-변위관계식을 사용한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= e_{11} + [\omega_2^2 + \omega_3^2]/2 \\ \epsilon_{22} &= e_{22} + [\omega_1^2 + \omega_3^2]/2 \\ \epsilon_{33} &= e_{33} + [\omega_1^2 + \omega_2^2]/2 \\ \epsilon_{12} &= e_{12} - \omega_2\omega_1 \\ \epsilon_{13} &= e_{13} - \omega_3\omega_1 \\ \epsilon_{23} &= e_{23} - \omega_3\omega_2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서,  $e_{ii}$ 는 선형의 변형도-변위관계식이 고,  $\omega_i$ 는 회전에 관계되는 항이다.

이상과 같은 변형도-변위관계식에 평면응력요소의 특성과 이산화된 가정변위식을 이용하면 다음과 같은 막구조물의 강성방정식을 유도할 수 있다.

$$\{F\} = \{[K_E] + [K_G]\} \{u\} \quad (6)$$

여기에서,  $[K_E]$ 는 탄성 강성 매트릭스이고,  $[K_G]$ 는 기하학적 강성매트릭스이다.

이상의 과정에서 전개된 유한요소법을 이용하여 막구조의 형상해석을 2가지 방법으로 전개할 수 있다. 먼저, 막 구조물의 등장력형태(극소곡면, 영곡면)로써, 막재료의 재료적특성은 하중의 크기에 관계없이 변형할 수 있는 형태로 가정하여 형상해석을 수행한다. 이것은 구조물의 전체강성매트릭스에서 탄성강성매트릭스를 사용하지 않음을 의미하며, 얻어진 최종평형형상은 가정된 재료의 특성에 따라서, 초기에 부여한 초기응력이 전요소에 걸쳐서 같게되는 등장력곡면이 된다. 이때 초기형상은 평평한 형태에서 출발하며, 언고자 하는 형태의 절점을 강제변위시키는 방법을 사용한다.

이 방법은 초기응력의 크기가 최종평형형상에 영향을 주지 않으므로 주하중이 작용할 때 불안정영역을 최소화 할 수 있는 최적의 초기응력결정에 용이하다. 이 방법의 사용에서는 구조물에 가해지는 외력을 고려하지 않는다. 따라서 구조물의 초기력이 외력항의 전부가 되므로 입력데이터에서 반드시 제공되어야 한다. 이러한 부여된 초기력은 유한요소방정식의 기하학적 강성매트릭스와 외력항에 같은 크기로 영향을 주기 때문에 얻어진 형상은 초기력의 크기에 크게 의존하지 않는다. 그러나, 초기의 평평한 형태로부터 출발하여 소정의 위치까지 강제변위 시키는 방법을 사용하므로, 요소방정식의 해를 이용하여 불균형력을 계산할 때 등가 요소절점력의 방향과 크기가 초기의 그것과는 다르기 때문에 반드시 이러한 특성을 고려한 비선형해기법을 사용하여야 한다. 이러한 문제점을 해결하는 또하나의 방법으로서는 강제변위의 크기를 미세하게 분할하여 분할된 각 증분단계에서의 막거동은 선형으로 가정하여 문제를 해결하는 일종의 수정된 변위 증분법을 사용할 수 있다.

또 다른 접근 방법으로써 막력평형화시스템에 의한 평형형상을 찾는 것이다. 즉, 초기에 평평한

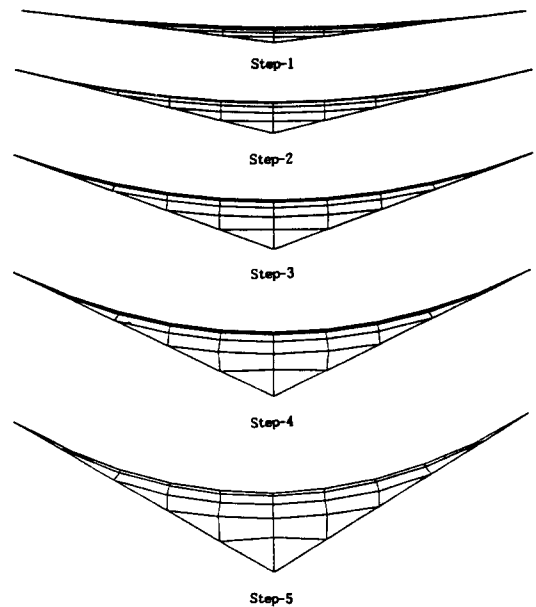


그림 3.2 안장형 막구조물의 형상탐색 해석에

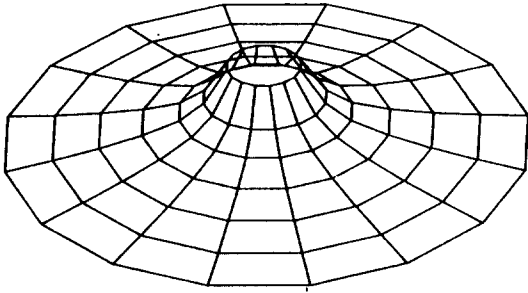


그림 3.3 카테노이드 막구조물의 형상탐색 해석에

구조물에 중력하중을 작용시켜 이에 대한 각 단계별 평형형상을 찾는 것이다. 이 방법은 탄성계수를 다양하게 변화시켜서 여러가지의 형상을 얻을 수 있고, 소정의 위치까지 변위가 발생되도록 하중의 크기를 조절하여 여러단계의 평형형상을 얻을 수 있다. 또한 지점의 적절한 조절에 의해서도 다양한 형상을 얻을 수 있다. 그림 3.2와 3.3은 안장형 막구조와 카테노이드 막구조의 형상 해석에 를 제시하고 있다.

#### 4. 형상탐색해석법의 응용

본 절에서는 앞에서 전개한 막 구조물의 형상탐색 해석과정을 이용하여 일반적인 셸구조물의 형상결정에 대한 응용을 다루고자 한다. 최적형상의 개념으로는 주하중에 대한 구조물의 저항력이 휨보다는 셸구조물에서의 직응력에 의해서 저항되는 형상으로 설정한다. 이러한 개념으로 얻어진 형상은 주하중에 대한 현수선형상에 근접할 것이다. 따라서, 앞에서 전개한 막과 케이블 구조물의 형상해석 과정을 응용하여 일반적인 셸구조물의 형상결정에 이용할 수 있다. 이 경우에 셸구조물의 직응력은 인장응력 보다는 압축응력에 의해서 외력에 저항하는 시스템이 되며, 따라서 앞에서 전개한 과정에 의해서 얻어진 형상을 반전(Inverted)시키므로써, 일반셸에 대한 적합형상을 얻을 수 있다.

또한, 케이블 또는 리브등으로 보강되는 막형 셸 구조물의 형상해석은 케이블 구조물의 형상해석 과정과 막구조물에 대한 형상해석과정을 혼합하므로써 수행할 수 있다.

그림 4.1은 막력에 의해서 평형된 돔과 구형돔, 포물선돔의 단면형상을 비교한 것이고, 그림 4.2는 등분포하중에 대한 구형돔의 모멘트 분포를 본 절에서의 방법으로 얻은 막력평형돔에서의 모멘트와 비교한 것으로 현수곡선과 유사한 막력 평형 돔에서의 모멘트분포가 적게 나타났다. 이것은 막력평형돔이 모멘트 보다는 직압력에 의해서 외력에 저항하기 때문에 모멘트와 직압력에 의해서 외력에 저항하는 구형돔보다는 모멘트가 적게 나타남을 의미한다.

그림 4.3의 형상해석에는 막의 탄성계수를 몇가지로 변화시켜 해석을 수행하여, 이에 따른 평형형상을 비교한 것이다. 이때 각 탄성계수에 해당하는 형상은 외력에 대해서 막력으로 저항할 수 있는 독립적인 형상들이 된다. 이 경우에 탄성계

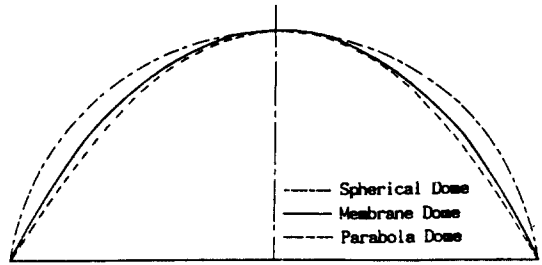


그림 4.1 막력평형돔과 구형돔, 포물선돔의 단면형상 비교

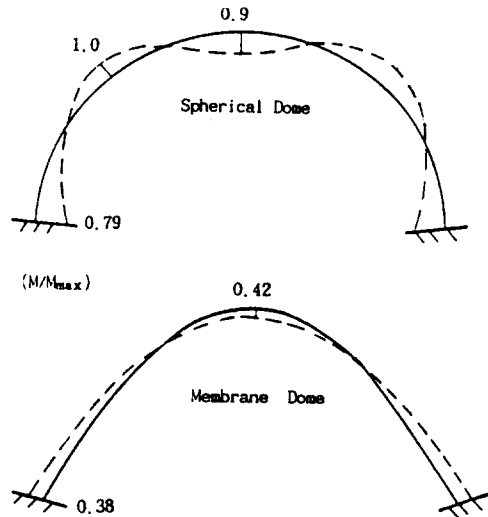


그림 4.2 막력평형돔과 구형돔에서의 등분포하중에 대한 모멘트 비교

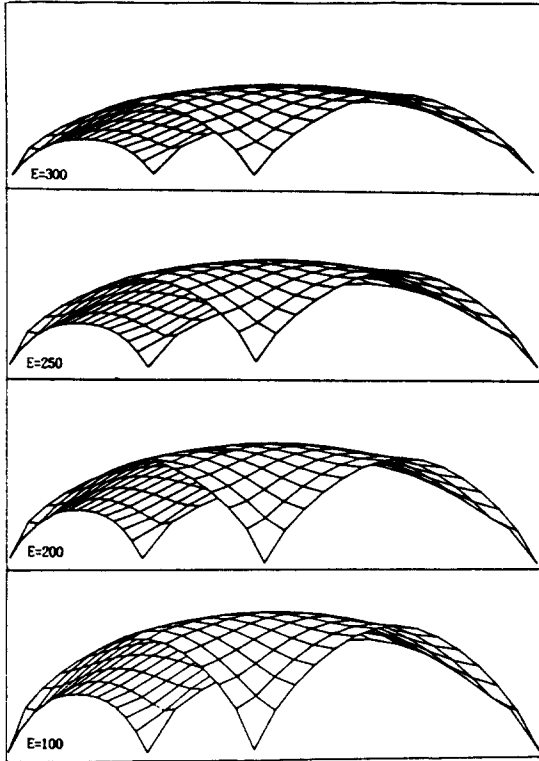


그림 4.3 Trapezoidal 쉘의 탄성계수변화에 따른 형상탐색

수는 100, 200, 250, 300의 4가지 경우로 구분하여 수행하였으며, 최종평형형상은 가해진 외력(이 경우에는 자중)에 대하여 막력에 의해 평형된 형상이다. 또한, 이 경우는 초기에 평평한 막에서 출발하므로 나쁜 조건(III-Condition)의 초기 강성매트릭스를 가질 수 있는 모델로서, 첫번째 반복에서 擬似프리스트레스(Pseudo Prestress)를 사용하였다. 이 擬似프리스트레스는 문제의 안정적인 수렴을 보장하기 위해서 반드시 사용되어야 한다.

## 5. 맺음말

이 글에서는 막 구조물의 설계에서 자주 제기되는 형상결정 문제에 대한 접근방법을 제시하고자 하였다. 형상결정 문제는 막 구조물이 휨 강성이 전혀 없거나, 빈약한 재료를 사용하는데 기인하여 제기되고, 막 구조물의 설계에서 불안정영역의 발생을 피하기 위해서는 형상의 기준면에서 곡률과

비틀림의 변화를 최소화해야 하며 이러한 변화를 최소화하기 위해서는 형상이 적용하중의 막력에 의한 평형면에 근접하는 것이 바람직하다. 또한, 초기에 막 구조물에 도입된 초기장력에 오차가 발생하면 막면은 스스로 등장력의 형태로 이동하게 되므로, 초기에 막장력의 분포가 등장력의 상태가 되도록 그 형상을 결정하는 것이 바람직하다. 따라서, 이러한 조건을 만족하는 형상탐색문제는 이러한 종류의 구조물의 설계에서는 매우 중요한 문제가 된다. 그러나 국내에서는 막과 케이블 구조물의 형상해석과 응력-변형해석에 범용적으로 사용될 수 있는 프로그램의 개발이 미약하고 이러한 구조방식에 대한 국내의 인식에 크게 부족한 실정이다. 따라서 이 글이 막과 케이블 구조물의 설계에서 형상탐색해석이 반드시 필요한 이 구조물의 구조적 특성을 이해하는데 조금이라도 도움이 될 수 있기를 기대한다.

## 참고 문헌

1. Smith, P.G., "Membrane Shapes for Shell Structures," Ph. D Dissertation, University of California, Berkely, 1970.
2. Ramaswamy, G.S., "Analysis, Design and Construction of a New Shell of Double Curvature," RILEM & IASS Symposium on Shell IASS Symposium on Shell Research, Delft, 1961, pp.102-115.
3. Frei Otto, TENSILE STRUCTURES, Vol. I, II, MIT Press, Cambridge, Mass., 1969.
4. Brotchie, J.F., "Direct Design of Plate and Shell Structures," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 88, No. ST6, Dec., 1962, 127-148.
5. Shaviv, E. and Greenberg, D.P., "Funicular Surface Structures: A Computer Graphics Approach," IASS Bulletin No. 37, Mar., 1969, pp.15-26.
6. Knapp, R.H. and Szilard, R., "Nonlinear Differential Equations for General Membrane Shells," IASS Pacific Symposium -Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp. 2-2-1/2-2-12



7. Ishii, K. and Suzuki, T., "Shape of Membrane Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp. 1-9-1/1-9/10
8. Kawaguchi, M. et al., "Engineering Problems of Pneumatic Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.5-6-1/5-6-12
9. Flügge, W., STRESSES IN SHELLS Springer-Verlag, Berlin, 1973, pp.38-41
10. Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, THEORY OF PLATES AND SHELLS, McGraw-Hill, 1959, pp.442-445.
11. Novozhilov, V.V., THE THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS, Noordhoff Ltd., 1964 138-147.
12. Argyris, J.H., Angelopoulos, T. and Bichat, B., "A General Method for The Shape Finding of Lightweight Tension Structures," Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, Vol.3, 1974, pp.135-149.
13. Haug, E. and Powell, G.H., "Analytical Shape Finding for Cable Nets," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.83-92.
14. Smith, P. G. and Wilson, E. L., "Automatic Desing of Shell Structures," Fifth Conference on Electronic Computation, ASCE, 1970, pp. 289-317.
15. Haug, E. and Powell, G. H., "Finite Element Analysis of Nonlinear Membrane Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.2-3-1/2-3-13.
16. Argyris, J.H., "Matrix Analysis of Three-Dimensional Elastic-Media Small and Large Displacements," AIAA Journal, Vol. 3, No. 1, Jan., 1965, pp.45-51.
17. Martin, H. C., "On the Derivation of Stiffness Matrices for the Analysis of Large Deflection and Stability Problems," Proc. Conf. Matrix Methods in Structural Mechanics, AFIT, Oct., 1965.
18. Oden, J. T and Kubitza, W.K., "Numerical Analysis of Nonlinear Pneumatic Structures," Proceeding of the 1st. International Colloquium on Pneumatic Structures, University of Stuttgart, Germany, 1967, pp.87-107.
19. Barnes, M.R., "Interactive Graphical Design of Tension Surface Structures," International Symposium for Wide Span Surface Structures, Stuttgart, 1976.
20. Barnes, M.R., "Explicit Dynamic Analysis and Model Correlation of Tension Structures," International Symposium for Wide Span Surface Structures, Stuttgart, 1976.
21. Haber, R. B., Abel, J.F. and Greenberg, P.D., "An Integrated Design System for Cable Reinforced Membrane Using Interactive Computer Graphics," Computers & Structures, Vol. 14, No.3-4, 1981, pp.261-280.
22. Haber, R. B. and Abel, J.F., "Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes, Part I Formulations," Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering, Vol. 30, 1982, pp.263-284.
23. Haber, R. B. and Abel, J. F., "Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes, Part II-Implementation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 30, 1982, pp.285-306.
24. Kunita, j., Nakajima, H. and Kunugi, T., "An Interactive Shape Finding Analysis for Cable and Membrnae Structures," Proceedings of the IASS Symposium on Membrnae and Space Frames, Osaka, Sep., 1986, pp.95-102.
25. Siev, A. and Eidelman, J., "Shapes of Suspended Roofs," Proc. of the IASS colloquium on hanging Roofs, 1962, pp.42-47.
26. Knudson, W. C. and Scordelis, A.C., "Cable Forces for Desired Shapes in Cable Net Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES. Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp. 93-102.
27. Ohyama, H. and Kawamata, S., "A Problem of Surface Design for Prestressed Cable Nets," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE

- FRAMES, OCT., Tokyo and Kyoto, 1971, 103-115.
28. Schek, H.-J., "The Force Density Method for Form Finding and Computations of General Networks," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, 1974, pp. 115-134.
  29. Nakanishi, H. and Namita, Y., "Shape Determination Analysis of Cable Structures by means of The Methods for Optimization Problems," *Trans. Japan Architectural Inst.*, Vol. 238, 1975, pp.13-23.
  30. Nakanishi, H. and Namita, Y., "Shape Determination Analysis of Cable Structures for Optimization Problem," *International Symposium for Wide Surface Structures*, Stuttgart, Germany, 1976.
  31. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Introduction of Higher Terms Into The Analysis for Shape-Finding of Unstable Link Structures," *Proc. IASS-MSU Symposium, Istanbul, 1988*, pp.471-478.
  32. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Shape Finding of Unstable Structures," *Forma*, Vol. 5, 1990, pp.29-41.
  33. 半谷裕彦, 川口健一, 形態解析, 培風館, 1991.
  34. Leonard, J. W., *TENSION STRUCTURES*, McGraw-Hill Book Co., 1988.
  35. Szabo, J. and Kollar, L., *STRUCTURAL DESIGN OF CABLE-SUSPENDED ROOFS*, Ellis Horwood Ltd., 1984.