

몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 실내면의 조도계산에 관한 연구

A Study on the Calculation of Illuminance Distribution in Interior by
the Monte Carlo Simulation

池哲根* · 金 燦** · 宋民鎬***

(Chol-Kon Chee · Hoon Kim · Min-Ho Song)

요 약

본 논문은 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 기존 방법에 비해 보다 간단한 수식전개와 계산량을 가지는 조도계산 방법을 제안하고 있다. 광원으로부터의 빛을, 광원의 배광분포에 따라 작성된 난수 함수, 또는 반사면에서의 반사특성으로부터 작성된 난수 함수에 의하여 발생하는 방향을 가지고 진행되는 입자로 가정한다. 난수함수에 의해서 결정되는 입자의 경로를 추적하여 빛의 최종 도착 지점을 알아내고 이 과정을 반복함으로써 조도의 확률적 분포를 예상하는 것이다. 본 논문은 이러한 알고리즘과 수식전개를 소개한다.

Abstract

In this paper, illuminance distribution is calculated by the Monte Carlo simulation. In comparison with other methods, it has simpler arithmetic process. Light is assumed to be of particle nature. It has particular direction taken from a random function. Paths of each particle are calculated, and the final absorbing points are found. Repeating this process, the statistical illuminance distribution is determined proportional to the number of particles striking each wall. For a better result and graphic output, each wall surface was divided into many small ones.

*正會員：서울대 工大 電氣工學科 教授·工博

**正會員：江原대 工大 電氣工學科 助教授·工博

***正會員：서울대 工大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字：1992年 2月 13日

1. 서 론

건축 설계의 초기 단계에서 인공광이나 자연광에 의한 실내면의 조도 분포를 예측하는 것은 매우 중요한 일이다. 따라서 실내의 구조나 광원의 성격에 따라서 보다 효과적으로 조도 분포를 예측하는 방법을 개발하는 것은 매우 중요한 과제라 할 것이다¹⁾. 본 논문에서는 지금까지 각 분야에서 확률적 분포를 예상하는데 많이 쓰여온 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)을 조도 계산 알고리즘에 도입하여 보다 간단한 계산량을 가지는 조도분포 계산 방법을 제안하고자 한다.

몬테카를로 방법(Monte Carlo Method)은 난수의 발생으로 각 과정을 시뮬레이션하여 원하는 값의 확률적 분포를 알아내는 것으로 그 개략적인 흐름은 다음과 같다.

광원으로부터의 빛을 어떤 방향을 가지고 진행하는 입자의 흐름으로 가정하고, 입자의 발사 지점으로부터 실제 흡수면까지의 경로를 반복 계산하여 입자의 최종 도착 지점을 알아냄으로써 조도의 확률적 분포를 예상하는 것이다.

입자의 초기 진행 방향은 광원의 배광분포로부터 작성된 난수 함수에 의해서 결정된다. 또한 이 입자가 투과면을 통과하여 굴절되거나 벽면에 부딪혀 반사하는 경우의 반사 굴절의 여부와 반사나 굴절을 할 경우의 입자가 가지는 새로운 방향, 대기의 혼탁도에 따른 대기 중 흡수여부가, 모두 그 상황에 따라 작성된 난수 함수에 의해 발생하는 난수로 결정된다.

이러한 시뮬레이션 동작은 계속 반복된다. 어떤 지점의 조도는 방사된 전체 입자의 수와 그 표면에 충돌한 입자의 수를 비교해서 결정한다. 이렇게 할 경우, 계산된 조도의 오차 정도는 반복 횟수의 제곱근에 반비례하므로, 원하는 신뢰도를 얻기 위해서는 적절한 반복 횟수의 조절이 필요하다. 조도 분포를 보다 정밀하게 계산하기 위해서 각 실내면을 똑같은 크기로 분할된 미소면들로 나눈다. 사용하는 컴퓨터에 따라 다를 수 있으나 대략 1,600개 정도가 적당하다.

다음의 그림은 몬테카를로 조도 계산 프로그램 플로우 차트의 중심 부분이다.

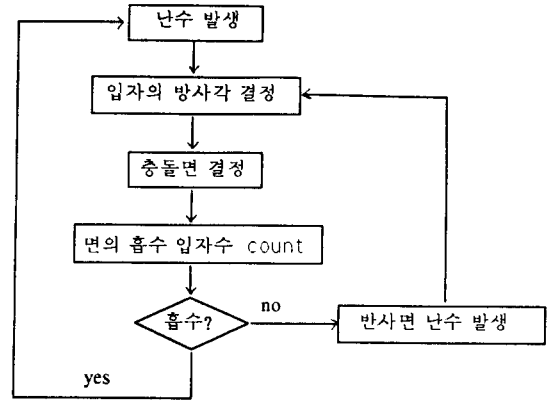


그림 1. 플로우 차트의 중심 부분

Fig. 1. Central part of flow chart

2. 본 론

2.1 난수 함수(Random Function)의 결정

몬테카를로 방법의 초점은 연속되는 계산과정에서 쓰이는 난수(Random Number)의 사용에 있다. 각 과정에서 발생하는 값들의 확률적 분포에 따라 그 분포에 맞는 난수함수를 작성해야 한다. 광원의 배광분포나 표면에서의 반사 특성에 따라서 빛의 흐름을 예상하고 그 예상되는 방향으로 시뮬레이션 입자를 조절할 수 있는 난수 함수를 작성해야 한다.

2.1.1 광원의 난수 함수

그림 2와 같이 모든 방향으로 동일한 배광분포를 가지는 점 광원을 가정한다면, 그 분포에 맞는 방향을 지시할 수 있는 확률함수 $P(\theta)$ 는 아래 식과 같이 유도된다²⁾³⁾.

$$P(\theta) d\theta = \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi 2\pi \sin \theta d\theta} = \frac{\sin \theta}{2} d\theta$$

이 식으로부터

$$\int_0^{\theta_0} \frac{\sin \theta}{2} d\theta = \frac{1 - \cos \theta_0}{2} = R$$

$$\therefore \theta_0 = \cos^{-1}(1-2R) \quad (1)$$

R : 난수

균일한 배광분포를 가지는 광원의 경우 위의 식에 따른 방향으로 빛의 입자가 진행하게 된다.

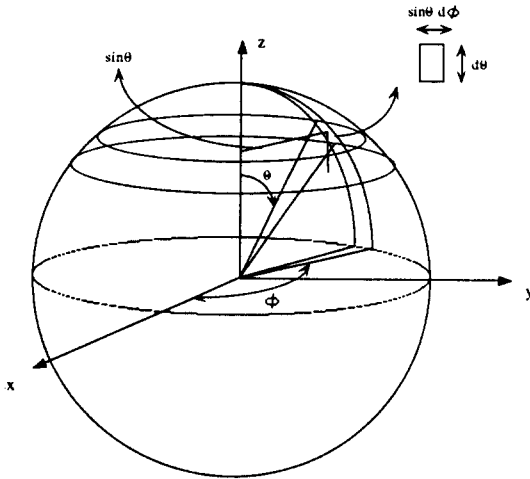


그림 2. 입자 방사 난수 함수의 결정
Fig. 2. Definition of point emission

2.1.2 반사면에서의 난수 함수

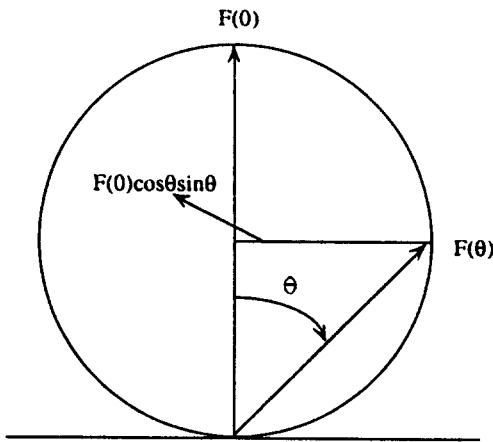


그림 3. 반사면 난수 함수의 결정
Fig. 3. Definition of reflection from a diffusing surface

광원으로부터의 빛이 진행하는 중에 충돌면의 표면에서 반사하게 될 경우, 완전 확산반사를 한다고 가정한다면⁴⁾, 반사되는 빛의 방향에 따른 확률적 분포는 그림 3과 같이 되고 이로부터 반사되는 빛의 방향을 지시할 수 있는 반사 입자의 확률 분포 함수 $F(\theta)$ 는 아래 식과 같이 유도된다²⁾³⁾.

$$F(\theta) d\theta = \frac{2\pi F(0) \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi F(0) \cos \theta \sin \theta d\theta} = 2 \cos \theta \sin \theta d\theta$$

이 식으로부터

$$\int_0^{\theta_0} 2 \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{1 - \cos 2\theta_0}{2} = R$$

$$\therefore \theta_0 = \frac{\cos^{-1}(1-2R)}{2} \quad (2)$$

R : 난수

완전 확산 반사면에서 반사되는 입자의 방향은 위의 식에 의해서 주어진다.

2.2 기하학적 고려사항

2.2.1 공간 내의 좌표

입자의 위치는 직각좌표계 X, Y, Z로 표시된다. 입자가 원래의 위치 (x_0, y_0, z_0) 에서 새로운 위치 (x_i, y_i, z_i) 로 움직이는 경우, 입자의 방향은 그림과 같이 두 각 α, β 에 의해서 결정된다.

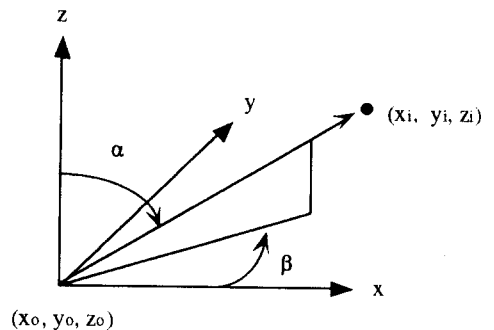


그림 4. 공간 내의 좌표
Fig. 4. Definition of axes and angles

입자의 새로운 좌표는 원래의 좌표(x_0, y_0, z_0)를 이용해서 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + rC_1 \\ y_i &= y_0 + rC_2 \\ z_i &= z_0 + rC_3 \end{aligned}$$

이 때

$$\begin{aligned} C_1 &= \sin \alpha \cos \beta \\ C_2 &= \sin \alpha \sin \beta \\ C_3 &= \cos \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

(C_1, C_2, C_3)는 방향 코사인이다.

2.2.2 평면의 결정

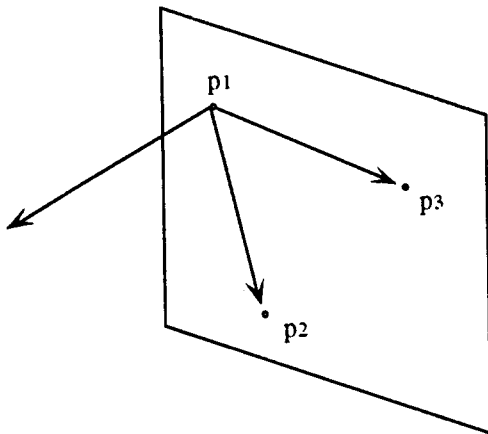


그림 5. 평면의 결정

Fig. 5 Definition of a plane

그림 5와 같이 일직선 상에 있지 않은 세 점으로부터 평면이 정의되어 질 수 있는데, 이 경우 평면을 이루는 세 점을 P_1, P_2, P_3 라 하면, 이 점들로부터 얻어지는 두 벡터의 cross-product에 의하여 다음의 식으로 평면의 방향 벡터를 구한다.

$$\begin{aligned} n_1 &= (y_b - y_a)(z_c - z_a) - (y_c - y_a)(z_b - z_a) \\ n_2 &= (x_c - x_a)(z_b - z_a) - (x_b - x_a)(z_c - z_a) \\ n_3 &= (x_b - x_a)(y_c - y_a) - (x_c - x_a)(y_b - y_a) \\ m &= (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)^{\frac{1}{2}} \text{ 이라 하면,} \end{aligned}$$

방향 코사인은

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{n_1}{m} = \sin \alpha \cos \beta \\ d_2 &= \frac{n_2}{m} = \sin \alpha \sin \beta \\ d_3 &= \frac{n_3}{m} = \cos \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 결정되므로 평면의 방정식은 이로부터 구해질 수 있다.

2.2.3 평면과 선의 교점

광원으로부터 광원의 난수함수에 의해 주어진 방향으로 발사된 입자는, 진행 경로중에 위치한 어떤 평면에 충돌하게 된다. 입자가 이루는 직선의 방향벡터가(l_1, l_2, l_3)라 하고, 평면의 방향벡터가(d_1, d_2, d_3)라하면 평면과 직선이 만나는 교점의 좌표(x, y, z)은

$$\begin{aligned} x &= l_1 t + x_0 \\ y &= l_2 t + y_0 \\ z &= l_3 t + z_0 \\ t &= \frac{(D - dx_0 - dy_0 - dz_0)}{div} \end{aligned} \quad (5)$$

D = 원점과 평면사이의 거리

$$div = l_1 d_1 + l_2 d_2 + l_3 d_3$$

와 같이 된다.

이 교점의 좌표로부터 해당 미소면을 찾아내어 면소의 counter에 하나의 count를 더한다.

2.2.4 평면에서의 반사

입자의 충돌한 충돌면의 반사율이 ρ 라면

$R > \rho$: 흡수

$R \leq \rho$: 반사 (R : 난수)

와 같은 규칙에 따라 반사 여부를 결정한다.

2.2.4.1 좌표축의 회전

충돌면에서의 입자의 방향 변화를 계산할 때, 원 좌표계보다는 충돌면에 새로운 좌표계를 잡아서 계산하는 것이 편리하다²⁾. 이런 경우 원 좌표계의 방향 코사인(C_1, C_2, C_3)와 충돌면의 좌표계에 따른 방향 코사인(C'_1, C'_2, C'_3)와의 관계는 다음과 같다.

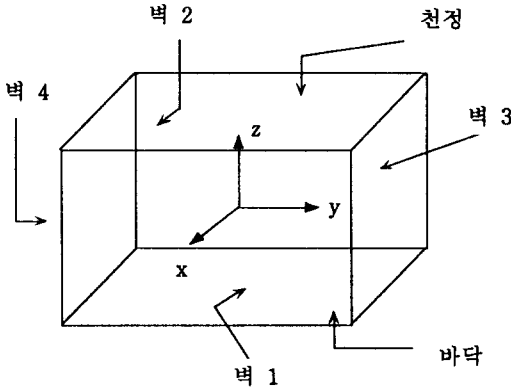


그림 6. 좌표축의 회전
Fig. 6 Rotation of surfaces

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\phi & \sin\phi & \sin\theta\phi\cos \\ -\cos\theta\sin\phi & \cos\phi & -\sin\theta\sin\phi \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C'_1 \\ C'_2 \\ C'_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$C = RC'$

(R : Rotation Matrix)

실내의 각 평면에 따른 θ, ϕ 값은 표 1과 같다.

표 1. 실내면의 회전각

Table 1. Rotation angle of surfaces

구 분	θ	ϕ
바닥	0	0
천정	π	0
벽 1	$-\pi/2$	0
벽 2	$\pi/2$	0
벽 3	$-\pi/2$	$-\pi/2$
벽 4	$\pi/2$	$-\pi/2$

2.3 입자 경로의 모델링

2.3.1 점광원 방사

광원의 광도가 모든 방향으로 동일하다면 식(1)에 의해서 다음과 같은 방향으로 입자가 진행된다.

$$\alpha = \cos^{-1}(1-2R_1)$$

$$\beta = 2\pi R_2 \quad (7)$$

입자의 방향 코사인은 식 (3)으로부터 구할 수

있다.

2.3.2 확산 반사면에서의 반사

식 (2)에 의하여 다음과 같은 방향으로 반사한다.

$$\alpha = \frac{\cos^{-1}(1-2R_3)}{2}$$

$$\beta = 2\pi R_4 \quad (8)$$

반사된 입자의 방향 코사인은 식 (3)와 표 1에 의해서 얻어진다.

표 2. 난수 함수의 시험 결과 (ρ = 반사율)

Table 2. Test of random functions

	천정	바닥	벽 1
$\rho = 0$	100931	100952	998441
$\rho = 0.3$	1429824	1429551	1427808
$\rho = 0.7$	3329704	3331202	3331837
	벽 2	벽 3	벽 4
$\rho = 0$	999585	1000567	999524
$\rho = 0.3$	1428552	1428153	1427671
$\rho = 0.7$	3330471	3329910	3331289
	합계	이론계산치	
$\rho = 0$	6000000	6000000	
$\rho = 0.3$	8571559	8574857	
$\rho = 0.7$	19984413	20000000	

표 2는 식(7), (8)로부터 난수를 발생하여 그 신뢰도를 시험한 것이다. 정육면체의 중앙이 광원의 위치라고 가정하고 이로부터 6백만개의 입자를 방사하였다. 완전구형의 배광곡선을 가지는 이상적 광원을 가정하였으므로 각 면에서 Count된 입자수가 같아야 할 것이다. 이론치와 계산치 사이의 오차가 1% 이내임을 알 수 있어 식(7), (8)이 유효한 신뢰도를 가지고 있음을 확인할 수 있다.

2.3.3 면광원에서의 방사

광원이 면의 형태를 가질 경우 이는 점광원의 집합체로 본다.

그림과 같이 면광원의 경우 난수의 발생으로 면 내의 한 점광원을 선택한다.

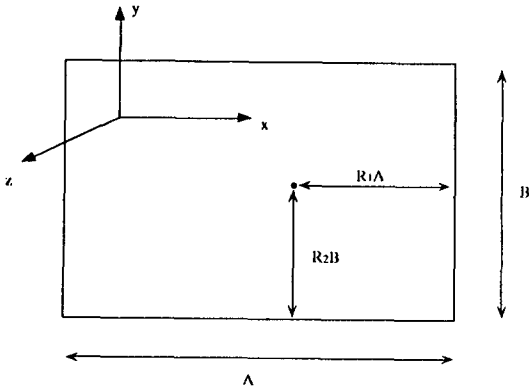


그림 7. 면광원

Fig. 7. Origin of a particle from a uniform plane source

즉 점광원의 좌표(x_p, y_p, z_p)는

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} R_1A \\ R_2B \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}$$

(x_o, y_o, z_o) : 면 광원의 끝 점의 좌표

R : 식 (6)에서의 Rotation Matrix

2.3.4 대기의 혼탁도에 따른 흡수

오염된 대기 중에서, 입자는 충돌면에 닿기 전에 흡수될 수 있다. I_r 이 대기를 통과한 후의 빛의 세기이고, I_o 가 $r=0$ 인 지점에서의 세기라면,

$$\frac{I_r}{I_o} = e^{-kr} \quad (9)$$

이로부터 입자가 흡수되기 전의 경로의 길이는 다음과 같다.

$$r' = -\frac{\log R}{k}$$

2.4 조도의 계산

각 면소의 조도는 다음 식으로 계산되어 진다.

$$E = \frac{NF}{N_oA} \quad (10)$$

N : 각 면소의 입사 광자수

N_o : 전체 방사 광자수

A : 면소의 면적

F : 실제 광원의 방사 광속수

3. 결론

쉬운 문제-간단한 확산 반사면을 가지는 직사각 구조의 실내에서의 조도 계산-에서는 몬테카를로 시뮬레이션 보다는 다른 직접적인 flux 계산 방법들이, 같은 정도의 프로그램 길이나 컴퓨팅 시간이 주어질 경우 보다 높은 정확도의 수치를 얻을 수 있을 것이다. 그러나 문제가 복잡해질수록 기존의 방법들은 그 수식전개에서 급격한 계산량의 증가를 보이므로 복잡한 구조의 실내면에 대해서는 적용하기 어려운 점이 많다고 할 수 있다.

본 논문에서는 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 복잡한 구조의 실내면이나 광원에 대해서도 조도분포의 예측을 가능하게 할 수 있는 새로운 방법의 기초 이론을 제시하였다. 모의실험 결과로 볼 때, 실제 적용 가능성이 충분하고 폭넓은 응용범위를 가지고 있다고 판단된다. 광원의 배광 분포에 따른 난수 함수의 작성과 각종 표면의 반사특성, 실내면의 구조에 따른 기하학적 고려사항 등의 연구가 뒤 따라야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 1) 지철근, 전기응용, 문운당, 1987.
- 2) P.R.Tregenza, "The Monte Carlo method in lighting calculations", Lighting Research & Technology Vol.15 No.4 1983.
- 3) Nagata, M., "Calculation of illuminance in concave interior by the Monte Carlo simulation", J.Illum. Engng. Jpn. Vol. 72 No.10 1988.
- 4) Nagata, M., "Calculation of illuminance distribution in the concave interior with a partition by the Monte Carlo simulation", Trans, IEE, Japan, Vol.108 p47 1988.
- 5) J.E.Kaufman, H.Haynes, eds, IES Lighting Handbook (1984).