

편심배치방식 자기부상 제어시스템의 2차 현가에 대한 동특성 해석

김 종 식*, 박 전 수**

Dynamic Performance Analysis for Secondary Suspension of Maglev Control Systems with a Combined Lift and Guidance

Jong-Shik Kim*, Jeon-Soo Park**

Abstract

For improving the performance of maglev systems with a combined lift and guidance, it is suggested that the multivariable control systems and a secondary suspension should be added. The former is required to reject both track irregularities in vertical disturbances and wind gusts in lateral disturbances, and the latter to guarantee passengers against an unsatisfied criteria in ride quality.

In this paper, bond graph model for the study of nonlinear dynamics of maglev systems with a combined lift and guidance is presented briefly. And, the secondary suspension is analyzed to understand the role of stiffness and damping factors in passive devices. Finally, LQG/LTR multivariable control systems are designed for the overall maglev systems with and without secondary suspension, and then the system performances in these two cases are evaluated.

1. 서 론

흡인식 자기부상 시스템은 자석과 철 레일 사이를 통과하는 자속밀도의 강약에 따라 부상력이 결정되기 때문에 본질적으로 불안정한 시스템이며, 또한 시스템의 매개변수가 공진장(air gap)의 변화에 매우 민감한 비선형 시스템이다. 특히, 부상과 안내를 겸용하게 되는 편심배치방식(stagger configuration type) 자기부상 시스템은 부상력과 안내력이 편심량 및 공진장(air gap)에 대하여 서로 강한 연성효과를 가지고 있기 때문에 수직 부상력과 측면 안내력에 관한 수학적 모델식을 구축하는데 많은 어려움이 따를 뿐 아니라 제어측면

에서도 매우 복잡한 문제가 대두된다. 또한 노면의 불규칙을 항상 받을 수 있는 운송수단의 설계시 심한 진동을 유발하는 구동장치부와 승객간의 진동절연이 승차감과 안정성에 직결되고 있음을 고려해 볼때, 자기부상 시스템과 같이 고정도를 요구하는 경우는 이의 해결을 위하여 2차 현가장치의 필요성이 더욱 요청되고 있는 실정이다.

한편, 기존의 논문들에서 제어기 설계는 개별배치방식 자기부상 시스템의 부상모델만을 대상으로한 제어기 설계^{1,2}가 대부분이며, 편심배치방식 자기 부상 시스템의 모델을 사용했다고 하더라도 측면 안내특성을 무시하거나 부상과 안내방향의 동역학을 각각 분리하여 개별적으

* 정회원, 부산대학교 기계설계학과 및 기계기술 연구소

** 부산대학교 대학원

로 제어한 정도이다³. 이것은 편심배치방식 자기부상 시스템의 부상력과 안내력이 수직변위인 공진장과 측면 변위인 편심량에 대하여 매우 민감한 비선형 특성이 있음을 상기에 볼때, 전체 자기부상 시스템의 구현시 강인성 문제가 크게 대두될 것으로 사료된다.

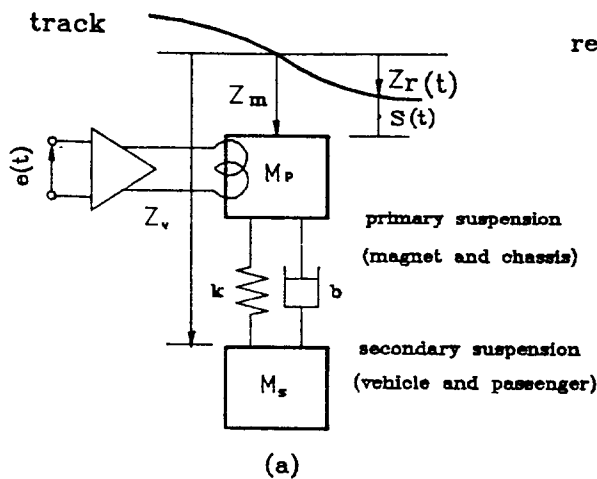
본 논문은 편심배치방식 자기부상 제어시스템의 설계시 2차 현가장치가 고려된 경우와 고려되지 않은 경우를 비교 분석한다. 우선, 각 경우의 선형화 모델식을 제시하여 편심배치방식 자기부상 시스템이 수직 변위 및 측면 변위에 대하여 서로 연성효과가 있음을 보인다. 다음, 수동 현가장치를 장착할 때 고려되어야 할 파라미터들을 제어동역학 측면에서 해석한다. 끝으로, 2차 현가장치가 고려된 경우와 고려되지 않은 경우에 대하여 LQG/LTR (linear quadratic Gaussian control with loop transfer recovery) 제어시스템을 설계하여 그 성능들을 비교 분석한다. LQG/LTR 제어 방법은 Doyle과 Stein⁴에 의하여 개발된 방법으로서 안정도-강인성 문제와 주파수역 성능들을 설계시 직접 고려할 수 있는 매우 강력한 선형 다변수 제어시스템 설계방법이다.

2. 자기부상 시스템의 모델링

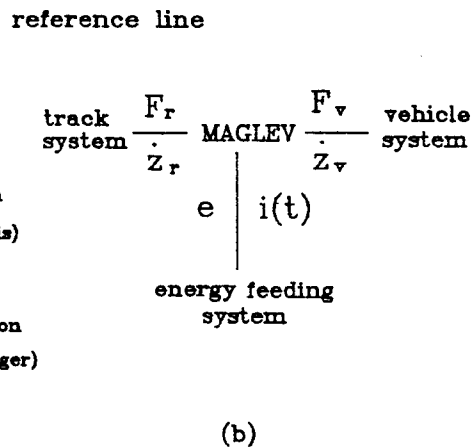
자기부상 시스템의 이상화 모델은 일반적으로 Fig. 1a 와 같다.

Fig. 1a에서 설명될 수 있는 에너지 유동 메카니즘은 우선, 입력전압 $e(t)$ 가 질량 M 인 전자석 양단에 부가되면 전자석과 자화된 트랙 사이에 흡인력이 발생되어 전자석 질량 M_p 과 새시 질량 M_s 의 합인 질량 M_p 를 1차 부상시킨다. 물론 1차 부상시 발생된 흡인력 F_{mag} 로 인하여 트랙에 굽힘변위 z 를 유발시킴으로써 트랙과 자석 간의 상호작용 요소를 고려해야 한다. 그리고 1차 부상시 발생된 흡인력은 승차감(ride quality)과 안전성(security)을 위해 새시와 차량 사이에 부착된 스프링 및 감쇠기를 가진(excitation)함으로써 차량 및 승객의 질량 M_s 를 2차로 부상시킨다. 따라서 자기부상 시스템에 에너지 관점에서 모델링하게 될 때는 Fig. 16와 같이 3개의 에너지 점점 구조로 표시할 수 있다. 다시말하면, 에너지 공급시스템에서는 전자석 변위 Z_p 과 트랙의 굽힘 변위 Z_r 과의 차인 공진상 s 에 의하여 부상력 F_{mag} 가 발생하고 발생된 부상력 F_{mag} 는 다시 트랙 시스템의 입력력으로 작용하여 출력으로 굽힘변위 Z_r 을 발생시킨다. 또한 차량시스템의 입력은 발생된 부상력 F_{mag} 와 전자석 질량 M_p 및 외부의 외란요소들과의 상호작용으로 인한 전자석의 운동 \dot{z}_p 으로서 2차 현가장치를 기진시킨다.

따라서 이를 편의상 에너지 공급 시스템(energy feeding system), 트랙 시스템 그리고 차량 시스템으로 나누어 3개의 시스템이 공유하는 물리량 즉, 에너지 공급 시스템과 트랙 시스템은 공통작력(common effort) F_{mag} 를, 에너지 공급 시스템과 차량 시스템은



(a) Schematic diagram



(b) bond graph

Fig. 1 An attraction maglev systems

공통흐름(common flow) \dot{z}_m 을 일률적으로 일치시키게 되면 전체 자기부상 시스템을 쉽게 모델링할 수 있다. Fig. 2는 자기부상 시스템에서 에너지 공급 시스템, 차량 시스템 그리고 트랙 시스템을 나타내는 본드선도이다.

그리고 Fig. 2와 같이 자석의 한쪽 극에서 다른 극으로 직접적인 자속 유출과 자석의 맨 끝단에서 발생하는 와류유출(eddy flow leakage)을 무시했을 때 계산되는 자기 부상력 F_{mag} 는 다음과 같다.

$$F_{mag} = \frac{\mu_0 AN^2 i^2}{4s^2} \quad (1)$$

여기서 i 는 에너지 공급 시스템의 입력전류, N 은 자석을 감고 있는 코일의 감은수 그리고 A , μ_0 는 자석과 트랙 사이의 자속흐름이 발생하는 수직면적 및 공기 투과율을 나타내고 있다.

한편, 자기부상 시스템은 레일 표면 위를 부상한 상태에서 주행하기 때문에 주행시의 공기 저항, 트랙의 불균일 등으로 인하여 발생하는 앞뒤방향의 흔들림, 좌우방향의 병진운동 그리고 한쪽으로는 쏠림운동에 대하여 지지 및 안내를 위한 제어장치가 요구된다. 본 논문

에서는 차량을 경량화하고 궤도 구조도 비교적 단순하게 하기 위하여 지지 자석과 안내 자석을 겸용하는 편심배치방식 자기부상 시스템에 대하여 생각하기로 한다. Fig. 3은 편심배치방식 자기부상 시스템에 대한 자석 배치도이다.

Fig. 3은 트랙을 따라서 2개의 자석을 직렬로 배치시킨 형태로서 각각이 편심량 y 및 $-y$ 만큼 갖고 있어 측면 안내방향으로 적당한 감쇠를 일으킬 수 있는 장점을 가지고 있다. 하지만 2개의 자석이 각각 독립적인 동역학을 갖지못하여 자기력 F_{mag} 는 공진장 s 및 편심량 y 에 대하여 서로 강한 연성효과를 갖게 되므로 자기력을 평가하는데 어려움이 따른다.

Fig. 4는 앞에서 제시한 3개의 에너지 점점 구조에서 트랙의 처짐을 무시하고 자석1과 자석2의 연성효과를 포함한 경우의 본드선도이다.

여기서 $f_w(t)$ 및 $f_a(t)$ 는 시스템 외부에서 발생하는 힘으로 특히, $f_w(t)$ 는 차량측면에서 불어오는 돌풍(wind gust)을 의미한다. 그리고 $z_r(t)$ 및 $y_r(t)$ 는 트랙 표면의 불규칙(irregularity) 및 트랙 처짐에 의한 변위 입력을 나타낸다. 따라서 Fig. 4에서 얻을 수 있는 수직 부상력 F_z 와 측면 안내력 F_y 는 각각 다음과 같다.

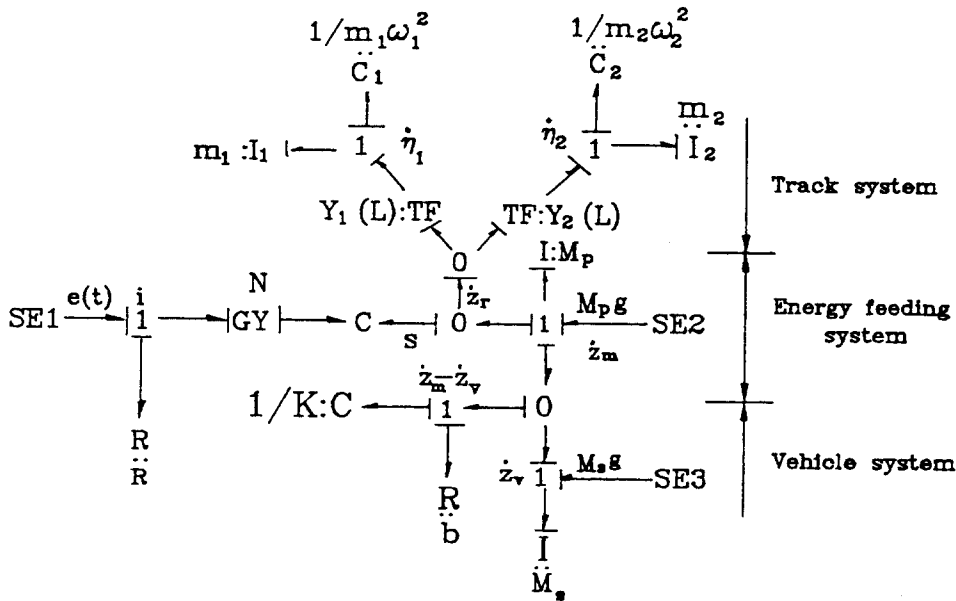


Fig. 2 Bond graph of three subsystems—energy feeding, vehicle and track system

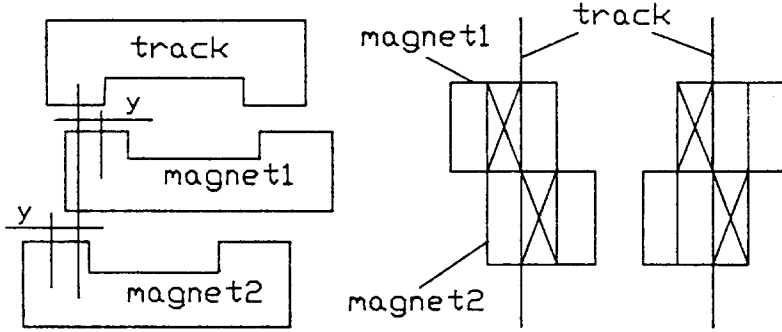


Fig. 3 Possible configuration of magnet in maglev systems with a combined lift and guidance

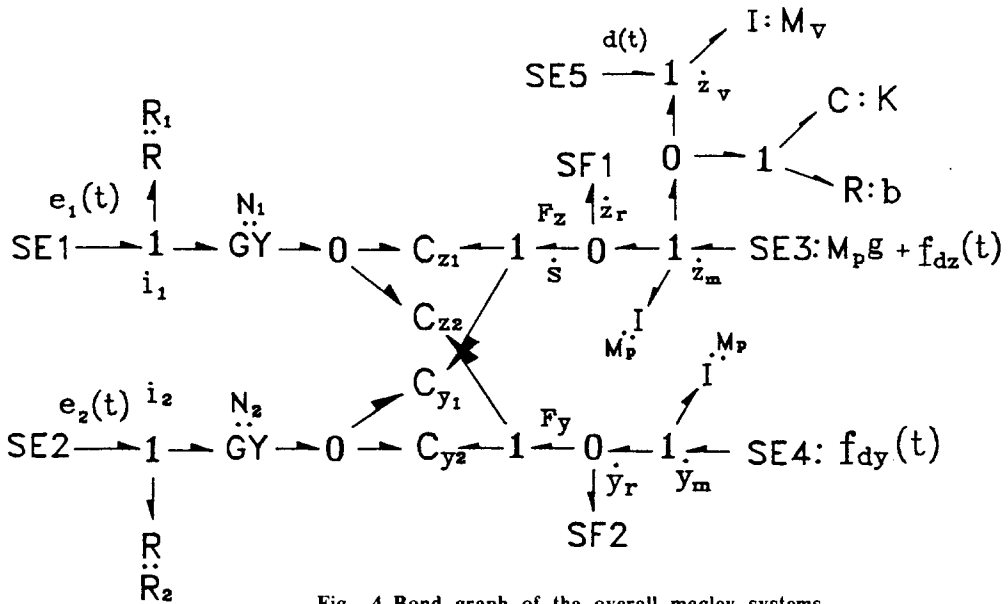


Fig. 4 Bond graph of the overall maglev systems

$$F_z(y, s) = \frac{\mu_0 AN^2 i^2}{4s^2} \left[1 + \frac{2s}{\pi a} + \frac{y}{a}(1 - k_r) - \frac{2y}{\pi a} \tan^{-1} \frac{y}{s} \right] \quad (2)$$

$$F_y(y, s) = \frac{\mu_0 AN^2 i^2}{4s^2} \left[\frac{2s}{\pi a} \tan^{-1} \frac{y}{s} \right] \quad (3)$$

여기서 a 는 자석의 극단 폭(pole width)이다. 그리고 k_r 은 이상화모델에 대한 보정계수로서 일반적으로 $-a/y < k_r < a/y$ 범위의 값을 가지며 자속의 균일면적 흐름

에 대한 오차의 정도에 따라서 그 값이 결정된다. 식(2)와 식(3)으로 표현된 수직 부상력과 측면 안내력을 자기부상 시스템을 해석하고자할 때 흔히 참고하고 있는 식(1)과 비교해보면 측면 변위가 수직 부상력에 실제적으로 기여하는 정도를 나타내는 $(1 - k_r)y/a$ 항이 더 첨가되어 있다. 이는 이상화 모델에 대한 보정계수인 $k_r = 1$ 일때의 경우로서 자석과 레일이 적당히 편심된 경우에는 자석과 레일이 서로 마주보는 폭 만큼만 자속 흐름이 있다고 생각하는 경우이다. 하지만 실제적으로는 편심량 y 가 고정값으로 한정되지 않고 변할 수 있는 값으로서 자속흐름의 직진성이 항상 보장되지는 않을 것이다. 따라서 실험에 의하여 k_r 에 따른 수직 부상력

을 평가하여 편심량이 수직 부상력에 미치는 영향을 해석해야 할 것이다.

이제 본 논문이 갖는 목적 즉, 2차 현가장치가 고려된 경우와 고려되지 않은 경우의 비교 분석을 위하여 Fig. 4로 표시되는 편심배치방식 자기부상 시스템에서 각각의 동적방정식을 찾기로 한다. 본 논문에서는 공진장의 균일흐름 자속에서 발생하는 오차를 무시하여 보정계수 $k_r=1$ 로 한다.

Fig. 4에서 2차 현가장치가 고려되지 않은 경우의 기계장에서의 동적방정식은 다음과 같다.

$$M_p \ddot{z}_m = M_p g - \frac{\mu_0 AN^2}{4s^2} \left[i_1^2 \alpha(s, y) + i_2^2 \alpha(s, -y) \right] + f_{dz} \quad (5)$$

$$M_s \ddot{z}_m = - \frac{\mu_0 AN^2}{4s^2} \left[i_1^2 \beta(s, y) + i_2^2 \beta(s, -y) \right] + f_{dy} \quad (6)$$

여기서

$$\alpha(s, y) = \left(1 + \frac{2s}{\pi a} - \frac{2y}{\pi a} \tan^{-1} \frac{y}{s} \right) \quad (7)$$

$$\beta(s, y) = \left(\frac{2s}{\pi a} \right) \tan^{-1} \frac{y}{s} \quad (8)$$

또한 Fig. 4에서 전류/전압 관계식을 규명하는 전기장에서의 동적방정식은 다음과 같다.

$$v(t) = Ri + \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 AN^2 i}{2s} \left(1 - k_r \frac{y}{a} \right) \right] \quad (9)$$

다음, Fig. 4에서 2차 현가장치가 고려된 경우의 기계장에서의 동적방정식은 다음과 같다.

$$M_p \ddot{z}_m = M_p g - \frac{\mu_0 AN^2}{4s^2} \left[i_1^2 \alpha(s, y) + i_2^2 \alpha(s, -y) \right] - b(\dot{z}_m - \dot{z}_v) - K(z_m - z_v) + f_{dz} \quad (10)$$

$$M_s \ddot{z}_v = b(\dot{z}_m - \dot{z}_v) + K(z_m - z_v) \quad (11)$$

$$M_p \ddot{y}_m = - \frac{\mu_0 AN^2}{4s^2} \left[i_1^2 \beta(s, y) + i_2^2 \beta(s, -y) \right] + f_{dy}(t) \quad (12)$$

이와같이 부상/안대를 위한 편심배치방식 자기부상 시스템에 관한 동적방정식들은 Fig. 4에 표시된 자기부상 시스템의 본드선도로부터 얻을 수 있다. 다만 자석과 트랙에서의 자속 흐름에 대한 자기력 감소의 효과가 무시되었고 공진장을 통과할 때 나타날 수 있는 자속 유출이 배제되었지만, 이것들은 자석과 트랙의 실질변위인 공진장을 통과하는 직접적인 자속량에 비해 무시할 만하다. 그러므로 식(5)에서 식(12)까지를 적용하여 부상/안대 겸용 자기부상 시스템의 동적거동을 해석하고 제어 시스템을 설계하는데는 무리가 없을 것으로 사료된다.

끝으로, 제어시스템 설계목적상 앞에서 유도된 부상/안대를 위한 편심배치방식 자기부상 시스템의 비선형 동적방정식들을 선형화하기로 한다. 식(9)의 전류/전압 관계식을 작동점 및 정상상태에서의 전류 i_n 근처에서 작은 편차를 가했을 때 (i_n, s_n, y_n) 및 $(i_n, s_n, -y_n)$ 근처에서 Taylor 급수전개를 하여 작동점 근처에서의 편차 $\Delta i(t)$, $\Delta s(t)$ 그리고 $\Delta y(t)$ 의 제곱 이상의 고차항을 무시하면 다음과 같은 선형화된 방정식들을 얻을 수 있다.

$$\Delta v_1(t) = R_1 \Delta i_1(t) + L_{01} \Delta \dot{i}_1(t) - i_0 [Z_{s1} \Delta \dot{s}(t) + Z_y \Delta \dot{y}(t)] \quad (13)$$

$$\Delta v_2(t) = R_2 \Delta i_2(t) + L_{02} \Delta \dot{i}_2(t) - i_0 [Z_{s2} \Delta \dot{s}(t) + Z_y \Delta \dot{y}(t)] \quad (14)$$

여기서 L_{01} , Z_{s1} 그리고 Z_y 는 공칭 인덕턴스, 단위 수직길이당 인덕턴스 그리고 단위 측면길이당 인덕턴스로서 각각 다음과 같이 정의된다.

$$L_{01} = \frac{\mu_0 AN^2}{2s_0} \left[1 - \frac{k_r}{a} y_0 \right],$$

$$L_{02} = \frac{\mu_0 AN^2}{2s_0} \left[1 + \frac{k_r}{a} y_0 \right],$$

$$Z_{s1} = \frac{\mu_0 AN^2}{2s_0^2} \left[1 - \frac{k_r}{a} y_0 \right],$$

$$Z_{s2} = \frac{\mu_0 AN^2}{2s_0^2} \left[1 + \frac{k_r}{a} y_0 \right]$$

$$Z_y = \frac{\mu_0 AN^2}{2s_0} \left(\frac{k_r}{a} \right)$$

그리고 2차 현가가 고려되지 않은 경우의 기계장의 동적방정식인 식(5)와 식(6)을 선형화하면 다음과 같다.

$$M_p \Delta \ddot{z}_m = K_{zz} \Delta s + K_{zy} \Delta y + K_{zi1} \Delta i_1 + K_{zi2} \Delta i_2 \quad (15)$$

$$M_p \Delta \ddot{y}_m = K_{yz} \Delta s + K_{yy} \Delta y + K_{yi1} \Delta i_1 + K_{yi2} \Delta i_2 \quad (16)$$

여기서

$$K_{zz} = \frac{\partial F_z}{\partial s} = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left[\frac{i_0}{s_0} \right]^3 \left[\frac{2\alpha_0 + \alpha_1}{i_0} \right]$$

$$K_{zy} = 0, \quad K_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y} = - \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left[\frac{i_0}{s_0} \right]^2 \cdot \beta_1$$

$$K_{yz} = 0$$

$$-K_{yi1} = K_{yi2} = \frac{\partial F_y}{\partial i} = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left[\frac{i_0}{s_0} \right]^2 \cdot \left[\frac{\beta_0}{i_0} \right]$$

$$K_{zi1} = K_{zi2} = \frac{\partial F_z}{\partial i} = - \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left[\frac{i_0}{s_0} \right]^2 \cdot \left[\frac{\alpha_0}{i_0} \right]$$

$$\alpha_1 = \frac{s_0}{\pi a} \left(1 + \frac{y_0^2}{s_0^2 + y_0^2} \right), \quad \beta_1 = \frac{1}{\pi a} \left(\frac{s_0^2}{s_0^2 + y_0^2} \right)$$

그리고 2차 현가가 고려된 경우의 기계장에서의 동적방정식인 식(10), 식(11) 그리고 식(12)를 선형화하면 다음과 같다.

$$M_p \Delta \ddot{z}_m = K_{zz} \Delta s - b(\Delta \dot{z}_m - \Delta \dot{z}_v) - K(\Delta z_m - \Delta z_v) + K_{zi1}(\Delta i_1 + \Delta i_2) \quad (17)$$

$$M_s \Delta \ddot{z}_v = b(\Delta \dot{z}_m - \Delta \dot{z}_v) - K(\Delta z_m - \Delta z_v) \quad (18)$$

$$M_p \Delta \ddot{y}_m = K_{yy} \Delta y(t) - K_{yi1}(\Delta i_1(t) - \Delta i_2(t)) \quad (19)$$

3. 2차 현가장치의 동특성

Fig. 5는 수동 현가(passive suspension)장치가 부착된 차량 시스템의 일반적인 모델과 그 본드선도를 표시하고 있다.

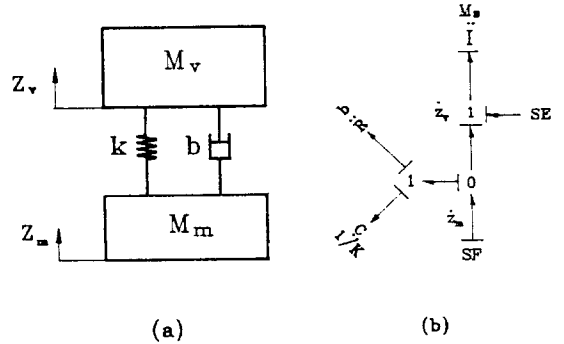


Fig. 5 Schematic diagram of vehicle system and its bond graph

이와같은 수동 현가장치는 스프링과 감쇠기의 파라미터값 K와 b가 고정되어 있기 때문에 진동절연의 문제를 효과적으로 해결하기 위한 여유자유도가 존재하지 않는다. 하지만 이것은 정밀도를 요하지 않는 간단한 기계장치에서 흔히 볼 수 있는 가장 전형적인 진동계로서 질량, 스프링 그리고 감쇠기의 역할을 뚜렷하게 파악할 수 있기 때문에 보다 나은 현가장치를 개발하는데 기초가 된다.

본 논문에서는 승차감, 차체운동(body motion), 노면접촉(road holding) 그리고 부상주행(suspension travel) 성능으로 요약되는 일반적인 현가장치의 성능지수 중에서 승차감 및 부상주행에 관한 성능만을 고려하여 시스템 파라미터 선정에 이용하기로 한다. 이는 자기부상 시스템이 기존의 레일접촉(wheel-on-rail) 방식이 갖는 마찰에 의한 추진을 지양하고, 또한 본 논문에서는 편심배치방식 자기부상 시스템의 수직 부상과 측면 안내의 2차원 운동에 관심을 갖기 때문이다.

이제 현가장치의 시스템 파라미터인 K와 b의 변화량에 대한 현가장치의 출력인 가속도($A = \ddot{z}$)와 자석과 차량의 상대변위($X = z_m - z_v$)의 주파수 응답특성을 살펴보기로 한다. 식(20)과 식(21)은 Fig. 5의 흐름입력 SF에

대한 가속도 및 상대변위의 전달함수를 나타내고 있다.

$$\frac{A(s)}{SF(s)} = \frac{b/(M_p M_v)s^2 + K/(M_p M_v)s}{\Delta(s)} \quad (20)$$

$$\frac{X(s)}{SF(s)} = \frac{1/M_p s}{\Delta(s)} \quad (21)$$

여기서 $\Delta(s)$ 는 현가장치의 특성방정식으로서 다음과 같다.

$$\Delta(s) = s \left[s^2 + \left(\frac{b}{M_p} + \frac{b}{M_v} \right) s + \left(\frac{K}{M_p} + \frac{K}{M_v} \right) \right] \quad (22)$$

우선, 차량의 정적하중에 대하여 적절한 상대변위를 갖는 K값, 자석의 동적거동에 대하여 요구되는 절연효과를 줄 수 있는 b값에 대한 공칭값으로서 K_n 및 b_n 값을 선정하여 각 파라미터의 변화에 대한 성능평가의 기준을 제시하기로 한다. 본 논문에서는 전체 중량이 18(ton)인 편심배치방식 자기부상 시스템에서 2개의 자석이 직렬로 배치된 1개 모듈에 대하여 그리고 차량에 65(kgf)의 승객이 40명 승차했을 때를 기준으로 승객가 차량을 합한 2차 현가의 질량 $M_2=145$ (kgf), 새시와 자석을 합한 1차 현가의 질량 $M_1=30$ (kgf)로 정하였다. 그리고 2차 현가의 고유진동수 ω_n 은 일반적으로 1차 현가 진동수의 약 0.1배가 되게 선정 " 하므로 1차 부상시스템의 진동수가 약 60(rad/s) 임을 감안하여 $\omega_n=6$ 로, 진동절연을 위한 감쇠비 $\zeta=0.707$ 로 가정하여 초기 공칭값 K_n , b_n 을 정하였다.

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 파라미터 K와 b값에 따른 가속도 A(s)의 주파수응답을 나타낸 그림이다. 여기서 K와 b값은 초기 공칭값에 대하여 각각 25%, 50%, 100%, 200%, 및 400%의 변화를 갖는다.

Fig. 6은 강성계수 K가 증가함에 따라서 현가장치의 고유진동수 ω_n 이 점차 1차 부상시스템의 진동수로 접근하고 아울러 그 진폭도 증가함을 보여주고 있다. 그리고 Fig. 7은 감쇠계수 b가 증가할 때, ω_n 이하의 저주파에서의 응답은 감소하는 반면에 고주파에서는 점차 큰 폭으로 증가함을 보여주고 있다. 이는 b값이 증가함에 따라 구동자석과 차량이 더 강하게 연결되어 1차 부상시스템에서 부가되는 입력이 차체에 전달되는 비가 그만큼 증가됨을 의미한다.

그리고 Fig. 8과 Fig. 9는 각각 파라미터 K와 b값에

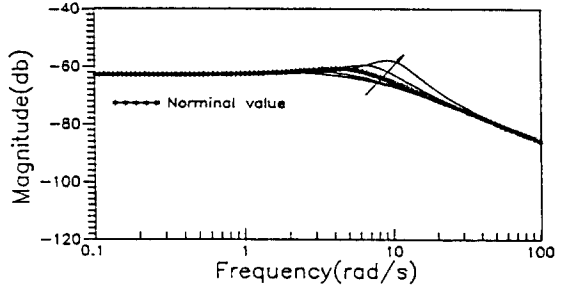


Fig. 6 Frequency responses of sprung mass acceleration according to K

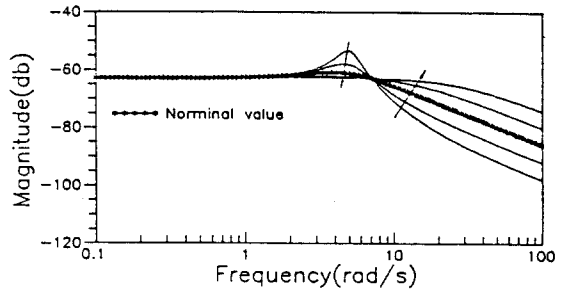


Fig. 7 Frequency responses of sprung mass acceleration according to b

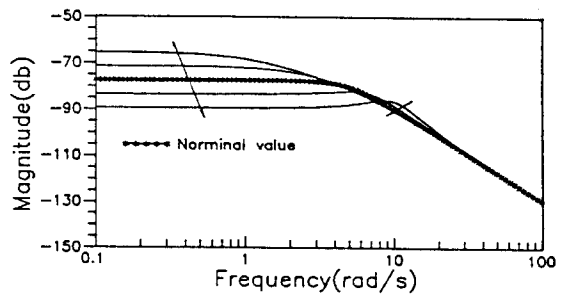


Fig. 8 Frequency responses of suspension stroke according to K

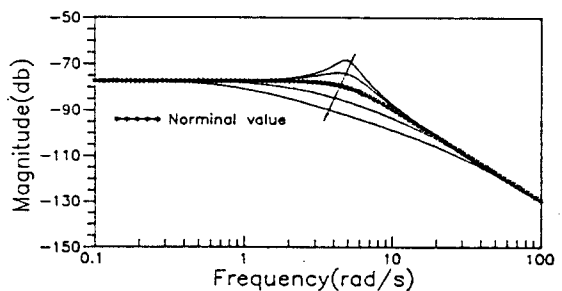


Fig. 9 Frequency responses of suspension stroke according to b

따른 상대속도 $X(s)$ 의 주파수 응답을 나타낸다.

Fig. 8은 강성계수 K 가 증가함에 따라 저주파에서의 감소거동 및 고주파에서의 상승거동을 보여주는 것으로서 전 주파수 영역에서의 trade-off 문제가 나타나며 그리고 Fig. 9는 고유진동수 ω_n 근처에서 상대변위의 감소현상을 보여주고 있다.

따라서 위의 주파수 응답으로부터 관찰할 수 있는 것은, K 값이 증가하면 현가장치의 고유진동수가 구동자석이 갖는 진동수로 접근하고 b 값이 증가하면 자석과 차량이 일체가 되는 단일질량 시스템이 된다는 것이다. 그러므로 시스템 파라미터인 K 와 b 값의 정성적인 해석을 위해서는 저주파 및 고주파에서의 trade-off 문제를 해결함으로써 최적의 값들이 산출되어야 한다.

끝으로, 앞에서 제시된 각 성능지수들에 대한 주파수 응답의 trade-off 문제를 보다 명확히 하기 위하여 시스템 파라미터 변화에 따른 RMS응답을 관찰하기로 한다. 그래서 현가장치 동역학을 다음과 같은 확률 선형 동적 시스템으로 표시하기로 한다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\xi(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (23)$$

여기서 $\xi(t)$ 는 강도가 1인 0-평균 백색잡음이다. 만약 시스템이 안정하다면 정상상태에서 출력의 분산값 Y 는 다음과 같다.

$$Y = E\{y(t)y(t-\tau)^T\} = CXC^T \quad (24)$$

여기서 $E\{\cdot\}$ 는 $\{\cdot\}$ 에 대한 기대값을 의미하며, X 는 상태벡터 x 에 대한 분산값으로서 다음의 Lyapunov 식의 해이다.

$$AX + XA^T + BB^T = 0 \quad (25)$$

그리고 출력의 RMS값은 다음과 같다.

$$\delta y = \sqrt{Y} \quad (26)$$

Fig. 10과 Fig. 11은 K 와 b 값의 변화에 대한 가속도 $A(s)$ 및 상대변위 $X(s)$ 에 대한 RMS 응답을 나타내는 그림이다.

Fig. 10과 Fig. 11에서 알 수 있듯이 RMS 응답의 결과는 K 와 b 값의 변화에 대하여 초기 공칭점 (1, 1)을 기준으로 서로 trade-off 문제를 제기하고 있다. 강성계수 K 를 작게하면 $A(s)$ 의 성능은 향상되는 반면 $X(s)$ 의 RMS값은 대폭 증가하여 부상주행 성능을 저하시키고, 반대로 감쇠계수 b 를 크게하면 $X(s)$ 의 성능은 매우 만족되는 반면에 승차감 성능이 크게 떨어진다. 다시 말하면, 시스템 파라미터 중 어느 하나를 희생하

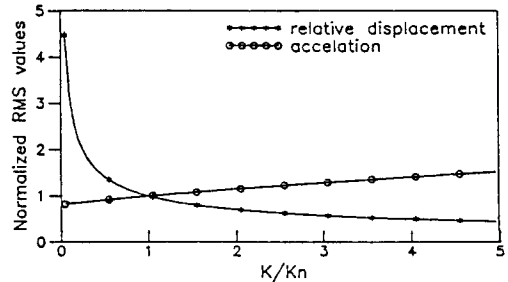


Fig. 10 RMS responses of normalized sprung mass acceleration and suspension stroke according to K

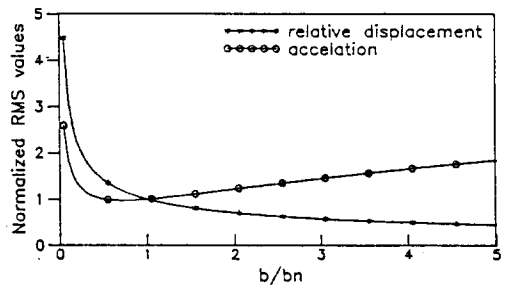


Fig. 11 RMS responses of normalized sprung mass acceleration and suspension stroke according to b

지 않고는 $A(s)$ 및 $X(s)$ 에 관한 성능을 동시에 향상시킨다는 것은 거의 불가능하다. 그러므로 본 논문에서는 반복 시행된 위의 결과들을 참고하여 감쇠계수 b 에 대하여 승차감 성능을 최대로 보장하는 값을 새로운 공칭값 $b_n = 0.85 \times b$ 로, 강성계수 K 에 대하여 부상주행 성능을 만족하기 위한 새로운 공칭값 $K_n = 1.3 \times K$ 로 정한다. 따라서 수정된 파라미터값 K_n , b_n 를 사용할 때 2차 현가장치의 동특성은 K_n , b_n 을 사용할 때 보다도 정적하중에 대하여 더욱 강하게 견딜수 있고, 또한 동적하중에 대하여 한층 유연하여 고주파에서의 성능을 향상시킬 수 있을 것으로 사료된다.

4. LQG/LTR 자기부상 제어시스템의 성능해석

이제 앞에서 유도한 편심배치방식 자기부상 시스템에 대하여 LQG/LTR 제어시스템을 설계하기로 한다. 우선, 2차 현가가 고려되지 않은 경우의 식(15), 식(16) 그리고 2차 현가가 고려된 경우의 식(17), 식(18), 식(19)를 상태공간 모델식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) + \Gamma_p d(t) \\ y(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (27)$$

여기서 아래첨자 1과 2를 사용하여 2차 현가가 고려되지 않은 경우와 고려된 경우를 구분하기로 한다. 이때 상태벡터 $x_{p1}(t) = [\Delta s \ \Delta \dot{z}_{11} \ \Delta \dot{z}_{12} \ \Delta y \ \Delta \dot{y} \ \Delta \ddot{y}]^T$, $x_{p2}(t) = [\Delta s \ \Delta \dot{z}_{21} \ \Delta \dot{z}_{22} \ \Delta z \ \Delta \dot{z} \ \Delta y \ \Delta \dot{y} \ \Delta \ddot{y}]^T$ 이며, 제어입력 $u_p(t)$ 는 자석1과 자석2의 전압 그리고 외란입력 $d(t)$ 는 트랙 불균일성에 대한 속도성분 및 차량의 측면으로부터 받는 바람에 의한 외력이다. 그리고 EXPO'93 자기부상 열차의 데이터¹⁰⁾로부터 얻은 시스템행렬 A_p 와 입력행렬 B_p , Γ_p 는 각각 다음과 같다.

$$A_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2258 & -190.5 & -1.413 & 0 & -610.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -7.182 & 0 & -189.9 & -141.6 & -1.413 \end{bmatrix}$$

$$B_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -4.303 & -3.171 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.334 & 0.246 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{p1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 190.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 7.18 & 0.008 \end{bmatrix}$$

$$A_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13150 & -1139 & -8.234 & 38.06 & 26.93 & 0 & -3563 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5.573 & 1.032 & 0 & -5.573 & -1.032 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -41.92 & 0 & 0 & 0 & -1109 & -826.6 & -8.23 \end{bmatrix}$$

$$B_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -25.12 & -18.51 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{p2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1139 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.952 & 1.445 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 41.92 & 0.047 \end{bmatrix}$$

그리고 본 논문에서는 수직 방향의 트랙 불균일성 및 측면 방향의 바람외력에 대한 바람직한 외란제거 성능, 구동기와 설계된 동적 보상기가 갖는 시간지연 요소 및 시스템 파라미터인 부상시스템의 전체질량($M=M_c+M_r$)의 $\pm 20\%$ 변화를 모델링 오차로 간주하여 이에 대한 안정도-강인성에 관한 설계사양을 고려하기로 한다. 그래서 앞에 제시된 데이터와 참고문헌¹¹⁾을 참고하여 외란 및 모델링 오차가 에너지를 갖는 주파수역을 Fig. 12에 표시하였다.

따라서 본 논문에서 선정한 설계사양들은 다음과 같다.

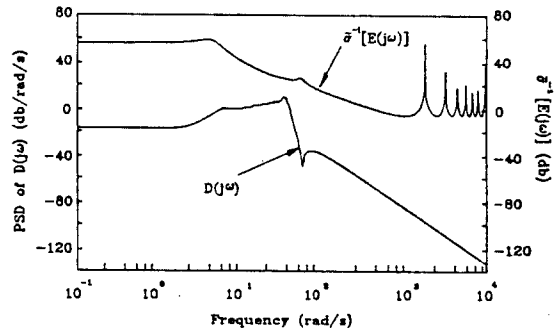


Fig. 12 Characteristics of disturbance and modeling error

- 1) 일정한 명령입력과 외란입력에 대하여 0-정상상태 오차를 갖는다.
- 2) 외란제거 조건 ($\omega_n=20\text{rad/s}$)과 안정도-강인성 조건 ($\omega_c=250\text{rad/s}$)을 감안하여 루프 전달함수행렬 (TFM)의 게인교차주파수(gain crossover frequency) ω_c 를 120(rad/s)로 한다.

이제 제어시스템 설계에 앞서 적절한 설계플랜트모델을 설정하기 위하여 우선 시스템 출력에 대한 스케일링을 수행하기로 한다. 그 이유는, 출력벡터 y 에 대하여 mks단위로 유도된 시스템을 공진장 센서가 검출하는 mm단위의 변환 및 각 방향의 출력에 대한 가중치를 주기 위한 것이다. 또한 설계사양 1)을 만족하기 위하여 각각의 제어입력 채널에 적분기를 첨가하여 설계플랜트모델을 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (28)$$

여기서,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [C_p \quad 0]$$

본 논문에서는 이와 같은 설계플랜트모델에 대한 LQG/LTR 제어시스템 설계과정^{7, 12, 13)}은 생략하기로 하고, 2차 현가장치가 고려되지 않은/고려된 편심배치방식 자기부상 LQG/LTR 제어시스템의 성능을 비교 분석하여 실제로 자기부상 시스템에 2차 현가장치가 어느 정도의 효과가 있는지 검토하기로 한다.

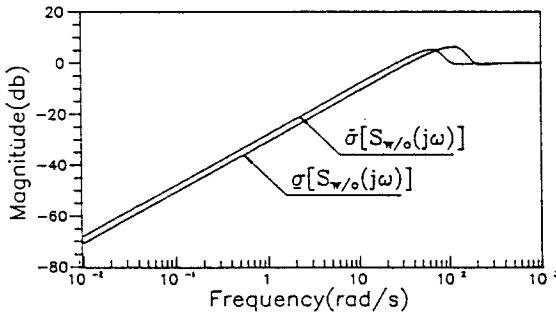


Fig. 13 Singular values of the sensitivity TFM $S_{w/o}(j\omega)$ of LQG/LTR control systems without secondary suspension

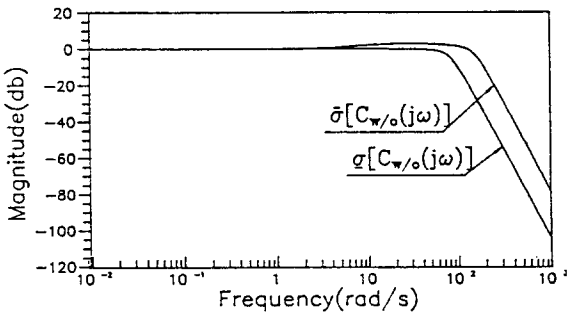


Fig. 14 Singular values of the closed loop TFM $C_{w/o}(j\omega)$ of LQG/LTR control systems without secondary suspension

Fig. 13과 Fig. 14는 2차 현가장치가 고려되지 않은 경우의 주파수 특성을 나타내는 감도 전달함수행렬 (TFM) $S_{w/o}(j\omega)$ 및 페루프 TFM $C_{w/o}(j\omega)$ 의 특이값 선도이다.

2차 현가가 고려되지 않은 편심배치방식 자기부상 시

스템의 주파수역 성능은 페루프 TFM $C_{w/o}(j\omega)$ 의 DC게인 값이 1이므로 일정한 입력에 대하여 0-정상상태오차를 갖으며 페루프 시스템의 대역폭이 약 120 (rad/s)로 설계사양을 잘 만족하고 있을 뿐 아니라 분리도가 -100 (db/dec)로 5극점 roll-off하므로 모델링 오차에 대한 안정도-강인성 및 고주파에서의 센서잡음에 대한 저감도 성능이 우수함을 알 수 있다. 또한 감도 TFM $S_{w/o}(j\omega)$ 가 외란입력이 에너지를 갖는 주파수 $\omega_n=20$ (rad/s)에서 약 -20db로 외란제거 성능면에서도 설계사양을 잘 만족하고 있다. 그리고 Fig. 15와 Fig. 16은 출력측으로 반영된 정규화된 외란이 $[-1 \quad -1]^T$ 방향으로 주어졌을 때, 2차 현가가 고려되지 않은 경우의 출력(구동자석의 수직 변위 $y_z(t)$ 와 측면 변위 $y_l(t)$)과 제어입력 $u(t)$ 에 대한 시간응답이다.

2차 현가장치가 고려되지 않은 LQG/LTR 제어시스템의 시간역 성능은 부상 및 안내방향에서 0.4초, 0.2초의 2% 정착시간을 갖는다. 단지 부상방향에서 약 40%의 퍼센트 오버슈트가 발생하고 있고, 또한 Fig. 16에서 보는 바와 같이 제어입력의 포화 가능성을 가지고 있다. 본 논문에서는 이와같은 오버슈트 및 과도한 제어입력의 보상을 위하여 부상방향의 불안정한 모드와 측면방향의 비감쇠 모드를 첨가된 새로운 설계 파라미터인 스케일링행렬을 사용하여 적절히 절충하였는 바 그 결과, 부상 방향의 오버슈트가 줄어드는 반면에 상대적으로 측면 방향에서는 부상 방향의 오버슈트 발생시간에 피크(peak) 현상이 나타나고 또한 과도한 제어입력이 요구되는 것을 관찰하였다. 이는 부상 방향과 측면 방향이 다소 연성효과를 가지고 있고 또한 각 구동자석에 가해지는 제어입력이 부상 방향의 불안정한 모드를 우선적으로 안정화시키는데 기여하기 때문으로 사료된다. 따라서 구동기의 포화를 신중하게 고려하지 않아도 될 경우라면 Fig. 15와 같이 부상 방향과 측면 방향의 응답을 적절히 절충할 수 있다. 하지만 실제적인 실현시 구동기의 응답은 이론적 수치를 따르기 어렵고 또한 그 하드웨어적인 문제점이 언제나 존재하기 마련이므로 제어시스템 설계시 포화의 가능성을 결코 배제할 수 없다. 특히, 저가제어 LTR을 수행하게 되는 LQG/LTR 제어시스템의 구성시에는 과도한 제어입력으로 인한 구동기의 포화가 문제점으로 대두되기 때문에 이의 해결방안이 더욱 요망된다.

Fig. 17과 Fig. 18은 2차 현가장치가 고려된 경우의 감도 TFM $S_w(j\omega)$ 및 페루프 TFM $C_w(j\omega)$ 의 특이

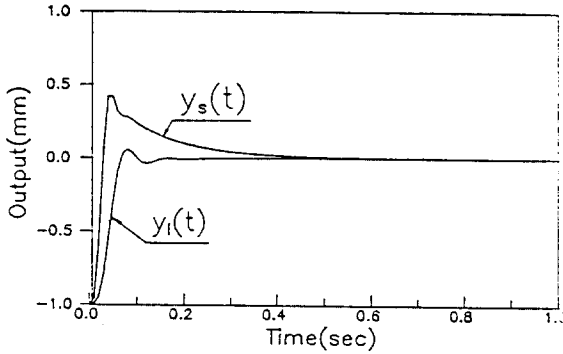


Fig. 15 Time responses of LQG/LTR control systems without secondary suspension (disturbance : $[-1 \ -1]^T$ direction)

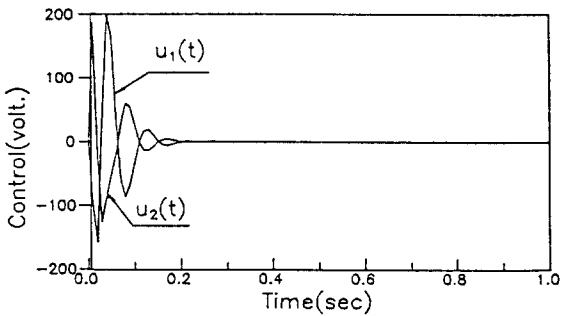


Fig. 16 Control inputs of LQG/LTR control systems without secondary suspension (disturbance : $[-1 \ -1]^T$ direction)

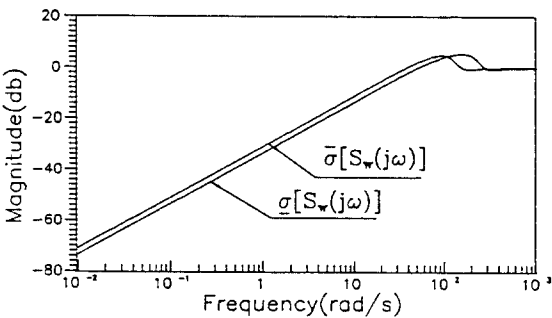


Fig. 17 Singular values of the sensitivity TFM $S_{w/o}(j\omega)$ of LQG/LTR control systems with secondary suspension

값 선도이다.

2차 현가장치가 고려된 경우의 편심배치방식 자기부상 시스템의 주파수역 특성은 2차 현가장치가 고려되지 않은 경우와 거의 같다. 단지 Fig. 15와 Fig. 17을 비교

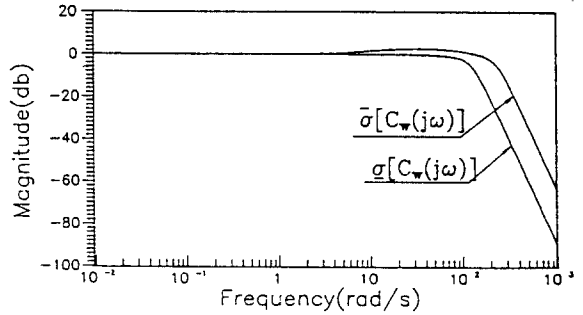


Fig. 18 Singular values of the closed loop TFM $C_{w/o}(j\omega)$ of LQG/LTR control systems with secondary suspension

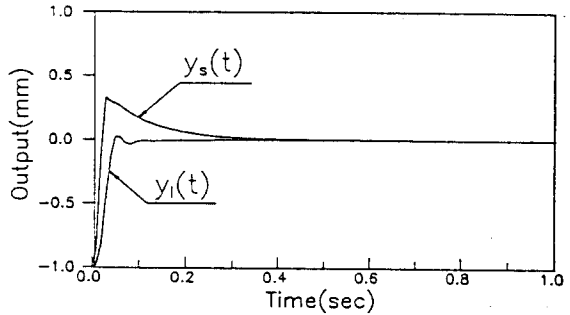


Fig. 19 Time responses of LQG/LTR control systems with secondary suspension (disturbance : $[-1 \ -1]^T$ direction)

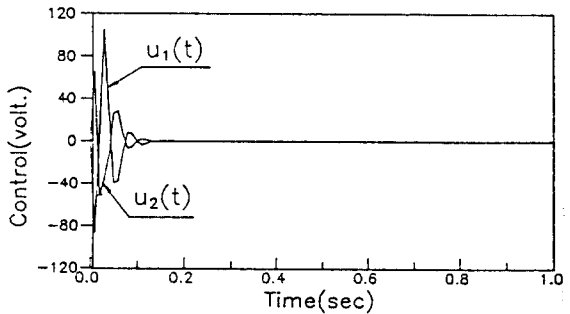


Fig. 20 Control inputs of LQG/LTR control systems with secondary suspension (disturbance : $[-1 \ -1]^T$ direction)

해볼 때, 2차 현가장치가 고려된 경우가 고려되지 않은 경우보다 외란제거 성능을 보장하는 주파수 영역이 약 20(rad/s) 정도 더 넓다.

이는 입력외란이 보다 넓은 주파수 영역에서 에너지

를 갖는다 할지라도 2차 현가장치가 고려된 시스템이 고려되지 않은 시스템 보다 더 유연하게 외란제거 성능을 갖는다는 것을 의미한다. 그리고 Fig. 19와 Fig. 20은 출력측으로 반영된 정규화된 외란이 $[-1 \ -1]^T$ 방향으로 주어졌을 때의 2차 현가장치가 고려된 경우의 출력과 제어입력의 시간응답이다.

2차 현가장치가 고려된 경우의 편심배치방식 자기부상 시스템의 시간역 성능 역시 고려되지 않은 경우와 비슷한 성능을 갖는다. 하지만 Fig. 20에서 보여주는 것처럼 제어입력은 상당한 차이가 있다. 이는 2차 현가장치가 고려됨으로써 무엇보다도 전체 자기부상 시스템의 대역폭에 변화를 주어 2차 현가장치가 고려된 자기부상 시스템이 제어입력의 포화가 발생하지 않는 범위내에서 2차 현가장치가 고려되지 않은 자기부상 시스템 보다 더 향상된 시간역 성능을 보장할 수 있음을 의미한다. 따라서 보다 좋은 성능을 갖는 자기부상 시스템의 실현

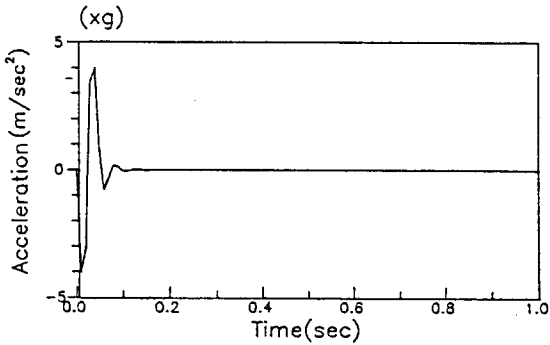


Fig. 21 Acceleration of the vehicle without secondary suspension

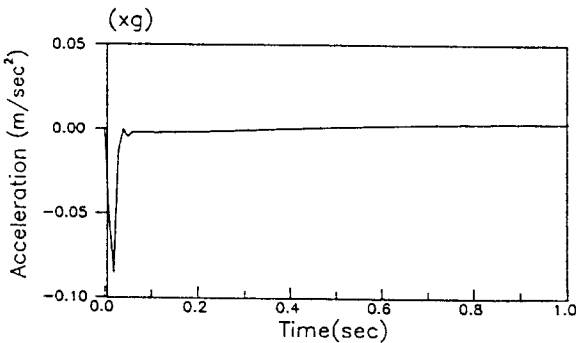


Fig. 22 Acceleration of the vehicle with secondary suspension

을 위해서는 2차 현가장치를 고려하는 것이 바람직하다고 사료된다.

그리고 Fig. 21과 Fig. 22는 2차현가가 고려되지 않은 /고려된 자기부상 시스템의 승차감 성능을 평가할 수 있는 차량의 가속도를 나타내는 그림이다.

Fig. 22에서 알 수 있는 바와 같이 2차 현가장치가 고려된 자기부상 시스템의 차량 가속도는 2차 현가장치가 고려되지 않았을 때의 구동자석이 갖는 가속도에 비해 현저하게 줄어들었다. 물론 입력외란이 다양한 주파수 영역에서 에너지를 갖는 경우에 대해 각각 시뮬레이션하여 그 성능을 평가하는 것이 올바른 해석이 되겠지만, 본 논문의 목적이 자기부상 시스템은 2차 현가가 고려될 때 승차감 성능이 무엇보다도 향상된다는 것을 이론적으로 파악하는데 있으므로 위 결과로서 충분히 확인되었다고 할 수 있다.

앞으로, 자기부상 시스템의 실현을 위해서는 승차감과 부상주행(안전성) 성능을 동시에 만족시킬 수 있는 현가장치 설계가 바람직하다. 따라서 수동 현가장치를 장착했을 때 센서를 통하여 실제 차량가속도를 피드백하여 제어시스템을 설계하든지 또는 고가의 능동 현가(active suspension) 장치 설계를 병행할 때 시스템의 성능을 향상시킬 수 있을 것으로 사료된다.

5. 결 론

흡인방식 자기부상 시스템은 본질적으로 불안정한 시스템으로서 고도의 제어기 설계가 요구된다. 특히 부상과 안내를 겸용하게 되는 편심배치방식 자기부상 시스템에서는 자기력을 발생하는 자기 변환기(magnetic transducer)의 복잡한 동역학적 특성 때문에 부상과 안내 방향에서 독특한 연성효과를 갖을 뿐 아니라 모델링에 대한 불확실성으로 제어측면에서 많은 어려움이 있다. 본 논문에서는 자기부상 시스템이 포함하고 있는 전기, 자기 그리고 기계 시스템을 본드선도 기법을 이용하여 간단히 모델링 하였으며, 또한 수동 현가장치의 시스템 파라미터값들을 정성적으로 파악하여 수동 현가장치가 1차 부상시 발생하는 물리량들에 대하여 얼마만큼의 진동절연 성능을 갖는지 간단한 시뮬레이션을 통하여 밝혔다. 그리고 제어기 설계 단계에서는 주파수역 성능과 모델링 오차에 대한 안정도-강인성 성능을 설계시 직접 고려할 수 있는 매우 강력하고 조직적인 LQG/LTR 제어방법을 2차 현가장치가 고려되지 않은

경우와 고려된 경우의 편심배치방식 자기부상 시스템에 적용하여 각각 제어시스템을 설계하고 그 성능을 서로 비교 분석하였다.

따라서 본 논문이 갖는 의미는 제어 측면에서 편심배치방식 자기부상 시스템이 갖고 있는 동역학적 특성, 2차 현가장치의 동특성 및 그 효과, 그리고 편심배치방식 자기부상 시스템의 성능 향상을 위해서는 2차 현가장치가 반드시 고려되어야함을 제시한 것이다. 앞으로 연구되어야 할 과제는 선형화 과정에서 발생한 비선형 문제 및 자속 유출량의 효과, 와류전류(eddy current)의 영향 그리고 트랙의 굽힘변위 등을 고려한 자기부상 시스템의 모델링 및 제어시스템 설계가 심도있게 다루어야 할 것이며, 2차 현가장치의 설계에 있어서도 넓은 주파수 범위내에서 항상 바람직한 성능을 가질 수 있는 능동 현가장치에 대한 연구가 이루어져야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] Sinha, P. K., "Magnetic Suspension for Low-speed Vehicle", ASME J. Dyn Sys., Meas. and Control, pp. 333-342, 1978.
- [2] Hebbale, K. V. and Taylor, D. L., "Dynamics of Ferromagnetic Suspension System", ACC, pp. 217-223, 1984.
- [3] Limbert, D. A., Richardson, H. H. and Wormley, D. N., "Controlled Dynamic Characteristics of Ferromagnetic Vehicle Suspension Providing Simultaneous Lift and Guidance", ASME J. Dyn. Sys., Meas. and Control, pp. 217-222, 1979.
- [4] Doyle, J. C. and Stein, G., "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical/Modern Synthesis", IEEE Trans. on AC, Vol. AC-26, pp. 4-16, 1981.
- [5] Karnopp, D. and Rosenberg, R. C., System Dynamics : A Unified Approach, J. Wiley & Sons., 1975.
- [6] Rosenberg, R. C., "Multiport Models in Mechanics", ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control, pp. 206-212, 1972.
- [7] 김종식, 박전수, "자기부상 시스템의 본도선도 모델링 및 LQG/LTR 제어기 설계", 대한기계학회 논문집 제15권 제5호, pp.1620-1634, 1991.
- [8] Sinha, P. K., "Electromagnetic Suspension : Dynamics and Control", IEEE Control Engineering Series 30, 1987.
- [9] Miller, L. R., "Tuning Passive, Semi-active, and Fully Active Suspension Systems", ACC, pp. 2047-2053, 1988.
- [10] 강도현, "부상용 전자석의 설계 및 해석", 한국전기연구소, 1991.
- [11] Hedrick, J. K. and Billington, G. F., "Analysis, Design and Optimization of High Speed Vehicle Suspensions Using State Variable Techniques", ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control, pp. 193-203, 1974.
- [12] 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1988.
- [13] Stein, G. and Athans, M., "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design", IEEE Trans. on AC., Vol. AC-32, pp. 105-114, 1987.