

유한차분법을 이용한 볼스크류
시스템의 열팽창 해석

정성중*, 박정균**

Thermal Expansion Analysis of the Ball Screw System
by Finite Difference Methods

Sung-Chong Chung*, Jung-Kyun Park**

ABSTRACT

Ball screw systems have been used for positioning elements of machine tools and precision tables. In order to maintain the high rigidity and accuracy, a certain amount of preload is applied between the nut and the screw of ball screw systems. However, large amount of the preload increases the frictional heat. The temperature rises remarkably at the high speed motion, and the thermal expansion degrades the positioning accuracy.

In this paper, a finite difference method is applied to analyse temperature distributions and thermal expansions of the ball screw system according to preload conditions and rotational speeds. Some simulation results show that the developed methodology is appropriate to study the thermal expansion characteristics of ball screw systems.

기호설명

A_1, A_3	: 유입열유속면적	T	: 온도
A_2, A_4	: 방출열유속면적	T_{11}, T_{12}	: 정상상태의 베어링온도
A_o	: 외기로의 방출열유속면적	T_{12}^o	: 다음단계의 온도
F_o	: 예압	T_{11}^o	: 현단계의 온도
H_1	: $\Delta t / (c \cdot \rho \cdot \Delta r)$	T_{11}	: 마찰토크
H_2	: $\Delta t / (c \cdot \rho \cdot \Delta x)$	T_{11}	: 스크류축에 접하는 너트격자의 마찰온도
L	: 스크류축 길이	T_{12}	: 너트에 접하는 스크류축 격자의 마찰온도
M	: 스크류축 길이방향의 총 격자수	$T_{11, n}$: (m, n) 번째의 노드에서 현단계의 온도
N	: 스크류 회전수	$T_{12, n}$: (m, n) 번째의 노드에서 다음단계의 온도
Q_o	: 단위격자 및 단위시간당 마찰열량	V	: 스크류축에 접하는 너트격자의 체적

* 한양대학교 공과대학 기계설계공학과 (정회원)

** 평화발레오주

V、	: 너트에 접하는 스크류축 격자의 체적	Q2, Q4	: 인접노도로의 방출열유속
a	: 열확산계수	q _e	: 외기로의 방출열유속
c	: 비열	α	: 스크류축의 선팽창계수
h	: 대류열전달계수	ΔQ	: 열에너지 차에 따라 너트로 유입되는 열량
h _i	: 너트이송시 대류열전달계수	Δr	: 격자의 반경방향 크기
h _e	: 너트정지시 대류열전달계수	Δt	: 시간 차분치
k	: 열전도율	Δx	: 격자의 축방향 크기
k ₁ , k ₂ , k ₃ , k ₄ , k ₅	: 반경차분계수	Δδ	: 격자의 열팽창량
m	: 축방향의 노드번호	δ	: 스크류축의 열팽창량
n	: 반경방향의 노드번호	θ ₁ , θ ₂	: 푸리에계수
q̇	: 단위시간당의 격자의 열량변화	ρ	: 밀도
Q1, Q3	: 인접노도로부터의 유입열유속		

1. 서 론

볼스크류(Ball Screw)의 역사는 100여년에 이르고 있으나, 고가이고 제작이 어렵기 때문에 크게 실용화 되어지지 못하였다. 그러나, 최근에 공작기계에 대한 고속화, 고정도화의 요구로 정밀도가 높고 강성이 큰 볼스크류가 제작되고 있으며, 높은 기계적 효과와 낮은 구동토크 등의 장점으로 인하여 공작기계의 정밀위치 결정요소로서 많이 이용되어지고 있다.⁽¹⁻³⁾

일반적으로 볼스크류는 너트에 예압을 가함으로써 강성을 높이고 백래쉬(Backlash)를 제거할 수 있으며 이로 인하여 고부하 및 고정도를 유지할 수 있다.⁽²⁾ 더블너트 방식의 볼스크류가 싱글너트 방식의 볼스크류에 비하여 구동성능을 저하시키지 않으면서 강성을 개선할 수 있기 때문에 NC 공작기계 등과 같은 정밀이송장치의 중요한 요소로 사용되어지고 있다. 그러나, 더블너트 방식의 볼스크류는 예압부가로 인하여, 스크류축과 너트 사이에 마찰저항과 마찰열량이 증가하게 되고, 이로 인한 볼스크류의 온도상승은 공작기계의 정밀도 관점에서 무시할 수 없는 열팽창 요인이 된다.⁽³⁻⁶⁾

본 논문에서는 大塚二郎⁽⁴⁻⁵⁾ 등의 볼스크류 연구에서 잘못 고려된 접촉시 마찰열량의 열발생 효과를 수정하였고, 유한차분법을 이용한 볼스크류의 온도분포 계산에서 계산효율 및 정확도를 증대시키기 위하여 너트 이송부위에서는 스크류축 양단부분에서 보다 격자를 보다 세분화하여 적용할 수 있는 Explicit형 유한차분법을 개발하였다. 그리고, 예압량과 그에 따른 정상상태에서의 스크

류축 양단의 베어링온도, 너트와 스크류 사이의 마찰토크, 스크류 회전수 및 외부온도를 입력으로 취하면 볼스크류의 너트와 스크류축 내부의 온도분포를 구할 수 있도록 하였고, 그에 따른 볼스크류 시스템의 열팽창량을 구할 수 있도록 함으로써 볼스크류를 정밀 공작 기계에 응용하는 경우 워밍업(Warm-up) 시간의 추정과 그의 보정에 활용되어질 수 있음을 수치해석 결과를 통하여 밝혔다.

2. 이론해석

Fig. 1은 본 논문에서 대상으로 한 더블너트 방식의 볼스크류 시스템의 모형이다. 재질은 크롬이 1% 함유된 크롬 폴리브덴(Cr-Mn) 강이며, 물성치는 Table 1. 과 같다.

Table 1. Material Properties used in This Study

c	460	J/(m ² · °C)
k	60.5	W/(m · °C)
α	1.17*10 ⁻⁵	1/°C
ρ	7865	kg/m ³

2.1 계산모델

Fig. 2는 유한차분법으로 해석하기 위한 Fig. 1과 같은 볼스크류의 모형이며 수치해석을 위하여 다음과 같이 가정하였다.

- 1) 스크류축은 중실축이며, 너트는 중공원통체로 x축

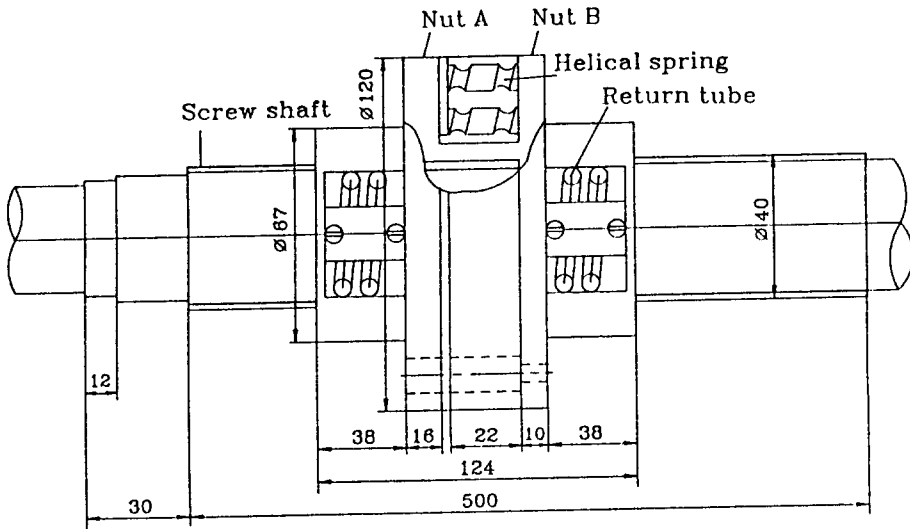


Fig.1 Schematic Diagram of Double-Nut Type Ball Screw System

에 대하여 축대칭이다.

- 2) 너트의 이송으로 인한 스크류축과 너트 사이의 마찰열량은 원통면상에서 발생하며 균등하게 배분된다.
- 3) 대류열전달계수 h 는 스크류 표면에서 일정하다.
- 4) 정상상태에서 스크류축 양단의 베어링 온도는 볼스크류 작동시 일정하다.

너트와 스크류축 내부에서의 열전도는 식(1)로 표시되며

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

여기서, 열확산계수(Thermal Diffusivity) $a=k/(\rho \cdot c)$ 이다. 식(1)에 대한 초기온도조건은

$$T = T_{\infty} \text{ in } \Omega \quad (2)$$

이 되며, 여기서 T_{∞} 는 주위온도이고, Ω 는 볼스크류의 해석영역이다.

Fig.2와 같은 치수조건에서 볼스크류 시스템의 경계조건은

$$\left. \begin{aligned} r = R_{s1} & \quad 0 < x < L_{s1} \\ L_{s1} + L_{s2} & < x < L_s \\ r = R_{s2} & \quad L_{s1} < x < x(t) \\ x(t) + L_n & < x < L_{s1} + L_{s2} \\ r = R_n & \quad x(t) < x < x(t) + L_n \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{에서} \\ & -k \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \\ & = h(T - T_{\infty}) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} R_{s1} < r < R_{s2} & \quad x = L_{s1} \\ & \quad x = L_{s1} + L_{s2} \\ R_{s2} < r < R_{sn} & \quad x = x(t) \\ & \quad x = x(t) + L_n \\ r = 0, & \quad 0 < x < L_s \text{ 에서 } \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\ x = 0, & \quad 0 < r < R_{s1} \text{ 에서 } T = T_{B1} \\ x = L_s, & \quad 0 < r < R_{s1} \text{ 에서 } T = T_{B2} \\ r = R_{s2}, & \quad x(t) < x < x(t) + L_n \text{ 에서 } T = T_{fs} \\ & \quad \text{또는 } T = T_{fn} \end{aligned} \right\} (3)$$

이다. 여기서, T_{B1} , T_{B2} 는 스크류축 양단의 베어링 온도를 나타내고, T_{fn} , T_{fs} 는 너트이송시 너트와 스크류축 접촉부의 마찰온도를 의미한다.

2.2 유한차분방정식

2.2.1 열전도에 의한 차분식

격자의 축방향 크기를 Δx , 반경방향의 크기를 Δr 로 표시하고, 볼스크류 내부의 임의위치($x=m \times \Delta x$, $r=n \times \Delta r$)에서 지배방정식(1)의 각항을 Explicit형 유한차분법으로 전개하면 열전도만이 있는 Fig.2의 격자중 15번 격자들의 다음단계 온도는

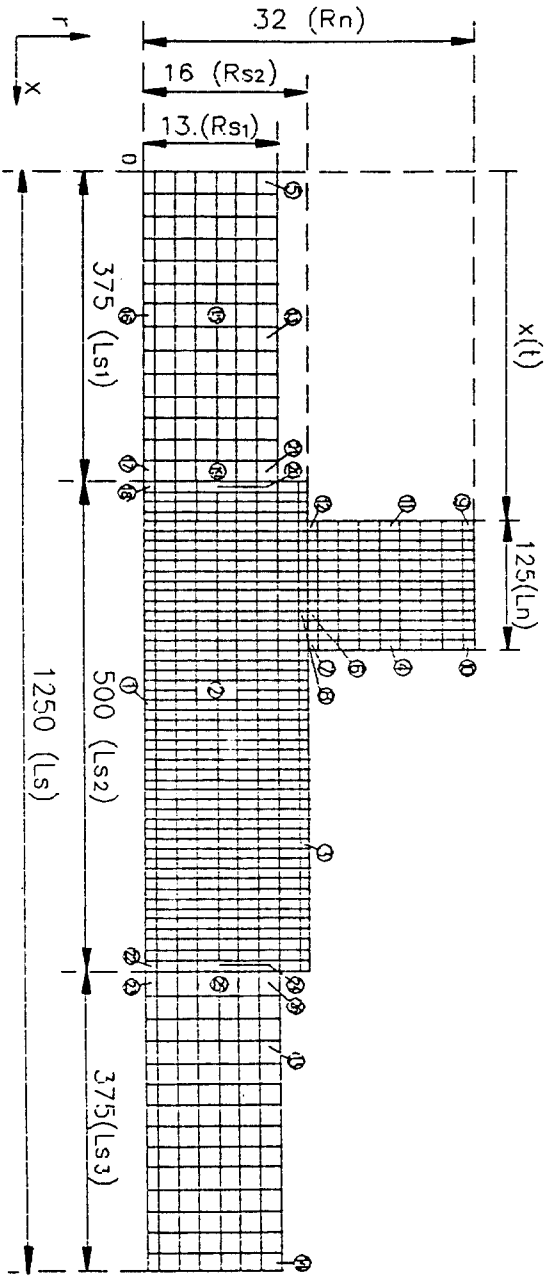


Fig. 2 FDM Model of Ball Screw System

$$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2T_{m,n}) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \theta_x &= a \cdot \Delta t / \Delta x^2 \\ \theta_r &= a \cdot \Delta t / \Delta r^2 \\ k_1 &= 1 - 0.5 / n \\ k_2 &= 1 + 0.5 / n \end{aligned}$$

이 된다. 여기서, θ_x , θ_r 은 푸리에 계수(Fourier Coefficient), k_1 , k_2 는 링(Ring)의 형상을 고려한 반경 차분계수, Δt 는 시간 차분치 이다.

2.2.2 대류열전달이 있는 격자의 차분식

외부와 열교환이 있는 격자의 차분식은 에너지 평형 방정식을 적용함으로써 구할 수 있다. 격자의 형상은 반경이 r인 링이지만, 축대칭으로 가정하였으므로, Fig. 3과 같이 축방향과 반경방향 만을 고려한 사각단면을 갖는 형상으로 표시할 수 있다. 너트의 이송구간에

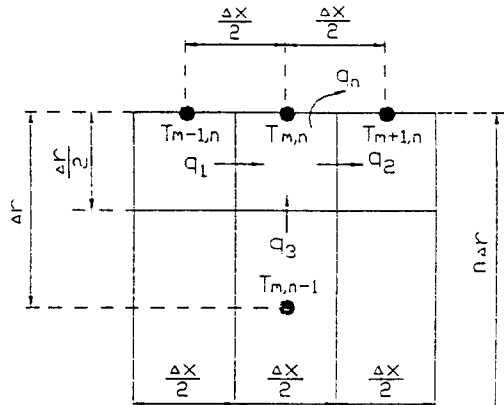


Fig. 3 Node Shape for Convection Element

있는 격자에 인접격자로부터 단위면적당 단위시간당의 유입열량을 q_1, q_3 , 인접격자로의 방출열량을 q_2 , 외기로의 방출열량을 q_n 으로 표시하고, 정미유입열량으로 인한 단위시간당 열량변화를 q 로 하면, 격자체적 $V = \pi \cdot (n - 0.25) \cdot \Delta r^2 \cdot \Delta x / 2$ 이고 유입열량 q_1, q_3 가 작용하는 면적을 A_1, A_3 , 방출열량 q_2, q_n 이 작용하는 면적을 각각 A_2, A_n 이라고 할 때 에너지 평형방정식은 식(5)와 같이 된다.

$$q_1 A_1 + q_3 A_3 = q_2 A_2 + q_n A_n + \dot{q} V \quad (5)$$

식(5)를 차분화 하면 외부와 열교환이 있는 격자중 Fig. 2의 3번 격자의 차분식은 식(6)이 된다.

$$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \cdot \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2 T_{m,n}) + \theta_r \cdot k_3 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) - T_{m,n}) + h \cdot H_r \cdot k_4 (T_{m,n} - T_{m,n})$$

여기서, $k_3 = 4 (2n - 1) / (4n - 1)$
 $k_4 = 8n / (4n - 1)$
 $H_r = \Delta t / (c \cdot \rho \cdot \Delta r)$

이고, k_3, k_4 는 반경 차분계수 이다.

2.2.3 격자형성

너트의 이송때문에 발생하는 마찰열량으로 인한 스크류축의 온도상승은 축의 양단부분 보다 너트의 이송구간에서 높기 때문에 수치해석의 정밀도를 높이기 위하여 이송구간의 격자간격을 너트 이송부에서는 양단부분 보다 조밀하게 형성시킬 필요가 있다. (7) Fig.4는 격자의 크기에 변화가 있는 요소들을 보여준다. 유입열량을 q_1, q_3 , 방출열량을 q_2, q_4 , 그리고 정미유입열량으로 인한 단위시간당 열량변화를 \dot{q} 라고 하면, 격자체적 $V = 2\pi \cdot n \cdot \Delta r^2 \cdot \Delta x / 2$ 이고, 열량이 작용하는 유입면적이 A_1, A_3 , 방출면적이 A_2, A_4 인 경우 에너지 평형방정식은 식(7)로 표현된다.

$$q_1 A_1 + q_3 A_3 = q_2 A_2 + q_4 A_4 + \dot{q} V \quad (7)$$

격자크기에 변화가 있는 요소중 20번 격자들에 대하여 식(7)을 차분화 하면

$$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (4 \cdot T_{m+1,n} + 8 \cdot T_{m-1,n} / 3 - 20 \cdot T_{m,n} / 3) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n}) \quad (8)$$

이 된다.

2.2.4 접촉격자

Fig.2의 (6), (7), (8), (12) 요소들과 같이 접촉면을 갖는 격자에서는 스크류축과 너트 사이의 접촉시 발생하는 열에너지 차에 의한 열유입과 예압등에 의한 마찰열 등이 발생하게 된다. 너트측 격자의 온도를 T_n , 링체적을 V_n 이라 하고, 스크류축 격자온도를 T_s , 링체적을 V_s 라고 하면, 두 격자의 열에너지 차에 따라서 시간 Δt 동안 너트측으로 유입되는 열량은

$$\Delta Q_N = R c \cdot \rho (T_{m,n-1} V_s - T_{m,n} V_N) \quad (9)$$

이 된다. 여기서 R은 볼스크류 접촉격자에서 스크류축으로부터 너트측으로의 열에너지 유입비(2)이다.

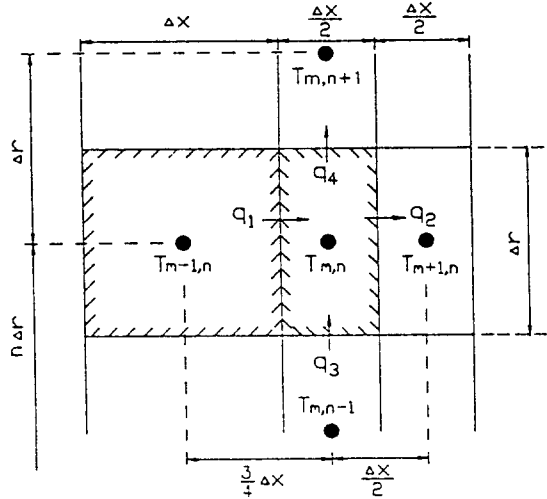


Fig.4 Node Shape for Grid Changes

볼스크류의 강성을 높이고 백래쉬를 제거하기 위한 부가 예압은 스크류축과 너트 사이에 마찰토크(Drag Torque)를 야기시킨다. (2) 이에 따른 마찰열은 너트와 스크류축에 균등하게 분배되므로 너트로 유입되는 단위 격자 및 단위시간당의 마찰열량은

$$Q_f = \frac{\pi \cdot N \cdot T_d}{60} \cdot \frac{1}{I} \quad (10)$$

이 된다. 여기서, N은 스크류 회전수, T_d 는 마찰토크, I는 너트의 축방향 분할수 이다. 인접격자와 (9) 및 (10) 식으로 주어지는 열량유입을 고려한 열에너지 평형조건을 너트측 접촉요소에 대하여 고려하면 차분식은 마찰열량에 따른 스크류축 접촉격자의 마찰온도가 식(11)로 표현되고 너트 접촉격자의 마찰온도가 식(12)로 표현되는 경우

$$T_{fs} = Q_f \cdot \Delta t / (c \cdot \rho \cdot V_s) \quad (11)$$

$$T_{fn} = Q_f \cdot \Delta t / (c \cdot \rho \cdot V_N) \quad (12)$$

Table 2의 요소(6)과 같이 주어지게 된다.

대류열전달, 격자형성 및 접촉격자 등과 이들이 복합된 특성을 갖는 Fig.2의 나머지 격자들에 대한 차분식은 2.2.1-2.2.4절의 관계들을 중첩함으로써 Table 2와 같이 얻을 수 있게 된다.

Table. 2 Difference Equations for Ball Screw System

Element	Difference Equations
1	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + 4 \theta_x (T_{m-1,1} + T_{m+1,1} - 2 T_{m,1}) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
2	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} + T_{m+1,n} - 2 T_{m,n}) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$
3	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} + T_{m+1,n} - 2 T_{m,n}) + \theta_r \cdot k_3 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h \cdot H_r \cdot k_4 (T_m - T_{m,n})$
4	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n}) + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + 2 h \cdot H_x (T_m - T_{m,n})$
5	$T_{m,n}^o = T_{m,n} = T_{s1}$
6	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2 T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_5 - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
7	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + 2 h \cdot H_x (T_m - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_5 - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
8	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} + T_{m+1,n} - 2 T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_N - T_{m,n} \cdot V_5) / V_5 + T_{fn}$
9	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h (2 H_x + k_4 \cdot H_r) (T_m - T_{m,n})$
10	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h (2 H_x + k_4 \cdot H_r) (T_m - T_{m,n})$
11	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n}) + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + 2 h \cdot H_x (T_m - T_{m,n})$
12	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + 4 \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + 2 h \cdot H_x (T_m - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_5 - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
13	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} + T_{m+1,n} - 2 T_{m,n}) + \theta_r \cdot k_1 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h \cdot H_r \cdot k_2 (T_m - T_{m,n})$
14	$T_{m,n}^o = T_{m,n} = T_{s2}$
15	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} + T_{m+1,n} - 2 T_{m,n}) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$
16	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (T_{m-1,1} + T_{m+1,1} - 2 T_{m,1}) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
17	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (4 T_{m-1,1}/3 + T_{m+1,1} - 7 T_{m,1}/3) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
18	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (4 T_{m-1,1} + 8 T_{m+1,1}/3 - 20 T_{m,1}/3) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
19	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (4 T_{m-1,n}/3 + T_{m+1,n} - 7 T_{m,n}/3) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$
20	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (4 T_{m-1,n} + 8 T_{m+1,n}/3 - 20 T_{m,n}/3) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$
21	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (4 T_{m-1,n}/3 + T_{m+1,n} - 7 T_{m,n}/3) + \theta_r \cdot k_1 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h \cdot H_r \cdot k_2 (T_m - T_{m,n})$
22	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (8 T_{m-1,1}/3 + 4 T_{m+1,1} - 20 T_{m,1}/3) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
23	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (T_{m-1,1} + 4 T_{m+1,1}/3 - 7 T_{m,1}/3) + 4 \theta_r (T_{m,2} - T_{m,1})$
24	$T_{m,1}^o = T_{m,1} + \theta_x (8 T_{m-1,1}/3 + 4 T_{m+1,1} - 20 T_{m,1}/3) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$
25	$T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} + 4 T_{m+1,n}/3 - 7 T_{m,n}/3) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2 T_{m,n})$

26 $T_{m,n}^o = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} + 4 T_{m+1,n}/3 - 7 T_{m,n}/3) + \theta_r \cdot k_1 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + h \cdot H_r \cdot k_2 (T_m - T_{m,n})$

여기서, $H_x = \Delta t / (c \cdot p \cdot \Delta x)$
 $k_5 = 4 (2n + 1) / (4n - 1)$
 $V_N = \pi \cdot (n - 0.25) \cdot \Delta r^2 \cdot \Delta x / 2$
 $V_5 = \pi \cdot (n - 0.25) \cdot \Delta r^2 \cdot \Delta x / 2$

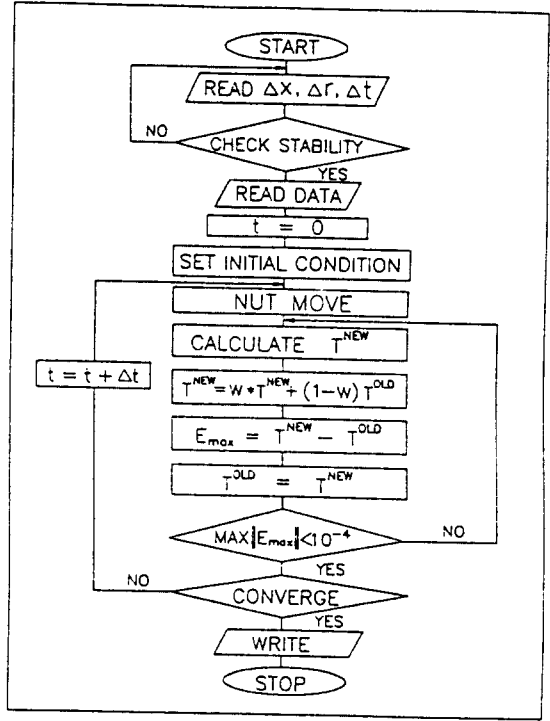


Fig.5 Flow Chart for Simulation

2.3 열팽창량

볼스크류 시스템은 일반적으로 세장비(스크류축 길이/축직경, 본 해석의 경우 1250/40=31.25)가 크고, 볼스크류를 채용한 시스템의 정밀도는 축방향의 정밀도에 좌우되기 때문에 반경방향의 열팽창량은 무시하고 축방향의 열팽창량만을 해석하였다. 축길이에 따른 반경방향의 온도 분포는 축단면에서 평균온도를 취하였고, 이 값을 T(x)로 하면, 볼스크류의 온도상승에 따른 열팽창량은

$$\delta = \alpha \cdot \int_0^L [T(x) - T_{\infty}] \cdot dx \quad (13)$$

가 된다. 여기서, α 는 스크류축의 선팽창계수이고 L은 스크류축 길이이다. 길이방향의 m번째 격자위치에서 스크류축 반경방향의 평균온도를 T(x)이라고 하면, 길

이방향의 격자와 격자사이의 열팽창량 $\Delta\delta$ 은 식(14)로 표시되고

$$\Delta\delta = \alpha \cdot [T_M(x_m) - T_{\infty}] \cdot \Delta x \quad (14)$$

스크류축의 열팽창량은 식(14)를 모든 격자에 대하여 수치적분 함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta = \alpha \cdot \sum_{m=1}^M [T_M(x_m) - T_{\infty}] \cdot \Delta x \quad (15)$$

여기서, M은 스크류축 길이방향의 총 격자수 이다.

3. 수치해석

수치해석을 스크류 회전수가 500rpm, 750rpm, 1000rpm, 1500rpm에서 예압이 980N, 1960N인 경우에 대하여 수행하였으며, 수치해석에 필요한 데이터는 大塚二郎 등⁽⁴⁾의 실험치를 인용하였다. Table. 3은 예압조건 F.와 스크류 회전수 N에 따른 대류열전달계수이며, Table. 4는 마찰토크, Table. 5는 상온 20°C에 대한 경계조건인 스크류축 양단의 베어링 온도이다. Table. 6은 너트가 1회 이송할 때 걸리는 이송시간(t.)과 스크류축을 회전시키는 모터가 이송의 양끝단에서 역회전할 때 걸리는 너트의 정지시간(t.)을 보여준다.

Table.3 Convection Heat Transfer Coefficient (h.) according to Nut Motion⁽⁴⁾

N (rpm)	W/(m ² · °C)	
	F. ₁ =980N	F. ₂ =1960N
500	25.0	27.5
750	30.0	30.0
1000	30.5	37.5
1500	38.0	40.0

Table. 4 Drag Torque(T_d)⁽⁴⁾

N (rpm)	(N · m)	
	F. ₁ =980N	F. ₂ =1960N
500	0.169	0.307
750	0.180	0.315
1000	0.187	0.321
1500	0.196	0.33

Table. 5 Bearing Temperature⁽⁴⁾

N (rpm)	F. ₁ =980N		F. ₂ =1960N	
	T _{b1}	T _{b2}	T _{b1}	T _{b2}
500	27.0	24.0	27.1	23.2
750	28.3	24.6	28.7	23.4
1000	29.0	24.4	29.9	24.2
1500	31.7	24.9	35.5	25.2

Table. 6 Nut Motion Time and Stop Time⁽⁴⁾

N (rpm)	F. ₁ =980N		F. ₂ =1960N	
	t. ₁	t. ₂	t. ₁	t. ₂
500	6.9	1.6	6.9	1.6
750	4.8	1.6	4.8	1.6
1000	3.9	1.6	3.9	1.6
1500	3.0	1.6	3.0	1.6

너트가 이송의 양끝단에서 정지할 때 대류열전달계수 h.는 8.0W/(m² · °C)으로 취하였다.⁽⁴⁾

3.1 안정조건

수치해석의 수렴성을 보장하기 위하여, Table. 2에서 각 요소들의 T_{n,n} 계수중에서 가장 작은 값을 갖는 요소 ①의 계수가 식(16)을 만족하도록 Δx , Δr , Δt 를 결정하였다.⁽⁸⁻¹¹⁾

$$1 - 8 \theta_x - 4 \theta_r > 0 \quad (16)$$

시뮬레이션시 Δx 는 4.5mm, Δr 은 2mm로 취하고, 너트와 스크류축 이송구간의 축방향 분할수를 고려하면, 너트는 Fig. 2의 L₂중의 이송구간인 450mm를 141 등분으로 나누어 이송하게 된다. Δx 를 이송하는데 걸리는 시간을 Δt 라 하고, 너트의 1회 이송시간을 141 등분으로 나누면, 식(16)을 만족하는 Δt 를 구할 수 있다. Table. 7은 스크류 회전수에 따른 Δt 를 표시한다.

Table. 7 Time Differential

N (rpm)	(sec)
500	0.048
750	0.034
1000	0.028
1500	0.021

3.2 수치해석 과정

너트를 Δt 동안에 Δx 만큼 이송시키면서 Table. 2의 차분식에 따라서 각 요소의 온도분포를 구하고, 너트를 이송구간 내에서 왕복이송 시키면서 온도분포가 정상상태에 도달할 때까지 반복 계산한다. 모터의 역회전시 너트는 이송구간 양단에서 정지하게 되는데 정지시간에 상응하는 등분수 만큼 마찰열량의 유입없이 온도분포를 계산한다. 대류열전달계수 h 는 너트가 이송할 때 h_0 으로, 너트가 정지할 때 h_1 로 치환하여 계산한다. Fig. 5는 수치해석을 위한 프로그램의 순서도를 보여준다. $T^{(n)}$ 는 현 단계의 온도를 표시하고 $T^{(n+1)}$ 는 다음 단계의 온도를 표시한다. 수렴성을 증대시키기 위한 가중계수 $W=0.8$ 로 취하였다.⁽⁶⁾ 그리고 정상상태에서의 열팽창량은 수렴이 완료된후 식(15)를 이용하여 계산한다.

4. 수치해석 결과 및 고찰

Fig. 6과 Fig. 7은 예압이 각각 980N 및 1960N인 경우에 스크류축 중심부에 존재하는 격자의 볼스크류 작동시간에 따른 온도변화를 스크류 회전수에 대하여 나타낸 것이다. 大塚二郎 등⁽⁴⁾의 실험치에서 예압으로 980N 및 1960N이 가해진 경우, 980N에서 약 2시간 경과후 500, 750, 1000, 1500rpm에서 스크류축 중심부의 경우 10, 12, 15, 18°C 정도의 온도상승이 측정되었고, 1960N의 경우 같은 조건에서 15, 18, 20, 25°C 정도의 온도상승이 측정되었다. 이들을 Fig. 6 및 Fig. 7의 경우와 비교하면 거의 유사한 값이 수치적으로 얻어질 수 있음을 볼 수 있다. 그리고 大塚二郎 등⁽⁴⁾의 실험치와 마찬가지로 수치해석의 결과에서도 볼스크류 가동후 약 2시간 후에 정상상태에 도달함을 볼 수 있다. 이로부터 정상상태에서의 온도분포와 그에 따른 열팽창량은 식(15)를 통하여 구할 수 있고, 볼스크류를 정밀 공작기계에 응용하는 경우 작동조건에 따라서 워업 시간의 추정이 가능하게 이루어 질 수 있게 된다. 또한, 정상상태에서 열팽창량이 추정되면 NC 공작기계의 경우 수치제어 장치에서 피치오차 보상⁽³⁾을 통하여 볼스크류의 열변형오차를 보정할 수 있게 된다.

Fig. 8부터 Fig. 15는 정상상태에 도달한 후, 예압이 980N과 1960N인 경우에 스크류 회전수에 따른 볼스크류의 온도분포를 그린 것이다. 정상상태에서 스크류축 중앙부의 온도가 너트부의 온도보다 높게 나타남을 볼

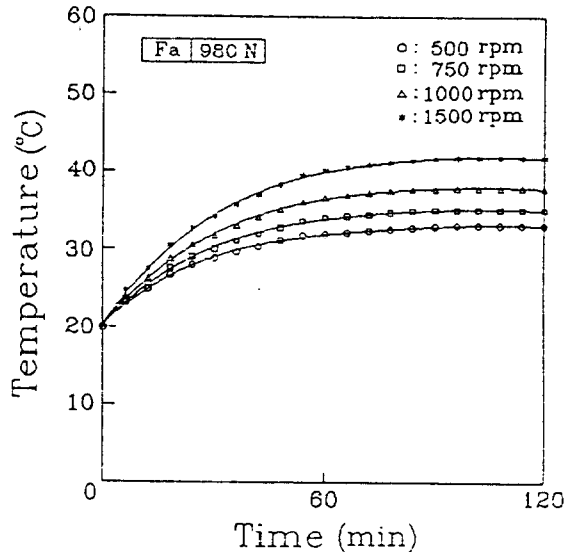


Fig. 6 Temperature vs. Time for F.=980N(Center point of Screw shaft)

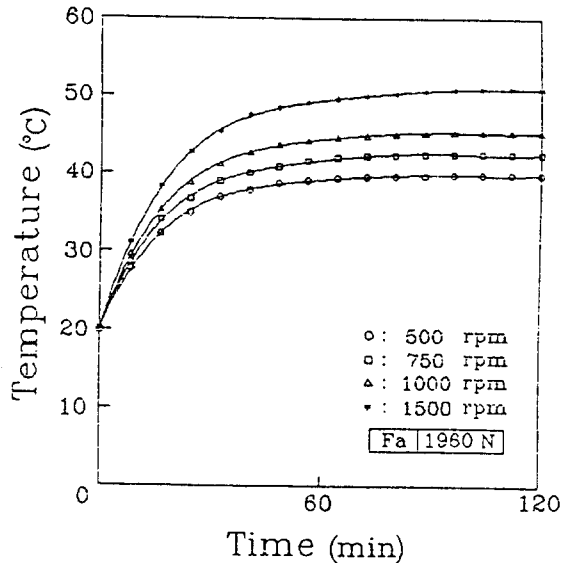


Fig. 7 Temperature vs. Time for F.=1960N (Center point of Screw shaft)

수 있으며, 반경방향의 온도차가 적음을 알 수 있다. 예압이 동일한 상태에서는 스크류 회전수가 고속인 경우에 온도분포가 높게 나타남을 알 수 있다. 또한 스크류 회전수가 동일한 때는 예압이 높은 상태에서 온도분포가 높게 나타남을 알 수 있다.

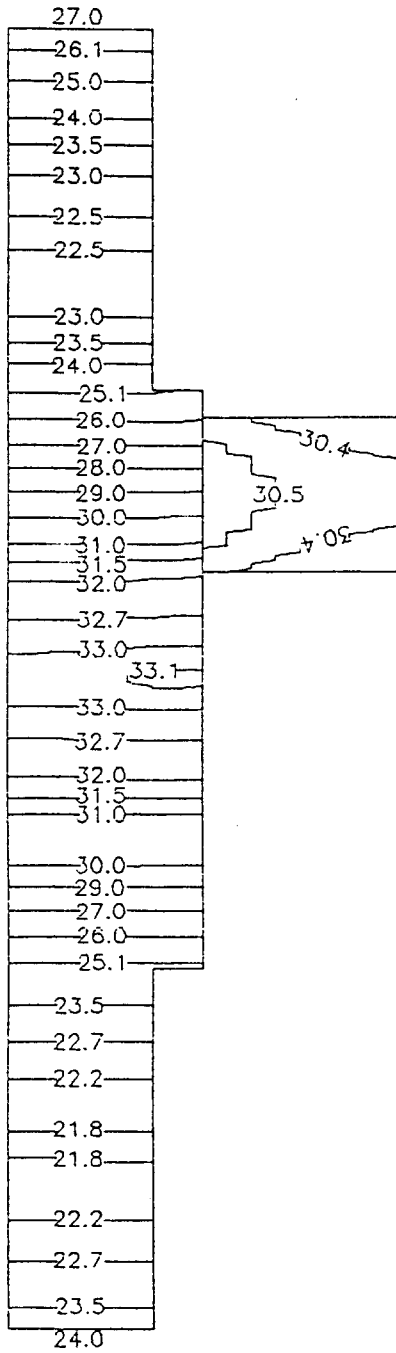


Fig.8 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_t=980N$, $N=500rpm$ (at Steady-state)

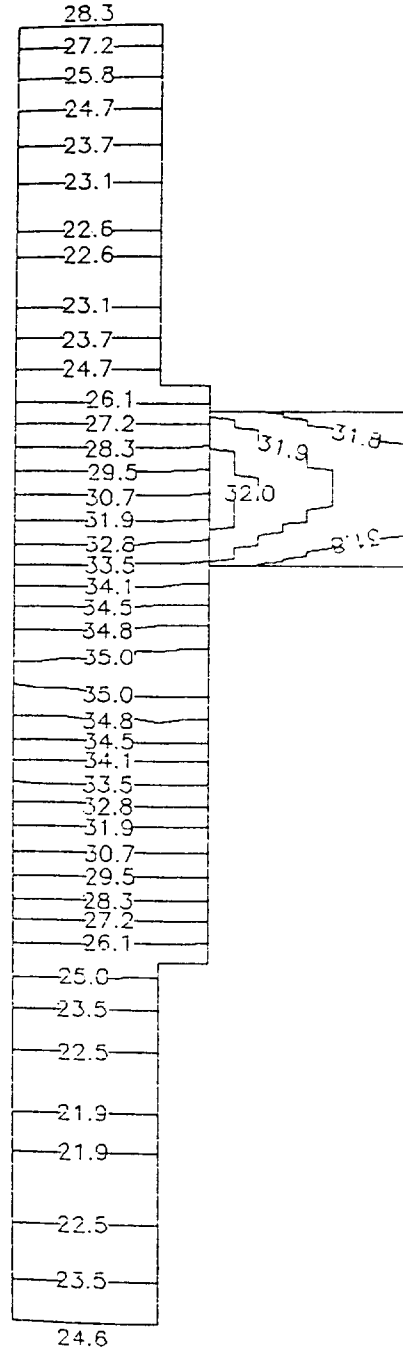


Fig.9 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_t=980N$, $N=750rpm$ (at Steady-state)

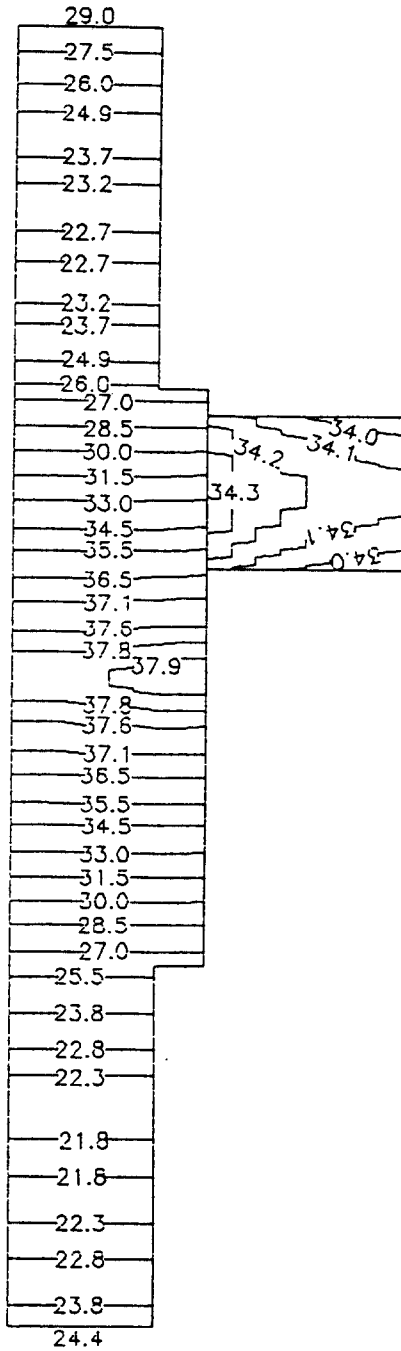


Fig. 10 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_s=980N$, $N=1000rpm$ (at Steady-state)

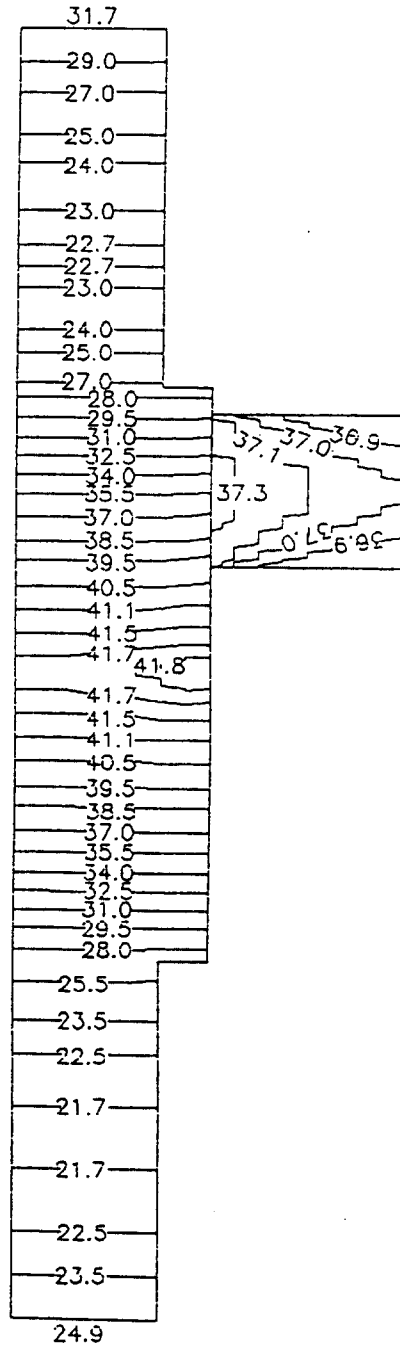


Fig. 11 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_s=980N$, $N=1500rpm$ (at Steady-state)

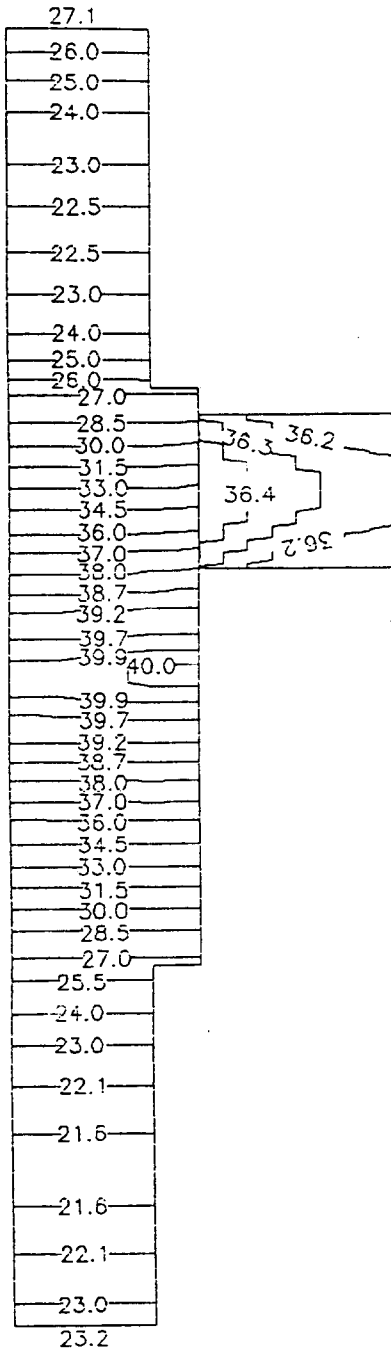


Fig. 12 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_s = 1960\text{N}$, $N = 500\text{rpm}$ (at Steady-state)

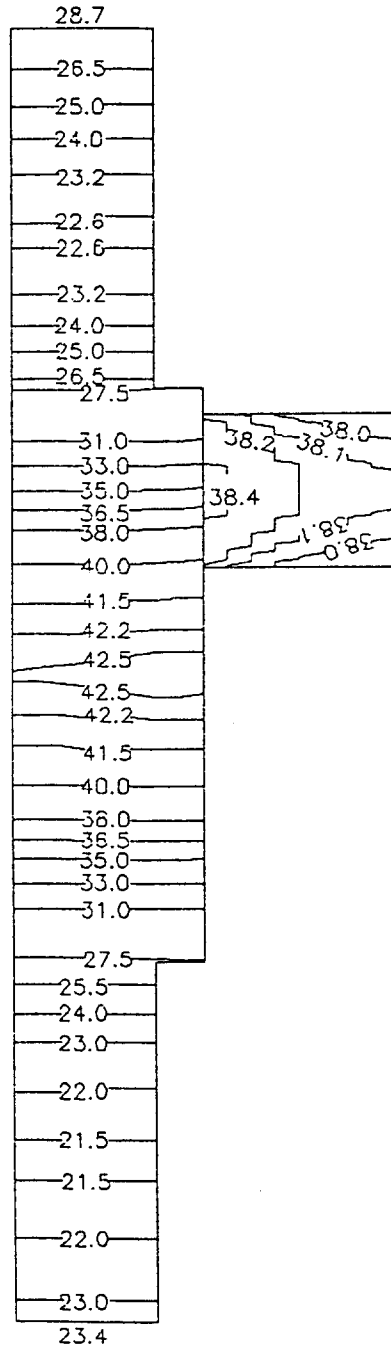


Fig. 13 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_s = 1960\text{N}$, $N = 750\text{rpm}$ (at Steady-state)

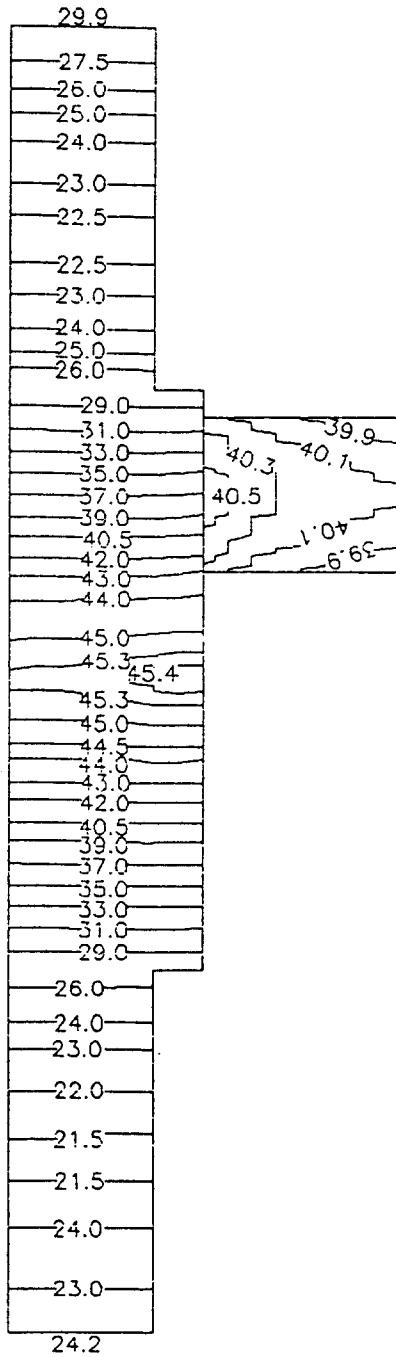


Fig. 14 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_c=1960N$, $N=1000rpm$ (at Steady-state)

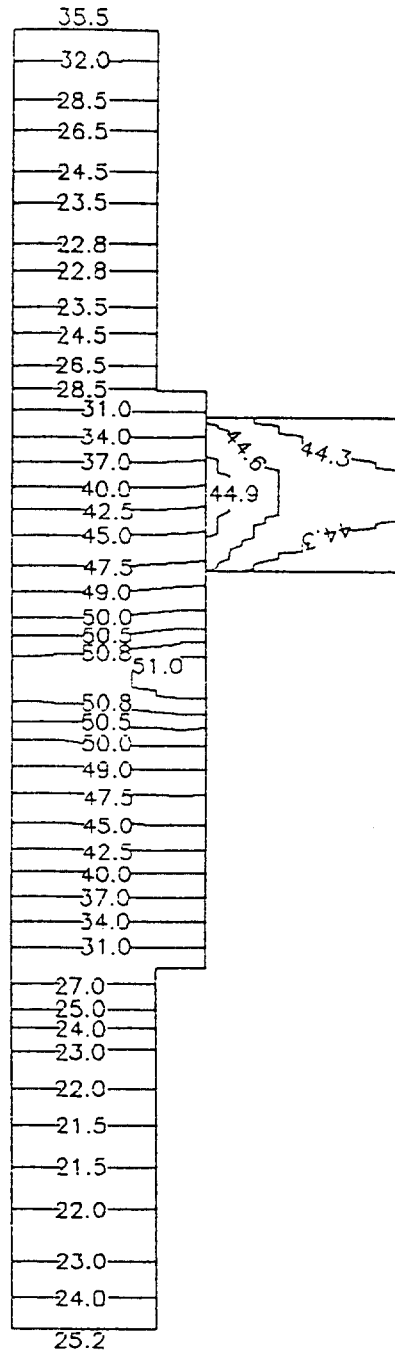


Fig. 15 Temperature Distributions of Ball Screw System for $F_c=1960N$, $N=1500rpm$ (at Steady-state)

Fig. 16은 예압이 980N, Fig. 17은 1960N인 경우에 정상상태에서 스크류 회전수에 따라 스크류축의 반경방향에 대한 평균온도를 축방향으로 나타낸 것이다. 온도분포가 너트의 이송구간인 중앙점에서 양쪽으로 450mm 구간에서 높음을 볼 수 있는데, 이는 너트의 이송으로 스크류축에 유입되는 마찰열량이 축적되기 때문이다. 그리고 양끝단에서는 지지 볼베어링의 경계조건 때문에 온도가 상승하지만 양끝단과 너트 이송부 사이에서는 대류열전달에 의하여 열량이 외부로 방출되기 때문에 스크류축 길이에 따라 온도구배가 발생하게 된다.

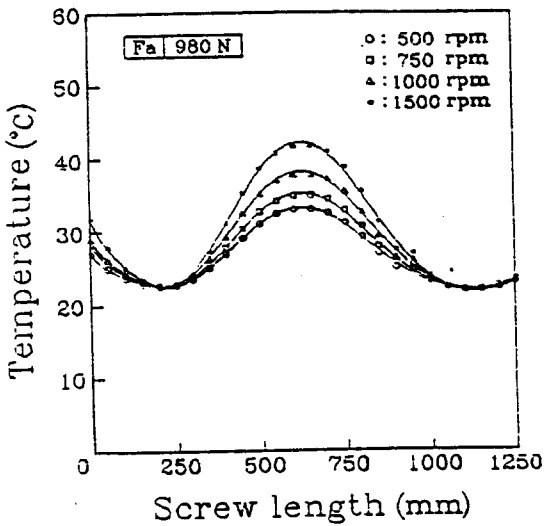


Fig. 16 Average Temperatures along Screw Length for $F_a = 980\text{N}$ (at Steady-state)

Fig. 18은 정상상태에서 스크류축의 열팽창량을 예압조건과 스크류 회전수에 따라서 나타낸 것이다. 예압이 동일한 상태에서는 스크류 회전수가 고속일수록 열팽창량이 증가하고, 스크류 회전수가 동일한 경우에는 예압이 클수록 열팽창량이 증가함을 볼 수 있다.

5. 결론

격자 간격이 다른 Explicit형 유한차분법을 이용하여 더블너트 방식의 볼스크류의 온도분포와 열팽창량을 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 예압량에 따른 정상상태에서의 스크류축 양단의 베어링 온도, 너트와 스크류축 사이의 마찰토크,

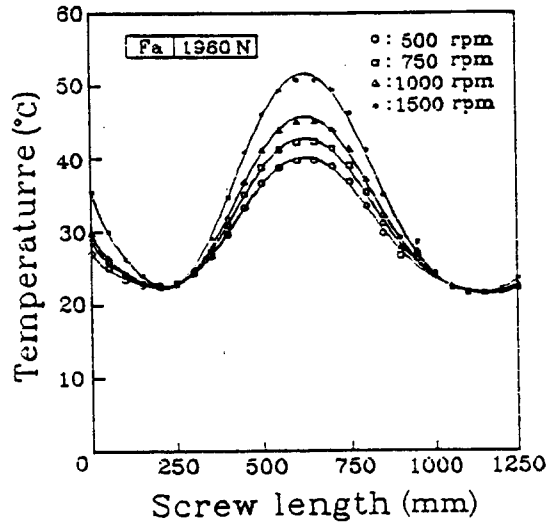


Fig. 17 Average Temperatures along Screw Length for $F_a = 1960\text{N}$ (at Steady-state)

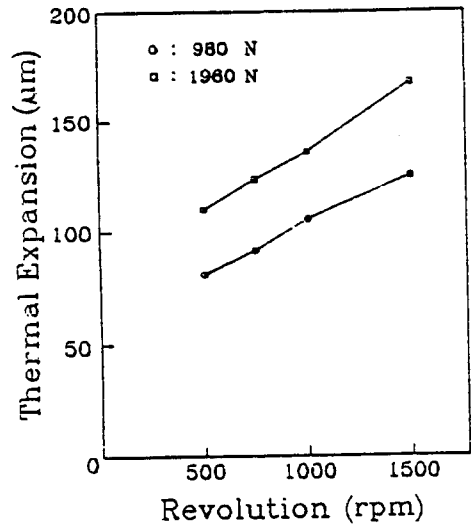


Fig. 18 Thermal Expansions at Steady-State

스크류 회전수, 물성치, 외부온도를 입력하면, 정상상태에서의 볼스크류 온도분포와 열팽창량을 구할 수 있는 시뮬레이터를 개발하였다.

- 2) 스크류 회전수가 동일한 경우 예압량이 클수록 볼스크류의 온도분포와 열팽창량이 증가함을 알 수 있었고, 예압량이 같은 경우 스크류 회전수가 고속일수록 볼스크류의 온도분포와 열팽창량이 증가

함을 알 수 있었다.

- 3) 공작기계의 이송오차를 줄이기 위해서는 정상상태에서 볼스크류의 열팽창량을 보상하고, 공작기계의 워업(Warm-up) 시간을 2시간 정도 주는 것이 바람직함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. 大瀧俊夫, "ボールねじの開発と歴史", 精密工學會誌, Vol. 55, No. 3, pp. 476~479, 1989.
2. 井澤實, ボールねじとその應用技術, 工業調査會, 1990.
3. 垣野義昭 등, "NC 工作機械におけるボールねじの熱變位補正", 精密工學會誌, Vol. 54, No. 9, pp. 1753~1758, 1988.
4. 大塚二郎 등, "ボールねじの熱膨張に関する研究-定壓豫壓の場合-", 精密工學會誌, Vol. 50, No. 4, pp. 646~651, 1984.
5. 大塚二郎 등, "ボールねじの熱膨張に関する研究-差分法による溫度分布計算-", 精密工學會誌, Vol. 53, No. 12, pp. 1899~1901, 1987.
6. Takafuji, K. and Nakshima, K., "Stiffness of a Ball Screw with Consideration of Deformation of the Screw, Nut and Screw Thread", JSME International Journal, Series III, Vol. 33, No. 4, pp. 620~626, 1990.
7. David R. Croef, David G. Lilley, Heat Transfer Calculations Using Finite Difference Equations, Applied Science Publisher LTD., London, 1977.
8. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Numerical Methods for Engineers, Mc GRAW-Hill Book Company, N. Y., 1987.
9. Suhas V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Mc GRAW-Hill Book Company, N. Y., 1989.
10. A. R. Mitchell, Computational Methods in Partial Differential Equations, John Wiley & Sons, Inc., London, 1976.
11. Germund Dahlquist, Ake Björck, Numerical Methods, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1974.