

이 논문은 1991년도 인하대학교 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

압전필름이용 유연 링크지 메카니즘의 진동제어

최 승 복*, 정 재 천*, 구 본 권**

Vibration Control of Flexible Linkage Mechanisms Using Piezoelectric Films

Seung-Bok Choi*, Chae-Cheon Cheong*, Bon-Kweon Koo**

ABSTRACT

A control methodology for suppressing the elastodynamic responses of high-speed flexible linkage mechanisms is presented by adopting the concept of smart structures featuring piezoelectric films. The dynamic modeling of the proposed mechanism is accomplished by employing a finite element formulation which accounts for dynamic motion in both inertial and elastic coordinates. The dynamics of piezoelectric actuators and sensors bonded on the original flexible structure are developed for one-dimensional beam in conjunction with the modal analysis. The linear optimal controller which consists of a feedback control law and a Luenberger observer is employed. Numerical simulation is performed to evaluate the improvement of elastodynamic responses.

Key Words : Piezoelectric Film(압전필름), Smart Structure(스마트 구조물), Flexible Linkage Mechanism(유연 링크지 메카니즘), Vibration Control(진동제어), Optimal Control(최적 제어), Control Spillover(제어 스페일오우버)

NOMENCLATURE

A_i	: Sectional area	T	: Kinetic energy
d_{31}	: PVDF strain constant	u	: Nodal displacement vector
e_i	: Unit vector	\hat{V}	: Strain energy
$E_i I_i$: Bending stiffness	$\hat{V}(t)$: Input voltage
$F(x)$: Axial force	$\bar{V}(t)$: Output voltage
g_{31}	: PVDF stress constant	$\omega_i(t)$: Natural frequency
$h(\cdot)$: Heavyside step function	ρ_i	: Mass density
I	: Unit matrix	ζ_i	: Damping ratio
k_{31}	: PVDF electromechanical coupling factor	$(\dot{\cdot})$: Time derivative
M	: Bending moment	(\prime)	: Spatial derivative
N_i	: Shape function	$\text{diag}(\cdot)$: Diagonal matrix
r_i	: Position vector of any point		

* 인하대학교 기계공학과(정회원)

** 서울산업대학 금형설계학과

1. 서 론

로봇의 고속운동을 위한 구조경량화, 기름을 절약하기 위한 자동차 구조의 경량화 및 피할 수 없는 대형 구조물의 경량화 요구에 따라 진동 문제가 심각하게 대두되어 능동 진동 제어를 위한 첨단기술의 일환으로 최근 'smart' 또는 'intelligent' 구조물 개발에 많은 연구가 진행중이다. 구조물 자체가 감지, 제어 및 계산능력을 갖고 있는 구조물을 표현하기 위해 이러한 용어가 사용되고 있다.⁽¹⁾ 스마트 구조물은 현존하는 금속 또는 복합재료 구조물등에 분포형(distributed type)의 액츄에이터 및 센서를 접합 혹은 삽입함으로써 구조물 자체가 예측하기 힘든 외부환경 조건변화에 대해 고유의 지능으로 유효 적절히 대처할 수 있는 기능을 보유하고 있는 것을 말한다. 이러한 기능은 외부의 전압 혹은 열을 통해 구조물의 질량, 강성 및 댐핑 효과등을 정조(tuning) 혹은 제어함으로써 가능하며, 따라서 악조건 하에서 사용되는 구조물의 정적 특성 및 동탄성 특성제어에 많이 응용되고 있다.

현재 스마트 구조물을 형성하는 매체에는 액츄에이팅 및 센싱능력을 모두 갖고 있는 압전 재료(piezoelectric materials)⁽²⁾⁽³⁾, 액츄에이팅 능력만을 보유하고 있는 형상 기억 합금(shape memory alloys)⁽⁴⁾ 및 전기점성 유체(electro-rheological fluids)⁽⁵⁾ 등이 있다. 잘 알려진 바와 같이 형상 기억 합금은 열의 공급에 의해 기억된 형상으로의 복귀를 위한 구속력(constraint force)을 이용하여 진동제어를 하며, 전기점성 유체는 전기장(electric field)의 공급으로 구조물 자체의 강성 및 댐핑 효과등을 능동적으로 제어한다. 그리고 압전재료는 힘 혹은 압력의 부하에 의해 전압이 발생하기 때문에 센서로 사용할 수 있으며 이와는 반대로 전압의 공급에 의해 모멘트 혹은 응력등이 발생하기 때문에 이를 이용 액츄에이터로 사용할 수 있다. 본 논문에서는 기존의 압전 세라믹에 비해 광범위한 사용주파수 영역, 높은 출력력의 장점을 갖고있는 압전 필름을 이용한 스마트 구조물로 구성된 유연 링크지(flexible linkage) 메카니즘의 진동 제어에 관하여 연구하고자 한다.

지난 십여년간 유연 링크지 메카니즘에 대한 동적 해석은 많은 사람들에 의해 연구되어 왔으나 설계와 관련된 메카니즘 구성상의 복잡성 때문에 두드러진 관심의 집중은 없었던 실정이다. 일반적으로 메카니즘의 동탄성 응답을 향상시키기 위한 방법으로는 다음 네가지를 들

수 있다. 첫째 방법은 알루미늄, 철 등 종래의 재료로 만든 유연 링크에 대한 기하학적 최적 설계를 통해 성능 향상을 꾀하는 것이며,⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 둘째 방법은 기존의 금속재료에 비해 무게 대 강성비가 매우 높으며 댐핑 효과 또한 우수한 복합 재료를 사용하여 진동 감소 효과를 가져오는 것이다.⁽⁸⁾ 셋째 방법은 마이크로 프로세서로 제어되는 액츄에이터등을 사용하여 메카니즘의 동탄성 응답을 저해하는 악조건에 대하여 메카니즘의 강성(robustness)을 꾀하는 것이다. 그리고 넷째는 스마트 구조물 개발을 통한 유연 링크지 메카니즘의 동탄성 응답을 향상시키는 방법으로 이에 대한 연구는 아직 초기 단계라 할 수 있다.

본 연구에서는 스마트 구조물 개념을 도입하여 유연 링크지 메카니즘의 진동 제어에 관해 살펴보고자 한다. 압전필름(혹은 PVDF)을 특징으로는 유연 컨넥팅 로드(connecting-rod)로 구성된 슬라이더 크랭크(sliding-crank) 메카니즘에 대한 수학적 모델을 위해 유한 요소법이 적용되었으며 기본 구조물 상하부에 접합된 압전 필름 액츄에이터 및 센서 모델을 위해 모우드 해석(modal analysis)법이 이용되었다. 메카니즘 모델의 상태 방정식 표현 후, 귀환 제어기와 Luenberger 관측기로 구성된 최적 제어 폐회로 시스템을 구성하였다. 제어기는 잔류 모우드(residual mode)에 의한 제어 스피로우버(control spillover)를 피하기 위해 충분한 모우드를 고려하여 설계 되었으며, 관측기는 관측 스피로우버(observer spillover) 현상을 피하기 위해 제어되지 않는 잔류 관측될 수 있는 모우드 까지를 고려하여 설계하였다. 제안된 방법의 논리성과 제어기의 효율성을 입증하기 위해 현재 상품화가 되어있는 압전 필름의 한 종류를 택하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 메카니즘의 모델링

메카니즘의 지배 방정식 도출을 위해 Fig. 1과 같이 일반적인 평면(planar) 메카니즘의 동탄성 운동을 고려한다. 이 그림에서 OXY 축은 관성 기준(inertial reference)좌표계를 나타내며, oxy 축은 변형이전의 연속체(continuous body)에 고정된 Lagrangian 좌표계이다. 시간 t에서 연속체내에 있는 점 P의 위치 벡터는 다음과 같다.

$$r_i = r_{oi} + r_{ri} + u_i \quad (1)$$

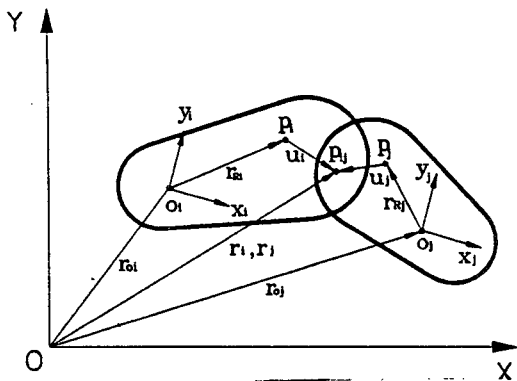


Fig. 1 Generalized coordinate of two adjacent links

여기서 r_{0i} , r_{1i} 및 u_i 는 oxy 좌표계에서 측정된 원점의 위치 벡터, 기준(reference) 상태에 있어서의 점 P의 위치벡터 그리고 변형 변위(deformation displacement) 벡터 등을 각각 나타낸다. 따라서, Fig. 2에서 보는 바와 같이 한 요소에 있어서의 일반적인 점 P는 고정 기준 좌표계 및 상대 회전(relative rotating) 좌표계에서 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

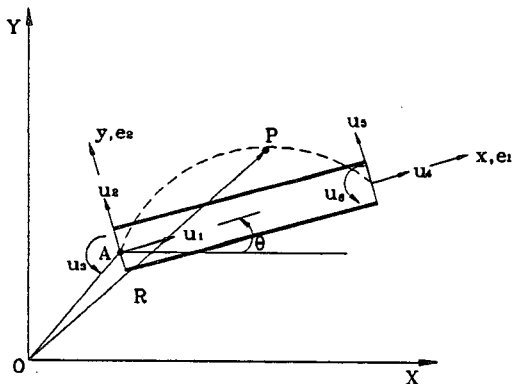


Fig. 2 Nodal displacement of each element

$$R_i = [X_A + (x + u_x)\cos\theta - u_y\sin\theta] i + [Y_A + (x + u_x)\sin\theta - u_y\cos\theta] j \quad (2)$$

$$r_i = [X_A\cos\theta + Y_A\sin\theta + x + u_x] e_1 + [-X_A\sin\theta + Y_A\cos\theta + u_y] e_2 \quad (3)$$

여기서 $(X_A + Y_A)$ 는 관성축에 대한 점 A의 상대 위치 벡터이며, u_x 와 u_y 는 각각 ox 방향의 축변형(axial

deformation)과 oy 방향의 횡변형(transverse deformation)을 나타낸다. 따라서, e_1 및 e_2 방향에 있어서의 유연 링크의 변형은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_x = [N_x] \{ u \}$$

$$u_y = [N_y] \{ u \} \quad (4)$$

여기서 N_x 와 N_y 는 형상함수이며 u 는 절점 변위 벡터를 나타낸다. 따라서, 식 (3)을 시간에 대하여 미분한 후 식 (4)와 연계하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{r}_i = [\dot{X}_A\cos\theta + \dot{Y}_A\sin\theta - [N_y]\{u\}\dot{\theta} + [N_x]\{\dot{u}\}] e_1 + [-\dot{X}_A\sin\theta + \dot{Y}_A\cos\theta + x\dot{\theta} + [N_x]\{u\}\dot{\theta} + [N_y]\{\dot{u}\}] e_2 \quad (5)$$

제안된 유연 링크는 기존 구조물과 액추에이터 및 센서로 이용되는 압전필름의 두 성분으로 구성되며 따라서 만일 변위 compatibility 조건을 만족하는 완전한 접합 상태를 가정한다면 균일한 단면적을 갖는 요소길이 l 의 운동 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T_e = \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{A} \int_0^l \dot{r}_i \cdot \dot{r}_i dx \quad (6)$$

여기서 $\tilde{\rho} \tilde{A} = \rho_s A_s + \rho_p A_p$ 이다. 첨자 (s)와 (p) 각 기본 구조물 성분 및 압전필름 성분을 표시한다. 따라서

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -[N_y] \{u\} \\ x + [N_x] \{u\} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} [N_x] \\ [N_y] \end{bmatrix}, \quad \dot{q} = [\dot{p} \quad \dot{\theta}] \quad (7)$$

$$\dot{p} = [\dot{X}_A\cos\theta + \dot{Y}_A\sin\theta - \dot{X}_A\sin\theta + \dot{Y}_A\cos\theta]^T$$

로서 정의함으로써 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_e = \frac{1}{2} [\dot{q} \quad \dot{u}] \begin{bmatrix} [m_{qq}] & [m_{qu}] \\ [m_{qu}]^T & [m_{uu}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 [m_{qq}] &= \tilde{\rho} \tilde{A} \int_0^l \begin{bmatrix} I & A \\ A^T & A^T A \end{bmatrix} dx \\
 [m_{qu}] &= \tilde{\rho} \tilde{A} \int_0^l \begin{bmatrix} B \\ A^T B \end{bmatrix} dx \\
 [m_{uu}] &= \tilde{\rho} \tilde{A} \int_0^l [B^T \ B] dx
 \end{aligned} \tag{9}$$

한편 한 요소의 스트레인 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_e &= \frac{1}{2} \int_0^l \tilde{E} \tilde{I} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \right)^2 dx \\
 &+ \frac{1}{2} \int_0^l \tilde{E} \tilde{A} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 dx \\
 &+ \frac{1}{2} \int_0^l F(x) \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 dx
 \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 $\tilde{E} \tilde{I} = E_s I_s + E_p I_p$, $\tilde{E} \tilde{A} = E_s A_s + E_p A_p$ 이며, $F(x)$ 는 x 축 방향의 힘(axial force)을 나타낸다. 따라서, 식(4)와 연계하면 스트레인 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 V_e &= \frac{1}{2} \{u\}^T [k_1] \{u\} + \frac{1}{2} F_1 \{u\}^T [k_2] \{u\} \\
 &+ \frac{1}{2} \Delta F \{u\}^T [k_3] \{u\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 F_1 은 $x=0$ 에서의 x 축 방향 힘을, ΔF 는 $x=0$ 과 $x=l$ 에서의 x 축 방향 힘의 차를 나타내며 $[k_i]$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [k_1] &= \int_0^l \tilde{E} \tilde{I} [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}^T [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} dx \\
 [k_2] &= \int_0^l [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}^T [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} dx \\
 [k_3] &= \int_0^l \frac{x}{l} [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}^T [N_y] \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} dx
 \end{aligned} \tag{12}$$

따라서, 유연 링크지 시스템의 전체 운동 및 스트레인 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T = \sum_{i=1}^{n_1} (T_i) \quad V = \sum_{i=1}^{n_1} (V_i) \tag{13}$$

여기서 n_1 는 시스템의 링크 수, T_i 및 V_i 는 i 번째 링크의 운동 및 스트레인 에너지를 뜻하며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_i &= \sum_{j=1}^n (T_e)_j \\
 V_i &= \sum_{j=1}^n (V_e)_j
 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 n 은 i 번째 링크의 요소 수를 나타낸다. 한편 i 번째의 일반적인 구속 방정식(generalized constraint equation)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \psi_i &= \psi_i(q_1, q_2, \dots, q_l, u_1, u_2, \\
 &\dots, u_{3(N+1)})
 \end{aligned} \tag{15}$$

여기서 q^l 는 일반화된 관성 좌표계를 나타내며, $u_3(\dots, \dots)$ 는 일반화된 탄성좌표계를 나타낸다. 따라서, 관성 및 탄성 좌표계에서의 시스템 지배 방정식은 다음의 Lagrangian 식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} - \sum_{j=1}^{n_2} \lambda_j \frac{\partial \psi_j}{\partial q_i} \\
 = Q_i, \quad i = 1, \dots, l
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_k} + \frac{\partial V}{\partial u_k} \\
 = Q_k, \quad k = 1, \dots, 3(N+1)
 \end{aligned} \tag{17}$$

여기서 n_2 는 구속 방정식의 수를, λ_j 는 Lagrange multiplier를 나타내며 Q_i 및 Q_k 는 generalized force를 나타낸다. 식(13)과 (15)를 식(16)과 (17)에 대입하면 제안된 메카니즘의 운동 방정식을 얻을 수 있으며 이를 global 좌표계에서 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [M_{qq}] & [M_{qu}] \\ [M_{qu}]^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{g\} \\ \{f\} \end{bmatrix} - [M_{qu}] \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$[M_{uu}] \ddot{u} + [K] \{u\} = \{h\} - [M_{qu}]^T \ddot{q} \tag{19}$$

여기서

$$[K] = [K_1] + [K_2] + [K_3]$$

$$g_k = \sum_{i=1}^p F_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} - [M_{qq} \quad M_{qu}] \begin{bmatrix} \dot{q} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$k = 1, \dots, \ell$$

$$f_p = \sum_{i=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial q_i \partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_k + \sum_{j=1}^{3(N+1)} \sum_{\ell=1}^{3(N+1)} \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial u_j \partial u_{\ell}} u_j \cdot u_{\ell} + \sum_{j=1}^{3(N+1)} \frac{\partial \psi_p}{\partial u_j} \dot{u}_j$$

$$p = 1, \dots, n_2$$

$$h_j = \sum_{i=1}^p F_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial u_j} + \frac{1}{2} [\dot{q} \quad \dot{u}] \begin{bmatrix} \frac{\partial M_{qu}}{\partial u_j} \\ \frac{\partial M_{uu}}{\partial u_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} - [M_{qu}^T \quad M_{uu}] \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{u} \end{bmatrix},$$

$$j = 1, \dots, 3(N+1) \quad (20)$$

상기 식에서 g_k 및 h_j 는 구심력과 Coriolis 성분 및 모든 외력(external force)을 포함하고 있으며 f_p 는 메카니즘의 loop-closure 방정식에서 기인되는 구심력 및 Coriolis 성분을 포함하고 있다. 서론에서 언급했듯이 본 연구의 목적이 압전필름 형태의 액추에이터 및 센서를 이용하여 유연 링크의 진동을 제어하는 것이기 때문에 이후 동탄성 특성을 지배하는 식(19)만을 고려한다. 그러나 수치 해석상에서는 초기값 q 등을 얻기위해 식(18)을 이용해야 한다. 따라서 압전필름 액추에이터로부터 제어력 $F_c(x, t)$ 가 유연 링크에 가해진다면, 그리고 구조물의 댐핑 모델을 위해 비례 댐핑(proportional damping)으로 가정한다면 식(19)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M_{uu}] \ddot{\{u\}} + [C] \dot{\{u\}} + [K] \{u\} = Q(x, t) + F_c(x, t) \quad (21)$$

여기서

$$[C] = \alpha[M_{uu}] + \beta[K_1]$$

$$Q(x, t) = \{h\} - [M_{qu}]^T \{\ddot{q}\}$$

3. 액추에이터 및 센서의 모델링

산업용 기계 시스템을 구성하는 대부분의 유연 메카니즘의 경우 특정한 링크의 강제 진동 주파수는 축 방향의 제1차 고유 주파수 보다 매우 낮으며 축방향의 힘 또한 횡방향(transverse)의 진동에 적은 영향을 준다.⁽¹⁰⁾ 따라서 본 연구에서는 액추에이터 및 센서 모델링을 위해 축방향의 진동을 간주하지 않는다. Fig. 3은 기존 구조물에 액추에이터 및 센서로서의 역할을 위해 각각 상하면에 압전 필름을 접합시킨 보(beam) 형태의 링크 단면으로서 횡방향의 진동만을 고려한 1차원 모델을 나타낸다. 그림에서 보는바와 같이 이러한 스마트 구조물의 형상은 액추에이터 및 센서의 위치가 같은 곳에 있는 collocated 형태의 제어 시스템이라고 할 수 있다.

외부의 전압에 의해 액추에이터로부터 발생하는 굽힘 모멘트는 힘에 대한 평형방정식(equilibrium equation)으로부터 구할 수 있다. 중립축에 대하여 제안된 대칭형의 보에 있어서 발생된 모멘트는 다음과 같다.

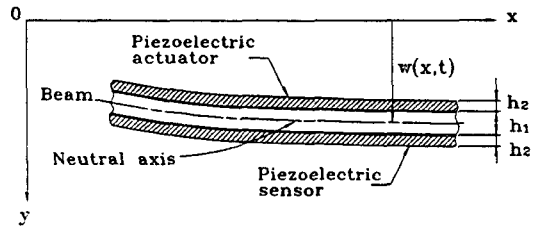


Fig. 3 Cross-section of the link with piezoelectric films

$$M(x, t) = b_2 d_{31} E_2 \left[\frac{h_1 + h_2}{2} \right] \dot{V}(t) [h(x-x_1) - h(x-x_2)] \quad (22)$$

여기서, b_2, h_2 및 E_2 는 각각 압전필름의 폭, 두께 및 탄성계수를 나타내며, h_1 은 기존 구조물의 두께를 나타낸다. 한편 보의 굽힘에 의해 센서에서 발생하는 출력 전압 신호는 필름 표면의 한점에서의 전하(electric charge)를 전길이에 대해 적분함으로써 구할 수 있다.⁽¹¹⁾ 제안된 구조물에서의 발생된 출력 전압은 다음과 같다.

$$\tilde{V}(t) = \frac{Q_0}{C_0} \left[\frac{\partial w(x_1, t)}{\partial x} - \frac{\partial w(x_2, t)}{\partial x} \right] \quad (23)$$

여기서 C_0 는 압전필름의 캐패시턴스이며 Q_0 는 다음과 같다.

$$Q_0 = \frac{b_2 k_{31}^2}{g_{31}} (h_1/2 + h_2) \quad (24)$$

따라서 모우드 좌표계 (η) 및 모우드행렬(ϕ)를 사용하면 횡방향 진동만을 고려하여 변경한 식(21)은 식(22) 및 식(23)과 연계하여 다음과 같은 상태 및 출력 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= A(t)\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) + \underline{d}(t) \\ \underline{y}(t) &= C\underline{x}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

여기서

$$\begin{aligned} \underline{x}(t) &= [\eta(t) \quad \dot{\eta}(t)]^T \\ A(t) &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -Q(t) & -Z(t) \end{bmatrix} \\ B &= [0 \quad \tilde{B}]^T \\ \underline{d}(t) &= [0 \quad \tilde{d}(t)]^T \end{aligned} \quad (26)$$

$$C = [\tilde{C} \quad 0]$$

$$\underline{u}(t) = [\hat{V}_1(t) \quad \dots \quad \hat{V}_m(t)]^T$$

$$\underline{y}(t) = [\tilde{V}_1(t) \quad \dots \quad \tilde{V}_m(t)]^T$$

식(26)에서 $[Q(t)] (=diag(\omega_i(t)))$ 는 고유 주파수 $\omega_i(t)$ 를 갖는 모우드 주파수 행렬(modal frequency matrix)이며, $[Z(t)] (=diag(2\zeta_i \omega_i(t)))$ 는 모우드 댐핑 행렬이다. $\{\tilde{d}(t)\}$ 는 관성력을 포함한 외력을 나타내며 $\hat{V}_i(t)$ 는 i 번째 압전필름 액츄에이터의 입력전압을 나타내며, $\tilde{V}_i(t)$ 는 i 번째 압전필름 센서의 출력전압을 나타낸다. 한편, 액츄에이터 및 센서 모델을 특정지워 주는 행렬 \tilde{B} 와 \tilde{C} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= a_1 \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{dx}(x_1^1) - \frac{d\phi_1}{dx}(x_2^1) & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{d\phi_n}{dx}(x_1^1) - \frac{d\phi_n}{dx}(x_2^1) & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{d\phi_1}{dx}(x_1^m) - \frac{d\phi_1}{dx}(x_2^m) \\ \vdots \\ \frac{d\phi_n}{dx}(x_1^m) - \frac{d\phi_n}{dx}(x_2^m) \end{bmatrix} \\ \tilde{C} &= a_2 \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{dx}(x_1^1) - \frac{d\phi_1}{dx}(x_2^1) & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{d\phi_1}{dx}(x_1^m) - \frac{d\phi_1}{dx}(x_2^m) & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{d\phi_n}{dx}(x_1^1) - \frac{d\phi_n}{dx}(x_2^1) \\ \vdots \\ \frac{d\phi_n}{dx}(x_2^m) - \frac{d\phi_n}{dx}(x_2^m) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 $d\phi_j(x_i^j)/dx$ 은 j 번째 액츄에이터 및 센서의 i 번째 위치에서의 모우드 기울기 계수(slope coefficient)를 나타내며, 상수 a_1 과 a_2 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_1 &= b_2 d_{31} E_2 (h_1 + h_2)/2 \\ a_2 &= Q_0 / C_0 \end{aligned} \quad (28)$$

4. 제어기 설계

고속으로 작동하는 유연 링크지 메카니즘의 진동제어를 위한 피드백 제어기와 관측기로 구성되는 제어 시스템을 위해 최적 제어이론을 적용하였다. 실질적으로 유연 링크의 모든 진동 모우드를 제어함은 거의 불가능하기 때문에 상태 방정식 (25)는 중요 진동 모우드를 고려한 제어계(controlled dynamic)와 그 밖의 모우드

로 형성되는 잔류계(residual dynamic)로 다음과 같이 분류하여 표현될 수 있다.

$$\dot{\underline{x}}_p(t) = A_p(t)\underline{x}_p(t) + B_p\underline{u}(t) + \underline{d}_p(t) \quad (29)$$

$$\dot{\underline{x}}_r(t) = A_r(t)\underline{x}_r(t) + B_r\underline{u}(t) + \underline{d}_r(t) \quad (30)$$

여기서 첨자(p)는 제어 모우드를 뜻하며 (r)은 잔류 모우드를 뜻한다. 한편 관측기는 관측 스피로우버를 피하기 위해 제어모우드는 아니지만 잔류 모우드중에 가관측(observable)모우드를 고려하여 설계되었다. 따라서 출력 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \underline{y}(t) &= C_p\underline{x}_p(t) + C_{r1}\underline{x}_{r1}(t) \\ &= [C_p \quad C_{r1}] \begin{bmatrix} \underline{x}_p(t) \\ \underline{x}_{r1}(t) \end{bmatrix} = C_{pr}\underline{x}_{pr}(t) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $\underline{x}_{r1}(t)$ 는 제어모우드는 아니지만 관측될 수 있는 모우드를 나타낸다. 일반적으로 유연 링크지 시스템의 경우 시스템의 안정도를 높이기 위해 제어 모우드와 잔류 모우드의 영향을 유효 적절히 안배해서 폐회로 제어 시스템을 구성해야 한다는 것을 잘 알려진 사실이다.¹²⁾ 식(29)와 (31)로부터 통합 시스템의 상태 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_{pr}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_p(t) \\ \dot{\underline{x}}_{r1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(t) & 0 \\ 0 & A_{r1}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \underline{x}_p(t) \\ \underline{x}_{r1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ B_{r1} \end{bmatrix} \underline{u}(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \underline{d}_p(t) \\ \underline{d}_{r1}(t) \end{bmatrix} \\ &= A_{pr}(t)\underline{x}_{pr}(t) + B_{pr}\underline{u}(t) + \underline{d}_{pr}(t) \end{aligned} \quad (32)$$

최적 제어 이론중 분리 법칙(separation principle)에 의해 제어기와 관측기는 독립적으로 설계되었다.¹³⁾ 모든 제어 상태 변수가 측정 가능하다고 가정 한후 제어기는 다음과 같이 결정된다.

$$\underline{u}(t) = K(t)\hat{\underline{x}}_{pr}(t) + \underline{u}_{ref}(t) \quad (33)$$

여기서 $\underline{u}_{ref}(t)$ 는 요구 입력(reference input)이고 귀환계수행렬 K(t)는 다음의 성능계수를 최소화하는 것을 기준으로 선택된다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\underline{x}_p(t)^T Q(t) \underline{x}_p(t) + \underline{u}(t)^T R(t) \underline{u}(t)] dt \quad (34)$$

관측기 설계는 Luenberger 형태¹⁴⁾로 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{x}}}_{pr}(t) &= A_{pr}(t)\hat{\underline{x}}_{pr}(t) + B_{pr}\underline{u}(t) \\ &\quad - G(t)[\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)] + \underline{d}_{pr}(t) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\hat{\underline{y}}(t) = C_{pr}\hat{\underline{x}}_{pr}(t) \quad (36)$$

여기서 $\hat{\underline{y}}(t)$ 는 예측(peredicted) 출력을 나타내며 G(t)는 관측계수 행렬을 나타낸다. 관측기의 폴(pole)은 실제 및 예측 상태변수 오차의 빠른 수렴을 위해 아주 큰 음의 근을 갖도록 선택하나 이는 소음등에 의한 관측기의 민감도 증가로 결국 시스템의 불안정도를 유발하는 경우가 있다. 따라서 제어기의 폴보다 약간 왼쪽에 위치하도록 결정하는 것이 바람직하다. 이러한 조건 하에서 관측기의 귀환계수행렬 G(t)는 다음 성능계수를 최소화하는 기준으로 선택된다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} e^{2\alpha t} [\hat{\underline{x}}_{pr}(t)^T Q(t) \hat{\underline{x}}_{pr}(t) + \underline{u}(t)^T R(t) \underline{u}(t)] dt \quad (37)$$

여기서 α 는 관측기 안정도의 크기(degree of stability)를 나타낸다.

구조물 제어에 있어서 종종 필터를 사용하여 관측이 어려운 잔류 모우드를 제어하는 것이 바람직하나 메카니즘의 준 정적 진동(quasi-static vibration)때문에 이러한 작업은 용이하지만은 않다. 따라서 실제 하드웨어 적용상에 있어서 시스템의 불안정도를 피하기 위해 제어 모우드 수와 잔류모우드 수의 적절한 선택이 필요하다. 유연 링크지 메카니즘의 진동 제어를 위해 제안된 폐회로 제어 시스템의 Fig.4에 있다.

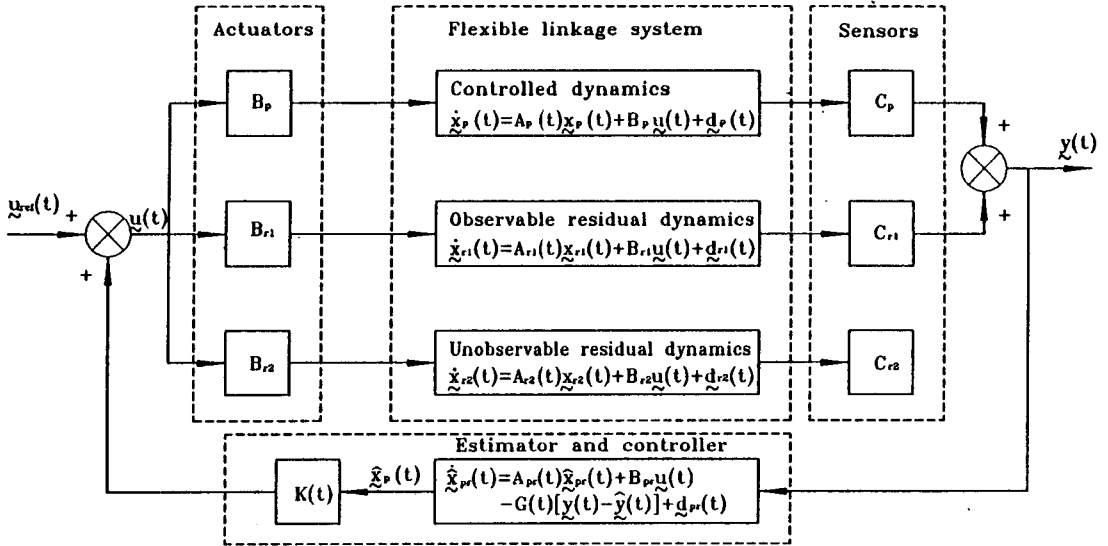


Fig. 4 Closed-loop control system of a flexible linkage mechanism

5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

압전필름 액추에이터 및 센서를 특징으로 하는 제안된 스마트 구조물의 제어효과를 입증하기 위해 Fig. 5와 같은 슬라이더-크랭크 메카니즘의 평면운동이 고려되었다. 컨택팅 로드로 사용된 기존 구조물과 압전 필름의

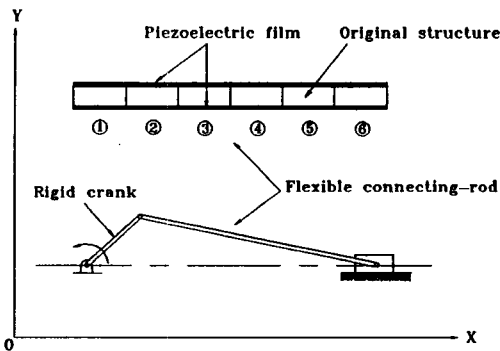


Fig. 5 Slider-crank mechanism with the flexible connecting-rod

기하학적 및 기계적성질은 Table 1에 있다. 사용된 압전필름은 미국 Atochem회사에서 제작한 필름중의 하나로서 현재 많이 사용되고 있는 것이다. 고유 진동수 등 시스템 모델의 수치를 얻기 위해 여섯 요소를 고려

Table 1. Geometrical and mechanical properties

Specifications	Piezoelectric film	Original connecting-rod
Length (L)	0.36m	0.36m
Width (b)	0.02m	0.02m
Thickness (h)	0.00011m	0.001m
Density (ρ)	1780 kg/m ³	2740 kg/m ³
Young's modulus (E)	2.0 GPa	68.95 GPa
Piezoelectric film strain constant (α_{31})	$23 \times 10^{-12} \frac{m/m}{v/m}$	-
Piezoelectric film stress constant (g_{31})	$216 \times 10^{-3} \frac{v/m}{N/m^2}$	-
Piezoelectric film capacitance (C ₀)	380 pF/cm ²	-
Maximum operating voltage (V _{max})	±1.5 kV	-

한 유한요소법을 사용했으며 압전필름의 영향 또한 고려되었다. Table 2는 수치 해석에서 구한 시스템 고유 진동수로서 정확한 모델을 위해서는 압전 필름의 영향 또한 고려되어야 한다는 것을 입증한다. 크랭크 길이는 5cm로 했으며 메카니즘의 작동은 250rpm으로 일정하게 회전한다고 가정하였다. 그리고 또한 비록 고유진동수가

Table 2. Natural frequencies of the connecting-rod

Mode	With piezoelectric film (Hz)	With piezoelectric film (Hz)
1	17.6	16.6
2	70.1	66.5
3	158.6	150.1
4	284.1	268.9
5	450.4	426.3
6	701.3	663.7
7	948.4	897.6
8	1304.0	1234.1
9	1762.8	1668.3
10	2333.3	2208.1

크랭크 각도의 함수이지만 시간에 따라 변함이 없다고 가정하였다. 제어기 설계를 위해 제1차 및 제2차 모우드를 고려했고 제3차 모우드는 제어는 되지 않지만 관측모우드로 고려하여 관측기 설계를 하였다. 각 모우드의 감쇠비는 0.003으로 가정 했다. 기존의 절차¹³⁾에 따라 제어기의 폐회로 pole은 $-18 \pm 404j$ 및 $-40 \pm 223j$ 로 계산되었다. 따라서 제1차 및 제2차 모우드의 댐핑 계수는 각각 0.179 및 0.0446임을 알 수 있다. 그리고

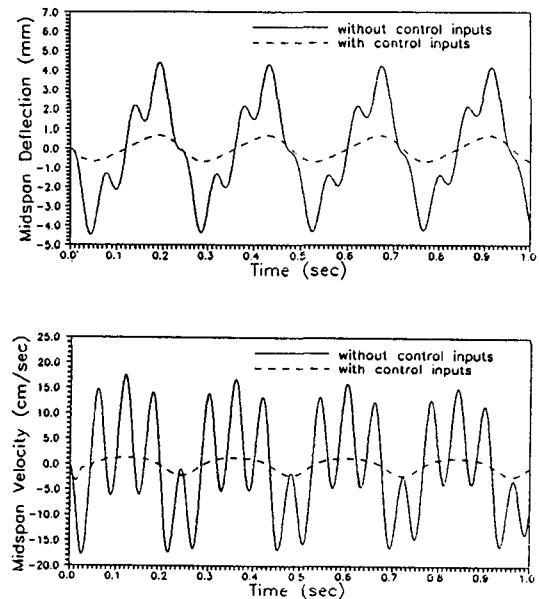


Fig. 6 Midspan transverse deflection and velocity of the connecting-rod

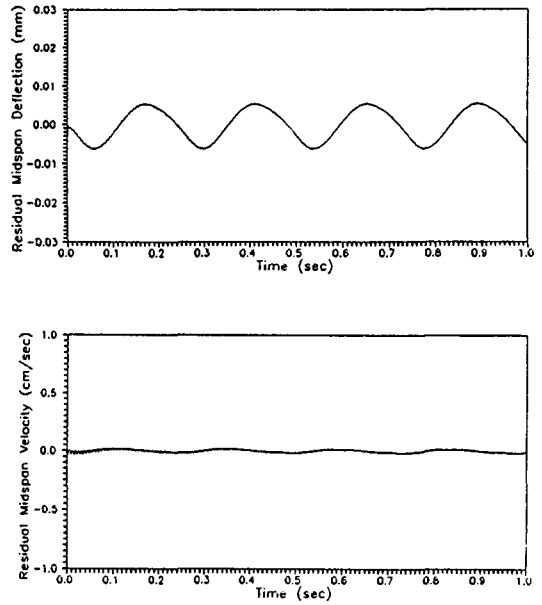


Fig. 7 Residual midspan transverse deflection and velocity of the connecting-rod

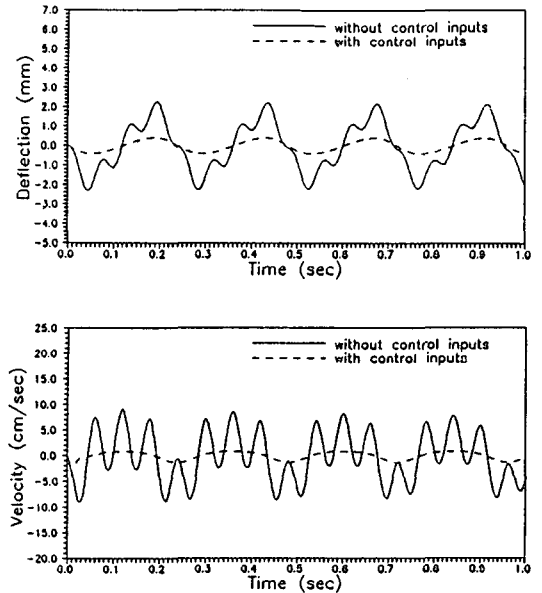


Fig. 8 Transverse deflection and velocity at the second node of the connecting-rod

관측기의 폐회로 pole은 $-30 \pm 505j$, $-26 \pm 490j$ 및 $-55 \pm 270j$ 로 계산되었다.

Fig. 6은 메카니즘의 작동 속도 250rpm시 컨벡팅 로

드 중심에서의 동탄성 응답으로서 제어기의 사용으로 눈에 띄는 진동 감소 현상을 볼 수 있다. 비록 관성력에 의한 변형이 조금은 남아있지만 현저한 제어 효과를 가져오며 또한 제어 스피로우버 현상으로 인한 시스템 불안정도도 발생하지 않았다. 이러한 현상은 Fig. 7에 주어진 제3차, 4차 및 5차 유연모우드로 구성된 잔류계의 동탄성 응답으로부터 알 수 있다. 즉, 잔류모우드에 의해 발생된 유연링크의 변형과 속도 성분은 제어된 동탄성 응답에 비하여 미세하며, 따라서 시스템에 큰 영향을 주지 않기 때문에 무시될 수 있다. 그리고 또한 상태변수의 오차또한 빠른 속도로 영(zero)에 수렴하여 응답초기에 있어서 어떠한 천이 떨림 현상도 발생하지 않았다.

한편 컨택팅 로드 중심은 제2차 유연 모우드의 절점(nodal point)이기 때문에 제2차 모우드의 영향을 살펴보기 위해서는 중심이 아닌 다른 위치에서의 동탄성 응답을 얻어야 한다. Fig. 8은 두번째 요소 시작점에서의 횡방향 변형과 속도를 나타내는 것으로서 이로부터 2차모우드의 영향이 1차모우드에 비해 매우 적음을 알 수 있다. Fig. 9는 이러한 동탄성응답을 얻기 위해 공급된 입력 전압으로서 입력 $u_1(=u_3=u_4=u_6)$ 은 매우적으며, 입력 $u_2(=u_5)$ 즉 두번째 요소에 공급된 전압은 매우 높음을 알 수 있다.

이는 사용된 귀환 계수 및 시스템의 경계조건과 연계된 기하학적 특성으로 설명 될 수 있다. 다시 말해서 제안된 컨택팅 로드 경우 단순지지보와 동일한 경계조건을 갖고 있기때문에 제1차 및 제2차 모우드를 동시에 제어하기 위해서는 두번째와 다섯번째 요소에 높은 제어 입력(굽힘모멘트)을 공급하는 것이 가장 효과적이라 할 수 있다. 참고로 Table 1로부터 사용된 압전필름의 경우 최대 작동 전압은 $\pm 1.5kV$ 임을 알 수 있다.

6. 결 론

압전필름을 특징으로하는 스마트 구조물의 개념을 도입하여 유연 링크지 메카니즘의 진동 제어를 수행하였다. 링크지 메카니즘의 수학적 모델링은 유한요소법을 적용하였으며 액추에이터 및 센서 모델은 모우드 해석을 통하여 얻었다. 제어 및 관측 스피로우버를 피하기 위한 폐회로 제어 시스템을 구성하였으며 제안된 방법의 논리성과 제어기의 효용성을 입증하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 제안된 제어기의사용으로 매우 유연한 링크를 갖는 메카니즘의 고속 작동시 발생하는 진동을 현저하게 감소 할 수 있음을 보여주었고, 따라서 이는 헬기 블레이드, 항공기 날개 및 인공위성 부속물 등 유연한 구조물에서 발생하는 진동을 제어하는데 확장 될 수 있다는 결론을 얻었다.

참고문헌

- (1) Rogers, C. A., Barker, D. K. and Jaeger, C. A., "Introduction to Smart Materials and Structures," Proceedings of ARO Workshop on Smart Materials, Structures and Mathematical Issues, pp.17-28, 1988.
- (2) Crawley, E. F. and deLuis, J., "Use of Piezoelectric Acutators as Elements of Intelligent Structures," AIAA Journal, Vol, 25, No. 10, pp.1373-1385, 1987.
- (3) Tzou, H. S. and Gadre, M., "Theoretical Analysis of a MultiLayered Thin Shell Coupled with Piezoelectric Shell Actuators for Distributed Vibration Controls," Journal of Sound and Vibration, Vol, 132, No. 2, pp. 433-450, 1989.

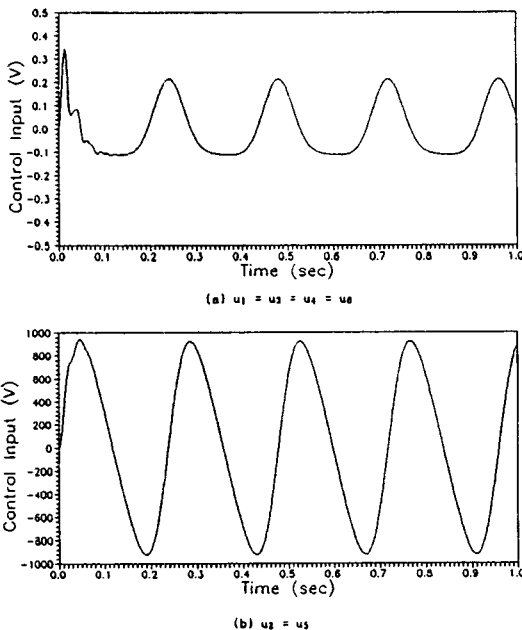


Fig. 9 Control input voltage

- (4) Miwa, Y., "Shape Memory Alloy Application for Sequential Operation Control," *System and Control*, Vol. 29, No. 5, pp. 303-310, 1985.
- (5) Gandhi, M. V., Thompson, B. S. and Choi, S. B., "Electro Rheological-Fluid-Based Articulating Robotic Systems," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 111, No. 3, pp. 328-336, 1989.
- (6) Cleghorn, W. L., Fenton, R. G. and Tabarrok, B., "Optimum Design of High-Speed Flexible Mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 16, pp. 339-406, 1981.
- (7) Khan, M. R., Thornton, W. A. and Willmert, K. D., "Optimality Criterion Techniques Applied to Mechanism Design," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 100, pp. 319-327, 1978.
- (8) Thompson, B. S. and Sung, C. K., "The Design of Robots and Intelligent Manipulators Using Modern Composite Materials," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 20, pp. 471-327, 1985.
- (9) Oliber, J. H., Wysocki, D. A. and Thompson, B. S., "The Synthesis of Flexible Linkages by Balancing the Tracer Point Quasi-Static Deflections Using Microprocessor and Advanced Materials Technologies," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 20, pp. 103-114, 1985.
- (10) Bolotin, V. V., *The Dynamic Stability of Elastic Systems*, Holden-Day, San Francisco, 1984.
- (11) Hubbard, J. E., "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Proceedings of Noise Conference*, Pennsylvania, pp. 407-412, 1987.
- (12) Balas, M., "Feedback Control of Flexible Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-23, No. 4, pp. 673-679, 1978.
- (13) Kirk, D. E., *Optimal Control Theory-An Introduction*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
- (14) Luenberger, D. G., "An Introduction to Observers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-16, No. 6, pp. 596-602, 1971.