

전자척에서 자속밀도 해석에 관한 연구

金 亨 均^{*}

Analysis of Magnetic Flux Density in Electro-Magnetic Chucks

Chung Kyun Kim^{*}

ABSTRACT

The distribution of magnetic flux density of electro-magnetic chucks may clarify the clamping characteristics which are strongly related to the machining efficiency and machining accuracy in a surface grinder. Therefore the distribution of the normal and the tangential components of magnetic flux density has been analyzed theoretically. It appears that the normal and the tangential components of magnetic flux density increase as the ratio of the separator width to the pitch e/p decreases. The results seem to increase the uniformity and stability of normal component of magnetic flux density for the decreased e/p .

I. 서 론

전자척은 연삭작업에서 공작물을 고정하기 위하여 널리 사용되고 있는 고정장치이다. Hall과 Chadwick⁽¹⁾에 의하면 전자척이 다른 공작기계의 공작물 고정장치로 사용되어도 대단히 효과적이라고 하였다. 전자척은 사용이 간편하여 공작물의 설치시간을 크게 감소시킬 수 있으며 가공면의 평행성을 정밀하게 얻을 수 있기 때문에 연삭기뿐만 아니라 평삭기, 밀링 등의 공작물 고정장치로 사용범위가 크게 확대되고 있다.

공작기계의 수요가 크게 증가하면서 공작물의 가공정밀도, 신뢰도, 생산성 등이 더욱 중요한 관심사항으로 대두 되었고, 이에 따른 공작기계의 고정장치에 대한 연구의 필요성이 크게 증대되었다. 그러나 연삭기에서 널리 사용되고 있는 전자척에 관련된 고정장치와 공작물 사이에서 일어나는 접촉면에 관한 연구는 지금까지 미진한 상태이다. 비록 전자척이 연삭 작업시 공작물을 고정하기 위한 장치로서 오랫동안 널리 사용되고는 있지

만 이에 관련된 체계적인 연구는 기계의 특성과 전자기학의 지식을 이용하여 동시에 해석되어야 한다는 복잡성 때문에 극히 부진한 상태이다.

Nakano⁽²⁾에 의하면 공작기계의 고정 상태는 채터현상, 가공효과, 가공한계 등과 관계가 있다고 하였다. 각종 전자척에서의 고정력은 Saito⁽³⁾ 등에 의하여 가오스미터(Gauss meter)와 로드셀을 이용하여 측정되었다. 고정위치, 전류, 자석밀도, 표면의 접촉상태, 접촉면적, 피치, 격리대의 폭 등이 전자척의 고정력에 영향을 미치는 주요한 인자로 알려지고 있다.

본 연구에서는 전자척에서의 자속밀도 분포도를 이론적으로 해석하고자 한다. 이것은 공작기계의 가공효율과 가공 정밀도에 밀접한 관계가 있는 고정력의 문제를 명확하게 해석할 수 있다. 여기서 얻어진 이론적 결과를 Saito가 단순히 제시한 실험적 결과와 비교·검토한다. 본 연구에서 고려된 전자척은 직사각형으로 연삭기에서 많이 사용되고 있는 형식이다.

* 홍익대학교 기계공학과(정회원)

II. 이론적 해석

전자축의 고정력 특성을 해석하기 위해서는 전자축의 평판 표면위에 걸쳐있는 자속밀도 분포를 알아내는 것이 대단히 중요하다. 이것은 전자축에 Biot-Savart의 법칙을 적용하면 해석될 수 있다. 그림 1은 전류 I가 사각형의 코일에 흐르고 있는 기하학적 형상을 보여주고 있다. x축은 격리대에 수직한 방향을, y축은 격리대에 평행한 방향을, z축은 전자축의 평판 표면에 대하여 수직 상방향을 각각 나타낸다. $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ 는 x, y, z축 방향에 대한 단위벡터를 각각 나타낸다. 이 모델에서 코일의 선전류 분포에 관한 자장의 세기 \mathbf{H} 는 임의의 미소구간 요소 $d\mathbf{l}$ 로 부터 얻어지는 값을 구간 L에 대하여 적분함으로써 얻어진다. 즉,

$$\mathbf{H} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{R^2} \quad (1)$$

여기서 μ_0 는 자유공간에서의 투자율, I는 전류, $d\mathbf{l}$ 은 동선의 미소길이, R은 Q(x', y', z')와 P(x, y, z)사이의 거리를 각각 나타낸다. 그림 1에서 보여준 직사각형 모델에 대한 자장의 총세기를 결정하기 위하여 Biot-Savart의 법칙을 각각의 선요소, 즉 전방코일, 후방코일, 좌측코일, 우측코일에 적용한다. 그래서 자장의 총세기 \mathbf{H}_t 는 4개의 요소에서 발생되는 자장 세기의 합으로 구하면 된다. 즉,

$$\mathbf{H}_t(x, y, z) = \mathbf{H}_f + \mathbf{H}_b + \mathbf{H}_l + \mathbf{H}_r \quad (2)$$

여기서 \mathbf{H}_f 는 전면 코일에서 발생되는 자장의 세기로 다음과 같이 주어지고,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_f &= \int_{-b/2}^{b/2} d\mathbf{H}_f \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[-z\mathbf{i}_x + \left(x - \frac{a}{2}\right)\mathbf{i}_z \right] \frac{1}{[(x-a/2)^2+z^2]} \\ &\quad \frac{y-y'}{[(x-a/2)^2+(y-y')^2+z^2]^{1/2}} \Bigg|_{y'=b/2}^{y'=-b/2} \end{aligned}$$

\mathbf{H}_b 는 후면 코일에서 발생되는 자장의 세기로 다음과 같이 주어지고,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_b &= \int_{-b/2}^{b/2} d\mathbf{H}_b \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[z\mathbf{i}_x - \left(x + \frac{a}{2}\right)\mathbf{i}_z \right] \frac{1}{[(x+a/2)^2+z^2]} \\ &\quad \frac{y-y'}{[(x+a/2)^2+(y-y')^2+z^2]^{1/2}} \Bigg|_{y'=b/2}^{y'=-b/2} \end{aligned}$$

\mathbf{H}_l 는 좌측 코일에서 발생되는 자장의 세기로 다음과 같이 주어지고,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_l &= \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{H}_l \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[z\mathbf{i}_y - \left(y + \frac{b}{2}\right)\mathbf{i}_z \right] \frac{1}{[(y+b/2)^2+z^2]} \end{aligned}$$

$$\frac{x-x'}{[(x-x')^2+(y+b/2)^2+z^2]^{1/2}} \Bigg|_{x'=a/2}^{x'=-a/2}$$

\mathbf{H}_r 는 우측 코일에서 발생되는 자장의 세기로 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_r &= \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{H}_r \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[z\mathbf{i}_y - \left(y - \frac{b}{2}\right)\mathbf{i}_z \right] \frac{1}{[(y-b/2)^2+z^2]} \end{aligned}$$

$$\frac{x-x'}{[(x-x')^2+(y-b/2)^2+z^2]^{1/2}} \Bigg|_{x'=a/2}^{x'=-a/2}$$

자화 \mathbf{M} 이 자장의 세기 \mathbf{H} 에 비례하는 임의의 자성체에 대한 자속밀도 \mathbf{B} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} \\ &= \mu_0\mu_r\mathbf{H} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 χ_m 은 자화율이고, $\mu_r (=1 + \chi_m)$ 은 상대 투자율을 나타낸다. 방정식(3)은 균질하고 선형 성질을 갖는 등방성 재질의 자성체에 대하여 사용할 수 있는 간편한 식이다.

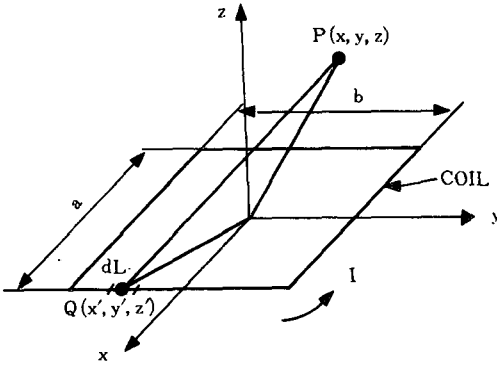


Fig. 1 Magnetic field intensity in a closed rectangular path.

B의 에지 효과(Edge effect)는 y축 방향에 대하여 존재하지 않는다고 가정하게 되면 전자적 면판위에서의 자속밀도 절대값은 그림 2에서 보여주는 것과 같이 x방향을 따라서 균일하게 나타난다. 즉, N극을 통해서 나오는 자속밀도는 S극을 통해서 들어가는 자속밀도와 같게 된다. 이것을 극의 피치 p와 격리대의 폭 e에 관한 것으로 자속밀도의 크기를 주기함수 형태로 표현하면 그림 2와 같게 된다. 면판의 평면 수직 상방향으로 나타내는 z방향에서의 자속이 지수 함수적으로 감소하는 자속밀도의 변화는 다음의 식으로 표현될 수 있다.¹⁴⁾

$$f(x, z) = \begin{cases} -|B_0|e^{-n\pi z/(p+e)} & \text{for } -(p+e) < x < -e \text{ and } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } -e < x < 0 \text{ and } z \geq 0 \\ |B_0|e^{-n\pi z/(p+e)} & \text{for } 0 < x < p \text{ and } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } p < x < p+e \text{ and } z \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

여기서 $|B_0|$ 는 면판으로 부터 자유공간으로 나오는 자속밀도를 나타낸다. 이 식에 Fourier 급수를 이용하여 주기적인 자속밀도를 x, z의 함수로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$f(x, z) = \frac{|B_0|}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \right]$$

$$+ b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \Big] e^{-n\pi z/(p+e)} \quad (5)$$

여기서

$$a_n = \sin\left(\frac{n\pi p}{p+e}\right) + \sin\left(\frac{n\pi e}{p+e}\right)$$

$$b_n = -\cos\left(\frac{n\pi p}{p+e}\right) + \cos\left(\frac{n\pi e}{p+e}\right)$$

$$-\cos n\pi + 1$$

또한, 자속밀도의 접선 및 법선성분을 식(5)로 부터 유도하게 되면 다음과 같다.

$$\Gamma_n = \frac{|B_0|}{p+e} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \right] e^{-n\pi z/(p+e)} \quad (6)$$

$$\Gamma_t = \frac{|B_0|}{p+e} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) - b_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \right] e^{-n\pi z/(p+e)} \quad (7)$$

식(6)과 (7)을 이용하여 법선성분에 대한 접선성분의 비 Γ_t/Γ_n 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\Gamma_t}{\Gamma_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[a_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) - b_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \right] e^{-n\pi z/(p+e)}}{\left[a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p+e}\right) \right] e^{-n\pi z/(p+e)}} \quad (8)$$

고정력(Chucking force)의 법선성분 F_n 은 다음의 관계식으로 부터 구할 수 있다.¹⁴⁾

$$F_n = \int_0^{Lz} \int_{x_c}^{Lx+x_c} \left(\frac{\Gamma_n^2}{2\mu} \right) dx dz \quad (9)$$

고정력의 법선성분은 공작물이 그림 3에서 처럼 면판의 표면위에 정지해 있을 때 수치적으로 계산된다. 여

기서 L_x 와 L_z 는 x , z 방향에서 공작물의 크기를 각각 나타낸다. x_0 는 격리대로부터 임의의 위치를 나타낸다.

고정력의 접선성분 F_t 는 마찰력의 관계식을 이용하여 간단하게 얻을 수 있다. 즉,

$$F_t = f(W + F_n) \quad (10)$$

여기서 f 는 시편과 면판사이의 마찰계수이고, W 는 공작물의 무게를 나타낸다. 고정력의 접선성분 F_t 를 나타내는 식(10)에 의하면 마찰계수가 전자척의 고정특성을 분석하는데 있어 중요한 요소임을 표현한다. 공작물의 무게가 고정력의 법선성분에 비해 작을 경우는 고정력의 접선성분은 고정력의 법선성분에 직접 비례하기 때문에 다음과 같이 간단한 식으로 표현 할 수 있다.

$$F_t \approx fF_n \quad (11)$$

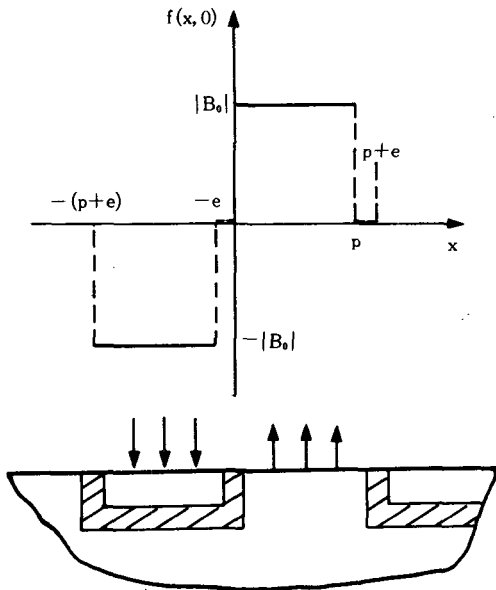


Fig. 2 A periodic magnetic flux density is uniformly distributed along the x direction when z is zero.

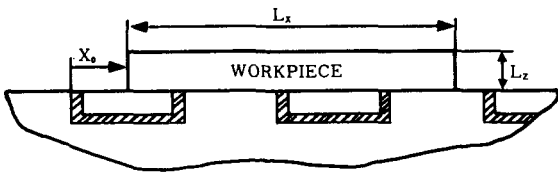
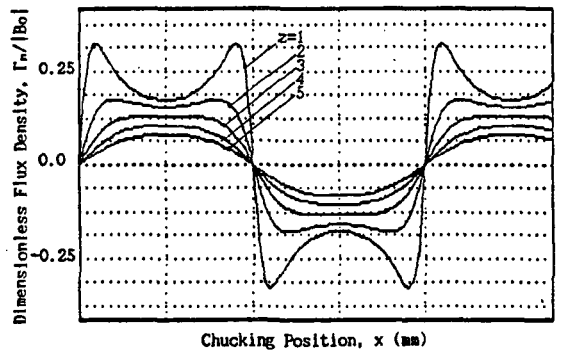


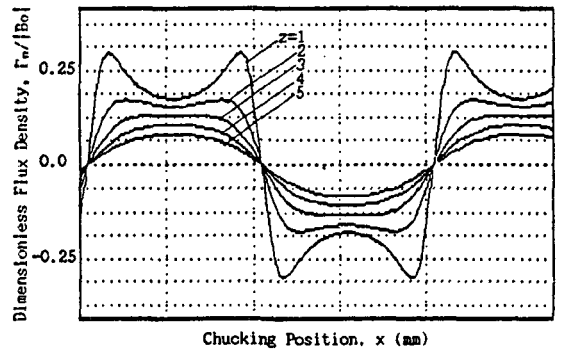
Fig. 3 Chucking position of workpiece.

III. 결과 및 고찰

자속밀도의 무차원 법선성분의 크기는 격리대와 수직 방향을 나타내는 x 방향의 고정위치에 대한 결과로 나타낸 것을 그림 4(a)~(e)에서 보여주고 있다. 이들 그림에서 자속밀도 법선성분의 절대치는 면판 표면위의 수직 상방향을 나타내는 z 의 위치가 높아짐에 따라 감소하고, 수직 상방향을 나타내는 z 가 면판에 접근할수록 자속밀도가 격리대 부근에서 특히 강하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 격리대의 폭이 자속밀도 분포에 미치는 영향을 알아보기 위하여 격리대의 폭과 극의 피



(a) $p=11\text{mm}$ and $e=0\text{mm}$



(b) $p=10\text{mm}$ and $e=1\text{mm}$

치비 $e/p=0, 0.1, 0.375, 1, 10$ 에 대하여 변화시켜 보았다. 그림4(a)~(e)에서 격리대의 폭이 증가함에 따라서 자속밀도의 무차원 법선성분은 격리대 부근에서 특히 감소하고, 격리대 폭이 대단히 큰 경우는 피치구간에서 자속밀도의 집중현상이 나타나고 있음을 보여주고 있다. 즉, 격리대 폭의 증가는 자속밀도 법선성분의 분포도가 일그러지는 현상이 나타나기 때문에 고정력이 불안정해질 수 있어 고정성능에 그다지 좋은 영향을 주지 못함을 알 수 있다. 그래서 전자척의 불안정한 자속밀도 분포 때문에 공작물의 형상에 따라서는 가공 정밀도에 직접적인 영향을 주게 된다.

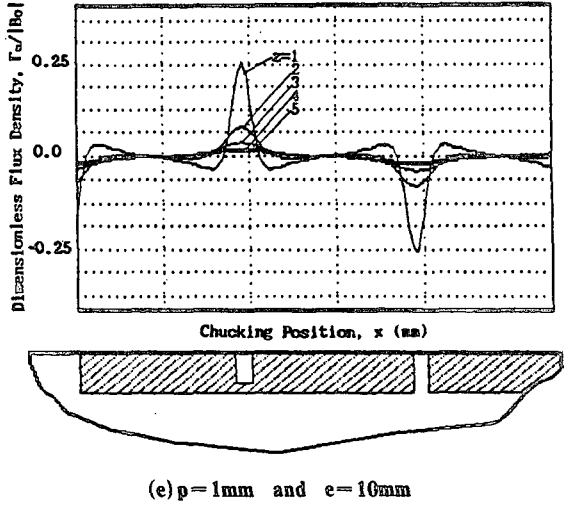
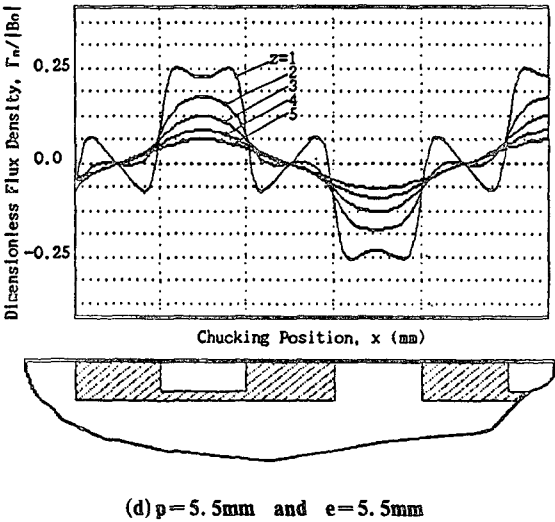
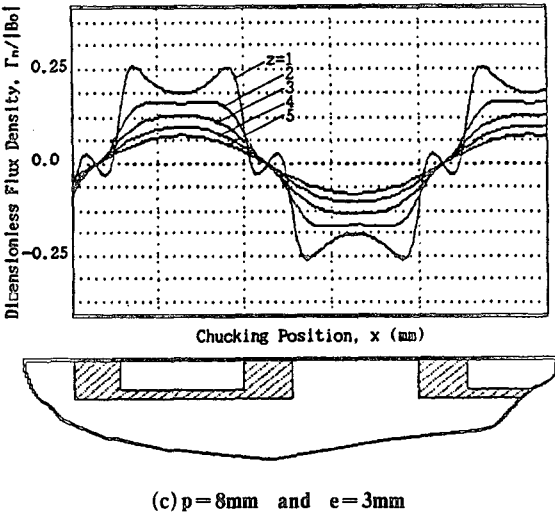
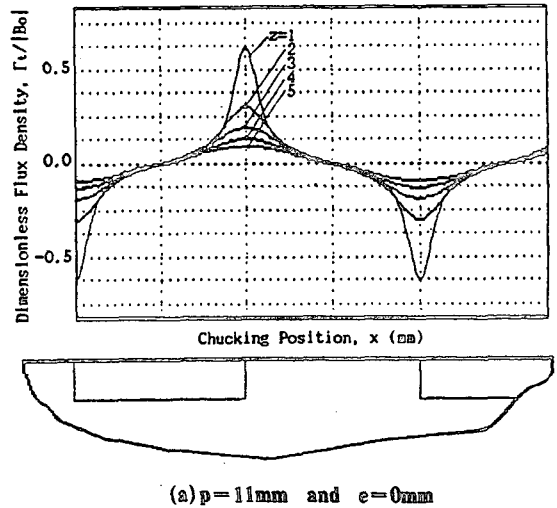
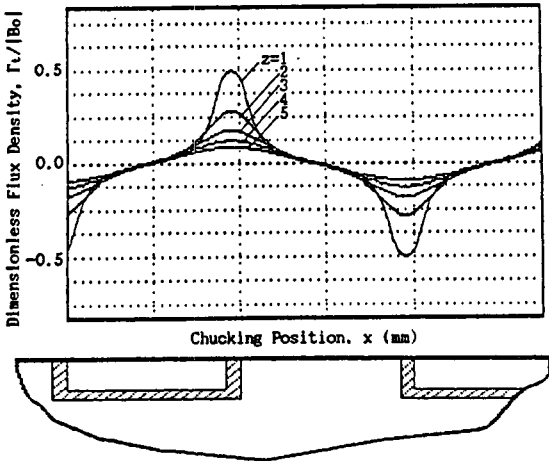


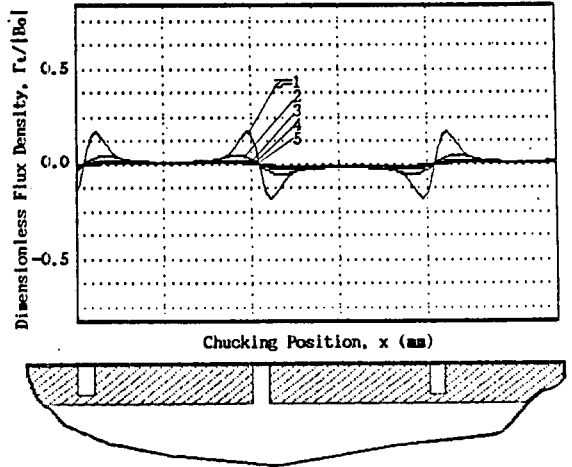
Fig. 4 Effect of vertical chucking position z and horizontal position x on dimensionless normal component of magnetic flux density.

자속밀도의 무차원 접선성분의 크기를 x 방향의 고정위치에 대한 결과를 그림5(a)~(e)에서 보여주고 있다. 자속밀도 접선성분의 절대치는 면판에 수직 상방향인 z 의 위치에 따라 감소하는 현상을 보여주고 있다. 이들 그림에서 격리대 폭의 증가는 자속밀도 접선성분의 크기가 줄어들면서 외형상 분포도는 단봉(Single peak)에서 쌍봉(Double peak)의 형태로 나타나는 것을 보여주고 있다. 쌍봉의 정점은 격리대의 좌우 가장자리에 위치한다. 또한 자속밀도 접선성분의 크기는 그림5(a)~(e)에



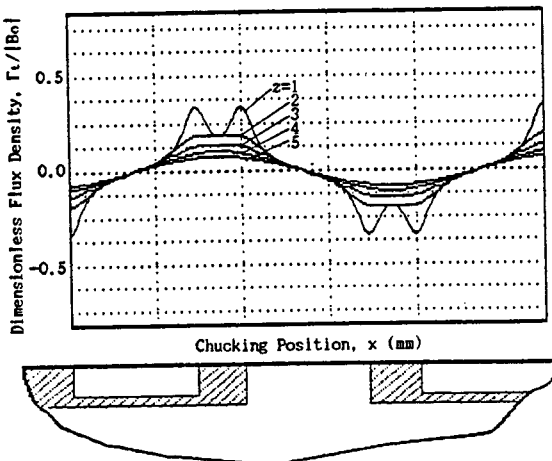


(b) $p=10\text{mm}$ and $e=1\text{mm}$

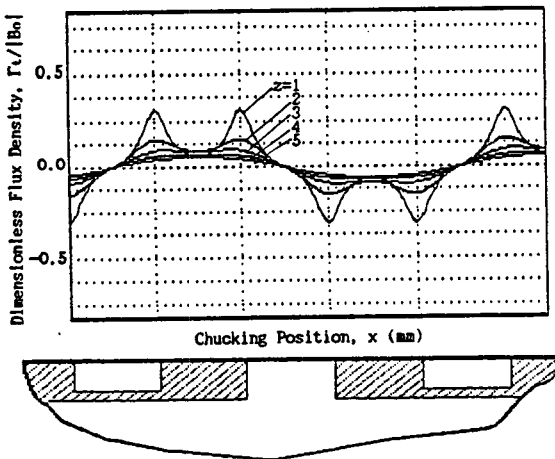


(e) $p=1\text{mm}$ and $e=10\text{mm}$

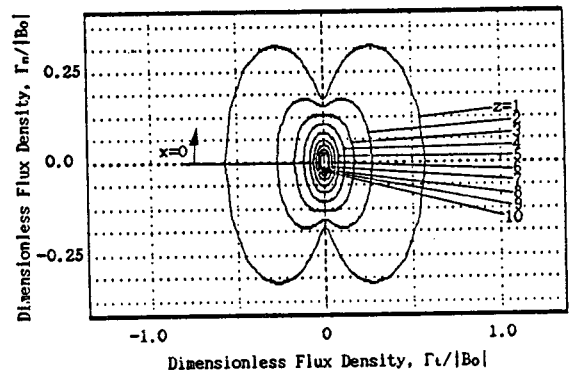
Fig.5 Effect of vertical chucking position z and horizontal position x on dimensionless tangential component of magnetic flux density.



(c) $p=8\text{mm}$ and $e=3\text{mm}$



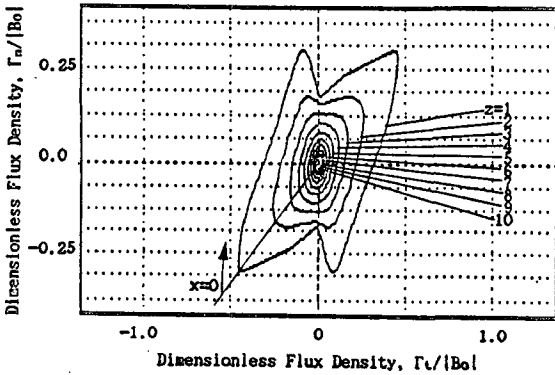
(d) $p=5.5\text{mm}$ and $e=5.5\text{mm}$



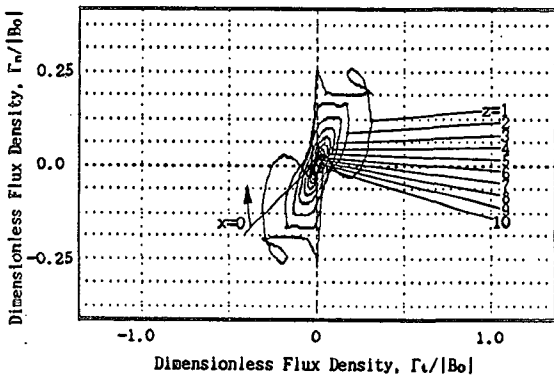
(a) $p=11\text{mm}$ and $e=0\text{mm}$

서 보여주고 있는 것 처럼 격리대의 폭이 증가함에 따라 특히 $z \rightarrow 0$ 인 경우에 크게 감소하고 있다. 치수비 e/p 가 작은 경우에 대한 자속밀도 분포도를 본 연구에 제시된 해석 결과, 즉 그림4(a)와 5(a)의 결과를 Saito⁽³⁾의 전자축에 대한 실험적 결과와 비교하면 대단히 유사한 자속밀도 분포곡선을 보여주고 있다.

그림6(a)~(c)는 자속밀도의 접선 및 법선성분을 면판위의 수직 상방향 z 의 함수로 표시한 결과이다. 이 그림에서 $x=0$ 는 면판상의 수평방향 기준선을 나타낸다. z 가 면판으로 근접할수록 자속밀도의 분포형태는 땅콩 모양을 나타내고, 격리대의 폭 e 가 증가함에 따라서 땅콩 형태가 일그러지는 모양을 보여주고 있다. 이



(b) $p=10\text{mm}$ and $e=1\text{mm}$



(c) $p=8\text{mm}$ and $e=3\text{mm}$

Fig. 6 Distribution of magnetic flux density.

들 그림에서 자속밀도의 법선성분의 크기는 격리대 중심에서, 그리고 접선성분의 크기는 피치 중심에서 영(Zero)이 되고 있음을 각각 보여 주고 있다.

IV. 결 론

전자척 표면에서의 자속밀도 분포를 해석적인 방법을 이용하여 구해졌다. 해석 결과에 의하면 본 연구에서

제시된 해석 방법이 Saito가 수행했던 실험 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

격리대 폭과 피치의 비 e/p 가 감소함에 따라서 자속밀도의 법선성분과 접선성분의 크기는 증가하고 있음을 알 수 있다. 고정력은 자속밀도 성분의 자승에 비례하기 때문에 e/p 의 비에 따라서 자속밀도의 분포도를 알아보는 것이 대단히 중요함을 알 수 있다. 전자척 설계시 e/p 에 따른 자속밀도 분포를 고려하여 설계치수를 결정해야 한다. 또한 e/p 의 최적비율은 자속밀도의 법선 및 접선성분간의 고정력 균형을 고려하여 선정해야 한다.

공작기계의 가공 정밀도는 e/p 에 의하여 영향을 크게 받을 수 있고, 자속밀도의 법선 및 접선성분은 척의 면판과 가장 인접한 면판표면에서 공작물에 커다란 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 해석결과에 의하면 e/p 의 값이 감소함에 따라서 자속밀도 법선성분의 균일성과 안정성이 크게 증가되고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

1. Hall and Chadwick, August 1981, "Electro-Magnetic Chucks Widen Appeal," Machinery and Production Engineering, Vol. 139, No. 3575, pp. 23~24.
2. Nakano, Y., 1978, "The Effect of Methods for Chucking Workpieces and Tools on Machining Accuracy," J. of JSPE, Vol. 44, No. 11, pp. 1299~1307.
3. Saito, Y., Nishiwaki, N., Ootani, T. and Okimoto, K., 1985, "Study on the Chucking Force of an Electro-Magnetic Chuck," Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 237, pp. 515~522.
4. Hayt, W. H., 1981, "Engineering Electromagnetics," 4th ed., McGraw-Hill.