

Kopp Ball Variator 무단변속기의 최적설계

An Optimal Design of the Kopp Ball Variator Continuously Variable Transmission

임 경 호* ; 김 두 만**
K. H. Lim, D. M. Kim

ABSTRACT

An optimal design technique for minimum power loss in Kopp Ball Variator Continuously Variable Transmission is developed. Kinematic analysis of traction drive contact is performed to find spin for Kopp Ball Variator, and traction force and torque are calculated from mathematical model of traction drive contact. The objective function for optimal design is total power loss including contact loss and bearing losses. The design constraints are derived from energy balance for input and output power. The formulated optimal design problem is implemented to a non-linear programming algorithm to find minimum power loss. The performance of optimally designed Kopp Ball Variator shows that efficiency is increased about 5-10% compare to a commercial unit.

Key Words : Kopp Ball Variator Traction Drive Continuously Variable Transmission(무단변속기), Optimal Design (최적설계), Spin, Slip

1. 서 론

Kopp Ball Variator 는 무단변속기(CTV : Continuously Variable Transmission)로서 Traction Drive (TD)의 일종이며¹⁾ 국내에서는 마찰자의 일종으로 소개되었다. TD는 동력전달장치로 Fig.1에서 보는 바와 같이 금속롤러가 접촉하여 상당히 큰 수직력으로 롤러에 가하면서 한쪽 롤러에 회전력을 주면 롤러 사이의 작동유체(Traction Fluid)는 Fig.2와

같이 전단을 하게되어 전단응력이 발생하고 그 전단응력에 의하여 동력을 전달한다. TD는 무단변속이 가능할 뿐 아니라 속도비가 고정된 감속기 등에도 이용되고 있으며 다른 동력전달장치와는 달리 여러 장점이 있다. TD는 소음과 진동이 적고 무단변속이 가능하므로 최적의 속도비를 유지함으로써 전체 System의 효율을 증가시킬 수 있다. 또한 회전부가 원형이므로 제작이 용이하다.

그러나 치차, 벨트, 체인 등의 동력전달장

* 정회원, 한국항공대학 기계설계학과

** 정회원, 한국항공대학 항공기계공학과

치는 효율에서 상당히 떨어지는 단점이 있으므로 TD-CVT 설계시 효율을 극대화 시켜야 한다. Kopp Ball Variator는 가장 널리 사용되는 TD-CVT의 일종으로 본 연구에서는 Kopp Ball Variator의 효율을 최대화하기 위한 최적설계가 수행되었다.

Kopp Ball Variator의 최적설계과정은 Kopp Ball Variator의 형상에 관계되는 변수들의 관계식을 운동학적으로 해석하여 유도하고, Traction Drive 접촉부의 수학적 모델에서 힘과 토크를 구하여 동력손실을 계산하였다. 이때의 설계제한조건들은 입력력동력의 균형으로부터 도출되며 최적설계문제를 구성한 후

최적설계기법 중 효율적인 기법의 하나인 GRG 방법(Generalized Reduced Gradient Method)^{2,3)}을 사용하여 최적설계치와 최소의 동력손실을 구하였다.

2 Kopp Ball Variator의 운동학

Kopp Ball Variator의 속도변환은 Fig.3에서 보는 바와 같이 중간 롤러의 경사를 조절함으로써 이루어진다. 동력은 입력축의 원뿔에서 중간 롤러를 거쳐서 출력축의 원뿔로 전달되어 출력축의 축으로 전달된다. 출력축의 회전속도는 중심축에서의 거리(r_{m1} , r_{m2})를 변화시킴으로써 변화시킬 수 있다.

중간 롤러와 원뿔의 접촉부에서 미끄럼(slip)이 발생하고 이 미끄럼이 작동유체를 전단함으로써 작동유체에 발생되는 전단응력에 의하여 힘이 발생하여 동력을 전달하게 된다. 입력접촉부와 출력접촉부에서 미끄럼은 다음식(1)과 같이 정의된다.

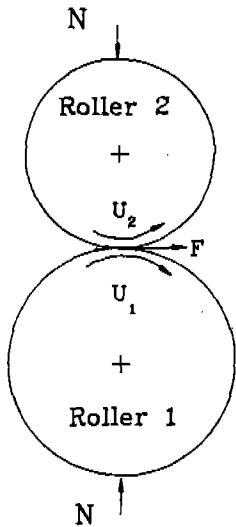


Fig.1 A Simple Roller Pair in Traction Drive

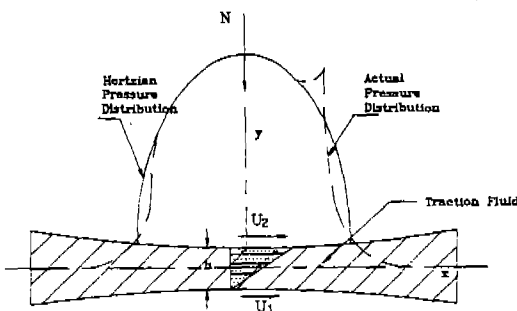


Fig.2 Enlarged View of a Traction Drive Contact

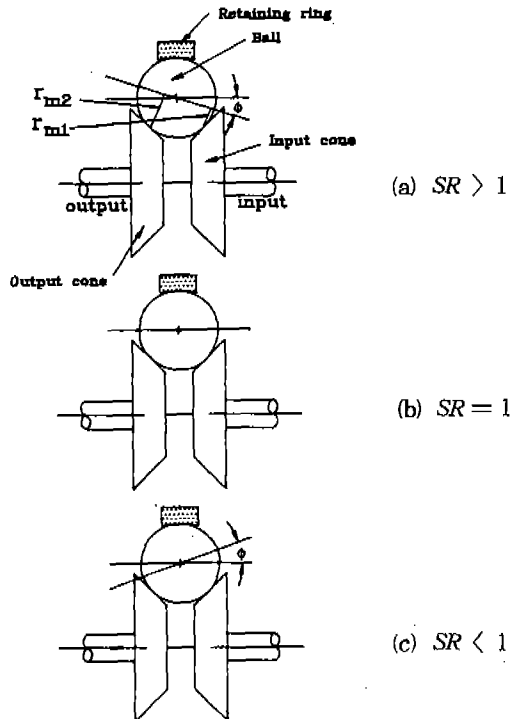


Fig.3 Speed Change of the Kopp Ball Variator

$$\text{slip}_i = (\Delta U/U)_i$$

$$\text{slip}_o = (\Delta U/U)_o \quad (1)$$

여기서 ΔU : 접촉부에서의 양측의 속도차
 U : 접촉부에서의 양측의 평균속도
 i : 입력측
 o : 출력측

중간 물리의 입력접촉부와 출력접촉부에서의 속도는 각각 다음식 (2)와 같이 주어진다⁴⁾

$$U_{mi} = U_i \frac{2 - \text{slip}_i}{2 + \text{slip}_o}$$

$$U_{mo} = U_o \frac{2 + \text{slip}_i}{2 - \text{slip}_o} \quad (2)$$

그리고 입력측과 출력측의 속도비 SR(Speed Ratio)은 다음식 (3)과 같다.

$$\text{SR} = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\omega_o}{\omega_i} \quad (3)$$

(3)식의 SR 을 얻기 위한 중간 물리를 기울여야 할 경사각 ϕ 는 다음 식(4)와 같다⁵⁾

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{1 - \text{SR}'}{(1 + \text{SR}') \tan \theta} \right\} \quad (4)$$

여기서 SR' 는 중간 물리의 양접촉부의 속도비로서 다음 식(5)와 같이 정의된다.

$$\text{SR}' = \frac{U_{mo}}{U_{mi}} = \frac{(2 + \text{Slip}_o)(2 + \text{Slip}_i)}{(2 - \text{Slip}_o)(2 - \text{Slip}_i)} \text{SR} \quad (5)$$

Fig.4에서 보는 바와 같이 θ 는 Cone Angle 이며 ω_{si} , ω_{so} 는 각각 입력, 출력 접촉부에서의 스핀(Spin)이며 각각의 접촉부에서 직각방향으로 작용하는 양접촉체의 상대회전속도이고 다음 식(6)과 같이 주어진다.

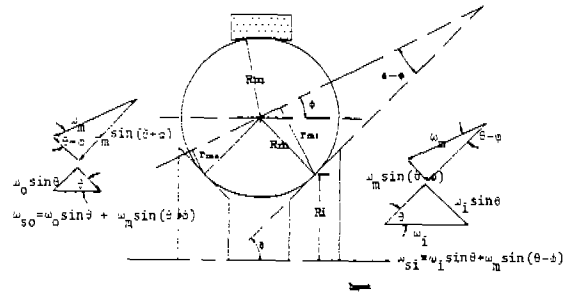


Fig.4 Basic Geometry of the Kopp Ball Variator

$$\omega_{si} = \omega_i \sin \theta + \omega_m \sin (\theta - \phi)$$

$$\omega_{so} = \omega_o \sin \theta + \omega_m \sin (\theta + \phi) \quad (6)$$

Traction Drive 접촉부에서 발생되는 힘은 접촉부에서의 스핀과 미끄럼에 의하여 지배되며 미끄럼의 크기는 Traction Drive 의 형상치수에 관계될 뿐 아니라 전달되는 토크와 작용하는 수직력에도 관계된다. 그러나 스핀은 TD의 형상과 치수에만 관계되고, 이 스핀은 일반적으로 평행하지 않은 양측에 물리가 접촉하는 경우에 발생한다. 이러한 스핀은 TD-CVT에서는 변속에 따라 물리축을 움직여야 하므로 피할 수 없이 발생하게 되고 스핀에 의하여 동력손실의 주요한 요인이 되며 구름 방향과 직각되는 힘을 초래하게 되므로 좋은 성능을 내기 위하여는 설계시 스핀을 최소화 하여야 한다⁶⁾

3. Kopp Ball Variator의 최적설계

Kopp Ball Variator 의 동력손실을 최소화하기 위하여 동력손실을 계산하고 입력과 출력의 동력의 Balance 를 제한조건으로 하여 최적화문제를 도출하였다. Kopp Ball Variator 에서의 동력손실은 접촉부에서의 스핀과 미끄럼에 의한 동력손실과 베어링에서의 동력손실이며 이 두가지 동력손실의 합이 최소화시켜야 할 동력손실이다.

3.1 Traction Drive 접촉부에서의 동력손실

동력전달과정 중 접촉부에서의 동력손실은 Slip에 의한 $F_x \Delta U$ 와 Spin에 의한 $T\omega_s$ 의 합이다. 여기서 F_x 는 Traction Force 이고 T 와 ω_s 는 각각 접촉면의 직각 방향으로 작용하는 토크와 스핀이다. F_x 와 T 는 Johnson과 Tevaarwerk의 Traction Drive 접촉부의 수학적 모델로부터 수치적으로 구할 수 있으며 다음 식(7)과 같다.⁷⁾

$$F_x = \mu N J_4 \tag{7}$$

$$T = \mu N \sqrt{ab} J_6$$

식(7)에서의 J_4 와 J_6 는 각각 무차원 힘과 무차원 토크이며 다음 식(8)과 같이 정의된다.

$$J_4 = \frac{\mu_x}{\mu} \tag{8}$$

$$J_6 = \frac{T}{\mu N \sqrt{ab}}$$

여기서 μ 는 접촉부에서의 최대 마찰계수이고 μ_x 는 마찰계수이다 또한 N 은 접촉부에 작용하는 수직력이며 a, b 는 접촉부에서의 접촉타원의 구름 및 그 수직방향의 Semewidth이다. 그러므로 동력손실 L_c 는 다음 식(9)와 같이 표시할 수 있다.

$$L_c = J_4 \mu N \Delta U + J_6 \mu N \sqrt{ab} \omega_s \\ = \mu N U (J_4 J_1 + J_3 J_6) / C \tag{9}$$

여기서 C 다음 식(10)으로 정의되는 무차원 변수이다.

$$C = \frac{3\pi}{8} \frac{m}{\mu} \sqrt{k} \tag{10}$$

J_1, J_3 는 각각 무차원 미끄럼과 스핀으로 다음 식(11)과 같으며, k 는 접촉부의 종횡비 (Aspect Ratio)이고 m 은 마찰계수 곡선에서 직선부분의 기울기이다.

$$J_1 = \frac{C \Delta U}{U} \tag{11}$$

$$J_3 = C \frac{\omega_s \sqrt{ab}}{U}$$

베어링에서의 동력손실은 접촉부에 가해지는 상당한 크기의 수직력에 의하여 무시할 수 없으므로 고려하여야 한다. 그 수직력은 전체적인 미끄럼은 방지하고 전달동력과 밀접한 관계가 있다. 베어링에서의 동력손실은 베어링 마찰 토크 방정식으로부터 알아낼 수 있으며, 베어링 마찰 토크 T_B 는 다음 식(12)와 같이 주어진다.⁷⁾

$$T_B = T_f + T_l \tag{12}$$

여기서 T_f 는 하중과 관계없이 존재하는 마찰 토크이며 T_l 은 하중의 크기에 따라 결정되는 마찰 토크이다. 따라서 베어링에 의한 동력손실은 L_B 는 다음 식(13)와 같으며,

$$L_B = T_B \omega \tag{13}$$

ω 는 베어링이 위치한 축의 가속도이다.

3.2 최적설계문제의 도출

최적 설계문제의 일반적인 형태는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \text{최소화 } F(X) \\ & G_j(X) \leq 0 \\ & H_k(X) \leq 0 \end{aligned}$$

여기서 $F(X)$ 는 목적함수이며, $G_j(X)$ 와 $H_k(X)$ 는 각각 부등 및 항등 제한조건이다.

Kopp Ball Variator의 동력손실을 최소화하기 위하여 최적설계문제의 일반적인 형태로 수식화 하여야 한다. 목적함수는 Traction Drive에 전체적인 동력손실이며 그 동력손실은 접촉부에서의 접촉손실과 베어링에서의 동력손실의 합으로 나타낼 수 있다. Kopp

Ball Variator 는 Fig.4에서 보는 바와 같이 입력축, 출력축 및 링과 중간롤러의 접촉부의 3 곳의 접촉부가 있고 링과 중간롤러의 접촉부에서는 동력전달이 없기 때문에 미끄럼은 없고 단지 스핀만 있고 그 스핀이 동력손실의 원인이 된다. 그러므로 접촉부의 총동력손실 L_C 는 다음 식(14)와 같이 표시된다.

$$L_C = \frac{\mu_i N_i U_i}{C_i} (J_{4i} J_{1i} + J_{6i} J_{3i}) + \frac{\mu_o N_o U_o}{C_o} (J_{4o} J_{1o} + J_{6o} J_{3o}) + \frac{\mu_r N_r U_r}{C_r} (J_{6r} J_{3r}) \quad (14)$$

여기서 첨자 r 은 링과 중간롤러의 접촉부를 뜻한다.

그리고 베어링손실은 입력축 및 출력축에 같은 angular contact 베어링이 있다고 가정하여 모든 베어링손실을 합하여 베어링손실 L_B 는 다음 식(15)와 같이 표시할 수 있다.

$$L_B = L_{Bi} + L_{Bo} \quad (15)$$

여기서 L_{Bi} 는 압력축 베어링에서의 동력손실이고, L_{Bo} 는 출력축 베어링에서의 동력손실이다. 그러므로 Kopp Ball Variator에서의 총동력손실 L 은 다음 식(16)과 같다.

$$L = ML_C + L_B \quad (16)$$

여기서 M 은 중간 볼의 갯수이다.

그리고 설계제한조건은 입력동력을 정의하는 조건으로 Fig.5에서 보는 바와 같이

$$P_i - L_{Bi} = P_i' \quad (17)$$

이며 P_i 는 동력에서의 동력입력 값이며 P_i' 은 그 동력에서 베어링손실을 뺀 값으로 실제로 Kopp Ball Variator로 입력되는 동력이

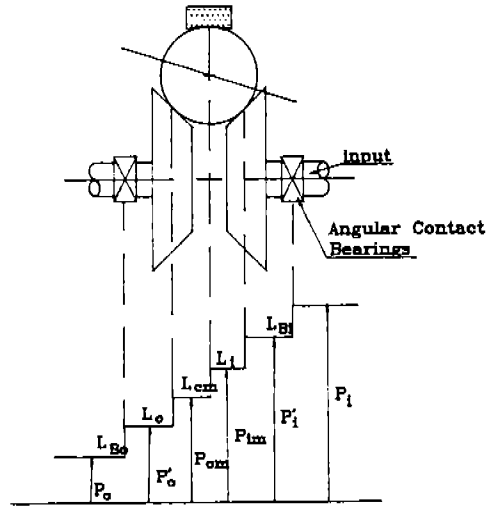


Fig.5 Power Loss at each Contact and Bearing for the Kopp Ball Variator

다. 두번째 제한조건은 다음 식(18)로 주어지며

$$P_{im} - L_{Cm} = P_{om} \quad (18)$$

여기서 P_{im} 은 중간롤러에 입력되는 동력이고, L_{Cm} 은 중간롤러와 링에서의 동력손실을 나타내며, P_{om} 은 출력접촉부의 손실이 있기전의 동력이다. 식(18)은 접촉부 출력축의 동력은 접촉부 입력축의 동력보다 클수 없다는 조건이다.

또한 부등제한조건으로는 $0.0 < J_{4i} < 0.9$ 및 $0.0 < J_{4o} < 0.9$ 로 하였으며, $J_4 = 1.0$ 의 조건은 Traction Drive 접촉부에서 최대마찰계수에 도달했을 경우이며 최대마찰계수에 도달하기 전에 10% 정도의 여유를 두어 전반적인 미끄럼이 일어나는 것을 방지하였다. 또다른 부등제한조건은 베어링의 피로수명을 제한조건으로 두었으며 피로수명을 결정하는 베어링수명 FL 은 Leowenthal과 Zaretsky⁸⁾에 의하여 다음 식(19)로 주어진다.

$$FL = 2.32 \times 10^{18} K_2^{0.9} N^{-3} \rho^{-3} R_r^{-0.9} \quad (19)$$

이때 FL 은 단위 100 만번 회전이다. 그리고 FL 의 제한조건은 다음과 같이 주어진다.

$$FL_i > 1000$$

$$FL_o > 1000$$

3.3 Kopp Ball Variator의 최적설계 예

Kopp Ball Variator의 최적설계 예로서 249 Watt (1/3 HP)의 입력과 1750 rpm의 입력속도가 있는 Kopp Ball Variator를 선택하여 동력손실을 최소화하는 최적설계를 수행하였다.

목적함수는 총동력손실 L 로서 다음 식(20)과 같다.

$$L = 3L_C + L_B \quad (20)$$

여기서 249 Watt 급의 Kopp Ball Variator는 중간롤러가 3개 있다고 가정하였다.

항등제한조건은 다음 식(21)과 같이 쓸 수 있다.

$$249 - L_{Bi} = 3J_{4i} \mu_i N_i U_i$$

$$J_{4i} \mu_i U_{mi} N_i - L_{Cm} = J_{6o} \mu_o U_{mo} N_o \quad (21)$$

식(20)에서 무차원 계수 J_1, J_3, J_4 및 J_6 는 k, N , 미끄럼, 스핀 등의 함수이며 k 는 그림 6에서 보는 바와 같은 기하학적 형상의 함수이므로⁴⁾ 목적함수와 제한조건은 $\theta, R_i, R_m,$

R_{yr} , 등의 기하학적 형상과 운전조건인 N , $Slip_i, Slip_o$ 등의 함수이고 위의 7개의 변수가 최적설계를 위한 설계변수가 된다.

그러므로 목적함수와 제한조건은 다음의 식들로 표시할 수 있다.

목적함수

$$N(N, Slip_i, Slip_o, \theta, R_i, R_m, R_{yr})$$

제한조건

$$G_1(N, Slip_i, Slip_o, \theta, R_i, R_m, R_{yr}) = 0$$

$$G_2(N, Slip_i, Slip_o, \theta, R_i, R_m, R_{yr}) = 0$$

$$0.0 < J_{4i} < 0.9$$

$$0.0 < J_{4o} < 0.9$$

그리고 설계변수의 상한 및 하한값은 아래와 같은 값을 취했다.

$$50 < N < 5000 \quad (\text{Newton})$$

$$0 < Slip_i < 7 \quad (\%)$$

$$0 < Slip_o < 7 \quad (\%)$$

$$30^\circ < \theta < 70^\circ$$

$$3.5 < R_{yr} < 10 \quad (\text{Cm})$$

$$1.0 < R_i < 3.0 \quad (\text{Cm})$$

$$1.0 < R_m < 2.0 \quad (\text{Cm})$$

유도된 목적함수와 설계제한조건을 최적설계기법인 GRG (Generalized Reduced Gradient) 방법을 사용하여 최적설계를 수행하였으며 이때의 속도비 SR (Speed Ratio)은 1.0이고 입력회전속도는 1750rpm이다.

4. 결과 및 고찰

입력축 및 출력축 양쪽에 사용된 베어링은 Deep Groove Bearing (FAG 6204, 6304)과 Thrust Bearing (FAG 51204)⁹⁾이며 이러한 베어링과 수학적 모델에서 힘과 토크를 계산하여 산출된 효율과 상용 Kopp Ball Va-

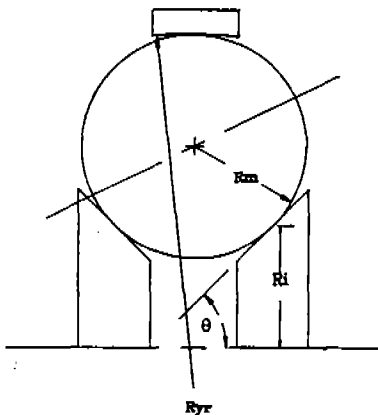


Fig.6 Geometry of the Kopp Ball Variator

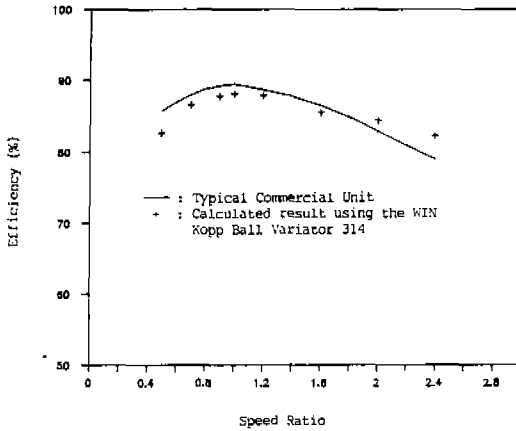


Fig.7 Efficiency of a Typical Commercial Unit and the Calculated Results using the WIN Kopp Ball Variator 314

riator 인 WIN Kopp Ball Variator 314의 효율을 비교한 것을 Fig.7에 나타내었다. Fig.7에서 보는 바와 같이 실제 상용 Ball Variator의 효율과 계산된 효율은 매우 근사함을 볼 수 있다.

위의 입력값으로 최적설계를 수행한 결과 동력손실은 17.58 Watt 이었고 이때의 효율은 93%이며 $\theta = 30^\circ$, $R_i = 2\text{Cm}$, $R_m = 1.5\text{Cm}$, $R_r = 11.91\text{Cm}$ 이고 최적수직력 N 은 304.28 Newton, $\text{Slip}_i = 2.28\%$, $\text{Slip}_o = 1.88\%$ 이다.

$SR=1$ 이 아닌 다른 속도비에서는 θ , R_i , R_m , R_r 등의 제원을 고정하고 운전조건인 N , Slip_i , Slip_o 를 설계변수로 하여 설계변수를 3개로 축소시킨 최적설계문제를 표시하면 다음과 같다.

$$\text{최소화 } L(N, \text{Slip}_i, \text{Slip}_o)$$

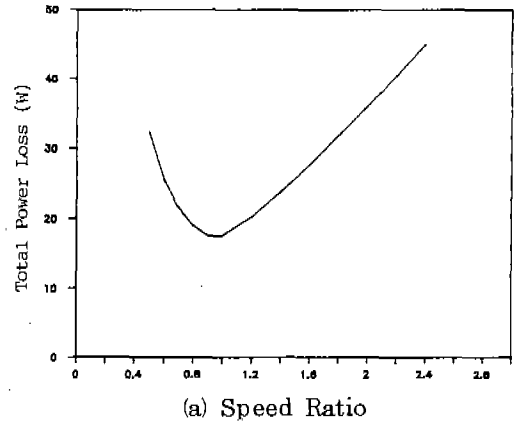
$$G_j(N, \text{Slip}_i, \text{Slip}_o) = 0 \quad j = 1, 2$$

$$50 < N < 5000 \quad (\text{Newton})$$

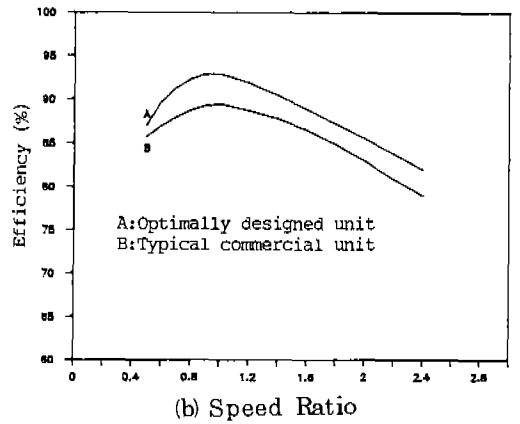
$$0 < \text{Slip}_i < 7 \quad (\%)$$

$$0 < \text{Slip}_o < 7 \quad (\%)$$

위의 최적화문제는 속도비 범위 ($SR=0.5 \sim 2.4$)의 SR 에 대하여 최소동력손실치를 Fig.



(a) Speed Ratio



(b) Speed Ratio

Fig.8 Total Power Loss(a) and Efficiency(b) of a 1/3-hp Kopp Ball Variator

8a에 나타내었다. 속도비 범위가 0.5에서 0.4까지 가장 작은 동력손실을 보이는 속도비는 1.0으로 이때에는 스핀이 없는 경우이다.⁵⁾ 여러 속도비에서 전체동력손실을 Fig. 8a에 나타내었고, 대표적인 상용 Kopp Ball Variator인 WIN Kopp Ball Variator의 효율과 비교한 것이 Fig.8b에 나타내었다. Fig.8b에서 보는 바와 같이 최적설계된 Kopp Ball Variator는 상용 Kopp Ball Variator의 효율보다 5~10% 증가하였으며 상용과 비슷한 경향을 보이고 있다.

Fig.9a, 9b, 9c는 스핀, 미끄럼 및 동력손실 곡선을 표시하였고 Fig에서 보는 바와 같이 스핀과 동력손실은 매우 유사하게 변화하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 동력손실

을 최소화하기 위하여 접촉부에서의 스핀을 될 수 있는 한 최소화시키는 것이 바람직하다.

동력손실은 베어링에서의 동력손실과 접촉부에서의 스핀과 미끄럼에 의한 동력손실로 구분되며 Fig.10에서 보는 바와 같이 접촉부에서의 동력손실이 베어링손실 보다 훨씬 큰 값을 보여준다. 이는 접촉이 3곳에서 일어나고 있으며 접촉부의 높은 스핀 때문에 기인된다고 판단된다.

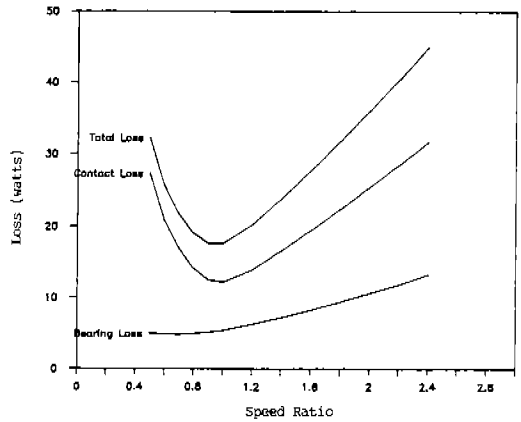


Fig.10 Bearing Loss and Contact Loss for 1/3-hp Kopp Ball Variator

5. 결 론

본 연구에서는 Kopp Ball Variator 무단변속기의 동력손실을 최소화하는 최적설계가 수행되었다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Kopp Ball Variator 에 전달되는 동력을 계산할 수 있으며 그 결과를 사용 Kopp Ball Variator 와 비교한 결과 정확하게 전달된 동력을 계산할 수 있다.

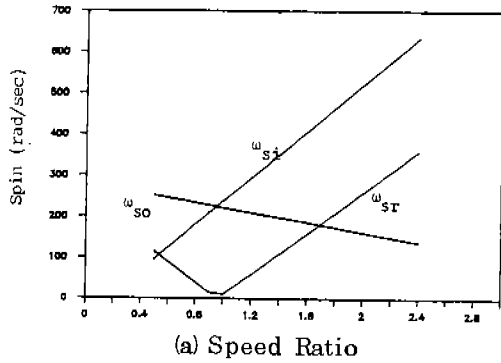
(2) Kopp Ball Variator 의 최적설계과정을 개발하였고, 개최된 최적설계과정을 통하여 설계된 Kopp Ball Variator 의 효율은 상용 Kopp Ball Variator 보다 5~10%의 증가되었다.

(3) Kopp Ball Variator 의 동력손실은 접촉부의 스핀의 크기가 변함에 따라 유사한 경향으로 변화하고 있으며 최대의 효율을 얻기 위하여 스핀을 최소화하여야 한다.

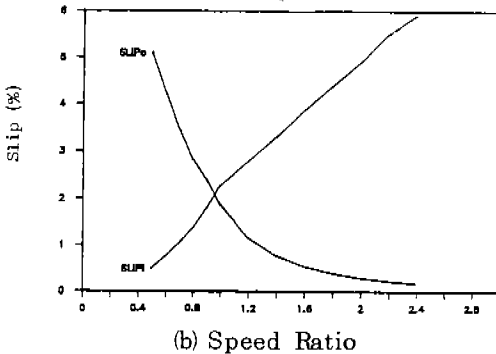
(4) 베어링에서의 동력손실은 무시할 수 없으며 그 크기는 접촉부에서의 동력손실보다 작다.

참 고 문 헌

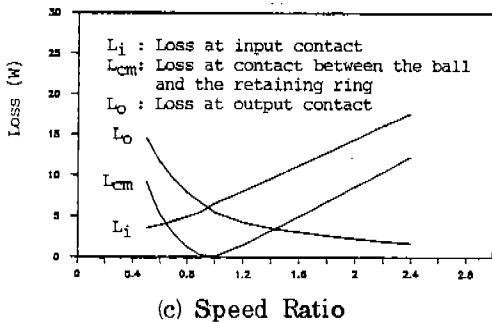
1. F.W. Hwilich, E.E. Shube, "Traction Drive: Selection and Application," Marcel



(a) Speed Ratio



(b) Speed Ratio



(c) Speed Ratio

Fig.9 Spin(a), Slip(b), and Contact Loss(c) for a 1/3-hp Kopp Ball Variator

- Dekker, New York and Basel, 1983.
2. G.A. Gabriele, K.M. Ragsdell, "The Generalized Reduce Gradient Method: A Reliable Tool for Optimal Design," *Trans. ASME Jour. Engineering for Industry*, p. 395, May 1977.
 3. G.V. Reklaitis, A. Ravindran, K.M. Ragsdell, "Engineering Optimization Method and Application," Wiley-Interscience, New York, 1983.
 4. K.H. Lim, "Optimal Design of Traction Drive Continuously Variable Transmissions," Ph. D. Dissertation, Oregon State University, 1988.
 5. K.H. Lim, D.G. Ullman, "Optimal Design of Traction Drive Continuously Variable Transmissions," *Trans. ASME, Jour. Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 111, No. 2, p. 264, 1989.
 6. K.L. Tevaarwerk, K.L. Johnson, "The Influence of Fluid Rheology on Performance of Traction Drive," *Trans. ASME, Jour. Lubrication Technology*, Vol. 101, p. 266, July 1979.
 7. P. Eschman, "Ball and Roller Bearing, Theory, Design and Application," New York, John Wiley, 1985.
 8. S.H. Loewenthal, E.V. Zaretsky, "Traction Drive," In *Mechanical Design and System Handbook*, 2nd ed. New York, McGraw-Hill, 34.1, 1985.
 9. FAG Bearing Corporation, "FAG Standard Programming," FAG Bearing Co., Catalog 41510 ED, Stamford, CT, 1984.