

CI機關에서 세라믹 모노리스 필터의 熱再生에 관한 數學的 解釋

Mathematical Analysis on Thermal Regeneration of Ceramic Monolith Filter in Diesel Engine

姜 鎬 仁* 曹 在 明* 韓 英 出**
H. I. Kang, J. M. Cho, Y. C. Han

ABSTRACT

This study describes a theoretical analysis for the wall temperature of ceramic filter trap and pressures of inlet and outlet channel in the filter trap.

In this study, the maximum wall temperature through filter trap length with time during the regeneration period showed a tendency moving from forward to backward.

The pressure change of filter trap increased at the initial combustion but decreased with the combustion to be activated.

So the pressure difference between initial and end regeneration at the inlet channel showed about 2 kPa.

The thermal regeneration period of this filter trap in the theoretical analysis showed about 200 seconds in which the wall temperature was similar to the case of initial condition and the pressure showed about 1 kPa.

기 호 설 명

D : 입방채널의 단면길이(cm)
 $G_f(t)$: 입구의 질량 속도(g/cm^2)
 $-\Delta H$: 탄화물의 반응열($J/gmole$)
 K : 반응율(cm/s)
 L : 채널 길이(cm)
 M_C, M_{OX} : 탄소와 산소의 몰 무게($g/gmole$)
 Nu : 입방 채널에서의 Nusselt 수
 S_p : 매연층의 비면적(cm^{-1})
 u_0 : 특성 채널 속도, $G_f(t=0)/\rho_0$

v_i, v_w : 채널 i 에서의 가스속도와 벽에서의 표면속도(cm/s)
 w_0 : 특성 미립자층 두께(cm)
 Y_i, Y_w : 채널 i 와 벽에서의 산소 부분 질량
 μ : 가스 점도($g/cm \cdot s$)
 K_0 : 반응율에서의 조기지수 요소($cm/s \cdot k$)
 $Patm$: 대기압($g/cm \cdot s^2$)
 P_i : 채널 i 에서의 압력
 R : 가스 상수/공기의 질량($cm^2/s^2 \cdot k$)
 t : 시간(s)
 T_i, T_w : 채널 i 와 벽에서의 온도(k)

* 정회원, 국민대 기계공학과 대학원

** 정회원, 국민대 공과대학 기계공학과

- V_i, V_w : 채널 i 에서의 가스 속도와 벽에서의 표면 속도(cm/s)
- W : 미립자층 두께(cm)
- W_s : 기질층의 두께(cm)
- x : 벽 시스템을 통한 거리(cm)
- α, β : 벽을 가로질러 흐르는 상호관계에서의 상수(cm^{-2}), (cm^{-1})
- λ_p, λ_s : 기질과 침전층의 열전도($\text{cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{k}$)
- ρ_p, ρ_s : 침전과 기질의 용적농도(g/cm^3)
- w_1, w_2, w_3 : 벽 두께 함수에서의 상수(cm)
- T_f : 입구의 개스 온도(K)
- G_f : 입구의 질량 속도($\text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$)
- Y_f : 입구 산소의 부분 질량
- W_b : 초기 침전 두께(cm)

1. 서 론

오늘날 자동차 공해에 대한 관심이 집중되고 이에 따른 법적규제가 우리나라 뿐만 아니라 미국을 비롯하여 선진국에서 매우 엄하게 시행되고 있다.

이에 따라 각 자동차회사들은 기관개량 뿐만 아니라 배기후처리장치의 개발로 이에 적극 대처하고 있다. 현재 도심지에서 공해의 주범으로 일컬어지고 있는 자동차 특히, 디젤자동차의 매연(Smoke)은 도심의 환경미화 뿐만 아니라 발암물질까지 배출하기 때문에 이에 대한 대책이 시급하다.

디젤의 매연문제를 해결하는 방법은 기관개량이나 배기 후처리에 의해서 해결할 수 있다. 배기 후처리중 필터트랩은 기관의 구조를 변경하지 않고 배기 규제를 만족할 수 있는 장점이 있기 때문에 선진 각국에서 많은 연구를 해오고 있으나 현재 필터트랩의 내구성에 문제가 있다.

본 연구에서는 열재생에 관한 물성들의 관계를 수학적으로 모델을 설정하여 해석함으로써 필터트랩의 내구성에 가장 중요한 인자인 온도를 예측하여 실제 필터트랩을 사용하는데

기초자료를 제공함에 있다.

2. 수학적 모델과 해석

2.1 필터의 형상과 매연저감 과정

매연저감에 사용되는 필터트랩은 열재생에 의하여 축방향과 방사선방향 두 방향의 두 응력을 받고 있기 때문에 열팽창 계수가 낮고 내구력이 강한 Fig.1과 같은 다공성 Cordierite ($2\text{MgO} \cdot 2\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{SiO}_2$)로 만들어져 있다.

매연저감 과정은 크게 3 단계로 즉 저장단계, 균형단계 및 재생단계로 나눌 수 있다. Fig. 2는 3 단계를 시간에 대한 압력과 온도의 변화를 보여주고 있다.

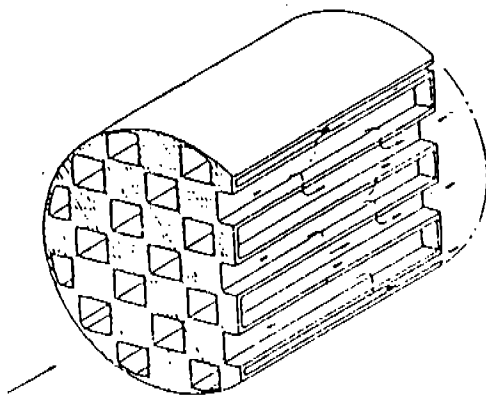


Fig. 1 Sectional view of a wall-flow monolith

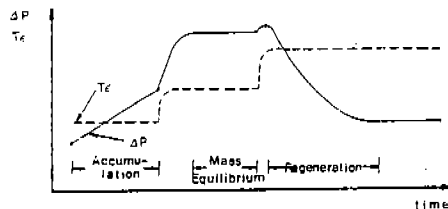


Fig. 2 Back pressure and temperature curve and formulation of mass balances for different operation modes of a soot filter

2.2 수학적 모델

모델 설정을 위하여 다음과 같은 가정이 설정되었다.

- 1) 모노리스 필터트랩 전면으로 유입하는 가스의 성질은 방사선방향에 대해서는 변화가 없다.
 - 2) 필터 주위의 벽은 완전히 단열되어 있다.
 - 3) 배기가스는 벽표면에 수직으로 유입한다.
 - 4) 열전달 현상중 복사에 의한 것과 전도에 의한 것은 무시한다.
 - 5) 배기가스는 이상기체로 생각한다.
- 수학적인 모델을 설정하기 위한 필터의 모형은 Fig. 3에 나타낸 바와 같다.

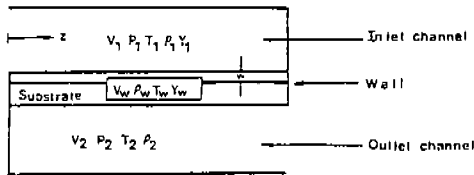


Fig. 3 Schematic diagram of single inlet and outlet channels with bordering wall vertical height is greatly exaggerated

- * 여기서 첨자 i 는 1, 2 를 나타내며, 각각은 입구통로와 출구통로를 나타낸다.
- * 가스는 이상기체로 가정했으므로

$$P_{atm} = R \cdot \rho_i \cdot T_i^{3)} \quad (1)$$

$$P_{atm} = R \cdot \rho_w \cdot T_w \quad (2)$$

- * 통로가스의 질량보존 법칙에 의하여

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_i \cdot V_i) = (-1)^i \cdot \left(\frac{4}{D}\right) \cdot \rho_w \cdot V_w \quad (3)$$

- * 통로가스에의 Z-방향 운동량 보존법칙에 의하여

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_i \cdot V_i^2) = -\frac{\partial P}{\partial z} - a_3 \cdot \mu(T_i) \cdot V_i / D^2 \quad (4)$$

- * 통로가스에의 에너지 보존법칙에 의해서

$$\nabla \cdot (\rho \cdot v \cdot e) = -\nabla \cdot q - P \cdot \nabla V \quad (5)$$

윗식에서 $h = u + PV$ 로부터 얻은 $u = e = C_{pg}T - PV$ 를 대입하여 Scalar 양으로 나타내면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$C_{pg} \cdot \rho_i \cdot V_i \cdot \frac{\partial T_i}{\partial z} = \left(\frac{4}{D}\right) [h_i + (-1)^i \cdot C_{pg} \cdot \rho_w \cdot V_w] \cdot (T_w - T_i) \quad (6)$$

- * 미립자의 질량보존의 법칙에 의하여

$$\rho_p \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = -\left(\frac{M_c}{M_{ox}}\right) \cdot Y_1(O, t) \cdot \rho_w \cdot V_w \cdot [1 - EXP(-S_p \cdot K(T_w) \cdot W/V_w)] \quad (7)$$

- * 미립자를 포함한 가스가 벽을 통과할 때 유동저항은 일반적으로 다음의 식으로 표현된다.

$$-\nabla P = \alpha \cdot \mu \cdot V + \beta \cdot \rho \cdot V^2 \quad (8)$$

- * 식(8)을 모노리스 벽을 통과할 때의 저항으로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$P_1 - P_2 = (\alpha \cdot \mu(T_w) \cdot V_w + \beta \cdot \rho_w \cdot V_w^2) \cdot (W_s + \phi_w) \quad (9)$$

여기에서 $\phi_w = \begin{cases} (2\omega_2 - \omega_3)(W/\omega_1) \\ -(\omega_2 - \omega_3)(W/\omega_1)^2, W < \omega_1 \\ \omega_2 + \omega_3(W/\omega_1 - 1), W \geq \omega_1 \end{cases}$

- * 벽에서의 에너지 보존의 법칙에 의하여

$$H_{accum} = H_{chan1} - H_{chan2} + H_{react} \quad (10)$$

여기에서

$$\begin{cases}
 H_{accum} = \frac{\partial}{\partial t} [\rho_p \cdot W \cdot C_{pp}(T_w) \cdot T_w \\
 \quad + \rho_s \cdot W_s \cdot C_{ps}(T_w) \cdot T_w] \\
 H_{chan1} = -h_1(T_w - T_1) + C_{pg} \cdot \rho_w \\
 \quad \cdot V_w \cdot T_w \\
 H_{chan2} = h_2(T_w - T_2) + C_{pg} \cdot \rho_w \cdot \\
 \quad \cdot V_w \cdot T_w \\
 H_{react} = \left(-\frac{\Delta H}{M_{ox}}\right) \cdot \rho_w \cdot V_w \cdot Y_1(O, t) \cdot \\
 \quad [1 - \exp(-S_p \cdot K(T_w) \cdot \\
 \quad W/V_w)]
 \end{cases}$$

* 위의 식들을 식(10)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} (\rho_p \cdot W \cdot C_{pp}(T_w) \cdot T_w + \rho_s \cdot W_s \cdot C_{ps}(T_w) \cdot \\
 T_w) = -h_1(T_w - T_1) - h_2(T_w - T_2) \\
 + \left(-\frac{\Delta H}{M_{ox}}\right) \cdot \rho_w \cdot V_w \cdot Y_1(O, t) \cdot [1 - \exp \\
 (-S_p \cdot K(T_w) \cdot W/V_w)] \quad (11)
 \end{aligned}$$

* 대류열전달 계수는 Eucken's Formula⁵⁾에 의해서 다음의 식으로 표현된다.

$$h_i = (N_w/D) \cdot (C_{pg} + a_1) \cdot \mu(T_i) \quad (12)$$

* 가스의 점성은 다음의 식으로 근사치를 구한다.

$$\mu(T) = a_2 \cdot \sqrt{T} \quad (13)$$

* 반응속도는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$K(T_w) = K_0 \cdot T_w \cdot \exp\left[-\frac{E}{RT_w}\right]^{6)} \quad (14)$$

* Cordierite Substrate의 열용량은 다음의 식으로 표현된다.

$$C_{ps}(T) = C_1 + C_2 T + C_3 T^{-2} \quad (15)$$

$$C_{pp}(T) = C_4 + C_5 T + C_6 T^{-2} \quad (16)$$

* 경계조건과 초기조건으로서는 다음과 같다.

경계조건

$$T_1(O, t) = T_f(t) \quad (17)$$

$$\rho_1(O, t) \cdot V_1(O, t) = G_f(t) \quad (18)$$

$$Y_1(O, t) = Y_f(t) \quad (19)$$

$$\rho_1(L, t) \cdot V_1(L, t) = \rho_2(O, t) \cdot V_2(O, t) = 0 \quad (20)$$

$$T_2(O, t) = T_w(O, t) \quad (21)$$

$$P_2(L, t) = P_{atm} \quad (22)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial Z}(O, t) = \frac{\partial T_w}{\partial Z}(L, t) = 0 \quad (23)$$

초기조건

$$T_w(Z, 0) = T_b \quad (24)$$

$$W(Z, 0) = W_b(Z) \quad (25)$$

2.3 수학적 해석

위에서 열거한 식들을 해석하기 위해서 다음과 같이 정리하였다.

* 식(3)에 i 를 대입하고 풀면

$$G_2 = G_f(t) - G_1 \quad (26)$$

* 식(9)에 식(12)와 식(13)을 대입하여 V_w 를 P_1, P_2, T_w, W 의 함수로서 나타내면

$$\beta \left(\frac{P_{atm}}{R \cdot T_w} \right) \cdot V_w^2 + (\alpha \cdot a_2 \cdot \sqrt{T_w}) \cdot V_w - \frac{P_1 - P_2}{(W_3 + \phi_w)} = 0 \quad (27)$$

$$\phi_w = \begin{cases} (2\omega_2 - \omega_3)(W/\omega_1) - (\omega_2 - \omega_3) \\ (W/\omega_1)^2, W < \omega_1 \\ \omega_2 + \omega_3(W/\omega_1 - 1), W \geq \omega_1 \end{cases}$$

* 식(3)에 i 를 대입하고 식(2)를 이용하여 정리하면

$$\frac{\partial}{\partial Z}(G_1) = -\left(\frac{D}{4}\right) \cdot \left(\frac{P_{atm}}{RT_w}\right) \quad (28)$$

* 식(4)에 $i = 1, 2$ 를 대입하고 식(1), 식(13), 식(28)을 이용하여 정리하면

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{G_1^2}{\rho_1} \right) = -\frac{\partial P_1}{\partial Z} - a_3 \cdot a_2 \cdot \sqrt{T_1} \cdot \left(\frac{G_1}{\rho_1} \right) / D^2 \quad (29)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{G_2^2}{\rho_2} \right) = -\frac{\partial P_2}{\partial Z} - a_3 \cdot a_2 \cdot \sqrt{T_2} \cdot \left(\frac{G_2}{\rho_2} \right) / D^2 \quad (30)$$

* 식(5)에 $i = 1, 2$ 를 대입하고 식(2), 식(12), 식(28)을 이용하여 정리하면

$$C_{pg} \cdot G_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial Z} = \left(\frac{4}{D}\right) \left[h_1 - C_{pg} \cdot \left(\frac{P_{atm}}{RT_w}\right) \cdot V_w \right] \cdot (T_w - T_1) \quad (31)$$

$$C_{pg} \cdot (G_f(t) - G_1) \frac{\partial T_2}{\partial Z} = \left(\frac{4}{D}\right) \cdot \left[h_2 + C_{pg} \cdot \left(\frac{P_{atm}}{RT_w}\right) \cdot V_w \right] \cdot (T_w - T_2) \quad (32)$$

* 식(7)에 식(2), 식(14)를 대입하여 정리하면

$$\rho_p \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = -\left(\frac{M_c}{M_{ox}}\right) \cdot Y_1(O, t) \cdot \left(\frac{P_{atm}}{RT_w}\right) \cdot V_w \cdot \left[1 - \exp(-s_p \cdot K_o \cdot T_w \cdot \exp\left(\frac{-E}{RT_w}\right)) \cdot \frac{W}{V_w} \right] \quad (33)$$

* 식(11)에 식(2), 식(14), 식(15), 식(16)을 대입하여 정리하면

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_p \cdot W \cdot C_{pp}(T_w) + \rho_s \cdot W_s \cdot C_{ps}(T_w) \cdot T_w] = -h_1(T_w - T_1) - h_2(T_w - T_2) + \left(-\frac{\Delta H}{M_{ox}}\right) \cdot \left(\frac{P_{atm}}{RT_w}\right) \cdot V_w \cdot Y_1(O, t) \cdot [1 - \exp(-S_p \cdot K(T_w) \cdot W/V_w)] \quad (34)$$

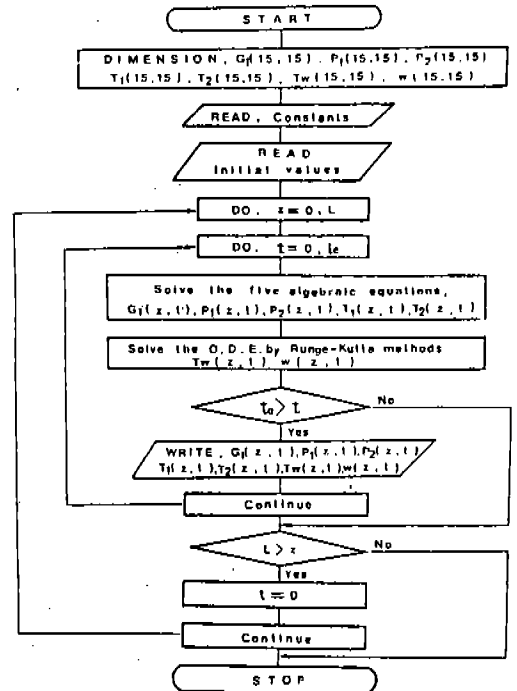


Fig. 4 Flow-chart for solving the equation

위에서 얻은 식(28)~(34)를 다음의 순서도와 같이 유한차분법에 의하여 상미분방정식을 Runge-Kutta Methods에 따라서 해석하였다. 이의 Flow-Chart는 Fig. 4와 같다.

3. 해석결과 및 고찰

3.1 필터길이와 시간에 따른 벽 온도의 변화

Fig. 5는 필터의 길이와 시간의 변화에 따른 필터벽의 온도변화를 나타낸 것이다. 여기에서 보는 바와 같이 재생이 진행되는 동안 시간에 따라서 필터벽의 최고 온도가 필터의 앞 쪽에서 뒷 쪽으로 이동함을 볼 수 있다. 이는 필터의 가스유로 채널내에 부착되어 있던 매연 입자들이 열재생에 의하여 연소의 진행이 필터앞 쪽에서부터 출구로 진행되어 가는 것을 의미한다. 그림에서 보는 바와 같이 시간이 경과함에 따라 입구에서 출구쪽으로 최고온도로 진행하다가 출구에서 재생이 종료되어 약 200초 부근에서 처음 상태로 됨을 알 수 있다.

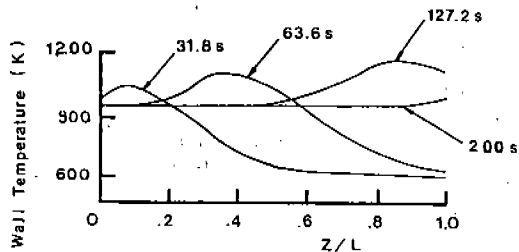


Fig. 5 Profiles of wall temperature as a function of dimensionless axial distance at selected times

3.2 어느 두 특정시간의 압력변화

Fig. 6은 어느 두 특정시간의 필터입구와 출구의 압력변화를 나타낸 것이다. 여기에서 보는 바와 같이 이 두 측정시간의 압력이 약 3.3 kpa에서 약 1.1 kpa 정도까지 급격히 강하됨을 볼 수 있다. 이는 매연의 재생이 시간이 지남에 따라 활발히 진행되어 필터 유로 채널에서 가스의 유동을 방해하던 축적된 매연의 양

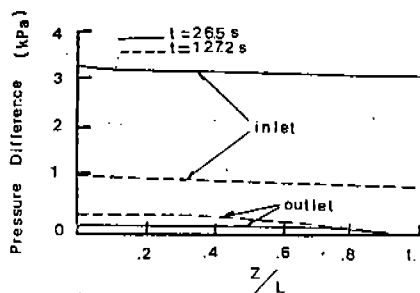


Fig. 6 Channel pressure profiles early and late in the regeneration. pressures are taken as differences from outlet pressure

이 감소함으로써 가스의 유동이 원활하여 압력강하가 일어남을 알 수 있다.

3.3 입구통로에서 시간에 따른 압력의 변화

Fig. 7은 열재생이 진행되는 동안 압력변화를 나타낸 그림이다. 이 선도에서 보는 바와 같이 필터내의 매연이 연소하기 시작하여 약 30초 동안은 압력이 약 3.3 kpa까지 증가하다가 연소가 활발하게 진행되면 압력은 점차 감소하여 정상적인 배기압력에 달하게 되며 이로서 필터는 재생이 종료된다.

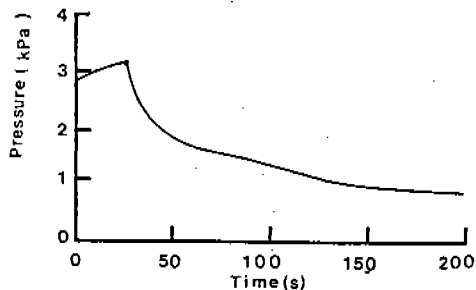


Fig. 7 Time dependence of the pressure drop across the monolith

4. 결 론

디젤기관에서 매연저감을 위한 벽유동 세라믹필터트랩에 관한 수학적 모델을 설정하여 해석한 본 연구의 결과로 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 재생이 진행되는 동안 필터 길이에 따른 벽온도의 최고점은 시간이 지남에 따라 필터의 앞 쪽에서 뒷 쪽으로 이동하는 경향을 보였다.

2. 필터의 압력변화는 연소 초기에는 상승하다가 연소가 활발해짐에 따라 저하하며, 필터입구 통로에서 재생전후의 압력차는 약 2 kpa 정도이었다.

3. 본 필터의 해석결과 열재생 기간은 약 200 초이며, 이 때 벽온도는 처음상태의 경우와 같이 되며 압력은 1 kpa로 되었다.

참 고 문 헌

1. Paulie E., Lepperhoff G. and Pischinger F. : "The Description of the Regeneration Behavior of Diesel Particulate Traps with the Aid of a Mathematical Model," SAE Paper 830180, 1983.
2. Bissett E.J. and Shadman F. : "Thermal Regeneration of Diesel-Particulate Monolithic Filters," AICHE J.31, p.753-758, 1985.
3. Bissett E.J. : "Thermal Regeneration of Particle Filters with Large conduction," (to appear) Math. Modeling. 6, p.1-18, 1985.
4. macdonald I.F., El-sayed M.S., Mow K. and Dullien F.A.L. : "Ind. Engne Chem. Fundles," 1979.
5. Bird R.B., Stewart W.E. and Lightfoot E.N. : "Transport Phenomena," 257. Wiley, New York, p.23, 1960.
6. Field M.A., Gill D.W., Morgan B.B. and Hawksley P.G.W. : "Combustion of Pulverized Coal," BCURA Leatherhead, Cheroy and Sons, Ltd., Banbury p.329-345, 1967.
7. Barin I, Knacke O. and Kubaschwski O. : "Thermochemical Properties of Inorganic Substances," Springer Verlag, Berlin, p.392, 1977.
8. Touloukian Y.S. and Buyco E.H. : "Specific Heat, Nonmetallic Solids," IFI/Plenum, New York, p.9-14, 1970.
9. 韓英出, 柳景浩 : "Mathematical Model of the Thermal Regeneration of a Wall-Flow Monolith Diesel Particulate Filter," 韓國自動車工學會誌 10권5호, p.54-60, 1988.
10. John H. Johnson : Wall-Flow Diesel Particulate Filters-Their Pressure Drop and Collection Efficiency, SAE Paper 890405, 1989.