

DC Servo Motor의 최단시간 위치 제어

양주호 · 정병건* · 김창화 · 정해종**

부산수산대학교, *한국해양대학교, **한국어업기술훈련소

(1992년 2월 20일 접수)

A Study on Minimum Time Position Control of DC Servo-Motor

Joo-Ho YANG, Byung-Gun JUNG*,

Chang-Hwa KIM and Hae-Jong JEONG**

National Fisheries University of Pusan, *Korea Maritime University,

**Korea Fishing Training Center

(Received February 20, 1992)

Analog PID controllers have been designed to make good use of position control in industries. Recently, the importance of digital position control is emphasized for the requirements of controller which are not only to control the objects but to include various aspects such as easiness of design and implementation, simple exchange of control program and convenient communications of data between various controllers and a host computer.

This study proposes a combined control method which is mixed the variable structure control (VSC) with the PI control for minimum time position control of DC servo motor by microcomputer.

The results of test by this method show offset-free and minimum time optimal position control which is not affected by the disturbance and the system parameter variations. The validity of the proposed method comparing with the conventional PID control is proved by the response experiments.

서 론

위치제어는 산업 여러 부분에 이용되는 것으로서, 이의 실현을 위해 산업계에서는 주로 PID 피드백 제어법을 이용한 아날로그형 제어기를 설계 제작하여 사용하여 왔다. 그러나 반도체공학의 발달과 더불어 정교한 제어를 가능케하는 값

싸고 성능 좋은 디지털 마이크로 컴퓨터가 널리 보급되어 이제 소형 마이크로 컴퓨터는 산업 전반에 제어기로서 중요한 위치를 차지하게 되었다.

근래 산업 일반의 제어기에 대한 요구는 단순히 대상물을 제어하는 수준을 넘어 제어기 설계와 제작의 용이성, 제어 프로그램의 손쉬운 교

환, 여러 다른 계측제어기나 상위 컴퓨터와 정보교환등 다양한 형태의 내용을 포함하고 있으며 이를 수용하기 위해서는 디지털 제어가 필요한 상황이다.

디지털 제어는 아날로그 제어에 비해 정확하고 외부 잡음에 강한 장점이 있음에도 불구하고 동작속도, 인터페이스, 메모리 용량의 한계성으로 인해 실시간 제어를 할 때의 문제점 또한 무시할 수 없는 실정이다. 그러나 이와같은 문제는 전자공학의 발달과 더불어 해결되어 질 것이다.

본 논문에서는 디지털 마이크로 컴퓨터를 이용하여 DC 서보 모터의 최단시간 위치제어를 위해 최적제어 기법에 의한 가변구조 제어계 (Variable Structure Control System)와 PI 제어기를 결합한 제어기법을 제시하고 이 기법을 이용함으로써 임의의 위치로부터 다른 목표위치로 이동하는데 걸리는 시간을 최소로함과 동시에 오프셋(off set)을 없앨 수 있음을 보인다. 아울러 기존의 PID 제어기법에 의한 결과와 비교 검토하여 본 논문에서 제시하는 기법의 타당성을 보인다.

제어기 설계

2.1 DC 서보모터

일반적으로 전기자 제어형 DC 모터의 경우 전기자 시정수가 기계 시정수보다 훨씬 작으므로 모터의 전달함수는 식(1)로 된다.

$$G(s) = \frac{\theta}{u} = \frac{k}{s(1+\tau s)} \quad (1)$$

여기서, k : DC 게인 τ : 모터의 시정수
 θ : 각변위 u : 가해진 전압

출력값과 기준값의 오차를 상태변수로 취하여 상태방정식으로 나타내면 아래와 같다.

$$X_1 = \theta - \theta_{ref} = e \quad (2)$$

$$X_2 = \dot{X}_1 = \dot{e} \quad (3)$$

식(1)을 풀어 정리하면

$$\tau \ddot{e} + \dot{e} = ku \quad (4)$$

로 되며 여기에 식 (2), (3)을 대입하면

$$\tau \dot{X}_2 + X_2 = ku \quad (5)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{1}{\tau} X_2 + \frac{k}{\tau} u \quad (6)$$

이 되고 식 (3), (6)에서 상태방정식 (7)을 얻게 된다.

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k}{\tau} \end{pmatrix} u \quad (7)$$

2.2 최단시간 제어기 설계

제어대상의 상태 방정식, 제어입력 구속조건, 경계조건이 식 (8), (9), (10)으로 주어져 있다.

상태 방정식:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k}{\tau} \end{pmatrix} u \quad (8)$$

$$\text{제어입력 제한: } |u| = A \quad (9)$$

경 계 조 건:

$$\begin{cases} X_1(0) = X_0 = e(0), & X_1(t_f) = 0 \\ X_2(0) = 0, & X_2(t_f) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{평 가 함 수: } J = \int_0^{t_f} dt = t_f \quad (11)$$

이때 식 (11)로 주어지는 평가함수의 값을 최소로 하는 제어 입력을 구해보면 다음과 같다.

먼저 Hamilton 함수가 식 (12)로 주어질 때

$$H(X, u, \lambda, t) = -f_0(X, u, t) + \sum_{i=1}^n \phi_i(t) \cdot f_i(X, u, t) \quad (12)$$

식 (11)의 평가함수를 최소로 하는 최적궤도에서의 시간구간 $t_0 \leq t \leq t_f$ 에서는 다음 조건을 만족해야 한다.

(i) H는 u에 대하여 극치를 가져야 한다.

$$\frac{\partial H}{\partial u_j} = 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, r) \quad (13)$$

(ii) 표준형 방정식(Canonical equation)을

만족해야 한다.

$$X_i = \frac{\partial H}{\partial \phi_i} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

$$\phi_i = -\frac{\partial H}{\partial X_i} \quad (i=0, 1, 2, \dots, n)$$

단, $\phi_0 = -1$ (15)

여기서 $\phi_0 = -1$, $f_0 = 1$, $f_1 = X_2$, $f_2 = -\frac{1}{\tau}X_2$
 + $\frac{k}{\tau}u$ 로 두고 식 (15)에 따라 계산하면 아래와 같다.

$$\dot{\phi}_1 = 0, \quad \dot{\phi}_2 = (-\phi_1 - \frac{1}{\tau}\phi_2)$$

$$\phi_1 = c_1,$$

$$\phi_2 = (-c_1 - \frac{1}{\tau}\phi_2)t$$

식(12)에 위의 내용을 적용해 보면 다음과 같이 된다.

$$H = f_0\phi_0 + f_1\phi_1 + f_2\phi_2 \quad (16)$$

$$= -1 + (c_1 - \frac{1}{\tau}\phi_2)X_2 + \frac{k}{\tau}\phi_2u$$

Pontryagin의 원리에 따르면 H는 u에 대하여 최대가 되어야 하므로 (16) 식에서 $\frac{k}{\tau}\phi_2 > 0$ 이면 $u = +A$, $\frac{k}{\tau}\phi_2 < 0$ 이면 $u = -A$ 를 만족해야 한다. 따라서 (17)식과 같은 최적제어 입력 u_0 가 구해진다.

$$u_0 = A \operatorname{sgn}(\frac{k}{\tau}\phi_2) \quad (17)$$

식(17)의 최적제어 입력 u_0 를 구하기 위해서는 보조변수 ϕ_2 의 해를 얻어야 하지만 위상면도로부터 switching line을 구할 수 있다. 즉 입력 u가 초기에 +A 및 -A인 경우에 대해 궤적이 원점을 지나는 두 곡선의 방정식은 식(18)과 같다.

$$S(X_1, X_2) = X_1 + \tau X_2 - KA\tau \ln(1 + X_2/KA),$$

$u = A$ 일때

$$S(X_1, X_2) = X_1 + \tau X_2 + KA\tau \ln(1 - X_2/KA), \quad u = -A \text{ 일때} \quad (18)$$

이때의 최적 입력 u_0 는 식 (19)로 되며,

$$u_0 = A \operatorname{sgn}(S(x_1, x_2)) \quad (19)$$

식(18)의 위상면도(Phase plane)는 Fig. 1과 같고 선분 BOB'가 switching line으로서 상태 값이 switching line 우측에 있을 때 $u = -A$, 좌측에 있으면 $u = A$ 로 된다.

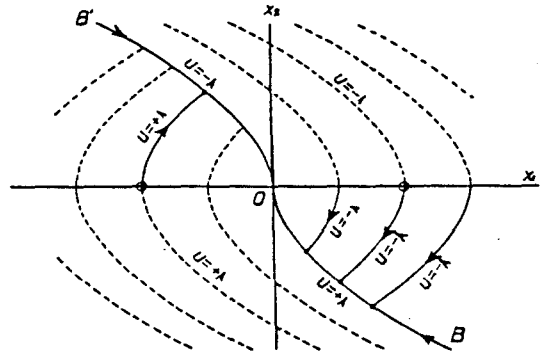


Fig. 1. Phase plane.

2.3 PI 제어기

2.2 절에서 상태 궤적이 원점에 접근함에 따라 제어 입력 u가 +A에서 -A 사이를 재빠르게 건너뛰는 이른바 채터링(chattering)이 발생하는데, 대부분의 물리계에 있어서 이와 같은 현상은 바람직하지 않으므로 상태 X_1 이 어느 허용치 이내로 들어오게 되면 최단시간 제어모드로부터 PI 제어모드로 전환하도록 한다. 샘플링 주기가 짧다고 하면 연속시간 제어기에서의 PI 제어기 방정식은 간단히 이산화되며 이는 식 (20)과 같이 된다.

$$u(k) = u(k-1) + Kp(e(k) - e(k-1)) + \frac{T_0}{T_i}e(k-1) \quad (20)$$

여기서, Kp : 비례 게인

T_0 : 샘플링 주기

T_i : 적분시간

위에서 미분항을 사용하지 않은 것은 외부 노이즈와 외란의 영향을 줄이기 위해서이다. 또한

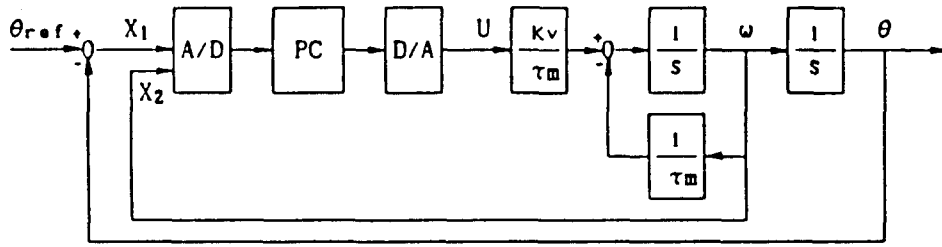


Fig. 2. Block Diagram of System.

X_1 의 허용치를 상당히 적게 하므로써 미분항이 큰 힘을 발휘하지 못하는 점도 있다.

시뮬레이션 및 결과

3.1 실험 장치

본 실험에서는 DC 서보 모터를 아나로그 컴퓨터(ANDO L-100)로 모델링하여 속도와 위치값을 구하고 이를 디지털 컴퓨터(IBM-PC AT 호환)로 읽어들이어 2.2절의 제어 알고리즘에 따라 제어 입력값을 계산하고 이를 다시 아나로그 컴퓨터의 입력으로 하였다. 전체 시스템의 블록 선

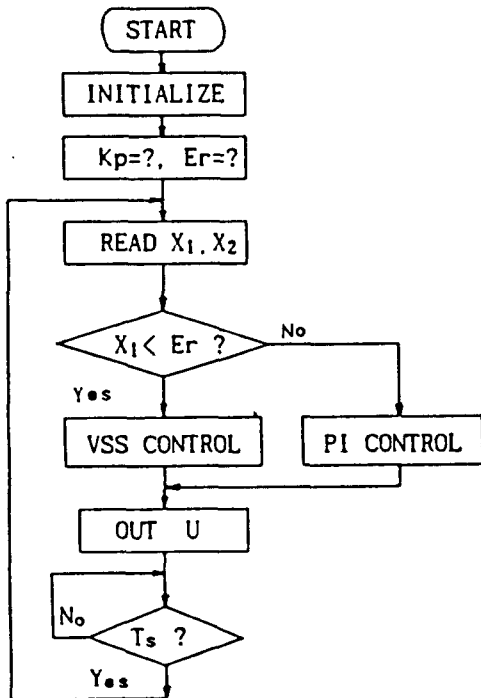


Fig. 3. Flow chart.

도는 Fig. 2에 나타내었고 실험에서 사용된 프로그램의 플로우차트는 Fig. 3과 같다.

3.2 실험 결과

DC 서보 모터의 응답 특성을 구하기 위하여 먼저 샘플링 주기를 0.02초로 고정해 두고, X_1 의 허용치(E_r)를 0.01[V], 0.1[V], 0.5[V]로

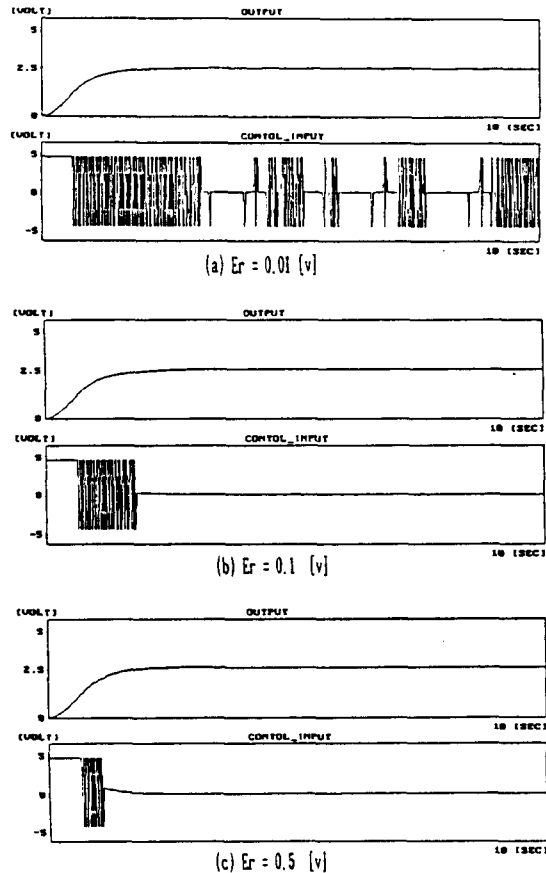


Fig. 4. Control response at $T_s = 0.02s$.

했을 때의 입출력관계를 Fig. 4에 나타내었다. 이때 X_1 의 허용치 (E_r)가 적을수록 빠른 수렴속도를 보이고 있으나 입력값의 변동이 점차로 심하게 나타남을 알 수 있다. 외란(Disturbance)이 가해진 경우의 회복특성을 Fig. 5에 나타내었으며 어느 범위 이하의 샘플링 주기에서는 입출력 특성에 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있었다.

다음으로 한계감도법에 의해 설계된 종래의 PID제어기에 의한 입력과 출력관계를 Fig. 6에 나타냈으며, 목표위치 도달시간이 본 논문에서 제안한 방법에 의한 것보다 늦음을 알 수 있다.

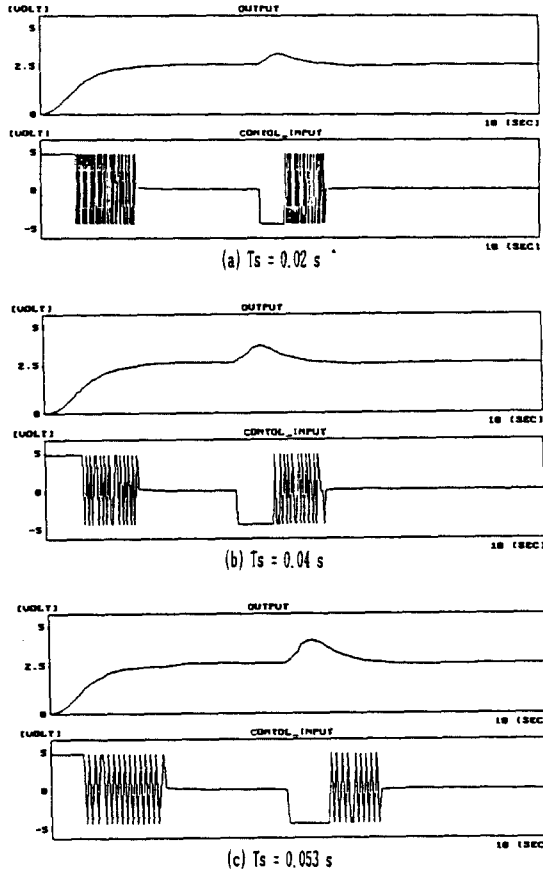


Fig. 5. Control response under the disturbance.

물론 Fig. 4 또는 Fig. 5와 비교하여 급격한 입력값의 변화 모습은 나타나지 않았다.

Fig. 7은 샘플링 시간을 달리했을 경우의 응답을 나타내고 있다.

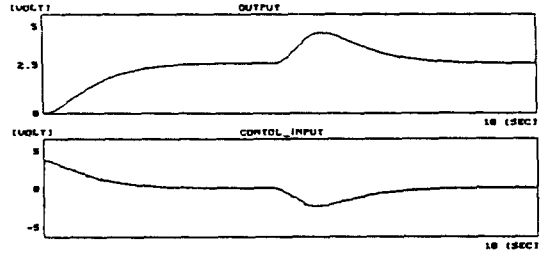


Fig. 6. PID Control response.

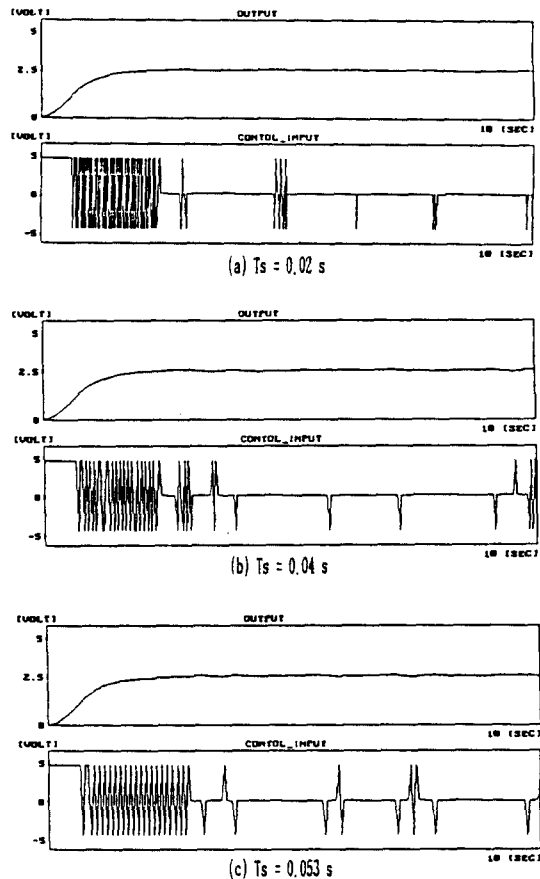


Fig. 7. Control responses of different sampling period.

결 론

최단시간 제어입력은 Fig. 1에 나타난 것과 같이 시스템 상태 벡터를 위상평면에 설정된 Switching line을 따라 이동하도록 한다. 이렇게 Switching line을 따라 원점으로 미끌어지는 슬라이딩 모드(Sliding Mode)중에는 파라미터의 변동이나 외란에 영향을 받지않고, 빠른 응답 특성을 나타내며 오버슈트가 발생하지 않는다. 그러나 상태궤적이 원점에 이르게 되면 제어 입력 값이 심하게 변동하는 채터링 현상이 발생하므로 약간의 허용치(Er)를 두어 이 구간내에서 PI제어를 하도록 하였다. 따라서 상태 X_1 의 값이 클 경우에는 최단 시간 제어 입력으로 빠른 시간안에 목표치에 도달할 수 있도록 하고, X_1 의 허용치(Er) 이내일 때는 PI제어로 전환하여 제어입력의 급격한 변동을 억제함으로써 대부분의 물리계에 이를 적용가능하게 되었다.

응답실험결과치의 비교에서 알 수 있는 바와 같이 본 연구에서 제안하는 방법으로 제어계를 구성하면 종래의 PID 제어기에 의한 방법보다 응답성이 양호할 뿐만 아니라, 최단시간 제어 알고리즘을 단독으로 이용했을 경우 일어날 수 있는 채터링 현상도 없앨 수가 있었다.

참 고 문 헌

- 1) Carlos D.Vinante, et al(1986) Predictive Compensation Implemented with a Microprocessor. IEEE, Control Systems Magazine. 40-43, FEB.
- 2) Romano M.De Santis, et al(1983): A Real-Time Computer Control Demonstrator for Use in a University Control Laboratory . IEEE,Trans. on education Vol. E-25, No. 1, 18-28, FEB.
- 3) N.N. Bengiamin and B. Kauffmann (1984): Variable Structure Position Control. IEEE, Control Systems Magazine, 3-8, AUG.
- 4) Y. Takahashi, M.j.Rabins and D.M. Auslander (1972): Control and Dynamic Systems. Addison-Wesley Pub. Co, 624-647.
- 5) 廣田實(1991) : 船舶制御 システム工學. 成山堂書店, 220-232.
- 6) Ronald R. Mohler (1991): Nonlinear Systems. Vol-II, Prentice-Hall, 121-145.